ESTRUCTURAS DE DATOS

TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS ARBORESCENTES

Árboles binarios de búsqueda

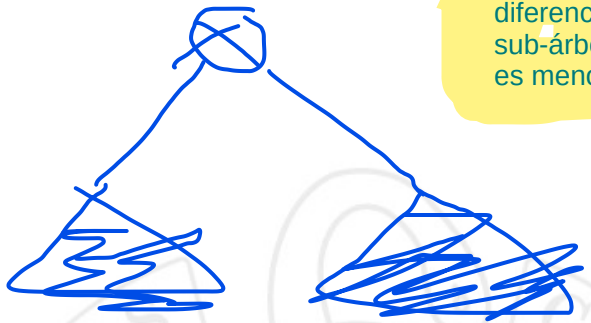
Manuel Montenegro Montes
Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

Árboles binarios de búsqueda (ABBs)

Operaciones son eficientes, sobre todo si los árboles son equilibrados (es decir la diferencia de alturas del sub-árbol derecho y el izquierdo es menor o igual que 1)

Un árbol binario es de búsqueda si:

- Es un árbol vacío, o bien, si t empty() == ABBs
- Es una hoja, o bien, Si solo hubiera el nodo es ABBs
- Su raíz es un nodo interno, y además:
  - Todos los elementos de su **hijo izquierdo** son estrictamente **menores** que la raíz.
  - Todos los elementos de su **hijo derecho** son estrictamente **mayores** que la raíz.
  - Los hijos izquierdo y derecho son árboles de búsqueda.

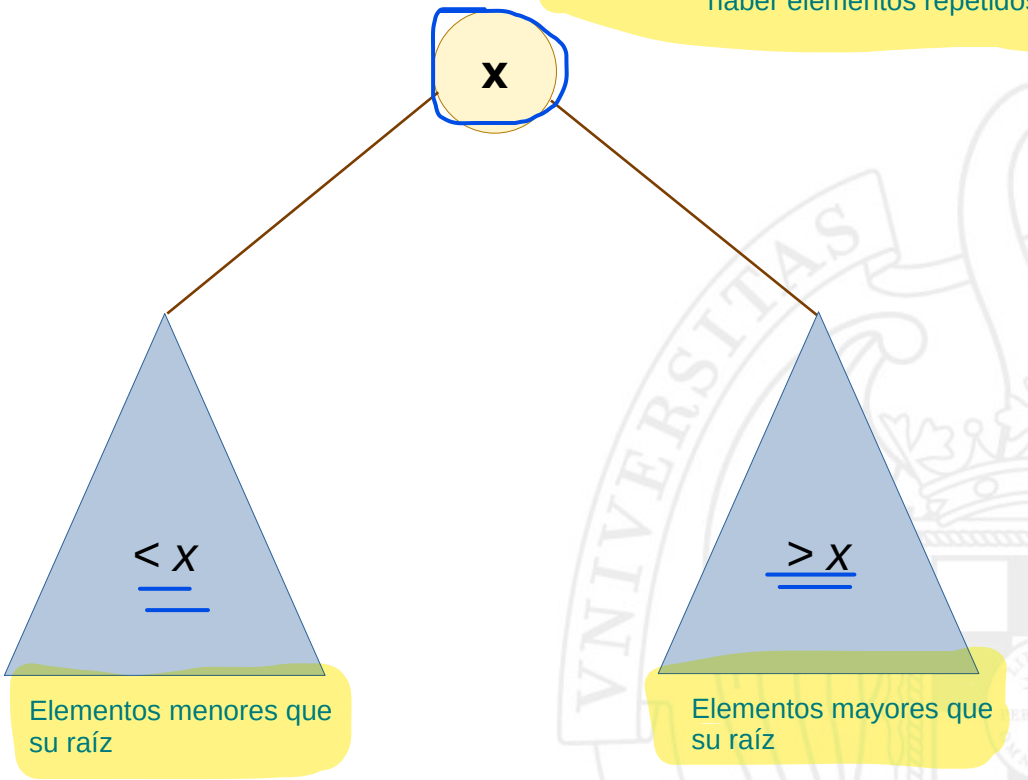


Ambos deben cumplir esa propiedad.

