

Presentación para usar con el libro de texto **Algorithm Design and Applications**, de MT Goodrich y R. Tamassia, Wiley, 2015

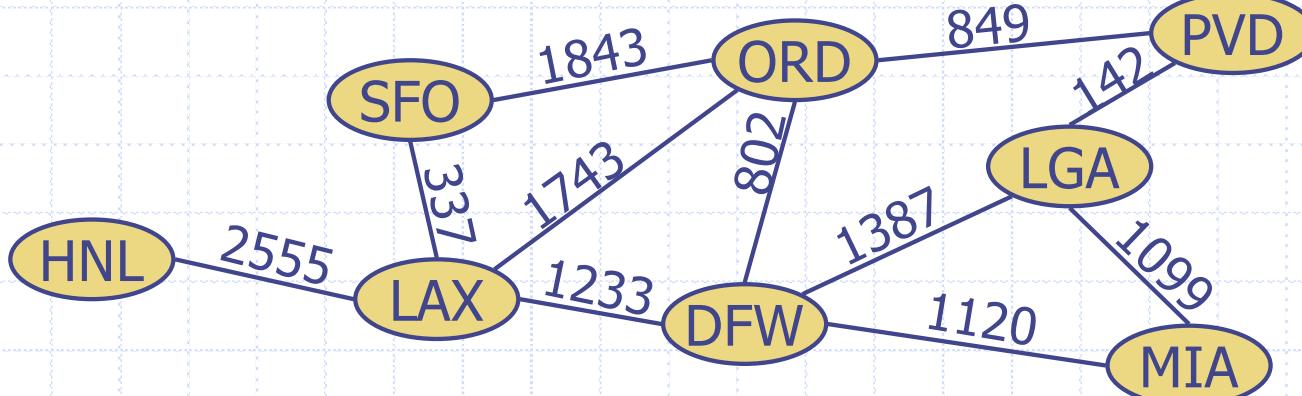
Grafos Terminología y Representaciones



The metropolitan area of Milan, Italy at night. Astronaut photograph ISS026-E-28829, 2011. U.S. government image. NASA-JSC.

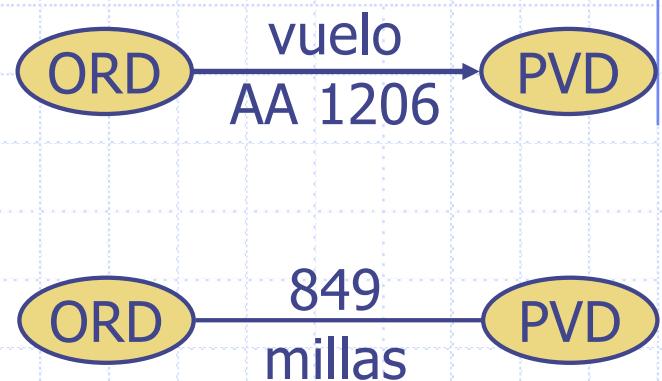
Grafos

- Un grafo es un par (V, E) , en donde:
 - V es un conjunto de nodos, llamados **vértices**
 - E es una colección de pares de vértices, llamados **aristas**
- Ejemplo:
 - Un *vértice* representa un aeropuerto y almacena el código de aeropuerto de tres letras
 - Una *arista* representa una ruta de vuelo entre dos aeropuertos y almacena la longitud de la ruta (en millas)



