

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Preparation: See “What should I do in Week 5?” on SUNLearn. • Instructions: Document all calculations, designs, and results properly. You do not have to hand in a practical report. • Note: Study the Matlab/Simulink documentation by clicking on the <i>Help</i> menu if you do not know how to use a certain function/block. | <ul style="list-style-type: none"> • Voorbereiding: Sien “What should I do in Week 5?” op SUNLearn. • Instruksies: Dokumenteer alle berekeninge, ontwerpe en resultate behoorlik. Jy hoef nie ’n praktiese verslag in te lewer nie. • Neem kennis: Bestudeer die Matlab/Simulink-dokumentasie deur na die <i>Help</i>-kieslys te gaan indien jy nie weet hoe om ’n sekere funksie/blok te gebruik nie. |
|--|--|

Background / Agtergrond

We are currently busy with SV *control* of dynamic systems. We do SV control by constructing a compensator, which consist of 3 components: state feedback, reference feedforward, and an observer. For today’s practical, we will only look at state feedback and reference feedforward, and look at the observer next week. However, since we do not have an observer, we cannot apply state feedback to a real-world system, since the states are not known to us. We will therefore use a simulated system and make the (unrealistic) assumption that we can access the states.

The system that we will control is an inverted pendulum. We will use the following design process: **we will first build the (linearised) model in Simulink and analyse the plant model** (open-loop poles, controllability and observability), **then design the state feedback gain to place the closed-loop poles in desired locations,** **and lastly design the reference feedforward for zero steady-state tracking error.**

Ons is tans besig met TV *beheer* van dinamiese stelsels. Ons doen TV beheer deur ’n kompanseerder te bou, wat uit 3 komponente bestaan: toestand-terugvoer, verwysing-vorentoevoer, en ’n waarnemer. Vir vandag se prakties gaan ons slegs na toestand-terugvoer en verwysing-vorentoevoer kyk, en volgende week na die waarnemer kyk. Aangesien ons nie ’n waarnemer het nie, kan ons nie toestand-terugvoer toepas op ’n regte-wêreld-stelsel nie, want die toestande is nie bekend vir ons nie. Ons gaan daarom ’n gesimuleerde stelsel gebruik en die (onrealistiese) aanname maak dat ons toegang het tot die toestande.

Die stelsel wat ons gaan beheer is ’n geïnverteerde pendulum. Ons gaan die volgende ontwerpsproses gebruik: eers gaan ons die (gelineariseerde) model in Simulink bou en die aanleg-model analiseer (oopluspole, beheerbaarheid and waarneembaarheid), dan die toestand-terugvoer-aanwins ontwerp om die gesloteluspole op gewenste plekke te plaas, en laastens die verwysing-vorentoevoer ontwerp om ’n nul gestadigde-toestand-volgfout te behaal.

Assignment / Voorskrif

For this practical, we use the pendulum model of **Practical 1 linearised around $\theta = 180^\circ$** , i.e. an inverted pendulum. The states are chosen as $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = [\delta\theta \ \delta\dot{\theta}]^T$ and the input $u = T_c$ is the torque applied to the pendulum. The linearised model is then given by

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{ml^2} \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}\tag{1}$$

The parameter values are $l = 1$ m, $m = 1$ kg, and $g = 9.81$ m.s⁻².

We will start with analysis of the plant, after which we will design a compensator (without observer) to control the plant.

1. Calculate the open-loop poles of the system make a sketch of them on the s-plane. Is the system stable or unstable?
2. Draw a “vector” block diagram of the plant and then build a model of the plant as a “vector” block diagram in Simulink¹ (you can reuse your linearised Simulink model of Question 5 in Practical 1). Apply a unit step to the input u and observe the output. Does it correspond to your conclusion in Question 1?
3. Determine the controllability and observability of the plant. What are the implications for the design of a compensator for this plant?

Vir hierdie prakties gebruik ons die pendulum-model van Prakties 1 wat gelineariseer is rondom $\theta = 180^\circ$, d.w.s. ’n geïnverteerde pendulum. Die toestande word gekies as $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = [\delta\theta \ \delta\dot{\theta}]^T$ en die intree $u = T_c$ is die draaimoment wat op die pendulum uitgeoefen word. Die gelineariseerde model word dan gegee deur

Die parameter-waardes is $l = 1$ m, $m = 1$ kg, en $g = 9.81$ m.s⁻².

Ons gaan begin met ’n analise van die aanleg, waarna ons ’n kompenseerder (sonder waarnemer) gaan ontwerp om die aanleg te beheer.

Bereken die ooploop-pole van die stelsel en maak ’n skets van hulle op die s-vlak. Is die stelsel stabiel of onstabiel?

Teken ’n “vektor”-blokdigram van die aanleg en bou dan ’n model van die aanleg as ’n “vektor”-blokdigram in Simulink² (jy kan jou gelineariseerde Simulink-model van Vraag 5 in Prakties 1 hergebruik). Wend ’n eenheids-trap op die intree u aan en beskou die uittree. Stem dit ooreen met jou gevolgtrekking in Vraag 1?

Bepaal die beheerbaarheid en waarneembaarheid van die aanleg. Wat is die implikasies daarvan vir die ontwerp van ’n kompenseerder vir hierdie aanleg?