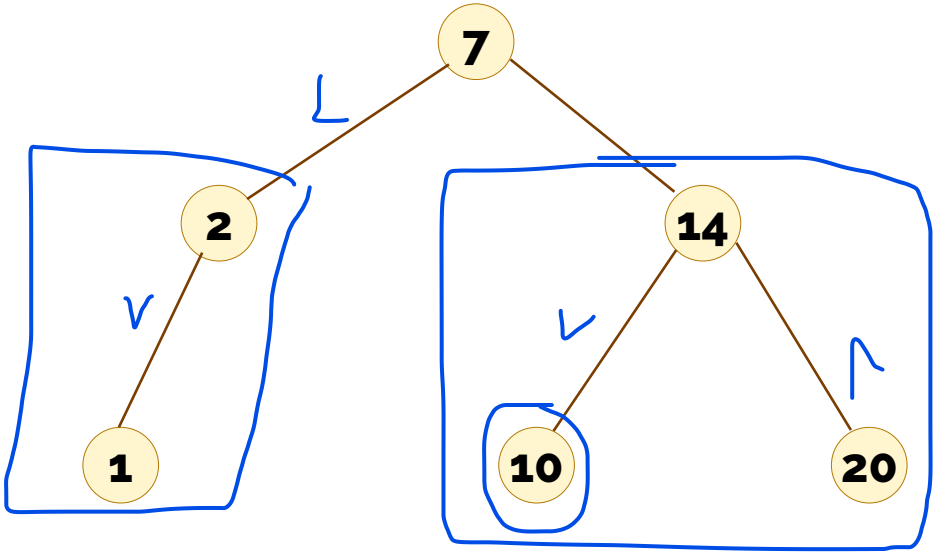
TODO ESTO TENDRÁ SUPONGO UNA IMPLEMENTACIÓN RECURSIVA PARA QUE SEA MÁS EFICIENTES.

Árboles binarios de búsqueda

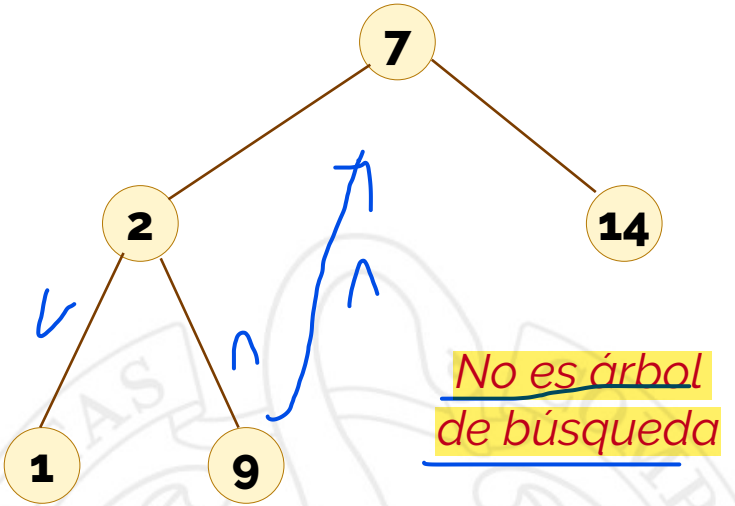
Recordamos que en las implementaciones de conjuntos NO pueden haber elementos repetidos.



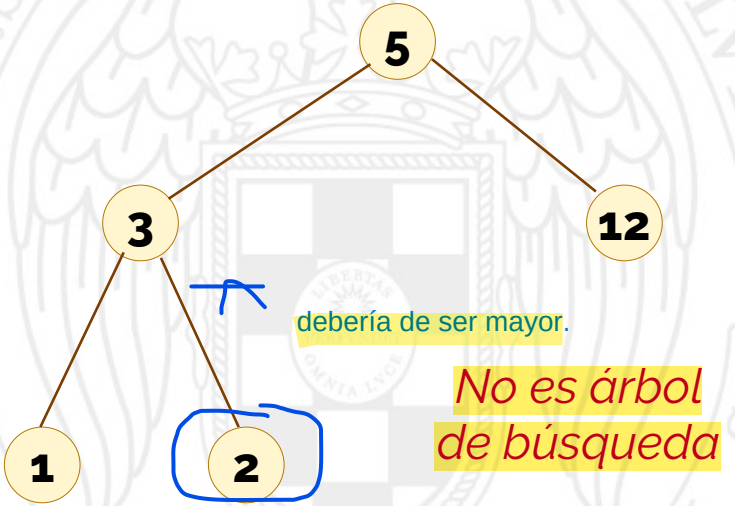
Ejemplos



Árbol de búsqueda



No es árbol de búsqueda



debería de ser mayor.