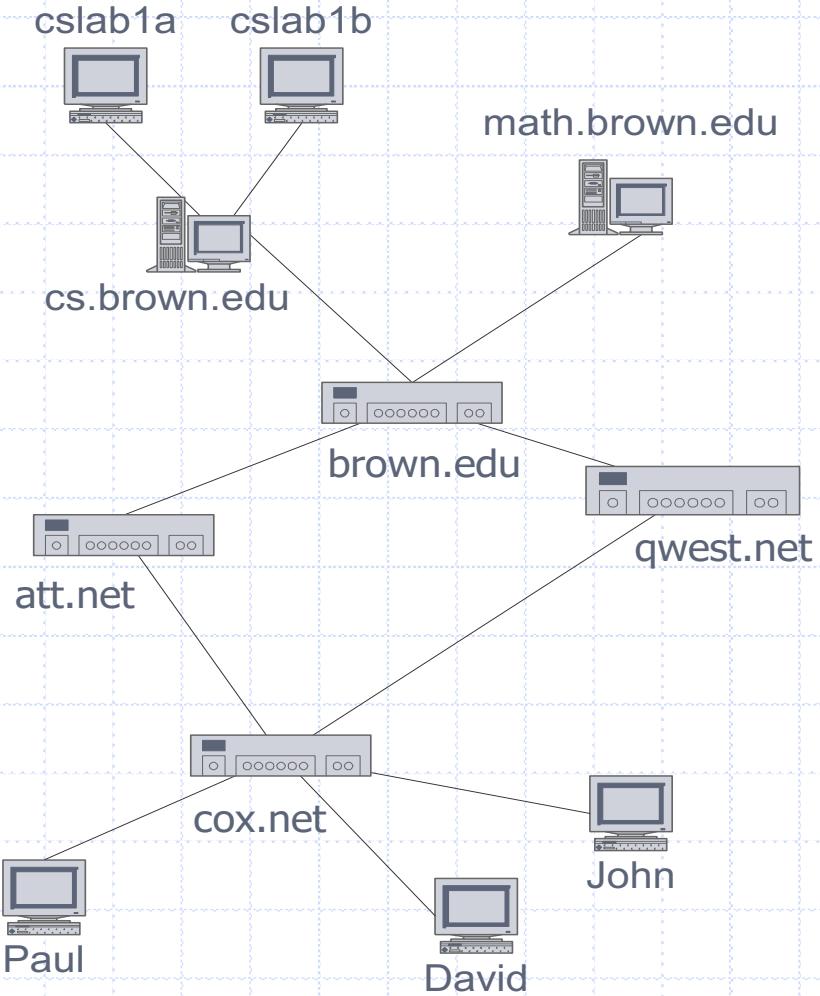
Tipos de Aristas

- Arista Dirigida
 - es un par ordenado de vértices (u, v)
 - primer vértice u es el *origen*
 - segundo vértice v es el *destino*
 - e.g., un vuelo
- Arista No-Dirigida
 - es par desordenado de vértices (u, v)
 - por ejemplo, una ruta de vuelo
- Grafo Dirigido
 - *todas las aristas son dirigidas*
 - e.g., red de rutas
- Grafo No-Dirigido
 - todas las aristas son *no-dirigidas*
 - e.g., red de vuelos



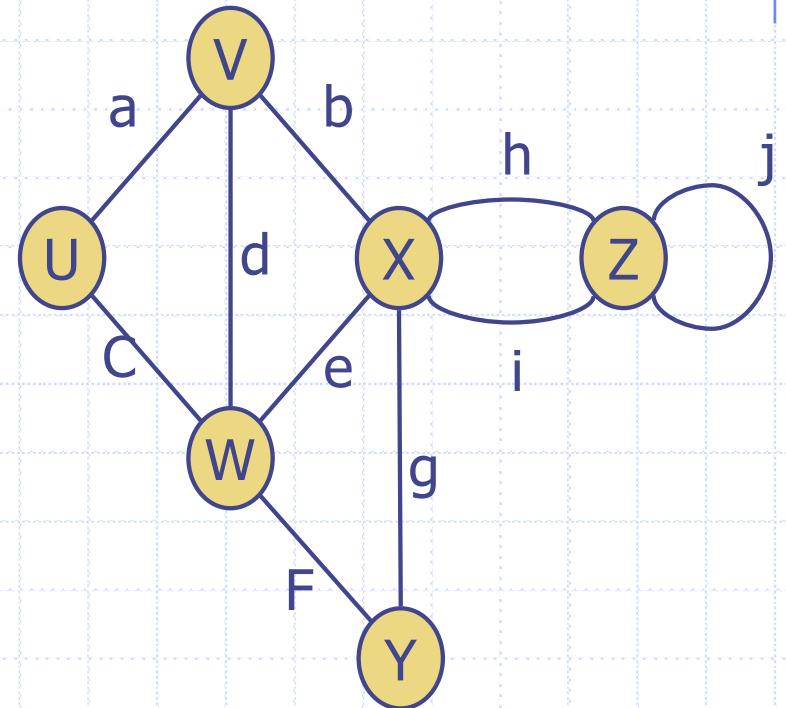
Aplicaciones

- Circuitos electrónicos
 - Circuito Impresos (routing)
 - Circuitos Integrado (diseño)
- Redes de transporte
 - Red de carreteras
 - Red de vuelos
- Red de computadoras
 - Redes de área local
 - Internet
 - Web
- Bases de Datos
 - Diagrama Entidad-Relación



