



# UNIVERSITÀ DI PARMA

DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE E  
AZIENDALI

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN FINANZA E RISK MANAGEMENT

## DATA ENVELOPMENT ANALYSIS E FONDI COMUNI ITALIANI

Relatore:  
Giulio Tagliavini

Laureando:  
Walter Giannattasio

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

# Indice

<b>1 - INTRODUZIONE.....</b>	<b>3</b>
1.1 - VALUTAZIONE DEI FONDI COMUNI D'INVESTIMENTO .....	3
1.2 - INTRODUZIONE AL CONCETTO DI EFFICIENZA.....	5
1.3 - APPROCCIO DI FRONTIERA .....	7
1.4 - CONFRONTO TRA METODO PARAMETRICO E NON PARAMETRICO.....	8
1.4.1 - METODI PARAMETRICI DETERMINISTICI E STOCASTICI .....	8
1.4.2 - METODO NON PARAMETRICO: DATA ENVELOPMENT ANALYSIS .....	10
1.5 - CONCETTI FONDAMENTALI DELLA DEA.....	11
1.5.1 - MODELLI DEA NEL TEMPO.....	12
1.5.2 - PRINCIPALI VARIABILI DI UN MODELLO DEA .....	13
1.6 - MODELLO CRR .....	17
1.7 - ESTENSIONI E VARIANTI DELLA DEA.....	19
1.7.1 - IL MODELLO BCC.....	20
1.7.2 - ALTRI APPROCCI: METODO ADDITIVO E MOLTIPLICATIVO .....	20
1.8 - VANTAGGI E LIMITI DELL'APPROCCIO DEA .....	21
1.8.1 - VANTAGGI DELL'APPROCCIO DEA.....	21
1.8.2 - LIMITI DELL'APPROCCIO DEA .....	21
<b>2 - MATERIALI E METODI.....</b>	<b>23</b>
2.1 - CALCOLI E CONSIDERAZIONI.....	23
2.1.1 - DAL PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE FRAZIONARIA AL PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE .....	23
2.1.2 - INVARIANZA DELLE UNITÀ NEL MODELLO .....	27
2.1.3 - EFFICIENZA DELLE DECISION MAKING UNIT .....	28
2.1.4 - PRODUCTION POSSIBILITY SET DEL MODELLO .....	28
2.2 - DATASET .....	30
2.2.1 - FONTI DEI DATI.....	33
2.2.2.1 - SCELTA DEGLI INPUT .....	33
2.2.2.2 - SCELTA DELL'OUTPUT .....	35
2.2.2.3 - CALCOLO DEGLI INPUT E DEGLI OUTPUT.....	35
2.2.3 - ANALISI DESCRITTIVA DEGLI INPUT ED OUTPUT .....	44
2.2.4 - PERIODO DI ANALISI E CONTESTO MACROECONOMICO .....	49
<b>3 - RISULTATI.....</b>	<b>51</b>
3.1 - EFFICIENZA DEI FONDI .....	51
3.2 - COMBINAZIONI EFFICIENTI SULLA FRONTIERA VIRTUALE .....	53
<b>4 - DISCUSSIONE .....</b>	<b>58</b>
4.1 - CONFRONTO TRA I RISULTATI DEA E GLI INDICI TRADIZIONALI .....	58
4.2 - ANALISI DELLE IMPLICAZIONI DEI RISULTATI IN RELAZIONE AGLI ETF .....	69

<b>4.3 - DIFFERENZA DI EFFICIENZA TRA FONDI ESG E NEUTRALI .....</b>	<b>74</b>
<b><u>5 - CONCLUSIONI.....</u></b>	<b><u>77</u></b>
<b><u>BIBLIOGRAFIA.....</u></b>	<b><u>82</u></b>

# 1 - INTRODUZIONE

## 1.1 - Valutazione dei fondi comuni d'investimento

I fondi comuni d'investimento sono solitamente valutati sulla base dei rendimenti passati, i quali, tuttavia, non rappresentano in alcun modo una garanzia dei rendimenti futuri.

Nella letteratura accademica, per giungere a una valutazione della performance che non si basi esclusivamente sul rendimento dei fondi comuni, sono stati sviluppati diversi indici. Questi strumenti considerano intrinsecamente altre variabili, al fine di ottenere una valutazione più completa ed equilibrata. I più diffusi, ed utilizzati sono:

- Indice di Sharpe(Sharpe, 1966);
- Indice di Treynor(Treynor, 1964);
- Alfa di Jensen(Jensen, 1968)

Questi strumenti di valutazione della performance finanziaria misurano il rendimento atteso in eccesso del portafoglio rispetto a un benchmark di riferimento, tenendo conto del rischio associato. Tuttavia, ciascuno di essi adotta metodologie e approcci differenti. Gli indici di Sharpe e Treynor rappresentano rapporti, rispettivamente, tra il rendimento atteso in eccesso del portafoglio e la sua volatilità (misurata dalla deviazione standard) o il rischio sistematico (beta). In questo modo sintetizzano sia il rendimento atteso sia il rischio in un unico indicatore.

L'alfa di Jensen, invece, non è un rapporto ma una differenza: misura l'extra rendimento effettivo ottenuto dal portafoglio rispetto a quello atteso, calcolato in base al rischio sistematico attraverso il modello CAPM. Si distingue quindi per valutare la sovraperformance o la sottoperformance del portafoglio senza rapportare direttamente il rendimento atteso al rischio, ma isolandone l'eccesso rispetto a un benchmark teorico.

I limiti nella valutazione delle performance di portafoglio tramite questi indici sono:

1. La scelta appropriata del benchmark per il confronto;
2. Il ruolo del market timing;
3. L'esclusione di considerazione dei costi di transazione;

Inoltre, nonostante rappresentino un miglioramento rispetto all'analisi basata unicamente sul rendimento ottenuto, continuano ad ignorare i costi di sottoscrizione e di rimborso richiesti dall'investimento, che, se pur indirettamente rispetto al valore della quota del fondo, contribuiscono a determinare il rendimento complessivo.

Per includere le commissioni d'ingresso dell'investimento, si può utilizzare una metodologia di misurazione della performance che consenta di valutare l'efficienza di un'unità decisionale in presenza di più input e output: Data Envelopment Analysis, abbreviata DEA, proposta da Charnes, Cooper e Rhodes nel 1978. Inizialmente sviluppata per misurare l'efficienza relativa di attività del settore pubblico e organizzazioni senza scopo di lucro è stata successivamente applicata anche a molte aziende orientate al profitto, come filiali bancarie. Diverse applicazioni di questa tecnica sono presentate in Charnes et al.(1994).

La metodologia DEA misura relativa di performance che non richiede la specificazione di un benchmark e incorpora i costi di transazione. Verrà dunque utilizzata per definire il grado di efficienza dei fondi comuni, prendendo in considerazione molteplici input, in particolare diverse misure di rischio e i costi d'investimento.

Pionieri dell'applicazione della DEA in ambito finanziario risale a Murthi et al. (1997), che tramite l'indice DPEI, DEA Portfolio Efficiency Index, hanno considerato i costi d'investimento nella definizione di un indice di performance dei fondi comuni. La tecnica DEA consente inoltre di identificare, per ciascun fondo inefficiente, un insieme corrispondente di fondi efficienti (il peer group),

che rappresenta un portafoglio composito visto come un particolare benchmark e caratterizza lo stile del portafoglio.

Infine, è stata effettuata un'applicazione empirica basata sui dati del mercato finanziario italiano per testare l'applicabilità e le proprietà degli indici DEA proposti e confrontare i risultati con quelli ottenuti con gli indici di performance tradizionali.

## **1.2 - Introduzione al concetto di efficienza**

Il concetto di efficienza si riferisce alla capacità di un'impresa di utilizzare in modo ottimale le risorse a disposizione, ossia gli input, per generare output. Secondo Farrell(1957), l'efficienza complessiva può essere scomposta in due componenti fondamentali: l'efficienza tecnica (o technical efficiency) e l'efficienza allocativa (o price efficiency).

L'efficienza tecnica si concentra sulla capacità di un'impresa di massimizzare il livello di output a partire da un determinato set di input, considerando il rapporto di sostituzione tra tali risorse. Nella letteratura economica emergono principalmente due definizioni di efficienza tecnica:

-La prima definizione, proposta da Koopmans(1951), un produttore si considera tecnicamente efficiente quando non è possibile migliorare la produzione di un output senza compromettere un altro output o incrementare l'uso di almeno un input. Allo stesso modo, un produttore è efficiente se non è possibile ridurre l'utilizzo di un input senza dover aumentare l'uso di un altro input o diminuire la produzione di un output;

-La seconda definizione, introdotta da Debreu(1951) e successivamente ampliata da Farrell(1957), è nota come la "misura Debreu-Farrell". In questa prospettiva, l'efficienza tecnica orientata all'input è definita come il complemento a uno della massima riduzione proporzionale di tutti gli input necessaria per produrre un dato livello di output. Al contrario, l'efficienza tecnica

orientata all'output si basa sulla massimizzazione proporzionale di tutti gli output mantenendo costante il livello degli input.

L'efficienza allocativa riguarda la capacità di un'impresa di combinare input e output nelle proporzioni ottimali, tenendo conto dei prezzi, o dei pesi, associati ai fattori produttivi disponibili. Essa riflette l'abilità dell'impresa nel massimizzare il risultato del processo produttivo sfruttando al meglio le opportunità offerte dal mercato, come i risparmi derivanti dall'acquisto di input o dalla vendita di output, che consentono di ottenere maggiori risorse a parità di spesa monetaria.

Sempre da Farrell(1957), l'efficienza tecnica può essere calcolata assumendo alcune ipotesi semplificatrici:

- l'impresa utilizza esclusivamente due fattori di produzione, indicati come  $x$  e  $y$ , per ottenere una singola unità di output;
- i rendimenti di scala sono considerati costanti;
- la funzione di produzione efficiente è nota e definita.

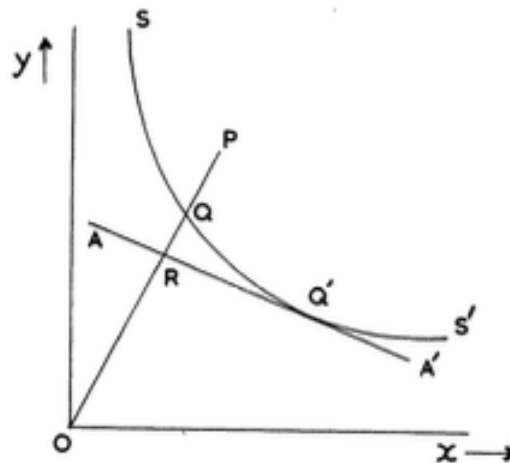


Figura 1: The Measurement of Productive Efficiency, Farrell(1957) – Efficienza tecnica ed allocativa

L'isoquanto  $SS'$  rappresenta le varie combinazioni tra i due fattori produttivi che un'impresa perfettamente efficiente dovrebbe utilizzare per produrre unità di output; il punto  $P$  rappresenta la combinazione dei due fattori che l'impresa

utilizza, mentre il punto Q individua un'impresa efficiente che usa i due fattori nelle stesse proporzioni di P. Si può notare che Q produce lo stesso output di P utilizzando, però, solo una frazione  $OQ/OP$  di ogni fattore. Perciò si definisce  $OQ/OP$  come l'efficienza tecnica(T) dell'impresa P. Come ricordato in precedenza, essa indica la capacità dell'impresa di ottenere il massimo output a partire da un dato insieme di input.

Inoltre, se  $AA'$  ha inclinazione pari al rapporto tra i prezzi dei due fattori produttivi,  $Q'$  e non Q è il metodo ottimale di produzione; infatti, sebbene entrambi i punti siano perfettamente efficienti dal punto di vista tecnico, i costi di produzione in corrispondenza di  $Q'$  sono solo una frazione  $OR/OQ$  di quelli in corrispondenza di Q.

Il rapporto  $OR/OQ$  si definisce efficienza allocativa(A) di Q; essa indica, la proporzione ottimale di utilizzo degli input dati i rispettivi prezzi.

Se l'impresa osservata fosse perfettamente efficiente, i suoi costi sarebbero una frazione  $OR/OP$  di quelli che sono realmente; perciò, il rapporto  $OR/OP$  viene definito efficienza complessiva(E). Essa è pari al prodotto tra efficienza tecnica ed efficienza allocativa.

Analiticamente, si ottiene:

$$E = \frac{OR}{OP} = \frac{OQ}{OP} * \frac{OR}{OQ} = T * A$$

Il punto di tangenza tra l'isoquante di produzione  $SS'$  e la retta  $AA'$ , ovvero il punto  $Q'$  è efficiente sia dal punto di vista tecnico che allocativo.

Le misure di efficienza sono state definite assumendo che la funzione di produzione efficiente sia conosciuta.

### 1.3 - Approccio di frontiera

Approcci di frontiera definiscono un limite teorico di efficienza che rappresenta il massimo output ottenibile per un dato livello di input, o il minimo input richiesto per un determinato livello di output. Le unità produttive vengono valutate



rispetto a questa frontiera, identificando quelle efficienti, che giacciono sulla frontiera, e quelle inefficienti, poste al di sotto della frontiera.

## **1.4 - Confronto tra metodo parametrico e non parametrico**

Negli approcci parametrici, la frontiera di produzione è espressa tramite una funzione matematica predefinita, che contiene un numero fisso di parametri da stimare. Questi metodi presuppongono che la forma della funzione di produzione sia nota a priori o possa essere stimata statisticamente. Il principale vantaggio di questo approccio è che le ipotesi riguardanti la forma della funzione possono essere testate attraverso analisi statistiche, e le relazioni tra input e output seguono modelli funzionali ben definiti. La funzione Cobb-Douglas è una delle forme funzionali più comunemente utilizzate, spesso stimata utilizzando la tecnica della regressione (vedi Cobb & Douglas, 1928).

Al contrario, negli approcci non parametrici, la frontiera di produzione è determinata direttamente dai dati osservati, senza fare assunzioni a priori sulla sua forma. In questo caso, la frontiera è costruita come l'involuppo dei dati, che soddisfa determinate proprietà di efficienza. Questi metodi, come la Data Envelopment Analysis (DEA), non richiedono la specificazione di una forma funzionale esplicita, ma piuttosto cercano la massima efficienza rispetto all'insieme di dati disponibili, rendendo l'approccio più flessibile rispetto ai metodi parametrici. La principale forza di questi approcci risiede nella capacità di gestire relazioni complesse senza doversi vincolare a un modello funzionale predefinito (vedi Charnes et al., 1978).

### **1.4.1 - Metodi parametrici deterministici e stocastici**

Le frontiere parametriche possono essere distinte in base alla presenza di elementi stocastici nella funzione matematica sottostante il modello.

Nelle frontiere parametriche deterministiche non si avanza alcuna ipotesi sul meccanismo di generazione dei dati e si assume assenza di errore stocastico:

la differenza fra produzione teorica ed osservata rappresenta l'inefficienza dell'unità produttiva. Quindi, le funzioni frontiera deterministiche afferiscono che la deviazione di un'osservazione dal suo massimo teorico è attribuibile esclusivamente all'inefficienza aziendale, ossia alle scelte del produttore; tale specificazione non tiene conto di possibili shock casuali non controllabili specifici del processo produttivo.

Nelle frontiere parametriche stocastiche questa differenza viene invece scissa in due componenti: errore stocastico e misura dell'inefficienza. Quindi, riconosce che le deviazioni dalla frontiera possono essere giustificate da condizioni poste al di fuori del controllo del produttore.

In letteratura possiamo citare due studi rilevanti in merito alle frontiere di tipo parametrico, rispettivamente deterministiche e stocastiche:

- Frontiere deterministiche: queste frontiere non considerano alcun errore casuale. Tutte le deviazioni rispetto alla frontiera sono attribuite esclusivamente all'inefficienza tecnica. Un esempio classico è il Deterministic Frontier Model (DFM), introdotto da Aigner & Chu(1968), che assume una funzione di produzione predefinita. La misura dell'inefficienza è data dai residui della stima, con una procedura correttiva nota come Corrected Ordinary Least Squares (COLS) per eliminare eventuali deviazioni non coerenti con la teoria economica. Tuttavia, l'assunzione di assenza di rumore casuale può risultare restrittiva, poiché non tiene conto di shock esogeni o errori di misurazione.
- Frontiere stocastiche: introdotte successivamente da D. Aigner et al.(1977) con lo Stochastic Frontier Model (SFM), queste frontiere suddividono la deviazione rispetto alla frontiera in due componenti: una parte simmetrica attribuibile a errori di misurazione o shock esogeni, e una parte asimmetrica legata all'inefficienza. Questa scomposizione permette di considerare fattori casuali che influenzano le performance

delle unità produttive, fornendo una maggiore flessibilità rispetto alle frontiere deterministiche. Tuttavia, un limite di questo approccio risiede nella difficoltà di distinguere con precisione tra i due tipi di deviazione.

#### **1.4.2 - Metodo non parametrico: Data Envelopment Analysis**

I metodi non-parametrici si basano sulla costruzione di un sistema di riferimento rispetto al quale valutare le singole osservazioni inerenti alle performance delle unità produttive, indicate come Decision Making Units, ed abbreviate DMU, costituenti il campione di analisi. Essi non necessitano di ipotesi a priori sulle caratteristiche del parametro preso a riferimento, ipotesi caratteristica della statistica parametrica; in particolare non si assume l'ipotesi che i dati provengano da una popolazione normale o gaussiana.

L'approccio non-parametrico risulta flessibile nella fase di costruzione della frontiera efficiente, non facendo riferimento a nessun modello teorico che specifichi la forma funzionale della frontiera attraverso la predeterminazione di un numero prefissato di parametri che spiegano l'insieme di produzione.

I metodi non-parametrici presentano poche assunzioni e non formulano ipotesi sulla forma della funzione che genera la frontiera di produzione e sulla posizione che le osservazioni assumono rispetto ad essa. Non viene fatta alcuna ipotesi probabilistica in merito alla metodologia di raccolta dei dati, considerando tale metodologia come descrittiva e non inferenziale (Coelli et al., 2005).

Inoltre, le funzioni di produzione di molte imprese non sono conosciute, per questo, a priori, non può essere fatta alcuna assunzione sulla forma della funzione di produzione, e quindi i metodi non parametrici risultano maggiormente efficaci alla stima dell'efficienza delle DMU, e alla modellazione del campione oggetto di analisi.

Una funzione di produzione efficiente può essere costruita empiricamente, utilizzando le osservazioni degli input e degli output di un campione di imprese.

È stata proprio questa l'innovazione proposta da Farrell(1957) e accolta successivamente dai teorizzatori della Data Envelopment Analysis Charnes et al.(1978).

## **1.5 - Concetti fondamentali della DEA**

La Data Envelopment Analysis (DEA) è una metodologia non parametrica utilizzata per valutare la performance relativa di unità decisionali (Decision-Making Units, DMU), come aziende, scuole o ospedali, che utilizzano risorse multiple, input, per produrre risultati, output.

La DEA si basa sulla risoluzione di un problema di programmazione lineare, derivato da un modello di programmazione frazionario, per determinare il grado di efficienza tecnica delle DMU del campione analizzato.

Questo approccio estende la misura dell'efficienza tecnica introdotta da Farrell(1957), originariamente limitata al caso di un singolo input e un singolo output. Grazie alla DEA, è possibile includere scenari più complessi, multi-input e multi-output, rendendola una metodologia flessibile e vicina alla realtà dei processi produttivi. Infatti, nella realtà economica, i processi produttivi utilizzano una varietà di input per generare uno o più output.