¹Simulink tip: you can use Matlab variables (e.g. **A**) in the *Gain* field of a *Gain* block, and define these variables in the Matlab Command Window or an m-file (e.g. **A=[1,2;3,4]**).

²Simulink-wenk: jy kan Matlab-veranderlikes (bv. **A**) in die *Gain*-veld van ’n *Gain*-blok gebruik, en hierdie veranderlikes in die “Matlab Command Window” of ’n m-lêer definieer (bv. **A=[1,2;3,4]**).

4. We now start with the design of a regulator to control the plant. For the regulator, the desired closed-loop poles have the same natural frequency, ω_n (i.e. distance from the origin), as the open-loop poles, but are optimally damped³. Calculate the desired closed-loop pole locations, and then calculate the desired characteristic equation, $\Delta_{CL}(s)$.
 Ons begin nou met die ontwerp van 'n reguleerder om die aanleg te beheer. Vir die reguleerder het die gewenste geslotelus-pole dieselfde natuurlike frekwensie, ω_n (m.a.w. afstand van die oorsprong), as die ooplus-pole, maar is optimaal gedemp⁴. Bereken die gewenste geslotelus-pool-posisies, en bereken dan die gewenste karakteristieke vergelyking, $\Delta_{CL}(s)$.
5. Design a regulator with the desired closed-loop pole locations by calculating the feedback gain vector \mathbf{k} by hand. Verify your answer using the Matlab commands `acker` and `place`⁵.
 Ontwerp 'n reguleerder met die gewenste geslotelus-pool-posisies deur die terugvoeraanwinst-vektor \mathbf{k} met die hand te bereken. Bevestig jou antwoord deur die Matlab-bevele `acker` en `place`⁶ te gebruik.
6. Build the regulator in Simulink by adding the feedback gain to the plant model. Test the regulator by setting the initial conditions to $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ and observing the output y and plant input u .
 Bou die reguleerder in Simulink deur die terugvoeraanwinst by die aanleg-model te voeg. Toets die reguleerder deur die begin-toestande na $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ te stel en die uittree y asook die aanleg-intree u te beskou.
7. Design a feedforward gain N for the reference input r such that the output y will follow the reference r exactly in steady state. Now add the reference input to the Simulink model, set the initial conditions to zero, and apply a unit step to the reference input. Verify that the output y is equal to the reference r in steady state.
 Ontwerp 'n vorentoevoer-aanwinst N vir die verwysings-intree r sodat die uittree y die verwysing r presies sal volg in gestadigde toestand. Voeg nou die verwysings-intree by die Simulink-model, stel die begintoestande na nul, en wend 'n eenheids-trap op die verwysings-intree aan. Bevestig dat die uittree y gelyk is aan die verwysing r in gestadigde toestand.
8. Verify that closed-loop system satisfies the specifications by measuring the time-domain parameters of the step response in Simulink.
 Bevestig dat die geslotelus-stelsel die spesifikasies bevredig deur die tydgebied-parameters van die trapweergawe in Simulink te meet.
9. Set the reference input r in the Simulink model to zero and apply a disturbance torque of 1 N·m to the plant by adding a unit step at the plant input u . Simulate the system and observe the output. Explain your observations.
 Stel die verwysings-intree r in die Simulink-model na nul en wend 'n steur-draaimoment van 1 N·m aan op die aanleg deur 'n eenheids-trap by die aanleg-intree u te tel. Simuleer die stelsel en beskou die uittree. Verduidelik jou waarnemings.

³Damping is $\zeta = 0.7071$.

⁴Damping is $\zeta = 0.7071$.

⁵Matlab hint: type `help acker` or `help place` in the Matlab Command Window for information about these functions.

⁶Matlab-wenk: tik `help acker` of `help place` in die "Matlab Command Window" vir inligting oor hierdie funksies.

10. Set the disturbance torque of Question 9 to zero; that is, remove the disturbance torque. Redesign the feedback gain \mathbf{k} such that the closed-loop system is critically damped⁷ and the natural frequency ω_n of the closed-loop poles is twice that of the open-loop poles. Also recalculate the feedforward gain N . Implement the new compensator in Simulink and observe the step response of the closed-loop system as well as the plant input u . Compare the output y and input u to that of Question 6. Also compare the closed-loop pole locations to the open-loop pole locations as well as to the closed-loop pole locations of Question 6. What conclusion can you draw from these comparisons?

Stel die steur-draaimoment van Vraag 9 na nul, d.w.s. verwyder die steur-draaimoment. Herontwerp die terugvoeraanwinst \mathbf{k} sodat die geslotelus-stelsel krities gedemp is⁸ en die natuurlike frekwensie ω_n van die geslotelus-pole dubbeld dié van die ooploop-pole is. Herbereken ook die vorentoevoer-aanwinst N . Implementeer die nuwe kompenseerder in Simulink en beskou die trapweergawe van die geslotelus-stelsel asook die aanleg-intree u . Vergelyk die uitree y en intree u met dié van Vraag 6. Vergelyk ook die geslotelus-pool-posisies met die van die ooploop-pool-posisies, asook met die geslotelus-pool-posisies van Vraag 6. Watter gevolgtrekking kan jy uit hierdie vergelykings maak?

⁷Damping is $\zeta = 1$.

⁸Damping is $\zeta = 1$.