

Enviar as soluções de 3 exercícios a sua escolha para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.
Mas atenção: **pelo menos um** dos exercícios escolhidos deve ser do tipo 🤖.

- 🤖 **Exercício 1.** Mostre que $R(3, 4) \leq 9$, e que $R(4, 4) \leq 18$.
- 🤖 **Exercício 2.** Mostre que $r(K_3, C_4) = 7$, e que $r(K_3, C_5) = 9$.
- 🤖 **Exercício 3.** Seja G um grafo com n vértices tal que $G \not\rightarrow K_3$. Qual o maior número possível de arestas de G ?
- 🤖 **Exercício 4.** Mostre que $R_r(3) \geq 5^{r/2}$.
- 🤖 **Exercício 5.** Defina o *número de Ramsey em tamanho* de um grafo H como sendo

$$\hat{r}(H) := \min \{e(G) : G \rightarrow H\}.$$

Prove que para todo $t \in \mathbb{N}$, temos

$$\hat{r}(K_t) = \binom{R(t)}{2}.$$

- 🤖 **Exercício 6.** Seja $C(s)$ o menor n tal que todo grafo conexo com n vértices tem, como um subgrafo *induzido*, um grafo completo K_s , uma estrela $K_{1,s}$ ou um caminho P_s de comprimento s . Mostre que $C(s) \leq R(s)^s$, em que $R(s)$ é o número de Ramsey de s .
- 🤖 **Exercício 7.** Prove que toda 2-coloração de $E(K_n)$ contém pelo menos

$$\frac{1}{4} \binom{n}{3} - n^2$$

triângulos monocromáticos.