La complessità di questa estensione risiede nella ponderazione delle variabili quantitative, poiché spesso si tratta di variabili dimensionalmente differenti.

Nei modelli DEA, che verranno presentati di seguito, si considerano  $n$  unità produttive, le DMU, indicate con  $j = 1, 2, \dots, n$ , ognuna delle quali utilizza  $m$  input,  $v_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ; per produrre, tramite un determinato processo produttivo,  $t$  output,  $u_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, t$ .

Il metodo DEA consente di attribuire pesi variabili agli input e agli output, rappresentati rispettivamente da  $v_i$  e  $u_r$ , per calcolare un indice di efficienza per ciascuna DMU.

Questo approccio è stato originariamente sviluppato da Charnes et al.(1978) che hanno introdotto il modello CCR per valutare l'efficienza relativa delle DMU. I pesi non sono fissi, ma vengono derivati direttamente dalle osservazioni e

scelti in modo da massimizzare gli indici di efficienza “output/input” per ogni unità relativamente alle altre nel campione. Per garantire la validità del modello, i pesi devono essere positivi o almeno non negativi, e l'indice di efficienza relativa risultante deve essere compreso tra zero e uno.

Grazie a queste caratteristiche, il metodo DEA si adatta facilmente a diverse situazioni e ambiti applicativi. A differenza delle tecniche parametriche, non richiede una descrizione dettagliata del processo produttivo, né fa ipotesi probabilistiche sulla metodologia di raccolta dati o sulla forma della funzione di produzione. Questo carattere descrittivo della DEA, in quanto modello non parametrico, è stato discusso da Coelli et al.(2005), che sottolineano la sua utilità per misurare l'efficienza empirica delle DMU.

### **1.5.1 - Modelli DEA nel tempo**

La Data Envelopment Analysis (DEA) si è evoluta nel tempo, portando allo sviluppo di diversi modelli, ognuno caratterizzato da specifiche ipotesi e approcci distintivi. Di seguito, vengono evidenziate le peculiarità principali dei modelli più significativi:

1. Modello CCR (Charnes et al., 1978): si basa sull'assunzione di rendimenti di scala costanti (CRS), valutando l'efficienza complessiva delle DMU; utilizza input e output virtuali, ovvero le aggregazioni pesate degli input e output, per stimare il livello di efficienza; permette di identificare le fonti di inefficienza, offrendo un quadro completo delle prestazioni delle unità analizzate.
2. Modello BCC (Banker et al., 1984): introduce l'ipotesi di rendimenti di scala variabili (VRS), distinguendo l'efficienza tecnica “pura” dall'efficienza di scala; è particolarmente utile per analisi in cui la dimensione delle DMU può influenzare l'efficienza complessiva, consentendo una stima più dettagliata delle performance. Infatti, una DMU potrebbe risultare inefficiente non per un cattivo utilizzo delle risorse, ma perché opera a una scala troppo grande (diseconomie di scala) o troppo piccola (economie di scala).

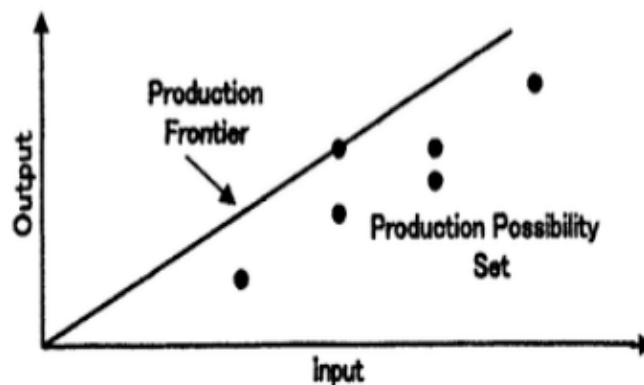
3. Modello Moltiplicativo(Charnes et al., 1982): basato su una frontiera log-lineare a tratti o su una rappresentazione a tratti in forma di Cobb-Douglas, questo modello utilizza una struttura matematica differente per descrivere la relazione tra input e output; offre un'alternativa alla frontiera lineare dei modelli CCR e BCC, adattandosi meglio a determinati contesti di analisi.
4. Modello Additivo (Charnes et al., 1985): si concentra sull'analisi dell'inefficienza, evidenziando quanto e come ciascuna DMU si discosti dall'efficienza ottimale in termini di input e output; collega i risultati dell'efficienza al concetto economico di Pareto-ottimo, come interpretato nei lavori di Koopmans(1951), offrendo una prospettiva economica più ampia sull'analisi.

### **1.5.2 - Principali variabili di un modello DEA**

Le principali caratteristiche alternative dei modelli DEA teorizzati, riguardano la tipologia di rendimenti di scala ed il tipo di orientamento con cui si valutano le DMU.

Per quanto riguarda la tipologia di rendimenti di scala, i modelli DEA possono assumere rendimenti di scala costanti (CRS) o variabili (VRS):

-I rendimenti di scala costanti (CRS), da Charnes et al.(1978), assumono che un aumento proporzionale di tutti gli input comporti un aumento proporzionale degli output.



*Figura 2: Measuring the efficiency of decision making units, Charnes et al., 1978 – Rendimenti di scala costanti*

-I rendimenti di scala variabili (VRS), da Banker et al.(1984), invece, descrivono una situazione in cui la proporzionalità tra input e output di una DMU non è costante al variare della scala produttiva. Aumentando proporzionalmente tutti gli input, gli output non aumentano nella stessa proporzione. Si parla di economia di scala, ossia rendimenti di scala crescenti, si intende che aumentando gli input di una certa percentuale, gli output crescono in misura maggiore, grazie a una maggiore efficienza. Viceversa, rendimenti di scala decrescenti, diseconomia di scala, un aumento degli input porta a un aumento inferiore degli output, spesso a causa di inefficienze legate alla crescita eccessiva. Infine, i ritorni di scala costanti locali si verificano quando la relazione tra input e output rimane proporzionale in alcune fasi operative, ma può cambiare passando a rendimenti crescenti o decrescenti a seconda della scala raggiunta.

Si parla di efficienza tecnica pura, che valuta la capacità di trasformare input in output senza considerare la scala; ed efficienza di scala, che valuta se la DMU sta operando alla dimensione più appropriata per massimizzare la produttività.

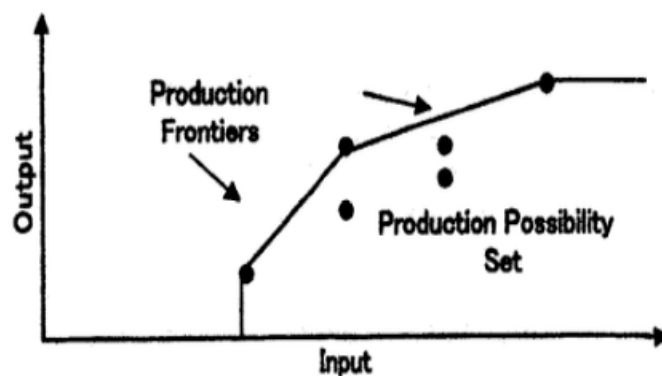


Figura 3: *Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*, Banker et al., 1984 – Rendimenti di scala variabili

Attraverso l'uso dei modelli DEA è possibile individuare le cause e calcolare l'ammontare dell'inefficienza delle DMU che non si trovano sulla frontiera, indicando i rimedi da apportare per diventare efficienti. Dopo il calcolo della frontiera efficiente formata dalle unità decisionali, DMU, con le migliori prestazioni e assegnano un indice di efficienza a ciascuna unità che non si trova sulla frontiera efficiente, in base alle loro distanze dalla frontiera efficiente stessa.

Per quanto riguarda il tipo di orientamento, un modello può essere input-oriented oppure output-oriented, a seconda dell'obiettivo dell'analisi:

- Nel caso di un approccio input-oriented, l'obiettivo è minimizzare gli input necessari per produrre un determinato livello di output, e quindi mantenendo costante la produzione. Questo approccio è utile quando si desidera valutare l'efficienza in termini di risparmio delle risorse.



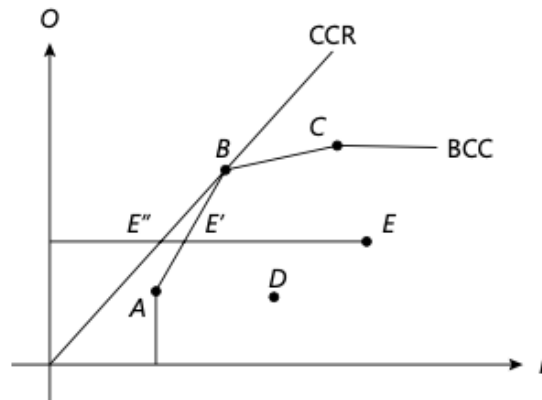


Figura 4: caso input-oriented per il modello CCR e BCC

-Un modello output-oriented mira a massimizzare l'output ottenibile a partire da un determinato livello di input. Questo orientamento è utile in contesti in cui l'obiettivo è posto sull'aumento della produttività dei processi a parità di risorse.

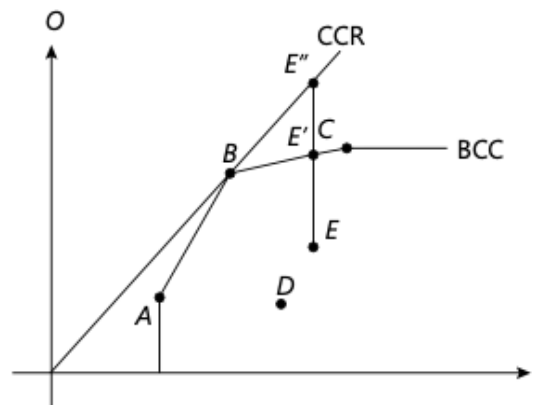


Figura 5: caso output-oriented per il modello CCR e BCC

La misura dell'efficienza è data dal rapporto tra output ed input:

$$\frac{\text{Output}}{\text{Input}}$$

Un'unità economica può risultare tecnicamente inefficiente, Farrell(1957), sia nel caso di input-oriented, sia nel caso di output-oriented. Si parla di input-

oriented quando la DMU spreca input in fase di produzione e di output-oriented quando, invece, dati gli input, non massimizza gli output

## 1.6 - Modello CRR

Il modello CCR è il primo dei modelli base della DEA, proposto da Charnes, Cooper e Rhodes nel 1978.

Nella DEA, ci si riferisce all'unità produttiva con l'abbreviazione DMU, che sta per Decision Making Unit. Una DMU è considerata come l'entità responsabile della conversione degli input in output, le cui prestazioni devono essere valutate.

Supponiamo che ci sono un numero  $n$  di DMU:  $DMU_1, DMU_2, \dots, DMU_n$ .

Gli elementi di input e output per ciascuno di questi  $j = 1, \dots, n$  DMU sono selezionati in base a queste assunzioni:

1. Sono disponibili dati numerici per ogni ingresso e uscita, posto che i dati siano positivi per tutte le DMU;
2. I rendimenti di scala sono costanti(CRS);
3. Tutti gli input e tutti gli output sono ricondotti ad un singolo input virtuale e ad un singolo output virtuale, espressi come somma pesata degli input e degli output;
4. I pesi devono essere non negativi ed il rapporto per tutte le DMU deve essere maggiore di 1

Si suppone che ogni DMU usi un ammontare  $m$  di input per produrre un ammontare  $t$  di output.

Dunque, la serie di input è  $i = 1, \dots, m$ ;

mentre la serie di output è  $r = 1, \dots, t$ .

Di conseguenza si avranno le seguenti matrici di input ( $X$ ) e di output ( $Y$ ):

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{t1} & \cdots & y_{tn} \end{pmatrix}$$

dove  $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}$  sono gli input e  $y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{tj}$  sono gli output della  $j$ -esima DMU.

Per ogni DMU, indichiamo i pesi sia per gli input  $v_i$ , che per gli output  $u_r$ , necessari per ricondurre ad ogni DMU <sub>$j$</sub>  un unico input ed output virtuale, calcolato tramite la sommatoria degli input ponderata per il peso di ognuno, similmente per l'output:

$$\text{virtual input} = v_1 x_{1j} + \dots + v_m x_{mj}$$

$$\text{virtual output} = u_1 y_{1j} + \dots + u_t y_{tj}$$

quindi si determina il peso utilizzando la programmazione lineare (LP), in modo da massimizzarne il rapporto:

$$\frac{\text{virtual output}}{\text{virtual input}}$$

Considerando gli input e gli output, l'efficienza di ogni DMU viene calcolata attraverso  $n$  ottimizzazioni, una per ciascuna DMU da valutare. In ciascuna ottimizzazione, l'efficienza di una DMU viene determinata come:

$$\theta = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

Ad ogni DMU viene assegnato un set di pesi  $u_r$ , per gli output e,  $v_i$ , per gli input, ottimali, che invece di essere predefiniti, vengono determinati direttamente dai dati. Questi valori sono calcolati dal modello per massimizzare il rapporto di

efficienza e possono variare da una DMU all'altra, per cui si cerca di ottimizzare il proprio indice di efficienza.

Se un input è abbondante, il modello tende a ridurre il peso associato a quel fattore, poiché l'eccessiva disponibilità di input diminuisce il suo impatto sull'efficienza della DMU. Al contrario, se un output è difficile da ottenere o scarso, il modello assegna un peso maggiore a quel risultato per evidenziarne il valore.

I pesi non possono essere negativi, poiché non sarebbe sensato attribuire valori negativi agli input o agli output. La selezione dei pesi, inoltre, deve garantire anche che, quando applicati alle altre DMU, i loro indici di efficienza non superino mai 1. Si parla, quindi, di efficienza relativa, dove una DMU è considerata efficiente solo se la sua performance non può essere migliorata senza compromettere altri fattori, in confronto alle altre DMU.

## **1.7 - Estensioni e varianti della DEA**

La DEA, pur essendo un modello robusto per l'analisi dell'efficienza, presenta diverse estensioni e varianti che ne ampliano l'applicabilità e ne migliorano la capacità di rappresentare scenari complessi. Tra le principali varianti, il metodo BCC (Banker, Charnes, e Cooper) introduce una modifica al modello CCR, permettendo di analizzare l'efficienza in condizioni di rendimenti di scala variabili, una caratteristica particolarmente utile quando le DMU operano con diverse scale produttive.

Inoltre, esistono approcci additivi e moltiplicativi che propongono formulazioni alternative per il calcolo dell'efficienza, con specifiche peculiarità nella gestione degli scarti e nella definizione degli obiettivi di ottimizzazione. Questi modelli offrono nuove prospettive nell'analisi delle DMU, adattandosi a situazioni in cui il modello CCR potrebbe risultare limitato. Nei paragrafi successivi, si esamineranno in dettaglio queste varianti, evidenziandone le caratteristiche distintive e le potenzialità applicative.

### **1.7.1 - Il modello BCC**

Il modello BCC, da Banker, Charnes, e Cooper(1984), è una delle principali estensioni della DEA e si distingue dal modello CCR in quanto tratta i rendimenti di scala in modo variabile. A differenza del modello CCR, che assume le DMU operino sotto rendimenti di scala costanti, il modello BCC considera la possibilità che le DMU possano operare in un contesto in cui i rendimenti di scala non necessariamente costanti, ma possano variare a seconda della dimensione e dell'efficienza produttiva della singola unità. Questa differenza è rilevante per l'analisi delle organizzazioni che operano su scale produttive differenti, poiché il modello BCC consente di ottenere stime più realistiche dell'efficienza quando la relazione tra input e output non è lineare (Banker et al., 1984). Infatti, l'introduzione della variabilità nei rendimenti di scala consente una valutazione più precisa dell'efficienza per DMU che operano in ambienti dinamici e diversificati.

Algebricamente, il modello BCC introduce un vincolo ulteriore rispetto al modello CCR, che permette di analizzare le DMU in relazione ai loro rendimenti di scala. Questa modifica consente di ottenere una valutazione dell'efficienza considerando la possibilità che alcune DMU possano beneficiare di economie di scala crescenti, mentre altre possano trovarsi in una situazione di economie di scala decrescenti.

### **1.7.2 - Altri approcci: metodo additivo e moltiplicativo**

Oltre ai modelli CCR e BCC, esistono altri approcci per valutare l'efficienza tramite DEA, tra cui i modelli additivo e moltiplicativo. Questi metodi si differenziano per la formulazione matematica e per l'approccio con cui trattano le relazioni tra input e output.

Nel modello additivo (Charnes et al., 1985) l'efficienza viene valutata attraverso la somma degli slacks degli input e degli output. A differenza dei modelli CCR e BCC, impone la condizione che la somma degli scarti, slacks, deve essere

minimizzata. Questo approccio è particolarmente utile quando si desidera una valutazione più diretta delle inefficienze a livello di input e output, evitando l'introduzione di pesi relativi come nel modello primale CCR. L'approccio additivo è considerato vantaggioso in situazioni in cui gli slacks devono essere analizzati separatamente, senza che questi influenzino il rapporto di efficienza.

Il modello moltiplicativo (Charnes et al., 1982), invece, è un approccio che si basa sulla moltiplicazione dei fattori di efficienza piuttosto che sulla somma. In questo caso, la funzione obiettivo cerca di massimizzare un prodotto di efficienza, permettendo una valutazione in termini di risultati relativi tra DMU. Questo modello è utile per applicazioni in cui le relazioni tra input e output possono essere meglio rappresentate da un prodotto piuttosto che da una somma.

## **1.8 - Vantaggi e limiti dell'approccio DEA**

### **1.8.1 - Vantaggi dell'approccio DEA**

La DEA presenta diversi vantaggi rispetto ai metodi tradizionali:

1. Non parametricità, infatti non richiede l'utilizzo di modelli teorici come benchmark, ma misura la performance relativa ai migliori fondi all'interno della stessa categoria;
2. Inclusione dei costi di transazione, analizzando in contemporanea rendimento, costi di gestione e rischio;
3. Analisi multi-input/output, consentendo di considerare più di un singolo input ed output per l'analisi;
4. Misura dettagliata dell'efficienza, DEA fornisce un indice specifico per ogni fondo, identificando l'inefficienza e suggerendo miglioramenti.

### **1.8.2 - Limiti dell'approccio DEA**

I limiti che persistono nella metodologia DEA sono:

1. Sensibilità alla dimensione del campione, infatti, in un campione ristretto con poche unità decisionali, molte DMU possono risultare efficienti semplicemente perché non c'è sufficiente discriminazione. Questo rende il metodo meno utile in contesti con campioni piccoli;
2. L'efficienza misurata è relativa, ovvero rispetto ai dati osservati nel dataset, non un'efficienza assoluta. Pertanto, se tutti i DMU analizzati sono relativamente inefficienti, la DEA potrebbe comunque designarne alcuni come efficienti, ma questa considerazione è strettamente riferita al campione in esame;
3. L'analisi rimane volubile al periodo selezionato per l'analisi del campione, e dell'andamento dei fondi d'investimento.