No es árbol de búsqueda

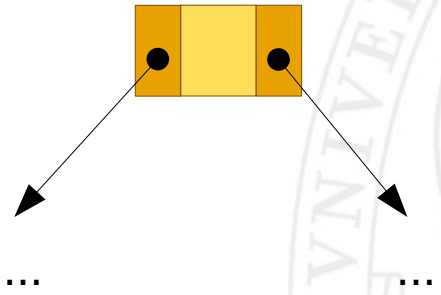
Representación mediante nodos

```
template <typename T>
struct Node {
  T elem;
  Node *left, *right;

  Node(Node *left, const T &elem, Node *right): left(left), elem(elem), right(right) { }
};
```

Misma idea que con los árboles binarios.

Luego meteremos esto dentro de un struct.



Búsqueda en un ABB

Primera función que vamos a implementar.

- Queremos implementar una función que determine si un elemento se encuentra en un árbol de búsqueda

```
bool search(const Node *root, const T &elem);
```

- La función determina si el `elem` se encuentra dentro del nodo `root` o en alguno de sus descendientes.
- Distinguimos cuatro casos.

Caso 1: Árbol vacío

```
bool search(const Node *root, const T &elem);
```

- Si `root == nullptr`, el árbol es vacío.
- En ese caso, `elem` no pertenece al árbol.
- Devolvemos `false`.

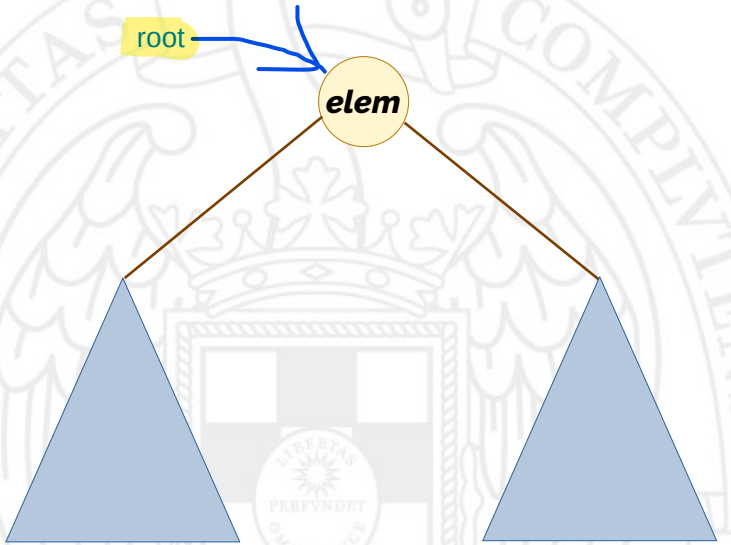
```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else { ... }
}
```

Caso 2: `elem` == raíz del árbol

```
bool search(const Node *root, const T &elem);
```

- En este caso, hemos encontrado `elem` en el árbol. Devolvemos `true`.

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else { ... }
}
```



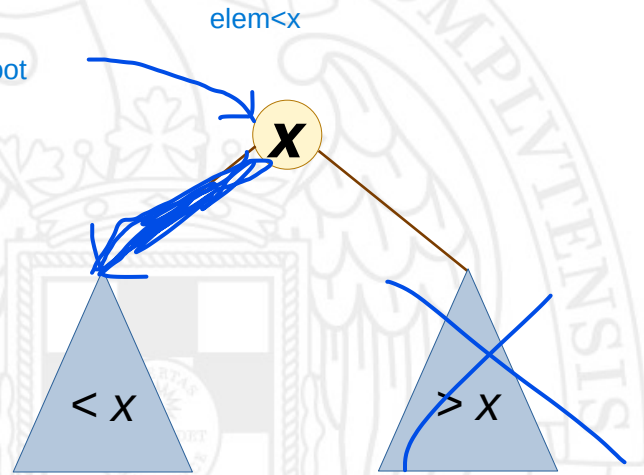
Caso 3: elem < raíz del árbol

Entonces debemos buscar en el subárbol izquierdo

