

Una forma posible de hacer el algoritmo más eficiente es usar una técnica llamada **\*\*memoización\*\***, que es una forma de almacenamiento en caché. La memoización consiste en guardar los resultados de las llamadas anteriores de la función en una estructura de datos, como un diccionario, y luego buscar los resultados en lugar de volver a calcularlos cuando se encuentra el mismo dato de entrada. Esto puede reducir el número de llamadas recursivas y evitar el trabajo repetido.

Para implementar la memoización para  $\text{rec1}(n)$ , podemos crear un diccionario global llamado `memo`, e inicializarlo con el caso base de  $\text{rec1}(1) = 1$ . Luego, podemos modificar la función  $\text{rec1}(n)$  para comprobar si  $n$  ya está en `memo`, y devolver el valor almacenado si lo está. De lo contrario, podemos calcular el valor de  $\text{rec1}(n)$  como antes, pero también guardarlo en `memo` para su uso futuro. Aquí está el código modificado en Python:

```
# Diccionario global para guardar los resultados anteriores
```

```
memo = {1: 1}
```

```
# Función recursiva modificada con memoización
```

```
def rec1(n):
```

```
    # Comprobar si n ya está en memo
```

```
    if n in memo:
```

```
        # Devolver el valor almacenado
```

```
        return memo[n]
```

```
    else:
```

```
        # Calcular el valor como antes
```

```
        result = rec1(n-1) * rec1(n-1)
```

```
        # Guardar el resultado en memo
```

```
        memo[n] = result
```

```
        # Devolver el resultado
```

```
        return result
```

La complejidad temporal de este algoritmo modificado es  $O(n)$ , ya que solo hace una llamada recursiva por cada valor de  $n$  desde 2 hasta  $n$ , y luego usa los valores almacenados para las llamadas posteriores. Esto es mucho mejor que  $O(2^n)$ , que era la complejidad temporal del algoritmo original.