## 2 - MATERIALI E METODI

### 2.1- Calcoli e considerazioni

#### 2.1.1 - Dal problema di programmazione frazionaria al problema di programmazione lineare

Posto che la  $DMU_0$  sia l'unità per la quale si vuole valutare l'efficienza rispetto a tutte le altre  $DMU_j$ , si risolve il seguente problema di programmazione frazionaria (FP), attraverso il quale si otterranno i valori ottimi dei pesi di input  $v_i$ , dove  $i = 1, 2, \dots, m$ ; e dei pesi di output,  $u_r$ , dove  $r = 1, 2, \dots, t$ :

(FP<sub>0</sub>)

$$\max_{v,u} \theta = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (1.0)$$

s.v.

$$\frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \leq 1, j = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

$$v_r \geq \varepsilon \quad (1.2)$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad (1.3)$$

dove  $\varepsilon$  è un piccolo numero positivo conveniente che impedisce ai pesi di annullarsi ( $\varepsilon$  dovrebbe essere intesa come una costante non archimedea; vedi Charnes et al.(1994)).

L'obiettivo è massimizzare l'efficienza della  $DMU_0$ ,  $\theta$ , dato dal rapporto tra la somma dei pesi degli output ponderati e la somma dei pesi degli input ponderati. Il vincolo 1.1, indica che il rapporto dell'output virtuale rispetto all'input virtuale ha limite superiore pari a 1 per ogni DMU; i vincoli 1.2 e 1.3, stabiliscono che i pesi degli input e degli output devono essere non negativi.

Attraverso alcuni passaggi algebrici, è possibile trasformare il problema di programmazione frazionaria (FP) in un problema equivalente di programmazione lineare (LP), senza alterarne il risultato.



Consideriamo il caso input-oriented, dove si cerca di minimizzare gli input necessari per ottenere un dato livello di output.

Nel problema frazionario, il denominatore del vincolo  $FP_0$ , specificato nella formula (1.1), rappresenta la somma pesata degli input dell'unità decisionale  $DMU_0$  in esame, calcolata utilizzando i relativi pesi  $v_i$ . Sotto l'assunzione che gli input  $x_{ij}$  e i pesi  $v_i$  siano non negativi, tale denominatore risulta anch'esso non negativo per ogni  $j$ . Questa proprietà consente di moltiplicare entrambi i membri della disequazione 1.1 per il denominatore,

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

senza alterare il segno della stessa, e ottenere la seguente disequazione:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} * \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \leq 1 * \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

Semplificando, si giunge poi alla disequazione:

$$\sum_{r=1}^t v_r x_{r0} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \quad (1.4)$$

e quindi, il problema di programmazione frazionaria, ( $FP_0$ ) risulta essere equivalente a quello di programmazione lineare ( $LP_0$ ).

Ponendo poi il denominatore, per la  $DMU_0$  in esame, uguale ad 1 come segue:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

si arriva alla trasformazione del problema di programmazione frazionaria a quello di programmazione lineare. Infatti, il denominatore della funzione

obiettivo 1.0 uguale ad 1 viene impostato come vincolo del problema di programmazione lineare.

La soluzione  $LP_0$  si otterrà massimizzando il numeratore, sotto determinate condizioni:

( $LP_0$ )

$$\max_{u,v} \theta = \sum_{r=1}^t u_r y_{r0} \quad (1.5)$$

s.v.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (1.6)$$

$$\sum_{r=1}^t u_r y_{r0} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}, j = 1, \dots, n \quad (1.7)$$

$$v_r \geq \varepsilon \quad (1.8)$$

$$u_i \geq \varepsilon \quad (1.9)$$

Rispetto al problema di programmazione frazionario, l'obiettivo è ora massimizzare la somma dei pesi degli output ponderati; per quanto riguarda i vincoli, l'1.6 impone che la somma ponderata degli input deve essere pari a 1; l'1.7 garantisce che, per ogni unità decisionale  $DMU_j$ , la somma ponderata degli output non superi la somma ponderata degli input, ovvero che la frontiera efficiente deve dominare o coincidere con ogni unità decisionale  $DMU_j$ , e che nessuna unità può superare il limite di efficienza relativa stabilito da questa frontiera; l'1.8 e 1.9 sono analoghi all'1.2 e 1.3.

Posto che la soluzione ottimale della  $LP_0$  sia  $v=v^*$ ,  $u=u^*$  e il valore ottimale sia  $\theta^*$ , la soluzione  $v=v^*$  è ottimale anche per  $FP_0$ . Quindi i due problemi hanno la stessa soluzione ottimale  $\theta^*$

Come esplicitato da Basso & Funari(2001), *“questo problema ha  $t+m$  variabili (i pesi  $u_r$  e  $v_i$ , che devono essere trovate per massimizzare l'efficienza dell'unità target  $j=0$ ) e  $n+t+m+1$  vincoli. Il problema duale sarà utilizzato successivamente:*

$$\min z_0 - \varepsilon \sum_{r=1}^t s_r^+ - \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- \quad (2.0)$$

S.V.

$$x_{ij0}z_0 - s_i^- - \sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j = 0 \quad (2.1)$$

$$-s_r^+ + \sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j = y_{rj_0} \quad (2.2)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (2.3)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad (2.4)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad (2.5)$$

*Si può osservare che il modello CCR fornisce una superficie di produzione lineare a tratti che, in termini economici, rappresenta una frontiera di produzione: infatti, esso fornisce il massimo output ottenibile empiricamente da un'unità decisionale dato il suo livello di input; da un altro punto di vista, fornisce la quantità minima di input necessaria per ottenere i livelli di output dati.*

*Le misure di efficienza relativa delle unità decisionali rappresentano solo un tipo di informazione che deriva dalla metodologia DEA. In effetti, l'approccio DEA può anche suggerire alle unità inefficienti una "unità virtuale" che potrebbero imitare per migliorare la loro efficienza."*

La soluzione del modello duale consente quindi di identificare, per ogni unità inefficiente, un gruppo di unità efficienti corrispondenti, dette unità peer (vedi Boussofiane et al.(1991)). Le unità peer sono associate ai moltiplicatori, strettamente positivi, nella soluzione ottimale  $\lambda_j^*$ , ossia le variabili duali ottimali non nulle. Pertanto, per ogni unità inefficiente  $j_0$  è possibile costruire un'unità composta con output dato dalla somma ponderata  $\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j^*$ ,  $r = 1, \dots, t$ , e input dato dalla somma ponderata  $\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j^*$ ,  $i = 1, \dots, m$ , che supera le performance dell'unità  $j_0$  e si trova sulla frontiera efficiente.

Dal punto di vista finanziario, questa unità composta può essere vista come un benchmark per il fondo inefficiente  $j_0$ . Quest'ultimo potrebbe migliorare le proprie performance cercando di emulare il comportamento dell'unità composta efficiente. Questo portafoglio ottimale, ovvero efficiente, presenta un orientamento input/output simile a quello del fondo  $j_0$ , inefficiente. Pertanto,

conoscere la composizione corrispondente può essere utile per analizzare lo stile di gestione del portafoglio. Per approfondimenti sull'importanza di studiare lo stile di gestione di un portafoglio, vedi Sharpe(1992).

Infine, gli indici di efficienza DEA sono calcolati utilizzando il tasso di rendimento dei fondi comuni di investimento, il che implica che le unità decisionali siano scalate in base alla stessa quantità di capitale investito. Per questo motivo, è opportuno calcolare i moltiplicatori normalizzati secondo la seguente formula:

$$l_j = \frac{\lambda_j^*}{\sum_{k=1}^n \lambda_k^*} \quad (2.6)$$

che indica la composizione relativa del portafoglio di riferimento per ogni fondo inefficiente.

### **2.1.2 - Invarianza delle unità nel modello**

Il valore di efficienza relativa calcolato non viene influenzato dalla scala o dalle unità di misura adottate degli input e degli output, a condizione che vi sia coerenza nelle misurazioni. Questo principio conferisce alla metodologia DEA grande flessibilità, rendendola applicabile a contesti in cui gli input e gli output possono essere espressi in unità eterogenee, come quantità fisiche, valori monetari o percentuali, senza la necessità di preelaborazioni o tecniche di normalizzazione per uniformare le variabili di input e output analizzate.

Il valore ottimale di efficienza  $\theta^*$ , calcolato nel problema di programmazione frazionaria e nel corrispondente problema di programmazione lineare, rimane invariato rispetto alle unità di misura degli input e degli output.

Questa invarianza è dovuta alla natura frazionaria della funzione obiettivo, in cui sia il numeratore che il denominatore sono influenzati in modo proporzionale dalle variazioni nelle unità di misura. Questo rapporto frazionato consente di ottenere un valore di efficienza che dipende esclusivamente dal rapporto

relativo tra gli input e gli output per ciascuna DMU, indipendentemente dalle unità di misura utilizzate.

### **2.1.3 - Efficienza delle Decision Making Unit**

Nell'approccio input-oriented, una DMU è efficiente se il valore  $\theta^*$  è pari a 1, e se esiste almeno una soluzione ottimale con i pesi di input e output  $v^* > 0$  e  $u^* > 0$ . Una DMU è efficiente se sfrutta al massimo le risorse disponibili, in input, ottenendo il miglior risultato possibile, in output.

Quando una DMU non raggiunge tale livello di efficienza, viene definita inefficiente. Questo può verificarsi in due scenari:

1. Quando  $\theta < 1$ , ovvero la DMU non sta utilizzando i propri input in modo ottimale per produrre gli output desiderati, ottenendo meno rispetto a quanto sarebbe possibile con gli stessi input;
2. Quando  $\theta = 1$ , allora la DMU  $j$ -esima si trova sulla frontiera efficiente.

### **2.1.4 - Production Possibility Set del modello**

Il Production Possibility Set(P) rappresenta l'insieme delle combinazioni produttive possibili in un contesto di efficienza. È delimitato dallo spazio delle DMU che operano con la massima efficienza, cioè quelle che utilizzano la quantità minima di input per produrre una determinata quantità di output. Il set include tutte le possibili combinazioni di input e output che possono essere ottenute dalle DMU osservate, dove ogni coppia di valori  $x_j$  e  $y_j$  rappresenta l'attività di una specifica DMU.

Per definire formalmente questo insieme, i dati sono organizzati nelle matrici  $X = x_j$  e  $Y = y_j$ , che rappresentano rispettivamente gli input e gli output di ciascuna DMU.

La possibilità di produzione P può essere espressa tramite una formula che coinvolge un vettore  $\lambda$ , che rappresenta i pesi associati alle DMU nel set:

$$P = \{(x, y) \mid x \geq X\lambda, y \leq Y\lambda, \lambda \geq 0\}$$

Il vettore  $\lambda$  rappresenta un insieme di pesi che vengono attribuiti a ciascuna DMU. Questi pesi sono utilizzati per costruire una combinazione lineare delle DMU, ossia una sorta di “media ponderata” delle performance di altre DMU, che permette di confrontare l’efficienza della DMU in esame con quelle più efficienti. Il valore di  $\lambda_j$  indica quanto ciascuna DMU contribuisce a questa combinazione. Inoltre,  $\lambda$  è vincolato a essere non negativo, in modo che non sia possibile annullare una DMU o darle un peso negativo, garantendo che la combinazione lineare rappresenti sempre una somma ponderata positiva delle performance delle DMU.

Se una DMU risulta inefficiente, il modello cercherà di rappresentarla come una combinazione delle DMU più efficienti, attribuendo valori positivi alle DMU che vengono utilizzate per “replicare” la DMU inefficiente. Questo implica che la DMU inefficiente potrebbe ridurre i propri input per raggiungere un livello di output equivalente, sfruttando le risorse delle DMU efficienti. Al contrario, se una DMU è già efficiente, i pesi associati alle altre DMU nel vettore  $\lambda$  saranno anch’essi positivi, ma ciò indicherà che la DMU in esame sta già utilizzando in modo ottimale i propri input, senza bisogno di combinare altre DMU per migliorarne l’efficienza.

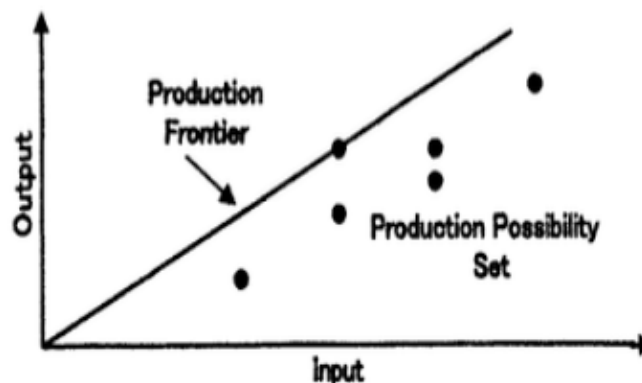


Figura 6: Measuring the efficiency of decision making units, Charnes et al., 1978 – Rendimenti di scala costanti

## 2.2 - Dataset

Il dataset utilizzato nell'analisi include un totale di 52 fondi comuni d'investimento, suddivisi in tre categorie, definite secondo la classificazione fornita da Morningstar:

- 22 fondi comuni d'investimento che investono in titoli azionari italiani, appartenenti alla categoria 'Azionario Italia';
- 15 fondi che investono in titoli obbligazionari governativi europei, classificati come 'Obbligazionario Governativo EUR';
- 15 fondi che rientrano nella categoria 'Bilanciati Moderati EUR'.

La scelta di queste tre categorie risponde all'obiettivo di dare continuità allo studio "A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance" di Basso & Funari(2001). L'approccio utilizzato in questo studio ha guidato sia la selezione dei fondi sia la configurazione metodologica del modello DEA.

Per determinare l'appartenenza di ciascun fondo a una specifica categoria, è stato utilizzato Morningstar come riferimento. Questo ha permesso di garantire uniformità e coerenza nella classificazione, evitando discrepanze dovute a criteri interpretativi soggettivi.

Tutti i fondi considerati sono a gestione attiva, e appartengono a case emittenti riconosciute, tra cui: AcomeA, Schroders, Symphonia, Algebris, Allianz, Amundi, Anima, Arca, Azimut, BNL, Eurizon, Fidelity, Fideuram, Mediolanum, Zenit, Schroder, Investimenti, Interfund, Fonditalia, Pictet, JPMorgan, BlueBay, DWS, BNP Paribas, Degroof Petercam, Epsilon, Euromobiliare, Generali, HSBC, iShares, Carmignac, Groupama, UBS, Xtrackers

Dal punto di vista geografico, i fondi azionari italiani includono esclusivamente strumenti titoli appartenente al mercato italiano, mentre i fondi obbligazionari governativi EUR sono composti da titoli emessi da governi europei, similmente

per i fondi appartenenti alla categoria 'Bilanciati Moderati EUR', i quali detengono titoli azionari ed obbligazionari esclusivamente di quest'area geografica. La scelta delle ultime due categorie è forzata dall'assenza sul mercato di fondi che permettano di investire in titoli obbligazionari emessi solo dal governo italiano, o in modo bilanciato su asset azionario ed obbligazionario italiani.

Tabella 1: fondo, relativo ISIN e categoria di appartenenza

Nome	ISIN	Asset Class
AcomeA PMITALIA ESG A1	IT0000390044	Azionario Italia
Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR	LU0106239527	Azionario Italia
Symphonia Azionario Small Cap Italia	IT0004464233	Azionario Italia
Algebris Core Italy R EUR Acc	IE00BF4RGB4	Azionario Italia
Allianz Azioni Italia All Stars A	IT0004287840	Azionario Italia
Amundi Impegno Italia B	IT0004253800	Azionario Italia
Amundi Sviluppo Attivo Italia A	IT0005245243	Azionario Italia
Anima Iniziativa Italia A	IT0005186041	Azionario Italia
Anima Italia A	IT0001040051	Azionario Italia
Arca Azioni Italia P	IT0000388907	Azionario Italia
Azimut Trend Italia	IT0001055158	Azionario Italia
Bnl Azioni Italia	IT0000382561	Azionario Italia
Eurizon Azioni Italia R	IT0001021192	Azionario Italia
Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-eur	LU0922333322	Azionario Italia
Fideuram Italia R	IT0000388147	Azionario Italia
Mediolanum Challenge Italian Equity Fund L Acc	IE0004905604	Azionario Italia
Mediolanum Flessibile Futuro Italia La	IT0001019329	Azionario Italia
Zenit Pianeta Italia R	IT0001070645	Azionario Italia
Schroder International Selection Fund Italian Equity A Accumulation Eur	LU0106238719	Azionario Italia
Investimenti Azionari Italia A	IT0001023628	Azionario Italia
Interfund Equity Italy	LU0074298604	Azionario Italia



Fonditalia Equity Italy R	LU0058495788	Azionario Italia
Pictet-eur Government Bonds I	LU0241467157	Obbligazionario Governativi EUR
AMUNDI EURO GOVERNMENT BOND - AE ©	LU1050470373	Obbligazionario Governativi EUR
Anima Tricolore A	IT0005186082	Obbligazionario Governativi EUR
JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D (acc)	LU0355584037	Obbligazionario Governativi EUR
BlueBay Funds - BlueBay Investment Grade Euro Government Bond Fund R EUR Acc	LU0549537040	Obbligazionario Governativi EUR
Dws Invest Euro-gov Bonds Nc	LU0145652649	Obbligazionario Governativi EUR
Bnp Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation	LU0111549217	Obbligazionario Governativi EUR
DPAM B Bonds Eur Govt W Cap	BE6246046229	Obbligazionario Governativi EUR
Epsilon Fund - Euro Bond Class Unit R Eur Accumulation	LU0367640660	Obbligazionario Governativi EUR
Euromobiliare Reddito A	IT0000382405	Obbligazionario Governativi EUR
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Dx	LU0145476817	Obbligazionario Governativi EUR
Hsbc Euro Gvt Bond Fund Hc	FR0000971293	Obbligazionario Governativi EUR
Ishares Euro Government Bond Index Fund (lu) F2 Eur	LU0836516103	Obbligazionario Governativi EUR
Jpmorgan Funds - Eu Government Bond Fund A (acc) - Eur	LU0363447680	Obbligazionario Governativi EUR
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Ex	LU0169250635	Obbligazionario Governativi EUR
Investimenti Bilanciati Internazionali C	IT0004941628	Bilanciati Moderati EUR
Anima Visconteo Plus A	IT0005158966	Bilanciati Moderati EUR
Anima Visconteo Plus AD	IT0005159006	Bilanciati Moderati EUR
Arca Economia Reale Bilan Italia 55 PIR	IT0005252686	Bilanciati Moderati EUR
Azimut Dinamico	IT0000384567	Bilanciati Moderati EUR
Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc	LU1744628287	Bilanciati Moderati EUR
Groupama Bilanciato - NC	FR0000995128	Bilanciati Moderati EUR
Eurizon Bilanciato Euro Multimanager	IT0000380300	Bilanciati Moderati EUR

Fideuram Bilanciato	IT0000382389	Bilanciati Moderati EUR
UBS (Lux) KSS Eur GrInc € P-acc	LU1038902331	Bilanciati Moderati EUR
Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A-Acc-EUR	LU0261950553	Bilanciati Moderati EUR
Dpam B - Balanced Flexible B	BE0940785794	Bilanciati Moderati EUR
Groupama Bilanciato - Ic	FR0010270314	Bilanciati Moderati EUR
Investimenti Bilanciati Internazionali A	IT0000382181	Bilanciati Moderati EUR
Ubs (lux) Key Selection Sicav - European Growth And Income (eur) Q-acc	LU1240794898	Bilanciati Moderati EUR

## 2.2.1 - Fonti dei dati

Per raccogliere i dati necessari all'analisi, sono state utilizzate piattaforme che rappresentano lo standard di garanzia ed affidabilità in ambito finanziario:

- Morningstar: utilizzata per classificare i fondi comuni secondo le loro categorie. Infatti, per ogni fondo la piattaforma rende disponibile i documenti principali che i gestori sono obbligati a redire, come il Key Investor Information Document (KIID). In questo documento è possibile reperire informazioni trasparenti in merito alle commissioni di ingresso, gestione e uscita, fondamentali per la selezione della variabile di input 'Commissione d'ingresso';
- Investing.com: per la raccolta delle serie storiche settimanali dei fondi nel periodo di analisi. La piattaforma ha garantito l'accesso ai dati necessari per il calcolo di indicatori come rendimento atteso, utilizzato come output, e gli indici di rischio, deviazione standard e Beta, utilizzati come input.