```
bool search(const Node *root, const T &elem);
```

- Si el elemento a buscar es estrictamente menor que la raíz del árbol, lo buscamos recursivamente en el hijo izquierdo.

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else if (elem < root->elem) {
    return search(root->left, elem);
  } else { ... }
}
```



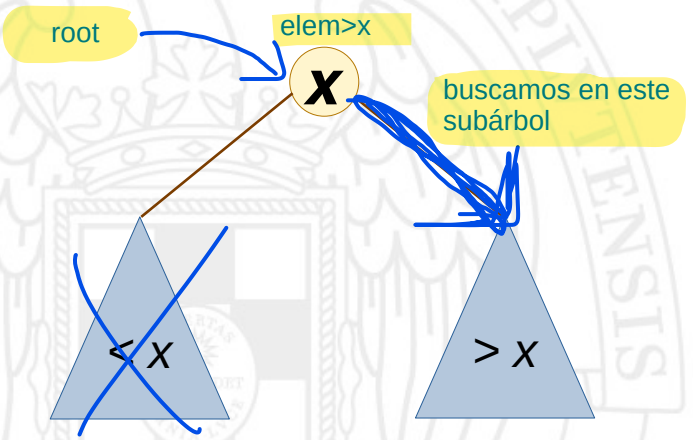
Caso 4: elem > raíz del árbol

```
bool search(const Node *root, const T &elem);
```

- Si el elemento a buscar es estrictamente mayor que la raíz del árbol, lo buscamos recursivamente en el hijo derecho.

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else if (elem < root->elem) {
    return search(root->left, elem);
  } else {
    return search(root->right, elem);
  }
}
```

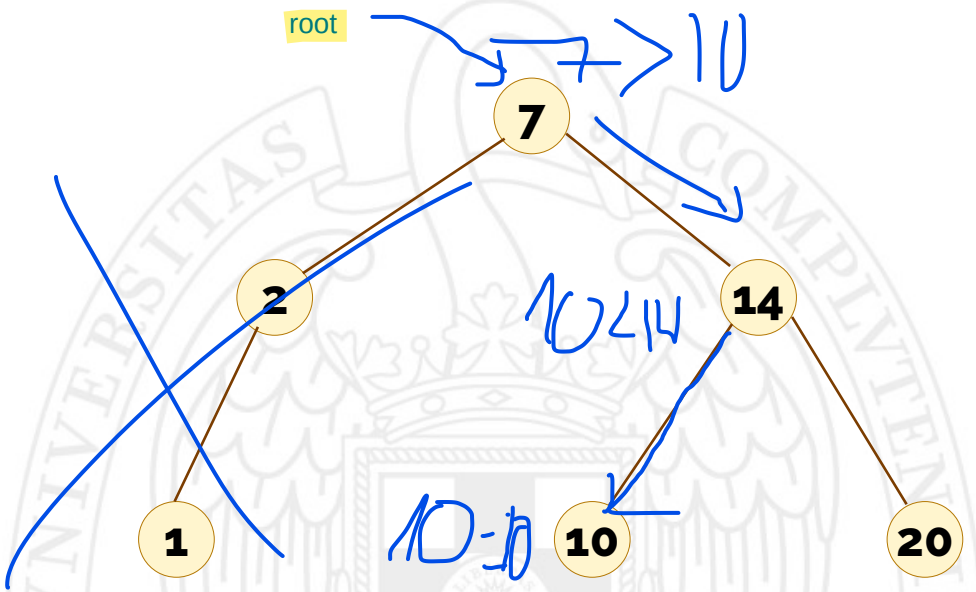
caso opuesto a este.



Ejemplo

- Buscamos el 10

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else if (elem < root->elem) {
    return search(root->left, elem);
  } else {
    return search(root->right, elem);
  }
}
```

