

Enviar as soluções de 3 exercícios a sua escolha para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.  
Mas atenção: **pelo menos um** dos exercícios escolhidos deve ser do tipo 🤖.

🤖 **Exercício 1.** *Mostre que, para todo  $n, k \in \mathbb{N}$ ,*

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2} - n \leq t_k(n) \leq \left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2}.$$

🤖 **Exercício 2.** *Mostre que se  $G$  é um grafo com  $2k + 1$  vértices, então  $G$  contém um caminho de comprimento  $k$  ou o complemento de  $G$  contém um triângulo.*

🤖 **Exercício 3.** *Mostre que se  $G$  é um grafo com  $n$  vértices e*

$$e(G) \geq \frac{n^2}{4} + 1,$$

*então  $G$  contém pelo menos  $\lfloor n/2 \rfloor$  triângulos.*

🤖 **Exercício 4.** *Seja  $G$  um grafo não-bipartido com  $n$  vértices. Mostre que se  $G$  é livre de triângulos, então*

$$e(G) \leq \frac{(n-1)^2}{4}.$$

🤖 **Exercício 5.** *Prove que se  $G$  é um grafo com  $n$  vértices e*

$$e(G) \geq 2 \cdot \text{ex}(n, H),$$

*então  $G$  contém pelo menos  $\text{ex}(n, H)$  cópias de  $H$ .*

🤖 **Exercício 6.** *Prove que para todo  $k > 1$ , se  $G$  é um grafo com  $n$  vértices e*

$$e(G) \geq k \cdot n^{3/2},$$

*então  $G$  contém pelo menos  $k^4 n^2$  cópias de  $C_4$ .*

🤖 **Exercício 7.** *Mostre que para todo  $n \in \mathbb{N}$  grande o suficiente,*

$$\text{ex}(n, C_5) = \frac{n^2}{4}.$$