Sono stati selezionati esclusivamente fondi per i quali erano disponibili tutte le informazioni richieste, garantendo un dataset completo.

### 2.2.2.1 - Scelta degli input

Per l'analisi DEA dei fondi comuni, sono stati scelti tre input: la deviazione standard, il beta e le commissioni di ingresso:

- Deviazione standard, per misurare il rischio dei fondi, come suggerito da Markowitz(1952), intesa come la volatilità del loro rendimento. Per calcolarla, sono stati utilizzati i rendimenti logaritmici settimanali, poi annualizzati, di ogni fondo nel periodo di analisi. L'uso dei rendimenti logaritmici, rispetto ai rendimenti percentuali, consente di eliminare eventuali problemi derivanti dall'effetto composto e dalle variazioni percentuali non simmetriche, permettendo una misurazione più coerente e stabile nel tempo;
- Beta, scelto come misura del rischio sistematico del fondo, discusso da Sharpe(1964), ossia la sensibilità del fondo stesso rispetto ai movimenti di mercato. Per calcolarlo, è stata utilizzata la regressione lineare tra i rendimenti logaritmici settimanali del fondo e quelli dell'indice FTSE Italia All Share, interpretato come mercato, nel medesimo periodo di riferimento. Il beta, come indicatore di rischio sistematico, è utile per distinguere il rischio specifico del fondo da quello legato all'intero mercato. Un valore di beta superiore a 1 indica che il fondo tende a muoversi con una forza più intensa rispetto al mercato, mentre un valore inferiore a 1 suggerisce una minore sensibilità;
- Commissioni di ingresso, per misurare l'impatto dei costi sul rendimento netto per l'investitore. Questo dato è stato ricavato dai documenti KIID di ogni fondo, che riportano in dettaglio le commissioni applicabili. A differenza delle commissioni di gestione, che vengono prelevate direttamente dal valore della quota, le commissioni di ingresso sono un costo che l'investitore deve affrontare al momento dell'acquisto, che non impatta il capitale investito, ma rappresentano un costo necessario e accessorio alla sottoscrizione. È importante sottolineare che, per i fondi esaminati, non sono state considerate le commissioni di uscita, dato che nessun fondo del campione presentava tale voce di spesa, decaduta

rispetto al momento in cui è stata effettuata la ricerca di Basso & Funari(2001).

#### **2.2.2.2 - Scelta dell'output**

L'output utilizzato per l'analisi dei fondi comuni è il rendimento atteso, calcolato come il rendimento logaritmico annualizzato, ottenuto moltiplicando il rendimento settimanale logaritmico per 52, similmente allo studio condotto da Basso & Funari(2001). La scelta del rendimento logaritmico rispetto a quello percentuale, come per il calcolo degli indici degli input, risponde alla necessità di considerare i rendimenti in modo continuo e di evitare errori di accumulo, dovuti all'effetto composto, che si verifica con i rendimenti percentuali. Il rendimento atteso è stato scelto come output dato che rappresenta l'obiettivo primario per un investitore, il quale tende a concentrarsi sul rendimento futuro di un fondo in relazione al rischio assunto ed i costi sostenuti.

#### **2.2.2.3 - Calcolo degli input e degli output**

Di seguito riportiamo i passaggi algebrici che sono stati necessari per ogni input ed output in base alla metodologia precedentemente descritta.

Le commissioni di ingresso sono state riportate dal documento KIID emesso periodicamente dall'emittente del fondo:

Tabella 2: commissione d'ingresso percentuale di ogni fondo comune d'investimento

<b>Fondo</b>	<b>Commissione d'ingresso</b>
AcomeA PMITALIA ESG A1	4,00%
Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR	1,00%
Symphonia Azionario Small Cap Italia	4,00%
Algebris Core Italy R EUR Acc	3,00%
Allianz Azioni Italia All Stars A	2,00%

Amundi Impegno Italia B	3,00%
Amundi Sviluppo Attivo Italia A	2,00%
Anima Iniziativa Italia A	4,00%
Anima Italia A	4,00%
Arca Azioni Italia P	4,00%
Azimut Trend Italia	2,00%
Bnl Azioni Italia	2,00%
Eurizon Azioni Italia R	1,50%
Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-eur	5,25%
Fideuram Italia R	3,00%
Mediolanum Challenge Italian Equity Fund L Acc	3,00%
Mediolanum Flessibile Futuro Italia La	3,00%
Zenit Pianeta Italia R	2,00%
Schroder International Selection Fund Italian Equity A Accumulation Eur	5,00%
Investimenti Azionari Italia A	2,00%
Interfund Equity Italy	6,50%
Fonditalia Equity Italy R	3,80%
Pictet-eur Government Bonds I	5,00%
AMUNDI EURO GOVERNMENT BOND - AE ©	4,50%
Anima Tricolore A	1,00%
JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D (acc)	3,00%
BlueBay Funds - BlueBay Investment Grade Euro Government Bond Fund R EUR Acc	5,00%
Dws Invest Euro-gov Bonds Nc	1,50%
Bnp Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation	3,00%
DPAM B Bonds Eur Govt W Cap	2,00%
Epsilon Fund - Euro Bond Class Unit R Eur Accumulation	1,50%
Euromobiliare Reddito A	2,00%
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Dx	3,00%
Hsbc Euro Gvt Bond Fund Hc	2,00%
Ishares Euro Government Bond Index Fund (lu) F2 Eur	5,00%
Jpmorgan Funds - Eu Government Bond Fund A (acc) - Eur	3,00%
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Ex	2,00%
Investimenti Bilanciati Internazionali C	2,00%
Anima Visconteo Plus A	3,00%
Anima Visconteo Plus AD	3,00%

Arca Economia Reale Bilan Italia 55 PIR	3,00%
Azimut Dinamico	2,00%
Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc	4,00%
Groupama Bilanciato - NC	3,00%
Eurizon Bilanciato Euro Multimanager	1,50%
Fideuram Bilanciato	1,50%
UBS (Lux) KSS Eur GrInc € P-acc	4,00%
Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A- Acc-EUR	5,25%
Dpam B - Balanced Flexible B	2,00%
Groupama Bilanciato - Ic	3,00%
Investimenti Bilanciati Internazionali A	2,00%
Ubs (lux) Key Selection Sicav - European Growth And Income (eur) Q-acc	4,00%

La deviazione standard, da Markowitz (1952), è stata calcolata a partire dai rendimenti logaritmici settimanali,  $R_t$ , di ciascun fondo, calcolati come segue:

$$R_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (2.6)$$

dove  $P_t$  è il prezzo del fondo alla settimana  $t$ , e  $P_{t-1}$ , è il prezzo del fondo alla settimana precedente.

Successivamente, viene trovata la media dei rendimenti logaritmici:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad (2.7)$$

dove  $n$  è il numero totale di settimane nel periodo considerato.

Infine, si procede al calcolo della deviazione standard settimanale tramite la formula:

$$\sigma_{sett} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2} \quad (2.8)$$

e si annualizza come segue:

$$\sigma_{ann} = \sigma_{sett} * \sqrt{52} \quad (2.9)$$

Tabella 3: deviazione standard dei rendimenti logaritmici annualizzati per ogni fondo

Fondo	Deviazione Standard
AcomeA PMITALIA ESG A1	0,123
Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR	0,108
Symphonia Azionario Small Cap Italia	0,124
Algebris Core Italy R EUR Acc	0,086
Allianz Azioni Italia All Stars A	0,128
Amundi Impegno Italia B	0,117
Amundi Sviluppo Attivo Italia A	0,099
Anima Iniziativa Italia A	0,122
Anima Italia A	0,129
Arca Azioni Italia P	0,131
Azimut Trend Italia	0,134
Bnl Azioni Italia	0,138
Eurizon Azioni Italia R	0,130
Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-eur	0,103
Fideuram Italia R	0,133
Mediolanum Challenge Italian Equity Fund L Acc	0,124
Mediolanum Flessibile Futuro Italia La	0,114
Zenit Pianeta Italia R	0,103
Schroder International Selection Fund Italian Equity A Accumulation Eur	0,100
Investimenti Azionari Italia A	0,130
Interfund Equity Italy	0,129
Fonditalia Equity Italy R	0,131
Pictet-eur Government Bonds I	0,035
AMUNDI EURO GOVERNMENT BOND - AE ©	0,033
Anima Tricolore A	0,053
JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D (acc)	0,019

BlueBay Funds - BlueBay Investment Grade Euro Government Bond Fund R EUR Acc	0,024
Dws Invest Euro-gov Bonds Nc	0,020
Bnp Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation	0,018
DPAM B Bonds Eur Govt W Cap	0,021
Epsilon Fund - Euro Bond Class Unit R Eur Accumulation	0,017
Euromobiliare Reddito A	0,015
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Dx	0,020
Hsbc Euro Gvt Bond Fund Hc	0,019
Ishares Euro Government Bond Index Fund (lu) F2 Eur	0,034
Jpmorgan Funds - Eu Government Bond Fund A (acc) - Eur	0,019
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Ex	0,020
Investimenti Bilanciati Internazionali C	0,084
Anima Visconteo Plus A	0,048
Anima Visconteo Plus AD	0,049
Arca Economia Reale Bilan Italia 55 PIR	0,054
Azimut Dinamico	0,042
Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc	0,037
Groupama Bilanciato - NC	0,046
Eurizon Bilanciato Euro Multimanager	0,052
Fideuram Bilanciato	0,054
UBS (Lux) KSS Eur GrInc € P-acc	0,057
Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A- Acc-EUR	0,049
Dpam B - Balanced Flexible B	0,035
Groupama Bilanciato - Ic	0,046
Investimenti Bilanciati Internazionali A	0,071
Ubs (lux) Key Selection Sicav - European Growth And Income (eur) Q-acc	0,057

Il beta, da Sharpe(1964), è stato calcolato utilizzando la formula di regressione lineare che mette in relazione i rendimenti settimanali del fondo  $R_t$  con i rendimenti settimanali dell'indice di mercato  $R_m$ .



Si comincia dal calcolo dei rendimenti logaritmici per il fondo e per l'indice di mercato, e si procede trovando la media dei rendimenti settimanali per il fondo  $\bar{R}_f$ , e per l'indice  $\bar{R}_m$ , applicando, analogamente quanto esposto per la deviazione standard, le formule 2.6 e 2.7.

Successivamente, si passa al calcolo della covarianza tra rendimenti del fondo e rendimenti del mercato:

$$Cov(R_f, R_m) = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{f,t} - \bar{R}_f)(R_{m,t} - \bar{R}_m) \quad (3.0)$$

E la varianza dei rendimenti del mercato:

$$Var(R_m) = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{m,t} - \bar{R}_m)^2 \quad (3.1)$$

Infine, è possibile calcolare il beta secondo la formula:

$$\beta = \frac{Cov(R_f, R_m)}{Var(R_m)} \quad (3.2)$$

Tabella 4: Beta di ogni fondo comune d'investimento

Fondo	Deviazione Standard
AcomeA PMITALIA ESG A1	0,123
Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR	0,108
Symphonia Azionario Small Cap Italia	0,124
Algebris Core Italy R EUR Acc	0,086
Allianz Azioni Italia All Stars A	0,128
Amundi Impegno Italia B	0,117
Amundi Sviluppo Attivo Italia A	0,099
Anima Iniziativa Italia A	0,122
Anima Italia A	0,129
Arca Azioni Italia P	0,131
Azimut Trend Italia	0,134
Bnl Azioni Italia	0,138

Eurizon Azioni Italia R	0,130
Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-eur	0,103
Fideuram Italia R	0,133
Mediolanum Challenge Italian Equity Fund L Acc	0,124
Mediolanum Flessibile Futuro Italia La	0,114
Zenit Pianeta Italia R	0,103
Schroder International Selection Fund Italian Equity A Accumulation Eur	0,100
Investimenti Azionari Italia A	0,130
Interfund Equity Italy	0,129
Fonditalia Equity Italy R	0,131
Pictet-eur Government Bonds I	0,035
AMUNDI EURO GOVERNMENT BOND - AE ©	0,033
Anima Tricolore A	0,053
JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D (acc)	0,019
BlueBay Funds - BlueBay Investment Grade Euro Government Bond Fund R EUR Acc	0,024
Dws Invest Euro-gov Bonds Nc	0,020
Bnp Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation	0,018
DPAM B Bonds Eur Govt W Cap	0,021
Epsilon Fund - Euro Bond Class Unit R Eur Accumulation	0,017
Euromobiliare Reddito A	0,015
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Dx	0,020
Hsbc Euro Gvt Bond Fund Hc	0,019
Ishares Euro Government Bond Index Fund (lu) F2 Eur	0,034
Jpmorgan Funds - Eu Government Bond Fund A (acc) - Eur	0,019
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Ex	0,020
Investimenti Bilanciati Internazionali C	0,084
Anima Visconteo Plus A	0,048
Anima Visconteo Plus AD	0,049
Arca Economia Reale Bilan Italia 55 PIR	0,054
Azimut Dinamico	0,042
Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc	0,037
Groupama Bilanciato - NC	0,046
Eurizon Bilanciato Euro Multimanager	0,052
Fideuram Bilanciato	0,054
UBS (Lux) KSS Eur GrInc € P-acc	0,057

Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A-Acc-EUR	0,049
Dpam B - Balanced Flexible B	0,035
Groupama Bilanciato - Ic	0,046
Investimenti Bilanciati Internazionali A	0,071
Ubs (lux) Key Selection Sicav - European Growth And Income (eur) Q-acc	0,057

Il rendimento atteso è stato calcolato a partire dai rendimenti logaritmici settimanali  $R_t$  di ciascun fondo, anche in questo caso si è proceduto all'applicazione delle formule 2.6 e 2.7 per ogni fondo.

Infine, per riportare su base annuale i rendimenti settimanali, la media settimanale è stata moltiplicata per il numero di settimane in un anno:

$$R_{ann} = \bar{R}_{sett} * 52 \quad (3.3)$$

Tabella 5: rendimento logaritmico annuo atteso di ogni fondo comune d'investimento

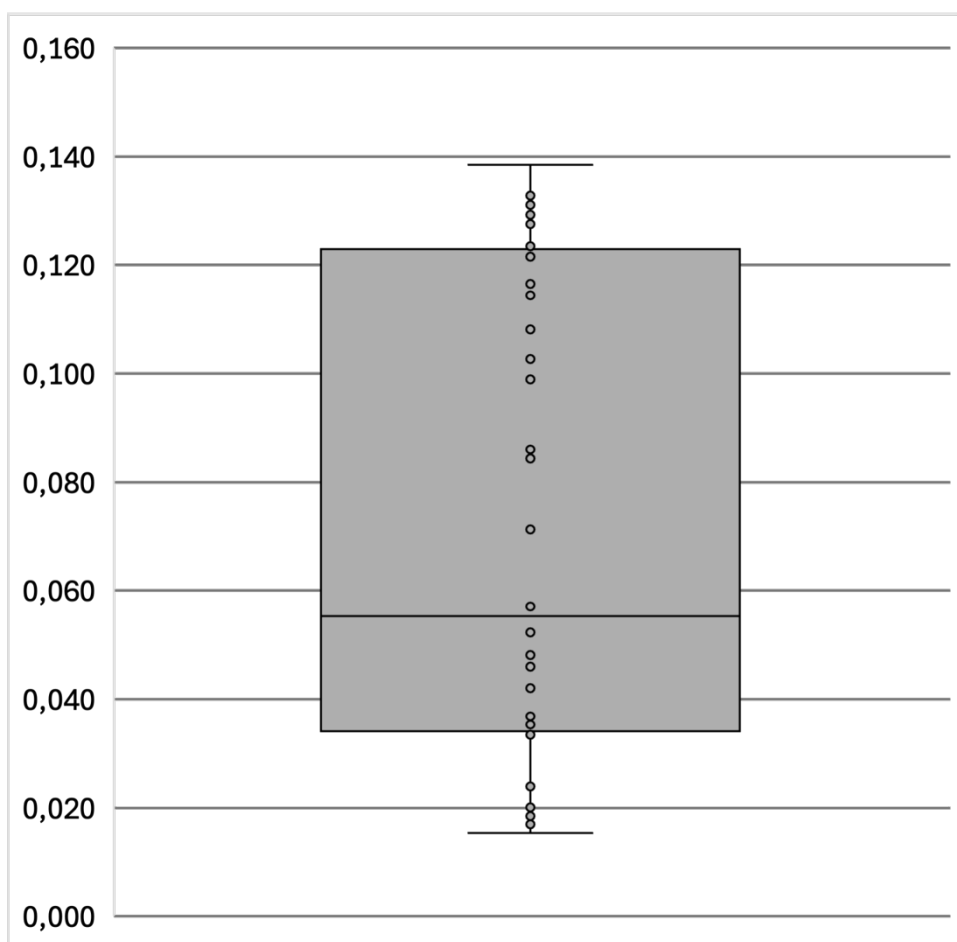
Fondo	Rendimento Atteso
AcomeA PMITALIA ESG A1	0,0694
Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR	0,0664
Symphonia Azionario Small Cap Italia	0,0789
Algebris Core Italy R EUR Acc	0,0878
Allianz Azioni Italia All Stars A	0,0487
Amundi Impegno Italia B	0,0489
Amundi Sviluppo Attivo Italia A	0,0539
Anima Iniziativa Italia A	0,0579
Anima Italia A	0,0485
Arca Azioni Italia P	0,0480
Azimut Trend Italia	0,0479
Bnl Azioni Italia	0,0434
Eurizon Azioni Italia R	0,0579
Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-eur	0,0658
Fideuram Italia R	0,0708

Mediolanum Challenge Italian Equity Fund L Acc	0,0461
Mediolanum Flessibile Futuro Italia La	0,0468
Zenit Pianeta Italia R	0,0454
Schroder International Selection Fund Italian Equity A Accumulation Eur	0,0640
Investimenti Azionari Italia A	0,0491
Interfund Equity Italy	0,0595
Fonditalia Equity Italy R	0,0539
Pictet-eur Government Bonds I	0,0146
AMUNDI EURO GOVERNMENT BOND - AE ©	0,0140
Anima Tricolore A	0,0236
JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D (acc)	0,0152
BlueBay Funds - BlueBay Investment Grade Euro Government Bond Fund R EUR Acc	0,0180
Dws Invest Euro-gov Bonds Nc	0,0117
Bnp Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation	0,0137
DPAM B Bonds Eur Govt W Cap	0,0193
Epsilon Fund - Euro Bond Class Unit R Eur Accumulation	0,0166
Euromobiliare Reddito A	0,0104
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Dx	0,0149
Hsbc Euro Gvt Bond Fund Hc	0,0130
Ishares Euro Government Bond Index Fund (lu) F2 Eur	0,0141
Jpmorgan Funds - Eu Government Bond Fund A (acc) - Eur	0,0160
Generali Investments Sicav - Euro Bond Fund Ex	0,0140
Investimenti Bilanciati Internazionali C	0,0399
Anima Visconteo Plus A	0,0253
Anima Visconteo Plus AD	0,0192
Arca Economia Reale Bilan Italia 55 PIR	0,0399
Azimut Dinamico	0,0168
Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc	0,0635
Groupama Bilanciato - NC	0,0399
Eurizon Bilanciato Euro Multimanager	0,0354
Fideuram Bilanciato	0,0270
UBS (Lux) KSS Eur GrInc € P-acc	0,0368
Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A- Acc-EUR	0,0298
Dpam B - Balanced Flexible B	0,0286

Groupama Bilanciato - Ic	0,0432
Investimenti Bilanciati Internazionali A	0,0348
Ubs (lux) Key Selection Sicav - European Growth And Income (eur) Q-acc	0,0400

### 2.2.3 - Analisi descrittiva degli input ed output

Analizziamo ora le variabili di input e output utilizzate nel modello DEA, utilizzando il boxplot per descrivere la distribuzione di ciascuna variabile.



