

Enviar as soluções de 3 exercícios a sua escolha para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.  
Mas atenção: **pelo menos um** dos exercícios escolhidos deve ser do tipo 🤖.

- 🤖 **Exercício 1.** *Mostre que  $R(3, 4) \leq 9$ , e que  $R(4, 4) \leq 18$ .*
- 🤖 **Exercício 2.** *Mostre que  $r(K_3, C_4) = 7$ , e que  $r(K_3, C_5) = 9$ .*
- 🤖 **Exercício 3.** *Seja  $G$  um grafo com  $n$  vértices tal que  $G \not\rightarrow K_3$ . Qual o maior número possível de arestas de  $G$ ?*
- 🤖 **Exercício 4.** *Mostre que  $R_r(3) \geq 5^{r/2}$ .*
- 🤖 **Exercício 5.** *Defina o número tamanho Ramsey de um grafo  $H$  como sendo*

$$\hat{r}(H) := \min \{e(G) : G \rightarrow H\}.$$

*Prove que para todo  $t \in \mathbb{N}$ , temos*

$$\hat{r}(K_t) = \binom{R(t)}{2}.$$

- 🤖 **Exercício 6.** *Seja  $C(s)$  o menor  $n$  tal que todo grafo conexo com  $n$  vértices tem, como um subgrafo induzido, um grafo completo  $K_s$ , uma estrela  $K_{1,s}$  ou um caminho  $P_s$  de comprimento  $s$ . Mostre que  $C(s) \leq R(s)^s$ , em que  $R(s)$  é o número de Ramsey de  $s$ .*
- 🤖 **Exercício 7.** *Prove que toda 2-coloração de  $E(K_n)$  contém pelo menos*

$$\frac{1}{4} \binom{n}{3} - n^2$$

*triângulos monocromáticos.*