Entregar as soluções dos exercícios 💯 para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.

😴 **Exercício 1.** *Mostre que qualquer subconjunto* $A \subset [2n]$ *de tamanho* $n+1$ *contém dois números coprimos.*

💯 **Exercício 2.** *Seja* $\mathcal{A}$ *uma família de subconjuntos de* $[n]$ *tal que* $A \cap B \neq \emptyset$ *para todo* $A, B \in \mathcal{A}$*. Conclua que* $|\mathcal{A}| \leq 2^{n-1}$*.*

💯 **Exercício 3.** *Mostre que em qualquer coloração das arestas de* K_7 *usando apenas duas cores (vermelho e azul), existe um triângulo vermelho ou um* C_4 *azul. Mostre que o mesmo não ocorre em* K_6*.*

🤔 **Exercício 4.** *Seja* G *um grafo simples. Mostre que existem dois vértices* $u, v \in V(G)$ *com* $d_G(u) = d_G(v)$*.*

💯 **Exercício 5.** *Mostre que um grafo e seu complemento não podem ser ambos desconexos.*

😴 **Exercício 6.** *Mostre que* $e(G) \geq \binom{\chi(G)}{2}$*.*

🤔 **Exercício 7.** *Mostre que se* G *é um grafo com pelo menos* $v(G)$ *arestas, então* G *possui um ciclo.*

🤔 **Exercício 8.** *Prove que uma árvore* T *tem ao menos* $\Delta(T)$ *folhas.*

😴 **Exercício 9.** *Mostre que todo grafo com* n *vértices e pelo menos* $\binom{n-1}{2} + 1$ *arestas é conexo.*

🤔 **Exercício 10.** *Mostre que toda floresta com exatamente* k *árvores tem* $n - k$ *arestas.*

💯 **Exercício 11.** *Seja* $k \in \mathbb{N}$ *e seja* T *uma árvore com* $k+1$ *vértices. Prove que se* G *é um grafo com* $\delta(G) \geq k$*, então* $T \subset G$*.*

🤔 **Exercício 12.** *Prove que se* G *é um grafo conexo, então* G *possui um caminho de comprimento*

$$k = \min\left\{2\delta(G),\, n-1\right\}.$$

💯 **Exercício 13.** *Prove que se* G *é um grafo com* $\alpha(G) = k$*, então existem* k *caminhos em* G *que são disjuntos em vértices e que cobrem todos os vértices de* G*.*

😴 **Exercício 14.** *Dados* $1 \leq k \leq n$ *inteiros positivos, considere o grafo* $G_{n,k}$ *obtido a partir de* K_n *removendo todas as arestas dentro de um conjunto de vértices qualquer de tamnho* k*. Determine* $\chi(G_{n,k})$*.*

🤯 **Exercício 15.** *Mostre que em qualquer coloração das arestas de* K_n *com duas cores, existem dois caminhos monocromáticos* P *e* Q *que são disjuntos em vértices e que* $V(K_n) = V(P) \cup V(Q)$*.*

🤯 **Exercício 16.** *Mostre que o grafo de Petersen não é hamiltoniano.*

🤯 **Exercício 17.** *Mostre que para todo* $k \in \mathbb{N}$*, existe um grafo* G *que não contém triângulos e tal que* $\chi(G) = k$*.*

🤯 **Exercício 18.** *Um* torneio *é qualquer grafo direcionado que pode ser obtido orientando as arestas de um grafo completo. Mostre que em todo torneio, existe um caminho hamiltoniano orientado.*