*Figura 7: boxplot input deviazione standard*

Il boxplot della deviazione standard mostra la distribuzione della volatilità settimanale dei fondi. I valori indicano la dispersione dei rendimenti logaritmici annualizzati con il minimo pari a 0,015, il primo quartile a 0,034, la mediana a 0,055, il terzo quartile a 0,122 e il massimo a 0,138.

Fondi con una deviazione standard più bassa possono essere considerati meno rischiosi per l'investitore, mentre quelli con una deviazione standard più alta potrebbero essere più adatti agli investitori disposti a tollerare un rischio maggiore per cercare rendimenti superiori.

Inoltre, è utile notare le differenze in base alla categoria di appartenenza. I fondi della categoria 'Azionario Italia' presentano una deviazione standard media pari a 0,120, contro una media di 0,052 e 0,024 per i fondi delle categorie rispettivamente 'Bilanciati Moderati EUR' e 'Obbligazionario Governativo EUR'. Dunque, come documentato da Fama & French(1989); Merton(1974), l'asset azionario si è dimostrato più volatile rispetto a quello obbligazionario.

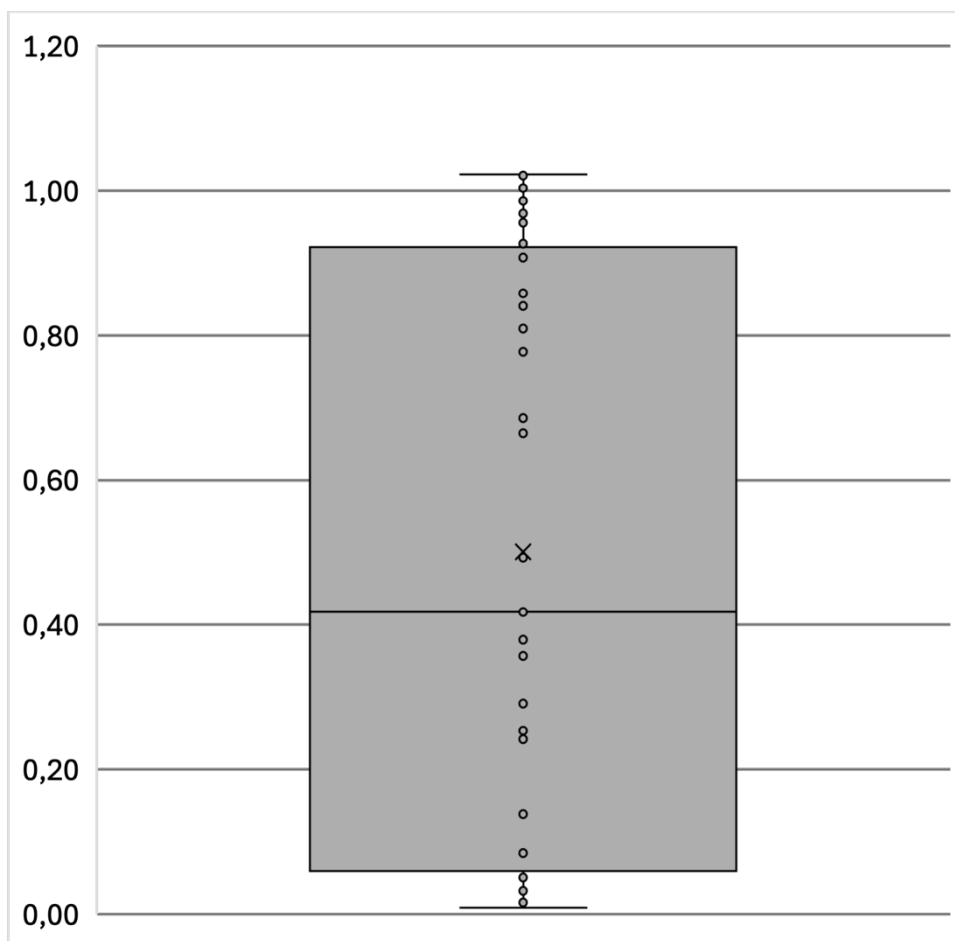
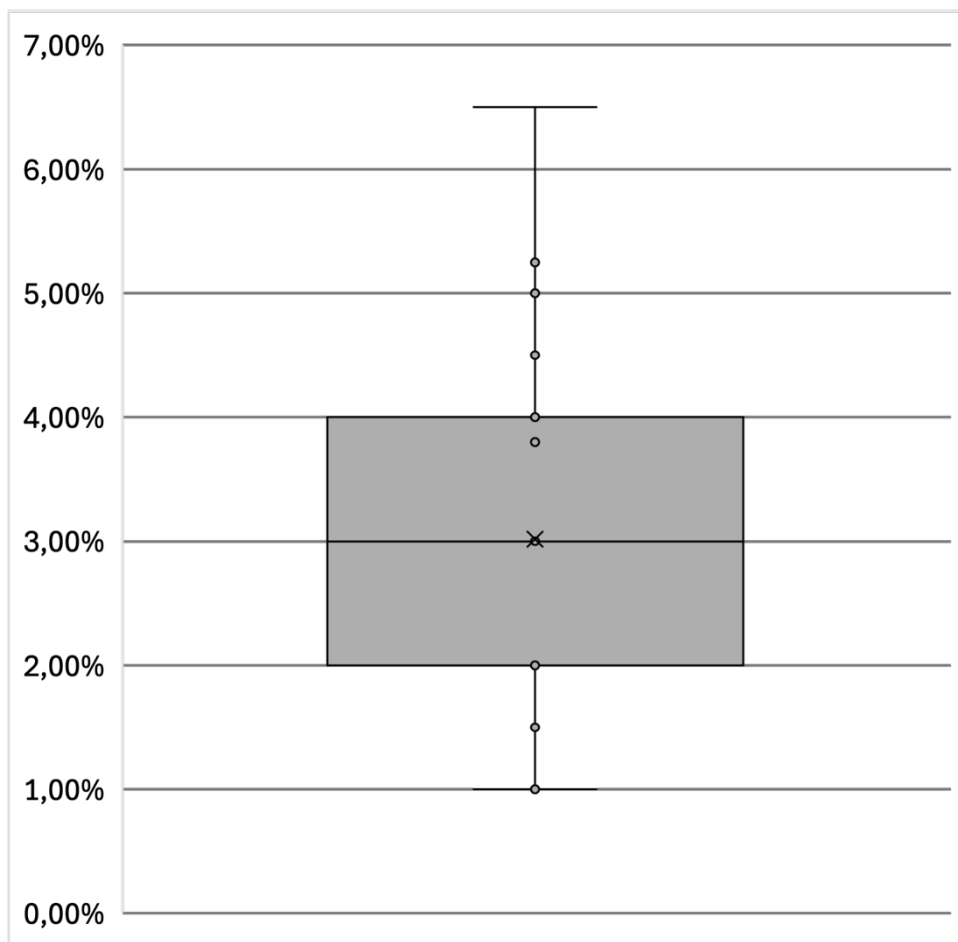


Figura 8: boxplot input Beta

Il boxplot del beta dei fondi mostra la sensibilità di ogni fondo ai movimenti del mercato rispetto all'indice di riferimento FTSE Italia All Share. I valori riportati nel grafico sono: minimo pari a 0,009, primo quartile a 0,076, mediana a 0,418, terzo quartile a 0,912 e massimo a 1,022.

Fondi con un beta più basso indicano fluttuazioni meno intense rispetto ai movimenti del mercato, mentre fondi con un beta più alto si considerano più rischiosi, ma anche con un potenziale di rendimento più elevato, dato che tendono a muoversi più con variazioni più ampie in risposta ai cambiamenti nel mercato.

In base alla categoria, è possibile evidenziare che fondi totalmente azionari hanno avuto valori del Beta maggiori e vicini al mercato, con una media di 0,912. Diversamente, i fondi bilanciati e puramente obbligazionari, hanno avuto valori di questo input più modesti, segnalando una minore intensità delle oscillazioni rispetto alle variazioni del mercato, con medie pari a 0,358 e 0,040. Questa evidenza del campione è in linea con quanto emerso in letteratura(vedi Elton & Gruber(1973); Fama & French(1993); Sharpe(1964)).



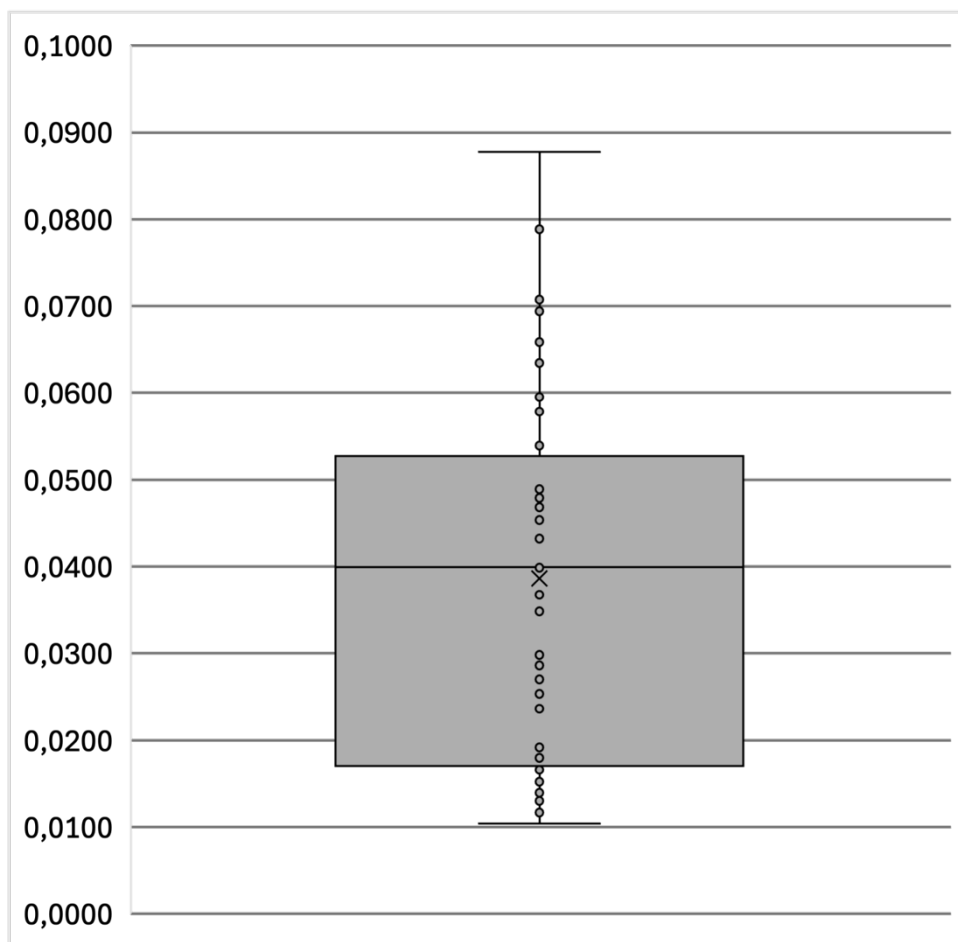
*Figura 9: boxplot input commissione d'ingresso*

I valori calcolati sono: minimo pari all'1%, primo quartile a 2%, mediana al 3%, terzo quartile al 4% e massimo a 6,5%.

Fondi con commissioni di ingresso più alte dovrebbero essere giustificati da strategie di investimento più sofisticate e ricompensate da un rendimento maggiore.

Per questo input non c'è una forte evidenza per cui si possa dire che la categoria di appartenenza richieda commissioni più o meno elevate. I gestori dei fondi, applicano una commissione d'ingresso media pari al 3,2% per i fondi azionari, ed al 2,9% per i fondi bilanciati ed obbligazionari.





*Figura 10: boxplot output rendimento atteso*

I valori nella figura sopra sono: minimo pari a 0,010(1,05% annuo), primo quartile a 0,018(1,78% annuo), mediana a 0,040(4,07% annuo), terzo quartile a 0,050(5,16% annuo) e massimo a 0,088(9,07%annuo).

All'interno delle categorie si può riscontrare un'evidenza a favore dell'asset azionario per il rendimento atteso. Infatti, la media del rendimento per questa categoria è pari a 0,057(5,89% annuo), contro lo 0,035(3,53% annuo) e 0,015(1,54% annuo) rispettivamente per i fondi bilanciati ed obbligazionari in merito allo stesso valore. Questo riscontro è in linea da quanto emerso nel corso del tempo in letteratura(vedi Fama & French(1993); Sharpe(1964)).

In conclusione, i fondi della 'Azionario Italia' hanno mostrato un output maggiore a fronte degli input che misurano il rischio, deviazione standard e Beta, maggiori. L'analisi di efficienza tramite metodologia DEA rappresenta uno

strumento per valutare se l'assunzione di un rischio maggiore, misurato tramite gli input del modello 'deviazione standard' e 'Beta' sia stata giustificata rispetto all'output 'rendimento atteso' ottenuto.

#### **2.2.4 - Periodo di analisi e contesto macroeconomico**

I dati dell'analisi sono stati raccolti settimanalmente per il periodo che va dal 01/01/2019 al 30/06/2021, un intervallo temporale che ha visto eventi macroeconomici a livello globale, caratterizzato da un contesto di grande incertezza e instabilità economica.

Nel 2019, i mercati globali hanno vissuto un periodo relativamente stabile, sebbene le tensioni commerciali tra Stati Uniti e Cina abbiano generato volatilità. Nonostante ciò, le politiche monetarie espansive, attuate da Federal Reserve e BCE, hanno contribuito a sostenere la crescita economica, limitando gli effetti delle incertezze geopolitiche.

Il 2020, invece, è stato caratterizzato dalla crisi economica causata dalla pandemia di COVID-19, che ha avuto un impatto fortemente negativo sull'economia globale. Le restrizioni imposte per contenere la diffusione del virus hanno provocato una recessione globale, con una brusca contrazione della domanda e l'interruzione delle attività economiche. Per fronteggiare questa situazione di emergenza, le banche centrali hanno messo in atto politiche monetarie straordinarie, come tagli dei tassi di interesse e programmi di acquisto di asset. Nonostante un forte calo dei mercati azionari nei primi mesi del 2020, la seconda metà dell'anno ha visto una parziale ripresa, grazie all'intervento delle autorità fiscali e monetarie.

Nel 2021, il periodo analizzato si è chiuso con una parziale ripresa, seppur in un contesto di incertezze legate all'evoluzione della pandemia e alla difficoltà di gestione delle sue potenziali ripercussioni. I timori per l'inflazione sono aumentati, con l'aumento dei prezzi delle materie prime e i problemi nelle

catene di approvvigionamento che hanno influito negativamente su molti settori. Inoltre, le politiche monetarie accomodanti, sebbene continuassero a supportare l'economia, hanno generato preoccupazioni per i possibili effetti collaterali, in particolare sul mercato obbligazionario.

In Italia, l'economia ha subito un forte ribasso nel 2020, con un crollo del PIL tra i più significativi a livello europeo. Settori chiave come il turismo e la manifattura sono stati gravemente colpiti dalla crisi economica, sebbene le politiche di stimolo fiscali e gli aiuti europei abbiano iniziato a sostenere la ripresa nel 2021. Il mercato azionario italiano, rappresentato dal FTSE Italia All Share ed il FTSE MIB, hanno registrato ampie flessioni nel 2020, seguite da una ripresa nel 2021. I fondi obbligazionari governativi EUR sono stati fortemente influenzati dalle politiche monetarie espansive della BCE, con rendimenti storicamente bassi e una maggiore volatilità a causa delle preoccupazioni per l'inflazione. I fondi bilanciati EUR, che combinano azioni e obbligazioni, hanno mostrato una certa resilienza grazie alla diversificazione, ma la performance complessiva è stata influenzata dalla debolezza dei mercati obbligazionari e dalla moderata ripresa del mercato azionario.

## 3 - RISULTATI

### 3.1 - Efficienza dei fondi

L'analisi dell'efficienza dei fondi comuni di investimento è stata realizzata utilizzando il modello CCR input-oriented. In un modello di questo tipo, l'efficienza di un fondo viene valutata in base alla sua capacità di ridurre gli input (volatilità, beta, e commissioni di ingresso) mantenendo invariato l'output, ovvero il rendimento atteso. La riduzione degli input indica una maggiore efficienza, poiché il fondo è in grado di ottenere lo stesso rendimento con un minor rischio o minor costo.

Tabella 6: punteggio di efficienza per ogni fondo

DMU	Punteggio di efficienza
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	0,581
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	1,000
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	0,804
Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	1,000
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	0,536
Amundi_Impegno_Italia_B	0,483
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	0,691
Anima_Iniziativa_Italia_A	0,492
Anima_Italia_A	0,404
Arca_Azioni_Italia_P	0,390
Azimut_Trend_Italia	0,521
Bnl_Azioni_Italia	0,484
Eurizon_Azioni_Italia_R	0,629
Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	0,555
Fideuram_Italia_R	0,668
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	0,437
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	0,480
Zenit_Pianeta_Italia_R	0,582
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	0,550
Investimenti_Azionari_Italia_A	0,541
Interfund_Equity_Italy	0,383
Fonditalia_Equity_Italy_R	0,438
Pictet-eur_Government_Bonds_I	1,000

AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	0,735
Anima_Tricolore_A	1,000
JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	1,000
BlueBay_Funds_-_BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	0,770
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	0,699
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privl_Capitalisation	0,940
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	0,796
Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	1,000
Euromobiliare_Reddito_A	0,741
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	0,776
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	1,000
Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	0,592
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	0,948
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	0,836
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	0,661
Anima_Visconteo_Plus_A	0,411
Anima_Visconteo_Plus_AD	0,311
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	0,607
Azimut_Dinamico	0,371
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	1,000
Groupama_Bilanciato_-_NC	0,745
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	0,695
Fideuram_Bilanciato	0,515
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	0,476
Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	0,367
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	0,680
Groupama_Bilanciato_-_Ic	0,807
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	0,571
Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	0,518

Dall'analisi dei punteggi di efficienza dei fondi nel campione, 8 fondi sono risultati efficienti, con un punteggio pari a 1. Questi fondi si collocano sulla frontiera di efficienza. Gli altri 44 fondi nel campione hanno un valore di efficienza inferiore a 1, indicando che potrebbero ottenere lo stesso rendimento utilizzando un minor livello di input, ovvero esistono combinazioni di fondi che

garantirebbero un miglioramento per questi fondi al fine di diventare più efficienti.

