

Aluno: _____ Nota:

Instruções:

- Justifique todas as suas respostas. É permitido usar qualquer resultado apresentado em sala.
- Será considerado apenas o que for escrito a **caneta**.
- A prova tem duração de **120 minutos**.

Problema 1. Prove que uma árvore T tem pelo menos $\Delta(T)$ folhas.

Problema 2. Enuncie e prove o Teorema de Kővári–Sós–Turán.

Problema 3. Mostre que se G é um grafo com n vértices e

$$e(G) \geq \frac{n^2}{4} + 1,$$

então G contém pelo menos $\lfloor n/2 \rfloor$ triângulos.

Problema 4. Seja G um grafo com número cromático $s+1$ e seja H um grafo com $t+1$ vértices. Mostre que

$$r(G, H) \geq st + 1.$$

Problema 5. Mostre que $r(K_3, P_t) = 2t + 1$, onde P_t é um caminho de comprimento t .