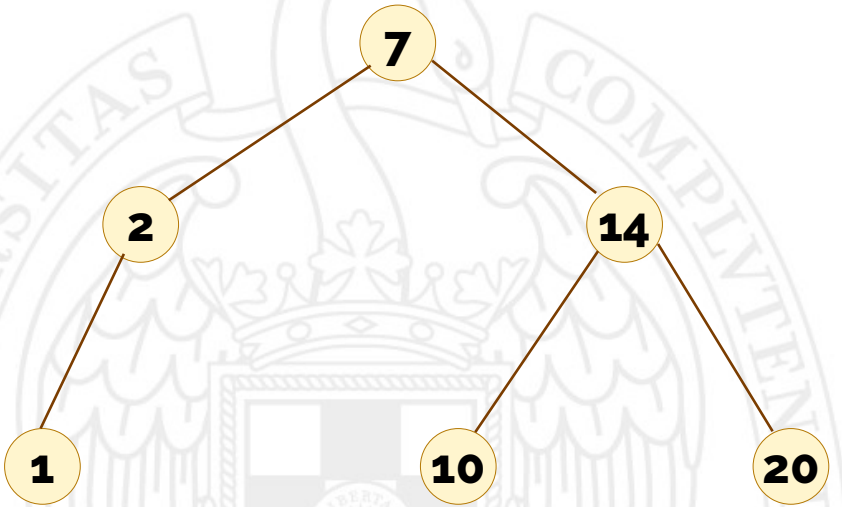


Ejemplo

- Buscamos el 3

Mismo procedimiento que en la diapo anterior solo que ahora no encuentra el elemento.

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else if (elem < root->elem) {
    return search(root->left, elem);
  } else {
    return search(root->right, elem);
  }
}
```

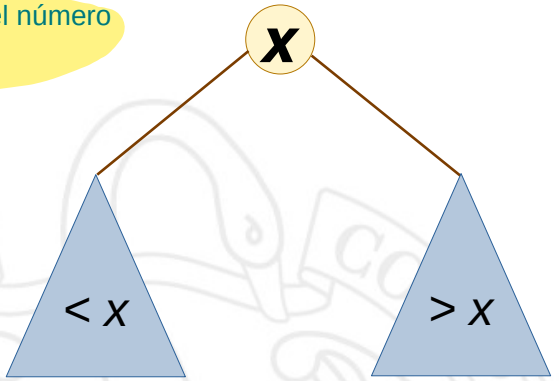


Coste de la función search

EN función de la altura del árbol. En el caso peor es cuando no encuentro.

```
bool search(const Node *root, const T &elem) {
  if (root == nullptr) {
    return false;
  } else if (elem == root->elem) {
    return true;
  } else if (elem < root->elem) {
    return search(root->left, elem);
  } else {
    return search(root->right, elem);
  }
}
```

Operación de coste lineal en el número de elementos del árbol.



altura

$$T(h) = \begin{cases} K_1 & h = 0 \\ T(h-1) + K_2 \end{cases}$$

$$T(n) = n^{k+1} = n^1 = n$$

Lineal en la altura del árbol

Coste de la función `search`

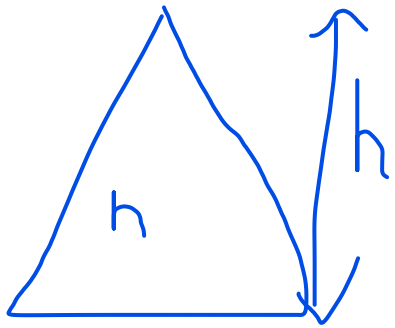
- En el caso peor, la función `search` desciende desde la raíz hasta las hojas.
- El coste en tiempo de la función `search` es lineal con respecto a la altura del árbol.

¿Y con respecto al número de nodos?

Recordatorio

Sea h la altura de un árbol y n su número de nodos.

- Si el árbol es **degenerado**, $h \in O(n)$ → árbol en forma de línea.
- Si el árbol es **equilibrado**, $h \in O(\log n)$
- Si no sabemos nada acerca de si el árbol está equilibrado o no, el caso peor es el árbol degenerado.



Coste de la función `search`

- Si el árbol es **degenerado**, el coste de `search` es $O(n)$, donde n es el número de nodos del árbol.
- Si el árbol está **equilibrado**, el coste de `search` es $O(\log n)$, donde n es el número de nodos del árbol.