L'analisi dei risultati mostra che i fondi appartenenti alla categoria 'Obbligazionario Governativo EUR' sono risultati mediamente più efficienti, con un punteggio medio di 0,856. Questo indica che, nonostante i rendimenti di tali fondi siano stati inferiori rispetto ad altre categorie, il rischio a cui sono stati esposti è stato notevolmente più contenuto, giustificando così una maggiore efficienza. Seguono i fondi bilanciati, con un punteggio medio di 0,582, che hanno mostrato una performance intermedia in termini di efficienza, bilanciando rischio e rendimento in modo più equilibrato. Infine, i fondi 'Azionario Italia', con un punteggio di 0,575, nonostante abbiano ottenuto rendimenti superiori, non sono riusciti a compensare adeguatamente i rischi maggiori assunti, risultando quindi meno efficienti. Questo evidenzia come, a fronte di rendimenti più elevati, i fondi azionari non abbiano mostrato un adeguato livello di efficienza rispetto ai fondi obbligazionari, che pur con rendimenti inferiori, 5,89% contro 1,54% annuo in media, hanno evidenziato un rischio significativamente più basso.

### 3.2 - Combinazioni efficienti sulla frontiera virtuale

La tabella seguente presenta le combinazioni efficienti ottenute tramite l'analisi DEA dei fondi. In particolare, mostra le combinazioni di fondi che, secondo il modello CCR input-oriented, risultano efficienti, in base al valore del vettore  $\lambda$ . Il vettore  $\lambda$  rappresenta i pesi associati a ciascun fondo nella combinazione lineare utilizzata per valutare l'efficienza, dove  $\lambda$  è positivo in corrispondenza dei fondi che contribuiscono alla combinazione efficiente per la DMU in esame j-esima. Quindi si procede con l'applicazione della formula 2.6, e si ottiene:

Tabella 7: combinazione sulla frontiera efficiente per ogni fondo

Indice	DMU			
1	AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	$\lambda_2 = 0,048$	$\lambda_4 = 0,952$	

2	Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	$l_2 = 1,000$		
3	Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	$l_4 = 0,322$	$l_{25} = 0,562$	$l_{43} = 0,116$
4	Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	$l_4 = 1,000$		
5	Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	$l_2 = 0,697$	$l_4 = 0,303$	
6	Amundi_Impegno_Italia_B	$l_2 = 0,291$	$l_4 = 0,709$	
7	Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	$l_2 = 0,517$	$l_4 = 0,483$	
8	Anima_Iniziativa_Italia_A	$l_2 = 0,012$	$l_4 = 0,988$	
9	Anima_Italia_A	$l_2 = 0,059$	$l_4 = 0,941$	
10	Arca_Azioni_Italia_P	$l_2 = 0,114$	$l_4 = 0,886$	
11	Azimut_Trend_Italia	$l_2 = 0,711$	$l_4 = 0,289$	
12	Bnl_Azioni_Italia	$l_2 = 0,683$	$l_4 = 0,317$	
13	Eurizon_Azioni_Italia_R	$l_2 = 0,711$	$l_4 = 0,289$	
14	Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	$l_4 = 0,652$	$l_{43} = 0,348$	
15	Fideuram_Italia_R	$l_2 = 0,370$	$l_4 = 0,630$	
16	Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	$l_2 = 0,363$	$l_4 = 0,637$	
17	Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	$l_2 = 0,223$	$l_4 = 0,777$	
18	Zenit_Pianeta_Italia_R	$l_2 = 0,516$	$l_4 = 0,484$	
19	Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	$l_4 = 0,623$	$l_{43} = 0,377$	
20	Investimenti_Azionari_Italia_A	$l_2 = 0,697$	$l_4 = 0,303$	
21	Interfund_Equity_Italy	$l_4 = 0,544$	$l_{43} = 0,456$	
22	Fonditalia_Equity_Italy_R	$l_2 = 0,114$	$l_4 = 0,886$	
23	Pictet-eur_Government_Bonds_I	$l_{23} = 1,000$		
24	AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	$l_{23} = 0,431$	$l_{26} = 0,569$	
25	Anima_Tricolore_A	$l_{25} = 1,000$		
26	JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	$l_{25} = 1,000$		
27	BlueBay_Funds_-_BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	$l_{26} = 0,893$	$l_{43} = 0,107$	
28	Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	$l_{34} = 0,889$	$l_{43} = 0,111$	
29	Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privl_Capitalisation	$l_{26} = 0,994$	$l_{43} = 0,006$	
30	DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	$l_{34} = 0,571$	$l_{43} = 0,429$	
31	Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	$l_{31} = 1,000$		
32	Euromobiliare_Reddito_A	$l_{26} = 0,382$	$l_{31} = 0,599$	$l_{43} = 0,020$

33	Generali_Investments_Sicav_- Euro_Bond_Fund_Dx	$l_{26} = 0,902$	$l_{43} = 0,098$	
34	Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	$l_{34} = 1,000$		
35	Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	$l_{23} = 0,091$	$l_{26} = 0,909$	
36	Jpmorgan_Funds_- Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_- Eur	$l_{26} = 0,948$	$l_{43} = 0,052$	
37	Generali_Investments_Sicav_- Euro_Bond_Fund_Ex	$l_{34} = 0,889$	$l_{43} = 0,111$	
38	Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	$l_2 = 0,070$	$l_4 = 0,930$	
39	Anima_Visconteo_Plus_A	$l_4 = 0,415$	$l_{43} = 0,585$	
40	Anima_Visconteo_Plus_AD	$l_4 = 0,410$	$l_{25} = 0,023$	$l_{43} = 0,566$
41	Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	$l_4 = 0,522$	$l_{43} = 0,578$	
42	Azimut_Dinamico	$l_4 = 0,472$	$l_{25} = 0,177$	$l_{43} = 0,351$
43	Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	$l_{43} = 1,000$		
44	Groupama_Bilanciato_- _NC	$l_4 = 0,091$	$l_{25} = 0,298$	$l_{43} = 0,611$
45	Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	$l_4 = 0,596$	$l_{25} = 0,237$	$l_{43} = 0,167$
46	Fideuram_Bilanciato	$l_4 = 0,648$	$l_{26} = 0,225$	$l_{43} = 0,128$
47	UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	$l_4 = 0,316$	$l_{43} = 0,684$	
48	Fidelity_Funds_- _European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	$l_4 = 0,037$	$l_{43} = 0,963$	
49	Dpam_B_- _Balanced_Flexible_B	$l_4 = 0,414$	$l_{25} = 0,080$	$l_{43} = 0,506$
50	Groupama_Bilanciato_- _lc	$l_4 = 0,091$	$l_{26} = 0,298$	$l_{43} = 0,611$
51	Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	$l_2 = 0,092$	$l_4 = 0,908$	
52	Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_- _European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	$l_4 = 0,316$		$l_{43} = 0,684$

Di seguito, invece, una tabella che mostra gli input e gli output ponderati in base alle combinazioni efficienti. Gli input e gli output sono calcolati utilizzando i pesi assegnati a ciascun fondo, e quindi riflettono i valori di deviazione standard, Beta, commissione d'ingresso e rendimento atteso della rispettiva combinazione efficiente, che si trova sulla frontiera. Questi valori rappresentano le condizioni che avrebbero consentito all'investitore di ottenere il massimo livello di efficienza.

Tabella 8: combinazione sulla frontiera efficiente per ogni fondo

DMU	Deviazione standard	Beta	Commissione d'ingresso	Rendimento atteso
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	0,087	0,70	0,03	0,087



Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity _C_Accumulation_EUR	0,108	0,84	0,01	0,066
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	0,062	0,33	0,02	0,049
Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	0,086	0,69	0,03	0,088
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	0,101	0,79	0,02	0,073
Amundi_Impegno_Italia_B	0,092	0,73	0,02	0,082
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	0,097	0,77	0,02	0,077
Anima_Iniziativa_Italia_A	0,086	0,69	0,03	0,088
Anima_Italia_A	0,087	0,70	0,03	0,087
Arca_Azioni_Italia_P	0,088	0,71	0,03	0,085
Azimut_Trend_Italia	0,102	0,80	0,02	0,073
Bnl_Azioni_Italia	0,101	0,79	0,02	0,073
Eurizon_Azioni_Italia_R	0,102	0,80	0,02	0,073
Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	0,069	0,53	0,03	0,079
Fideuram_Italia_R	0,094	0,75	0,02	0,080
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	0,094	0,74	0,02	0,080
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	0,091	0,72	0,03	0,083
Zenit_Pianeta_Italia_R	0,097	0,77	0,02	0,077
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity _A_Accumulation_Eur	0,068	0,52	0,03	0,079
Investimenti_Azionari_Italia_A	0,101	0,79	0,02	0,073
Interfund_Equity_Italy	0,064	0,49	0,03	0,077
Fonditalia_Equity_Italy_R	0,088	0,71	0,03	0,085
Pictet-eur_Government_Bonds_I	0,035	0,01	0,05	0,015
AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	0,026	0,02	0,04	0,015
Anima_Tricolore_A	0,053	0,14	0,01	0,024
JPMorgan_Funds_- _EU_Government_Bond_Fund_D_acc	0,019	0,02	0,03	0,015
BlueBay_Funds_- _BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond _Fund_R_EUR_Acc	0,021	0,04	0,03	0,020
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	0,021	0,04	0,02	0,019
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privt_Ca pitalisation	0,019	0,02	0,03	0,015
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	0,027	0,11	0,03	0,035
Epsilon_Fund_- _Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	0,017	0,04	0,02	0,017
Euromobiliare_Reddito_A	0,018	0,04	0,02	0,017
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	0,021	0,04	0,03	0,020
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	0,019	0,02	0,02	0,013

Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	0,020	0,02	0,03	0,015
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	0,020	0,03	0,03	0,018
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	0,021	0,04	0,02	0,019
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	0,088	0,70	0,03	0,086
Anima_Visconteo_Plus_A	0,057	0,43	0,04	0,074
Anima_Visconteo_Plus_AD	0,057	0,42	0,04	0,073
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	0,063	0,48	0,03	0,076
Azimut_Dinamico	0,063	0,43	0,03	0,068
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	0,037	0,24	0,04	0,064
Groupama_Bilanciato_-_NC	0,046	0,25	0,03	0,054
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	0,070	0,48	0,03	0,069
Fideuram_Bilanciato	0,072	0,51	0,03	0,070
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	0,052	0,38	0,04	0,071
Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	0,039	0,26	0,04	0,064
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	0,059	0,42	0,03	0,070
Groupama_Bilanciato_-_Ic	0,046	0,25	0,03	0,054
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	0,088	0,70	0,03	0,086
Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	0,052	0,38	0,04	0,071

## **4 - DISCUSSIONE**

In questo capitolo saranno analizzati i risultati derivanti dall'applicazione della Data Envelopment Analysis (DEA), confrontandoli con quelli ottenuti attraverso approcci più tradizionali. Inoltre, verranno approfondite alcune tematiche di particolare rilevanza nel contesto finanziario attuale.

Nella prima sezione, si procederà a un confronto tra la classificazione dei fondi ottenuta mediante il modello DEA e quella derivante dall'utilizzo di indicatori tradizionali, quali gli indici di Sharpe e Treynor, già menzionati nei capitoli precedenti.

Successivamente, sarà esaminato il ruolo degli ETF, strumenti di investimento la cui diffusione è in costante crescita, in virtù della loro efficienza in termini di costi di gestione. L'integrazione degli ETF nel modello DEA rappresenta un elemento di innovazione rispetto allo studio di riferimento di Basso & Funari(2001), consentendo di valutare in che misura la natura passiva di tali strumenti influenzi l'analisi dell'efficienza rispetto ai fondi a gestione attiva.

Infine, sarà approfondita la tematica dei fondi ESG, un ambito di crescente rilevanza nel panorama finanziario europeo. In particolare, verrà esaminato se i fondi caratterizzati da un elevato rating di sostenibilità siano in grado di tradurre tale caratteristica in un vantaggio competitivo in termini di efficienza, rispetto ai fondi privi di una specifica connotazione ESG.

### **4.1 - Confronto tra i risultati DEA e gli indici tradizionali**

Per confrontare la classificazione dei fondi ottenuta mediante l'approccio DEA con le metodologie tradizionali, si procede al calcolo dell'indice di Sharpe e dell'indice di Treynor per ciascun fondo analizzato. Entrambi gli indicatori forniscono una misura della performance corretta per il rischio, sebbene adottino metodologie differenti.

L'indice di Sharpe valuta il rendimento in eccesso rispetto all'attività priva di rischio per unità di volatilità totale, offrendo così una misura della performance che considera la rischiosità complessiva dell'investimento. L'indice di Treynor,

invece, si basa sul rapporto tra l'extra-rendimento e il rischio sistematico, rappresentato dal coefficiente beta, risultando particolarmente adatto a contesti in cui il rischio diversificabile è trascurabile.

L'analisi congiunta di questi indicatori consente di ottenere una prospettiva più completa sull'efficienza dei fondi, evidenziando eventuali divergenze tra la classificazione basata sulla DEA e quella derivante dagli approcci tradizionali.

Il calcolo dell'indice di Sharpe segue la formula:

$$S_i = \frac{R_i - R_f}{\sigma_i} \quad (3.4)$$

dove:

- $S_i$  è l'indice di Sharpe del fondo i-esimo
- $R_i$  è il rendimento medio annuo del fondo nel periodo analizzato, utilizzato come output del modello DEA
- $R_f$  è il tasso di rendimento privo di rischio, calcolato come la media del rendimento del BOT a 12 mesi italiano
- $\sigma_i$  è la deviazione standard dei rendimenti del fondo, già utilizzata come input nel modello DEA

L'indice di Sharpe quantifica il rendimento in eccesso rispetto al tasso privo di rischio per unità di rischio totale assunto dal fondo, misurato attraverso la deviazione standard dei rendimenti. Un valore elevato dell'indice indica una gestione efficiente del rischio, poiché segnala che il fondo è stato in grado di generare un rendimento superiore rispetto a un investimento privo di rischio, tenendo conto della volatilità assunta.

Analogamente, l'indice di Treynor è calcolato come:

$$T_i = \frac{R_i - R_f}{\beta_i} \quad (3.5)$$

dove:

- $T_i$  è l'indice di Treynor del fondo i-esimo

- $R_i$  è il rendimento medio annuo del fondo nel periodo analizzato, utilizzato come output del modello DEA

- $R_f$  è il tasso di rendimento privo di rischio, calcolato come la media del rendimento del BOT a 12 mesi italiano

- $\beta_i$  è il Beta del fondo, che misura la sensibilità del rendimento del fondo rispetto al mercato di riferimento ed è lo stesso utilizzato come input nel modello DEA.

L'indice di Treynor misura il rendimento aggiustato per il rischio sistematico, rappresentato dal Beta del fondo rispetto al mercato. A differenza dell'indice di Sharpe, che utilizza la volatilità totale come misura del rischio, l'indice di Treynor si concentra solo sul rischio di mercato, escludendo il rischio specifico del singolo fondo.

Un valore elevato dell'indice di Treynor suggerisce che il fondo ha ottenuto un rendimento superiore per ogni unità di rischio sistematico assunta. Ciò implica una maggiore efficienza nella capacità del fondo di compensare gli investitori per l'esposizione al rischio di mercato.

Di seguito sono riportati, per ciascun fondo, i valori dei due indici tradizionali, che saranno successivamente confrontati con il punteggio di efficienza stimato attraverso l'approccio DEA. Questo confronto consentirà di individuare eventuali discrepanze tra le metodologie e di approfondire i rispettivi punti di forza e di debolezza.

Tabella 9: indice di efficienza DEA, indice di Sharpe ed indice di Treynor per ogni fondo

Fondo	DEA	Sharpe	Treynor
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	0,581	0,595	0,077
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	1,000	0,649	0,083
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	0,804	0,677	0,126

Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	1,000	1,084	0,136
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	0,536	0,404	0,052
Amundi_Impegno_Italia_B	0,483	0,444	0,057
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	0,691	0,576	0,070
Anima_Iniziativa_Italia_A	0,492	0,503	0,066
Anima_Italia_A	0,404	0,396	0,053
Arca_Azioni_Italia_P	0,390	0,387	0,050
Azimut_Trend_Italia	0,521	0,379	0,050
Bnl_Azioni_Italia	0,484	0,332	0,047
Eurizon_Azioni_Italia_R	0,629	0,470	0,060
Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	0,555	0,678	0,081
Fideuram_Italia_R	0,668	0,564	0,076
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	0,437	0,392	0,049
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	0,480	0,433	0,058
Zenit_Pianeta_Italia_R	0,582	0,467	0,062
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	0,550	0,675	0,084
Investimenti_Azionari_Italia_A	0,541	0,398	0,052
Interfund_Equity_Italy	0,383	0,489	0,063
Fonditalia_Equity_Italy_R	0,438	0,434	0,056
Pictet-eur_Government_Bonds_I	1,000	0,473	1,849
AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	0,735	0,468	0,939
Anima_Tricolore_A	1,000	0,482	0,184
JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	1,000	0,892	1,062
BlueBay_Funds_-_BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	0,770	0,825	0,388
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	0,699	0,679	0,332
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privl_Capitalisation	0,940	0,830	0,814
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	0,796	0,981	0,250
Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	1,000	1,080	0,451
Euromobiliare_Reddito_A	0,741	0,786	0,377
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	0,776	0,823	0,427
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	1,000	0,787	0,658
Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	0,592	0,465	0,601
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	0,948	0,950	0,530
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	0,836	0,781	0,404

Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	0,661	0,501	0,086
Anima_Visconteo_Plus_A	0,411	0,565	0,076
Anima_Visconteo_Plus_AD	0,311	0,424	0,058
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	0,607	0,791	0,099
Azimut_Dinamico	0,371	0,439	0,063
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	1,000	1,822	0,277
Groupama_Bilanciato_-_NC	0,745	0,919	0,169
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	0,695	0,719	0,104
Fideuram_Bilanciato	0,515	0,539	0,076
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	0,476	0,683	0,093
Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	0,367	0,645	0,087
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	0,680	0,866	0,121
Groupama_Bilanciato_-_Ic	0,807	0,991	0,182
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	0,571	0,520	0,074
Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	0,518	0,742	0,101

Tabella 10: ranking di ogni fondo rispetto ad ogni indice(indice di efficienza DEA, indice di Sharpe, indice di Treynor)

Fondo	Ranking DEA	Ranking Sharpe	Ranking Treynor
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	30	26	31
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	1	24	29
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	13	22	20
Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	2	2	19
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	35	46	48
Amundi_Impegno_Italia_B	41	41	44
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	22	27	36
Anima_Iniziativa_Italia_A	39	32	37
Anima_Italia_A	47	48	46
Arca_Azioni_Italia_P	48	50	50
Azimut_Trend_Italia	36	51	49
Bnl_Azioni_Italia	40	52	52
Eurizon_Azioni_Italia_R	26	37	41

Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	32	21	30
Fideuram_Italia_R	24	29	34
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	45	49	51
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	42	44	42
Zenit_Pianeta_Italia_R	29	39	40
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	33	23	28
Investimenti_Azionari_Italia_A	34	47	47
Interfund_Equity_Italy	49	34	39
Fonditalia_Equity_Italy_R	44	43	45
Pictet-eur_Government_Bonds_I	3	36	1
AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	19	38	3
Anima_Tricolore_A	4	35	16
JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	5	8	2
BlueBay_Funds_-_BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	16	11	11
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	20	20	13
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_PrivL_Capitalisation	10	10	4
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	14	5	15
Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	6	3	8
Euromobiliare_Reddito_A	18	15	12
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	15	12	9
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	7	14	5
Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	28	40	6
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	9	6	7
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	11	16	10
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	25	33	27
Anima_Visconteo_Plus_A	46	28	32
Anima_Visconteo_Plus_AD	52	45	43
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	27	13	24
Azimut_Dinamico	50	42	38
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	8	1	14
Groupama_Bilanciato_-_NC	17	7	18
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	21	18	22
Fideuram_Bilanciato	38	30	33
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	43	19	25



Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	51	25	26
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	23	9	21
Groupama_Bilanciato_-_Ic	12	4	17
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	31	31	35
Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	37	17	23

Di seguito la lista dei fondi che mostrano i valori più discordanti per ranking in base ai tre indici presi in considerazione (Indice di efficienza DEA, indice di Sharpe ed indice di Treynor):

- Schroder International Selection Fund Italian Equity C Accumulation EUR: DEA 1°, Sharpe 24°, Treynor 29°
- Anima Tricolore A: DEA 4°, Sharpe 35°, Treynor 16°
- DPAM B - Balanced Flexible B: DEA 23°, Sharpe 9°, Treynor 21°
- Fidelity Funds - Italy Fund A-acc-EUR: DEA 32°, Sharpe 21°, Treynor 30°
- Groupama Bilanciato - IC: DEA 12°, Sharpe 4°, Treynor 17°
- JPMorgan Funds - EU Government Bond Fund D acc: DEA 5°, Sharpe 8°, Treynor 2°
- Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc: DEA 8°, Sharpe 1°, Treynor 14°
- Pictet-eur Government Bonds I: DEA 3°, Sharpe 36°, Treynor 1°
- BNP Paribas Funds Euro Government Bond Privl Capitalisation: DEA 10°, Sharpe 10°, Treynor 4°
- Anima Visconteo Plus AD: DEA 52°, Sharpe 45°, Treynor 43°

La differenza tra i risultati ottenuti tramite l'approccio DEA e quelli derivanti dagli indici tradizionali è riconducibile alla capacità del modello DEA di offrire una valutazione più completa e realistica dei fondi, includendo variabili aggiuntive, come i costi d'ingresso, che non vengono considerati dagli indicatori classici. Questo aspetto consente di ottenere una stima più accurata del rendimento netto effettivamente percepito dall'investitore.

