

Enviar as soluções de 3 exercícios a sua escolha para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.
Mas atenção: **pelo menos um** dos exercícios escolhidos deve ser do tipo 🤖.

🤖 **Exercício 1.** Mostre que, para todo $n, k \in \mathbb{N}$,

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2} - n \leq t_k(n) \leq \left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2}.$$

🤖 **Exercício 2.** Mostre que se G é um grafo com $2k + 1$ vértices, então G contém um caminho de comprimento k ou o complemento de G contém um triângulo.

🤖 **Exercício 3.** Mostre que se G é um grafo com n vértices e

$$e(G) \geq \frac{n^2}{4} + 1,$$

então G contém pelo menos $\lfloor n/2 \rfloor$ triângulos.

🤖 **Exercício 4.** Seja G um grafo não-bipartido com n vértices. Mostre que se G é livre de triângulos, então

$$e(G) \leq \frac{(n-1)^2}{4} + 1.$$

🤖 **Exercício 5.** Prove que se G é um grafo com n vértices e

$$e(G) \geq 2 \cdot \text{ex}(n, H),$$

então G contém pelo menos $\text{ex}(n, H)$ cópias de H .

🤖 **Exercício 6.** Prove que para todo $k > 1$, se G é um grafo com n vértices e

$$e(G) \geq k \cdot n^{3/2},$$

então G contém pelo menos $k^4 n^2$ cópias de C_4 .

🤖 **Exercício 7.** Mostre que para todo $n \in \mathbb{N}$ grande o suficiente,

$$\text{ex}(n, C_5) = \frac{n^2}{4}.$$