Nello specifico, un fondo potrebbe registrare un valore elevato negli indici di Sharpe o Treynor, indicando una buona performance in rapporto al rischio assunto. Tuttavia, poiché questi indici non tengono conto dei costi d'ingresso, il rendimento effettivo potrebbe risultare inferiore rispetto a quanto suggerito dalle misure tradizionali, fornendo così una visione potenzialmente distorta della reale efficienza del fondo.

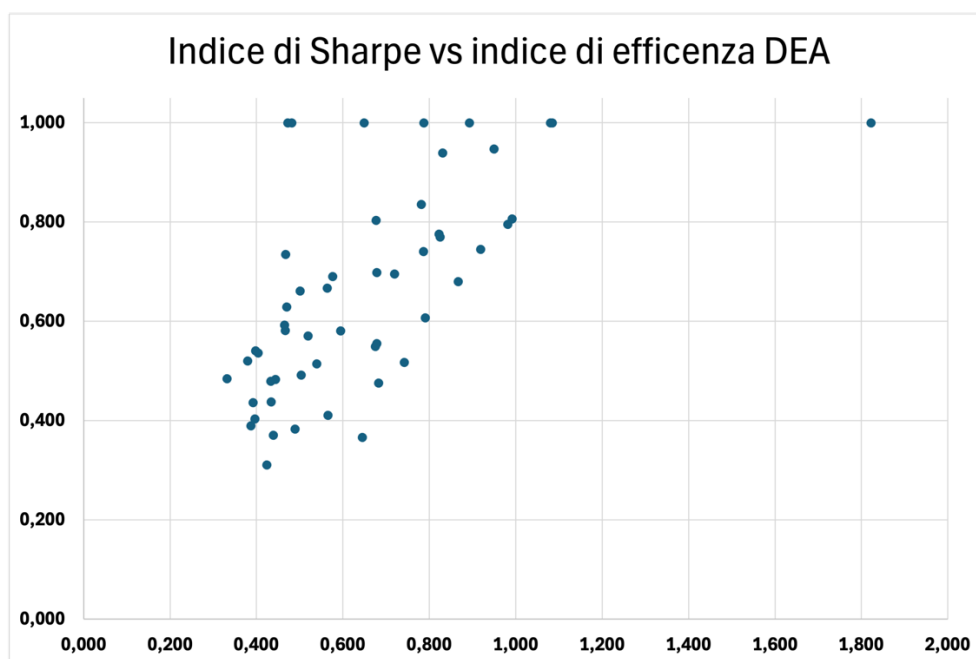


Figura 11: grafico a dispersione dell'indice di Sharpe(asse X) rispetto all'indice di efficienza DEA(asse Y) per ogni fondo del campione

Come evidenziato dal grafico a dispersione, i fondi analizzati possono essere classificati in tre categorie principali sulla base della relazione tra l'indice di Sharpe e il punteggio di efficienza stimato tramite DEA:

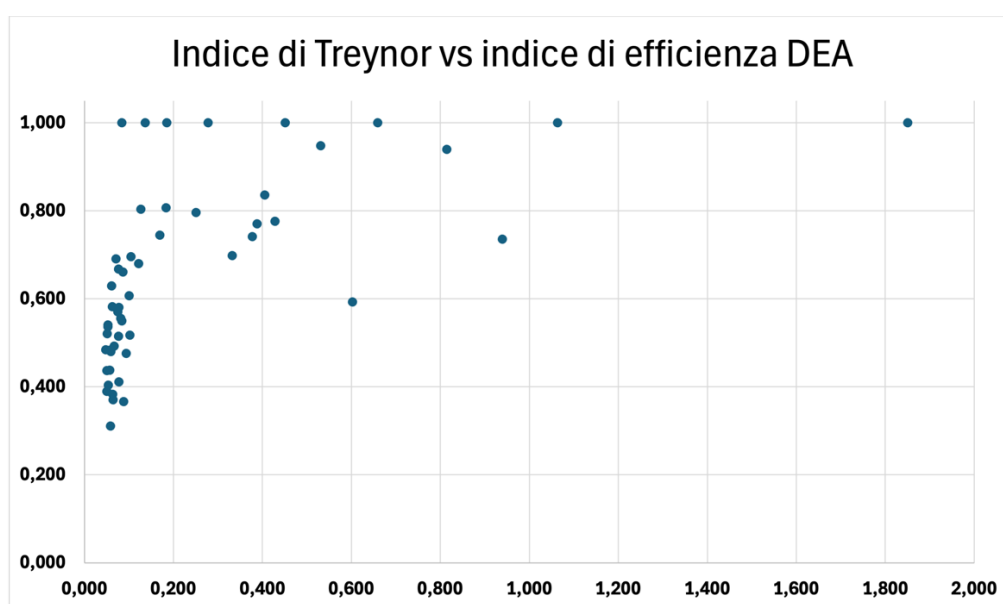
- Fondi con indice di Sharpe e indice di efficienza DEA proporzionali: questi fondi presentano sia un rendimento aggiustato per il rischio elevato sia un'operatività efficiente, caratterizzata da costi d'ingresso contenuti o da una ridotta sensibilità alle variazioni di mercato. Ad esempio, *Algebris Core Italy R EUR Acc* registra un punteggio DEA pari a 1,000 e un indice di Sharpe di 1,084, mentre *Groupama Bilanciato-Ic* presenta un DEA di 0,807 e uno Sharpe di 0,991. In questi casi,

l'allineamento tra i due indicatori suggerisce che i costi aggiuntivi catturati dall'analisi DEA sono compensati da una gestione efficiente del fondo;

- Fondi con indice di Sharpe basso e indice di efficienza DEA elevato: in questa categoria rientrano i fondi che, pur non evidenziando un rendimento particolarmente elevato rispetto al rischio assunto (indice di Sharpe basso), risultano efficienti grazie a costi d'ingresso competitivi o a una gestione che comporta un Beta contenuto, e quindi una minore esposizione al rischio di mercato. Un esempio è *Pictet-EUR Government Bonds I*, che registra un punteggio DEA di 1,000 ma un indice di Sharpe di 0,473, avendo riportato nel periodo analizzato un Beta pari a 0,01. Analogamente, *Anima Tricolore A* presenta un punteggio di efficienza DEA di 1,000 e uno Sharpe di 0,482. In questo caso, l'elevata efficienza DEA è riconducibile alla presenza di commissioni d'ingresso particolarmente contenute (1,00% rispetto a una media del 3,00%), che contribuiscono a compensare la minore performance in termini di rischio-rendimento;
- Fondi con indice di Sharpe elevato e DEA basso: questa tipologia comprende i fondi che, nonostante un buon rendimento aggiustato per il rischio (Sharpe alto), ottengono un punteggio DEA inferiore a causa di costi d'ingresso elevati o di una maggiore esposizione al rischio sistematico. Un esempio è *Fidelity Funds - European Multi Asset Income Fund A-Acc-EUR*, che presenta un indice di Sharpe di 0,645 ma un punteggio DEA pari a 0,367, penalizzato da costi d'ingresso pari al 5,25%, significativamente superiori alla media del 3,00%. In questi casi, sebbene il fondo mostri buone performance sul piano del rischio-rendimento, le commissioni elevate riducono l'efficienza operativa, limitando il rendimento netto effettivamente percepito dall'investitore.

Questi risultati evidenziano le differenze interpretative tra i due indicatori: mentre l'indice di Sharpe fornisce una misura del rendimento rispetto al rischio totale, la DEA consente una valutazione più articolata, includendo non solo

l'impatto dei costi d'ingresso ma anche il rischio assunto rispetto al mercato di riferimento, misurato attraverso il Beta. Le discrepanze tra i due approcci permettono di individuare quei fondi che, pur mostrando una buona performance in termini di rischio-rendimento, risultano penalizzati da una struttura di costi elevata o da un'inefficiente gestione del rischio, e quelli che, pur avendo un rendimento inferiore, si distinguono per una maggiore efficienza operativa grazie a costi ridotti e a una gestione prudente del rischio.



*Figura 12: grafico a dispersione dell'indice di Treynor(asse X) rispetto all'indice di efficienza DEA(asse Y) per ogni fondo del campione*

Come evidenziato dal grafico a dispersione, i fondi possono presentare le seguenti caratteristiche:

- Indici di Treynor ed efficienza DEA proporzionali: questi fondi mostrano un buon rendimento per unità di rischio sistematico, così come una gestione operativa efficiente, con costi di ingresso contenuti o una struttura di rischio ben gestita. In altre parole, tali fondi combinano un rendimento elevato rispetto al rischio sistematico con una gestione efficace delle risorse e dei costi;

- Indice di Treynor basso e indice di efficienza DEA elevato: in questo caso, il fondo non manifesta un rendimento particolarmente elevato per unità di rischio sistematico, ma riesce comunque a essere efficiente grazie a costi di ingresso competitivi o a una gestione efficace del rischio sistematico. Un esempio di tale comportamento è rappresentato dal fondo *Algebris Core Italy R EUR Acc*, che ha un punteggio DEA pari a 1,000 e un indice di Treynor di 0,136. L'elevata efficienza DEA indica che il fondo beneficia di commissioni d'ingresso molto basse e di una gestione efficace della volatilità, compensando così il rendimento sistematico relativamente più contenuto;
- Indice di Treynor elevato e indice DEA basso: in questo scenario, i fondi mostrano un buon rendimento per unità di rischio sistematico (indicato da un indice di Treynor elevato), ma un punteggio DEA basso, generalmente dovuto a costi di ingresso elevati o a una gestione meno efficiente del rischio sistematico. Un esempio è il fondo *Ishares Euro Government Bond Index Fund (LU) F2 EUR*, che presenta un indice di Treynor pari a 0,601 e un punteggio DEA di 0,592. Questo indica che, nonostante il buon rendimento per unità di rischio sistematico (un indice di Treynor relativamente elevato rispetto ad altri fondi del campione, molti dei quali presentano valori inferiori a 0,1-0,2), il fondo risulta meno efficiente sul piano operativo (con un indice di efficienza DEA relativamente basso rispetto al massimo di 1,000). Tale discrepanza suggerisce che, pur generando un rendimento aggiustato per il rischio sistematico, l'efficienza complessiva del fondo è penalizzata da costi di ingresso elevati o da una volatilità superiore, fattori che la DEA è in grado di catturare, ma che non influenzano direttamente l'indice di Treynor.

Questi esempi mettono in luce la differenza nell'interpretazione degli indicatori: mentre l'indice di Treynor misura il rendimento per unità di rischio sistematico (beta), la DEA fornisce una valutazione più completa, che include anche i costi di ingresso e la gestione del rischio rispetto al mercato di riferimento. Le

divergenze tra i due indici possono, quindi, evidenziare se un fondo, pur apparendo performante in termini di rischio sistematico, sia penalizzato da una struttura di costi elevata o da una gestione inefficiente, oppure se un fondo con un rendimento meno brillante possa comunque risultare efficiente grazie a costi contenuti e a una gestione ottimale del rischio.

## **4.2 - Analisi delle implicazioni dei risultati in relazione agli ETF**

Nel contesto della gestione degli investimenti, gli Exchange Traded Funds (ETF) sono generalmente considerati una forma di investimento più efficiente rispetto ai fondi attivi, grazie ai costi di gestione inferiori. Gli ETF sono strumenti di investimento che replicano un indice di mercato, adottando una strategia di gestione passiva. Al contrario, i fondi attivi sono gestiti da professionisti che prendono decisioni strategiche sulla base di analisi e previsioni, il che comporta una struttura di costi più elevata. Tuttavia, l'efficienza di un fondo non dipende esclusivamente dal tipo di gestione adottato, ma è influenzata anche da altri fattori, quali i costi d'ingresso, le spese correnti, le performance nel lungo periodo e il rischio ad esse associato.

Il vantaggio degli ETF, in termini di commissioni di gestione e di ingresso, è reso possibile dalla gestione passiva, che implica l'assenza dell'attività di gestori dedicati alla selezione e alla gestione dei portafogli. Tale riduzione dei costi potrebbe tradursi in una maggiore efficienza, ma ciò avverrebbe esclusivamente nel caso in cui l'attività dei gestori nei fondi attivi non fosse sufficiente a generare un rendimento proporzionale al rischio, superiore al costo aggiuntivo sostenuto dagli investitori per una gestione attiva.

Successivamente, verrà condotta la stessa analisi DEA finora sviluppata, introducendo due ETF: il primo replica il mercato azionario italiano, in particolare il FTSE MIB; il secondo replica il mercato obbligazionario europeo, seguendo l'andamento dell'indice IBOXX® € SOVEREIGNS EUROZONE INDEX. Non sono stati inclusi ulteriori ETF, poiché, data la natura passiva di

questo strumento, l'andamento di ETF che tracciano lo stesso indice risulta praticamente identico.

Di seguito vengono riportati gli input e gli output relativi ai due ETF aggiunti al campione precedentemente analizzato.

Tabella 11: input ed output degli ETF aggiunti all'analisi DEA

DMU	Deviazione Standard	Beta	Costi d'ingresso	Rendimento Atteso
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	0,121	1,03	0,00	0,0587
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	0,019	0,03	0,00	0,0146

Tabella 12: analisi DEA con l'introduzione degli ETF

DMU	Punteggio di efficienza ETF
AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	0,580
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	1,000
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	0,789
Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	1,000
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	0,535
Amundi_Impegno_Italia_B	0,483
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	0,684
Anima_Iniziativa_Italia_A	0,490
Anima_Italia_A	0,401
Arca_Azioni_Italia_P	0,389
Azimut_Trend_Italia	0,516
Bnl_Azioni_Italia	0,478
Eurizon_Azioni_Italia_R	0,629
Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	0,562
Fideuram_Italia_R	0,665
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	0,440
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	0,476

Zenit_Pianeta_Italia_R	0,581
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	0,546
Investimenti_Azionari_Italia_A	0,539
Interfund_Equity_Italy	0,381
Fonditalia_Equity_Italy_R	0,437
Pictet-eur_Government_Bonds_I	1,000
AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	0,729
Anima_Tricolore_A	0,939
JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	1,000
BlueBay_Funds_- _BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	0,801
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	0,686
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privl_Capitalisation	0,901
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	0,787
Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	1,000
Euromobiliare_Reddito_A	0,734
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	0,743
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	1,000
Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	0,592
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	0,908
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	0,821
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	0,636
Anima_Visconteo_Plus_A	0,408
Anima_Visconteo_Plus_AD	0,310
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	0,629
Azimut_Dinamico	0,368
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	1,000
Groupama_Bilanciato_-_NC	0,741
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	0,693
Fideuram_Bilanciato	0,515
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	0,473
Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	0,359
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	0,677
Groupama_Bilanciato_-_Ic	0,802
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	0,563



Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	0,515
iShares FTSE MIB UCITS ETF (Acc)	<b>0,631</b>
Xtrackers II Eurozone Government Bond UCITS ETF 1C	<b>1,000</b>

L'iShares FTSE MIB UCITS ETF, con un indice di efficienza pari a 0,631, si colloca al di sotto della soglia di efficienza pari a 1, indicando che l'ETF non sfrutta in modo ottimale le risorse a sua disposizione. Tale valore suggerisce che il fondo non si trova sulla frontiera efficiente, poiché, nonostante presenti costi d'ingresso nulli e commissioni di gestione inferiori rispetto ai fondi a gestione attiva, esiste una combinazione di altre DMU che potrebbe generare lo stesso rendimento atteso con un impiego inferiore di risorse.

Al contrario, l'Xtrackers II Eurozone Government Bond UCITS ETF 1C, con un indice di efficienza pari a 1,000, raggiunge il massimo livello di efficienza. Ciò implica che l'ETF ha ottimizzato in modo ideale le risorse disponibili e si trova sulla frontiera efficiente. È interessante osservare che l'efficienza massima sia stata ottenuta nonostante il rendimento atteso non sia particolarmente elevato, anzi, risulti significativamente inferiore alla media del campione (1,47% rispetto al 3,96%). Tuttavia, tale rendimento, pur essendo basso, è stato realizzato con un utilizzo di input decisamente inferiori alla media della selezione, come dimostrano i seguenti dati: deviazione standard pari a 0,019, contro una media di 0,073; Beta pari a 0,03, rispetto a una media di 0,501; e commissioni d'ingresso nulle, contro una media del 3,00%.

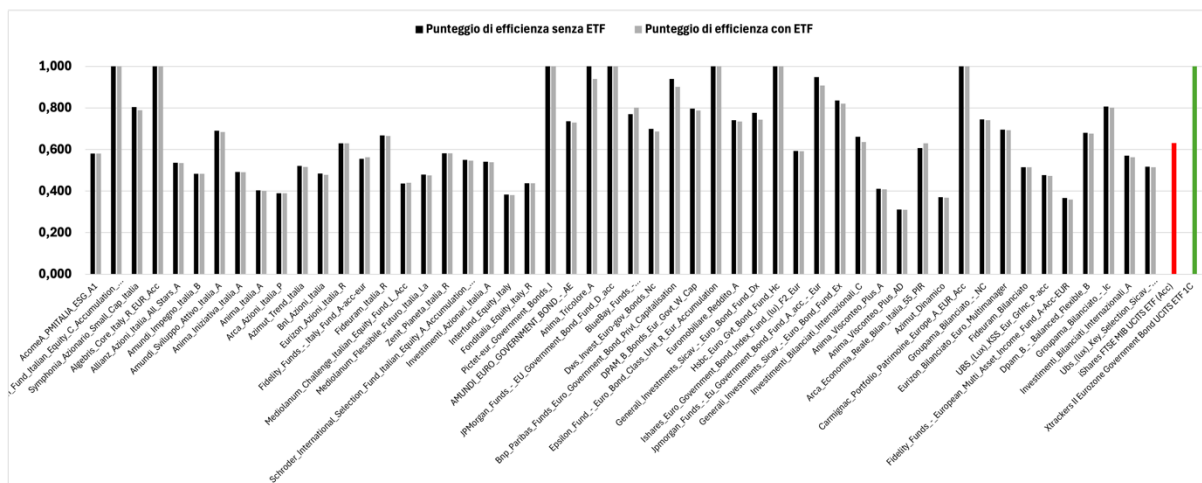


Figura 13: istogramma dei punteggi di efficienza di ogni fondo, introducendo i due fondi passivi(ETF)

La figura illustra la distribuzione dei punteggi di efficienza ottenuti dall'analisi DEA per ciascun fondo del campione, prima dell'integrazione degli ETF (barre nere) e con l'inclusione dei due ETF nell'analisi (barre grigie). L'aggiunta dei due ETF al campione ha comportato una variazione minima nei punteggi di efficienza. Questo risultato può essere parzialmente attribuito alla natura intrinseca della DEA: all'aumentare del campione, l'inclusione di ulteriori Decision Making Unit (DMU) tende a influenzare in misura progressivamente minore la frontiera di efficienza, poiché il contributo di ciascun nuovo fondo diventa marginale. Inoltre, l'inclusione di ulteriori ETF che replicano lo stesso indice risulta ridondante, poiché equivale a introdurre più volte lo stesso indice, dato il meccanismo di replica passiva proprio di questi strumenti, con le medesime metriche di input e output, senza apportare valore aggiunto all'analisi.

L'ETF "Xtrackers II Eurozone Government Bond UCITS ETF 1C" ha raggiunto il punteggio massimo di 1,000, mentre l'"iShares FTSE MIB UCITS ETF (Acc)" si colloca a 0,631.

Questi risultati suggeriscono che, sebbene gli ETF siano generalmente considerati più efficienti rispetto ai fondi attivi in termini di struttura dei costi, è fondamentale anche considerare i potenziali vantaggi di una gestione attiva.

Infatti, sebbene i fondi attivi comportino commissioni di ingresso e di gestione più elevate, tali costi possono essere giustificati da un'attività che, attraverso decisioni strategiche mirate, è in grado di generare rendimenti superiori o di ridurre l'esposizione al rischio, compensando così le spese aggiuntive.

### 4.3 - Differenza di efficienza tra fondi ESG e neutrali

Un fondo Calcolo della frontiera efficiente (Environmental, Social, Governance) integra criteri ambientali, sociali e di governance nelle proprie decisioni di investimento. Tali fondi selezionano e includono titoli di società che rispettano specifici criteri, oltre ai tradizionali parametri finanziari, come l'impatto ambientale delle aziende, la gestione delle risorse sociali e l'adozione delle migliori pratiche di governance. L'adozione di questi criteri implica una strategia di investimento orientata non solo alla generazione di rendimenti finanziari, ma anche alla promozione di pratiche aziendali responsabili e sostenibili. Dal punto di vista degli investitori, i fondi ESG dovrebbero, teoricamente, offrire vantaggi come una riduzione del rischio a lungo termine, derivante ad esempio dalla minor esposizione a pratiche dannose o rischiose dal punto di vista ambientale e sociale. In questo senso, tali fondi potrebbero beneficiare di una performance migliore nei periodi di crescente attenzione globale verso la sostenibilità. Inoltre, alcuni studi suggeriscono che le aziende con solide politiche ESG possano essere meglio posizionate per affrontare sfide future, come l'introduzione di normative ambientali sempre più severe, soprattutto nel contesto europeo, con un conseguente potenziale incremento dei ritorni per gli investitori.

Per identificare i fondi ESG con un profilo positivo, in questa analisi sono stati presi in considerazione i fondi a cui Morningstar ha assegnato un rating di almeno 4 stelle su un massimo di 5 per questo parametro.

Tabella 13: rating ESG per ogni fondo del campione

DMU	ESG
-----	-----

AcomeA_PMITALIA_ESG_A1	1
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_C_Accumulation_EUR	0
Symphonia_Azionario_Small_Cap_Italia	1
Algebris_Core_Italy_R_EUR_Acc	1
Allianz_Azioni_Italia_All_Stars_A	0
Amundi_Impegno_Italia_B	0
Amundi_Sviluppo_Attivo_Italia_A	1
Anima_Iniziativa_Italia_A	0
Anima_Italia_A	0
Arca_Azioni_Italia_P	0
Azimut_Trend_Italia	1
Bnl_Azioni_Italia	0
Eurizon_Azioni_Italia_R	0
Fidelity_Funds_-_Italy_Fund_A-acc-eur	0
Fideuram_Italia_R	0
Mediolanum_Challenge_Italian_Equity_Fund_L_Acc	0
Mediolanum_Flessibile_Futuro_Italia_La	0
Zenit_Pianeta_Italia_R	1
Schroder_International_Selection_Fund_Italian_Equity_A_Accumulation_Eur	0
Investimenti_Azionari_Italia_A	0
Interfund_Equity_Italy	0
Fonditalia_Equity_Italy_R	0
Pictet-eur_Government_Bonds_I	0
AMUNDI_EURO_GOVERNMENT_BOND_-_AE	0
Anima_Tricolore_A	0
JPMorgan_Funds_-_EU_Government_Bond_Fund_D_acc	0
BlueBay_Funds_-_BlueBay_Investment_Grade_Euro_Government_Bond_Fund_R_EUR_Acc	0
Dws_Invest_Euro-gov_Bonds_Nc	0
Bnp_Paribas_Funds_Euro_Government_Bond_Privl_Capitalisation	0
DPAM_B_Bonds_Eur_Govt_W_Cap	0
Epsilon_Fund_-_Euro_Bond_Class_Unit_R_Eur_Accumulation	0
Euromobiliare_Reddito_A	1
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Dx	0
Hsbc_Euro_Gvt_Bond_Fund_Hc	0

Ishares_Euro_Government_Bond_Index_Fund_(lu)_F2_Eur	0
Jpmorgan_Funds_-_Eu_Government_Bond_Fund_A_acc_-_Eur	0
Generali_Investments_Sicav_-_Euro_Bond_Fund_Ex	0
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_C	1
Anima_Visconteo_Plus_A	1
Anima_Visconteo_Plus_AD	1
Arca_Economia_Reale_Bilan_Italia_55_PIR	0
Azimut_Dinamico	1
Carmignac_Portfolio_Patrimoine_Europe_A_EUR_Acc	0
Groupama_Bilanciato_-_NC	1
Eurizon_Bilanciato_Euro_Multimanager	1
Fideuram_Bilanciato	0
UBS_(Lux)_KSS_Eur_GrInc_P-acc	1
Fidelity_Funds_-_European_Multi_Asset_Income_Fund_A-Acc-EUR	1
Dpam_B_-_Balanced_Flexible_B	1
Groupama_Bilanciato_-_Ic	1
Investimenti_Bilanciati_Internazionali_A	1
Ubs_(lux)_Key_Selection_Sicav_-_European_Growth_And_Income_EUR_Q-acc	1

L'analisi dei punteggi di efficienza calcolati tramite la metodologia DEA ha messo in evidenza una differenza moderata tra i fondi tradizionali e quelli classificati come ESG. I fondi non ESG hanno registrato un punteggio medio di efficienza pari a 0,687, mentre i fondi ESG hanno riportato un valore medio di 0,607. In generale, i fondi ESG risultano leggermente meno efficienti rispetto ai fondi tradizionali, sebbene tale differenza non sia particolarmente significativa. La distribuzione dei punteggi di efficienza mostra, infatti, una considerevole sovrapposizione tra i due gruppi. Considerando anche la dimensione del campione, che comprende 33 fondi non ESG e 19 fondi ESG, tale variazione potrebbe non essere statisticamente rilevante, suggerendo che, nel complesso, i fattori ESG non comportano differenze sostanziali nei livelli di efficienza all'interno del campione analizzato.

## 5 - CONCLUSIONI

Questa ricerca applica la metodologia DEA, Data Envelopment Analysis, per valutare l'efficienza dei fondi comuni d'investimento, estendendo e confrontando i risultati con lo studio pionieristico di Basso & Funari(2001). Sebbene entrambi gli studi confermino l'utilità della DEA nel superare i limiti degli indici tradizionali, emergono differenze significative nelle implicazioni, legate sia al contesto temporale che alle innovazioni introdotte in questa analisi.

Un aspetto chiave che distingue questa ricerca dallo studio sopra citato risiede nel diverso obiettivo perseguito. Mentre la pubblicazione "*A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance*" si concentrava principalmente sulla dimostrazione dell'applicazione della tecnica DEA, focalizzandosi su un confronto intra-categoria(ovvero analizzando l'efficienza dei fondi all'interno di ciascuna classe: azionari, obbligazionari e bilanciati), questa tesi introduce un approccio inter-categoria, utilizzando un campione unico che raggruppa tutte e tre le categorie. Questo permette non solo di valutare l'efficienza interna a ciascuna categoria, ma anche di confrontare direttamente le diverse tipologie, identificando quale sia stata la più efficiente nel periodo analizzato.

Per un confronto diretto con lo studio di Basso & Funari(2001), sono stati calcolati anche i coefficienti di efficienza intra-classe. Nello specifico, hanno registrato un indice di efficienza medio pari a 0,907 per i fondi azionari, 0,439 per quelli obbligazionari e 0,900 per i fondi bilanciati, mentre in questa ricerca i risultati ottenuti sono stati rispettivamente 0,595, 0,863 e 0,687. Queste discrepanze possono essere attribuite a diversi fattori, tra cui il contesto temporale e le condizioni macroeconomiche dei due periodi analizzati.

Lo studio di Basso & Funari si è concentrato sul periodo 01/01/1997-30/06/1999, un'epoca caratterizzata da una relativa stabilità dei mercati finanziari e da una crescita economica sostenuta, in cui i fondi azionari e

bilanciati hanno beneficiato di rendimenti elevati. Al contrario, il periodo analizzato in questa tesi, 01/01/2019-30/06/2021, è stato segnato da eventi straordinari, come la pandemia di COVID-19, che hanno introdotto un elevato grado di incertezza e volatilità nei mercati. In tale contesto, i fondi obbligazionari, grazie alla loro minore esposizione al rischio e alla stabilità intrinseca, hanno ottenuto punteggi di efficienza superiori rispetto ai fondi azionari e bilanciati, che invece hanno risentito della maggiore volatilità e dei costi più elevati.

Mentre nello studio di Basso & Funari i fondi azionari e bilanciati hanno dimostrato una maggiore efficienza, nel periodo più recente i fondi obbligazionari sono risultati più performanti, riflettendo la preferenza degli investitori per strumenti a basso rischio in contesti di elevata incertezza. Questo suggerisce che l'efficienza dei fondi non è un attributo statico, ma varia in funzione delle condizioni di mercato e delle preferenze degli investitori.

Inoltre, la maggiore efficienza dei fondi obbligazionari nel periodo 2019-2021 potrebbe essere legata anche alla politica monetaria espansiva delle banche centrali, che ha mantenuto i tassi di interesse a livelli storicamente bassi, ma stabili. Al contrario, i fondi azionari hanno risentito della maggiore volatilità dei mercati azionari, che ha amplificato il rischio e ridotto l'efficienza complessiva.

A livello inter-categoria, i risultati ottenuti confermano ulteriormente le tendenze emerse dall'analisi intra-classe. I fondi obbligazionari governativi EUR si distinguono come i più efficienti, con un punteggio medio di 0,856, superando sia i fondi azionari che quelli bilanciati. Questa performance è attribuibile al loro basso rischio (deviazione standard media pari a 0,024 e Beta pari a 0,040), nonostante rendimenti inferiori rispetto ai fondi azionari. Al contrario, i fondi azionari, pur registrando rendimenti più elevati, risultano meno efficienti (punteggio medio: 0,575) a causa della maggiore esposizione al rischio (deviazione standard media pari a 0,024 e Beta pari a 0,912).

Questo risultato, non esplorato nella pubblicazione di Basso & Funari, ribadisce come, in contesti macroeconomici caratterizzati da elevata incertezza (come pandemia COVID-19), la ridotta volatilità sia premiata dalla DEA. La maggiore efficienza dei fondi obbligazionari riflette non solo la loro stabilità intrinseca, ma anche la preferenza degli investitori per strumenti a basso rischio in periodi turbolenti, confermando così l'importanza del contesto temporale nell'analisi dell'efficienza dei fondi.

Un ulteriore elemento di innovazione rispetto allo studio di Basso & Funari è l'introduzione degli ETF (Exchange-Traded Funds) all'interno del campione analizzato. A differenza dei fondi a gestione attiva, gli ETF replicano passivamente un indice di mercato, caratteristica che si traduce in costi di gestione e di ingresso generalmente inferiori. Tuttavia, i risultati ottenuti dimostrano che la gestione passiva non garantisce automaticamente efficienza massima.

L'ETF obbligazionario *Xtrackers Eurozone Government Bond UCITS ETF 1C* raggiunge un punteggio di efficienza DEA pari a 1,000, posizionandosi sulla frontiera efficiente. Questo risultato è attribuibile alla combinazione di basso rischio (deviazione standard: 0,019) e assenza di costi d'ingresso, nonostante un rendimento atteso relativamente modesto (1,47%).

Al contrario, l'ETF azionario *iShares FTSE MIB UCITS ETF (Acc)*, pur replicando un indice di riferimento, ottiene un punteggio di efficienza inferiore (0,631), a causa di una maggiore volatilità (deviazione standard: 0,121) e di un rendimento atteso più basso rispetto ai fondi azionari a gestione attiva. Questi risultati evidenziano che, sebbene gli ETF siano spesso considerati strumenti efficienti per la loro struttura a basso costo, la loro performance dipende fortemente dalla tipologia di asset sottostante. Gli ETF obbligazionari, grazie alla loro stabilità intrinseca, si dimostrano più efficienti, mentre quelli azionari possono risultare meno performanti in contesti di elevata volatilità.

Un altro contributo originale di questa ricerca è l'analisi dell'efficienza dei fondi ESG, Environmental, Social, Governance, rispetto ai fondi tradizionali. I



fondi ESG integrano criteri di sostenibilità nelle decisioni di investimento, con l'obiettivo di generare impatti positivi a livello ambientale, sociale e di governance. Tuttavia, contrariamente alle aspettative, i risultati mostrano che i fondi ESG non presentano un vantaggio in termini di efficienza rispetto ai fondi tradizionali.

Nel campione analizzato, i fondi ESG registrano un punteggio medio di efficienza pari a 0,607, inferiore rispetto ai fondi tradizionali, pari a 0,687. Questo suggerisce che i criteri di sostenibilità, pur rappresentando un valore aggiunto in termini di responsabilità sociale e ambientale, non si traducono necessariamente in una maggiore efficienza finanziaria.

Questi risultati, in linea con le aspettative di Basso & Funari per futuri approfondimenti, sollevano interrogativi sulla capacità dei fondi ESG di conciliare obiettivi finanziari e sostenibilità. Sebbene i criteri ESG possano contribuire a ridurre il rischio a lungo termine, nel breve periodo non sembrano tradursi in un vantaggio competitivo in termini di efficienza operativa.

Come evidenziato anche nello studio di Basso & Funari, la DEA fornisce una valutazione più articolata rispetto agli indici tradizionali come Sharpe e Treynor. Ad esempio, il fondo *Pictet-eur Government Bonds I* ottiene un punteggio DEA pari a 1,000, grazie alla sua bassa volatilità e ai costi contenuti, nonostante un indice di Sharpe relativamente modesto (0,473) e un indice di Treynor elevato (1,849), che riflette la sua bassa sensibilità al rischio sistematico (Beta: 0,01). Al contrario, fondi con un elevato indice di Sharpe, come *Carmignac Portfolio Patrimoine Europe A EUR Acc* (Sharpe: 1,822), possono risultare meno efficienti nella DEA a causa di costi d'ingresso più elevati o di una maggiore esposizione al rischio sistematico.

Questi esempi confermano che la DEA complementa, ma non sostituisce, gli approcci tradizionali, arricchendo l'analisi con metriche multi-dimensionali che includono non solo il rischio-rendimento, ma anche i costi e la gestione delle risorse. Mentre gli indici di Sharpe e Treynor si concentrano rispettivamente sul

rischio totale e sul rischio sistematico, la DEA offre una visione più completa, considerando anche l'impatto dei costi e l'efficienza operativa.

Ricapitolando, i risultati di questa ricerca hanno implicazioni significative per gli investitori e i gestori di fondi.

In primo luogo, la maggiore efficienza dei fondi obbligazionari nel periodo analizzato suggerisce che, in contesti di elevata volatilità, questi strumenti possono offrire un migliore equilibrio tra rischio e rendimento.

In secondo luogo, l'analisi degli ETF evidenzia che la gestione passiva non è sempre la scelta ottimale, anche se non presenta costi d'ingresso.

Infine, i risultati sui fondi ESG sollevano interrogativi sulla loro capacità di conciliare obiettivi finanziari e sostenibilità, suggerendo la necessità di ulteriori ricerche in questo ambito.

Questi contributi aprono la strada a future ricerche, sia per approfondire il ruolo degli ETF e dei fondi ESG, sia per esplorare l'applicazione della DEA in contesti geografici e temporali diversi. In conclusione, questa tesi non solo conferma l'utilità della DEA come strumento di valutazione, ma ne estende l'applicazione a nuove aree di interesse, offrendo una prospettiva più completa e articolata per l'analisi dei fondi comuni d'investimento.

## Bibliografia

- Aigner, D. J., & Chu, S. F. (1968). On Estimating the Industry Production Function. *The American Economic Review*, 58(4), 826–839.
- Aigner, D., Lovell, C. A. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21–37.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
- Basso, A., & Funari, S. (2001). A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135(3), 477–492
- Boussofiane, A., Dyson, R. G., & Thanassoulis, E. (1991). Applied data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 52(1), 1–15.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30(1–2), 91–107.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., & Seiford, L. M. (1994). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Applications*. Springer Netherlands.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978, novembre). *Measuring the efficiency of decision making units*.

- Charnes, A., Cooper, W. W., & Seiford, L. (1982). *A MULTIPLICATIVE MODEL FOR EFFICIENCY*.
- Cobb, C. W., & Douglas, P. H. (1928). *A Theory of Production*. 18, 139.
- Coelli, T., Prasada Rao, D. S., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (A c. Di). (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis* (2. ed). Springer.
- Debreu, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19(3), 273
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1973). Estimating the Dependence Structure of Share Prices—Implications for Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 28(5), 1203
- Fama, E. F., & French, K. R. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 25(1), 23–49
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56
- Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253.
- Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389.
- Koopmans, T. C. (1951). Efficient Allocation of Resources. *Econometrica*, 19(4), 455
- Markowitz, H. (1952). PORTFOLIO SELECTION\*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91

- Merton, R. C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *The Journal of Finance*, 29(2), 449
- Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 408–418
- Sharpe, W. F. (1964). CAPITAL ASSET PRICES: A THEORY OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF RISK\*. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(1,), 119–138.
- Sharpe, W. F. (1992). Asset allocation: Management style and performance measurement. *The Journal of Portfolio Management*, 18(2), 7–19
- Treynor, J. L. (A c. Di). (1964). How to Rate Management of Investment Funds. In *Treynor on Institutional Investing* (1<sup>a</sup> ed., pp. 69–87). Wiley