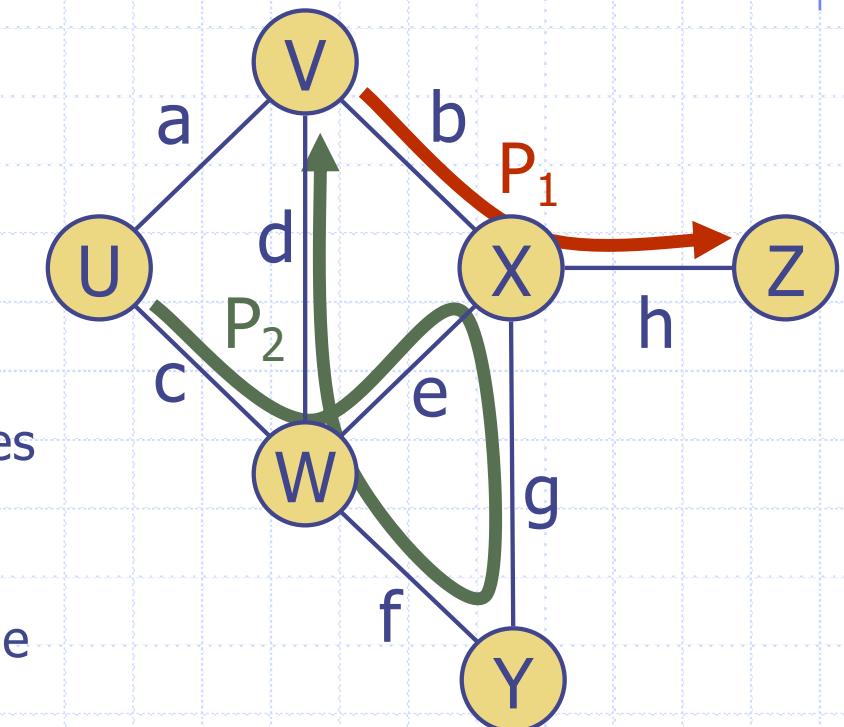
Terminología

- *Vértices finales* (o puntos finales) de una arista:
 - U y V son los extremos de a
- *Aristas Incidentes* de un vértice:
 - a, d y b son incidentes al vértice V
- *Vértices Adyacentes*:
 - Los vértices U y V son adyacentes
- *Grado de un Vértice* (cant. de adyacentes):
 - El vértice X tiene *grado 5*
- *Aristas Paralelas*:
 - Las aristas h e i son paralelas
- *Auto-Ciclo / Self-loop*:
 - La arista j es un auto-ciclo



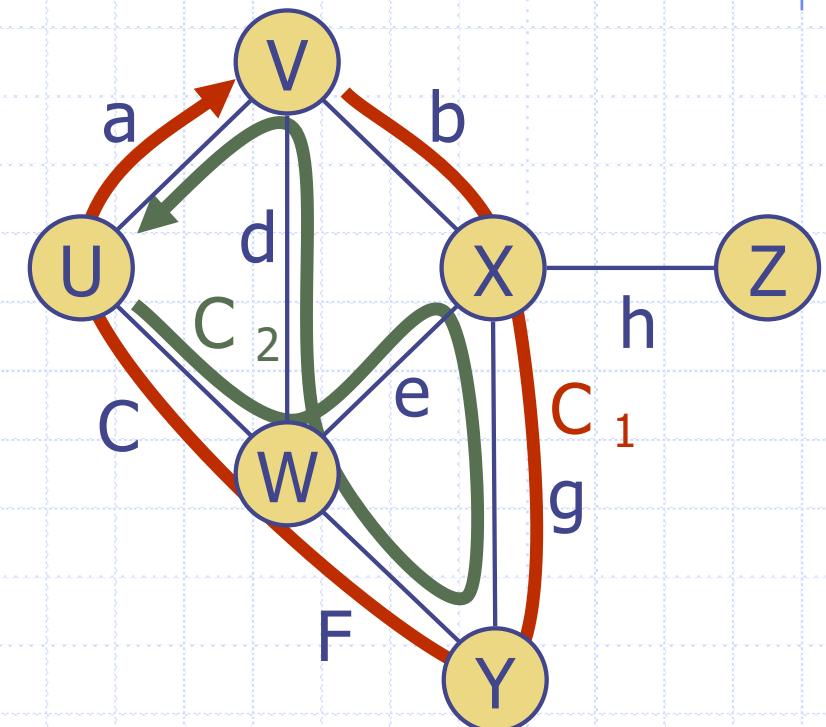
Terminología (Cont.)

- Camino:
 - es una secuencia alternante de *vértices* y *aristas*
 - comienza con un vértice
 - termina con un vértice
 - cada arista es precedida y seguida por sus puntos finales
- Camino Simple
 - un camino tal que todos sus vértices y aristas son distintos
- Ejemplos
 - $P_1 = (V, b, X, h, Z)$ es un camino simple
 - $P_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V)$ no es un camino simple



Terminología (Cont.)

- Ciclo
 - secuencia *circular* de vértices y aristas
 - cada arista es precedida y seguida por sus puntos finales
- Ciclo Simple
 - un ciclo tal que todos sus vértices y aristas son distintos
- Ejemplos
 - $C_1 = (V, b, X, g, Y, f, W, c, U, a, \leftarrow)$ es un ciclo simple
 - $C_2 = (U, c, W, e, X, g, Y, f, W, d, V, a, \leftarrow)$ no es un ciclo simple



Propiedades

Propiedad 1

$$\sum_v \deg(v) = 2m$$

Prueba: cada arista se cuenta dos veces

Propiedad 2

En un grafo no dirigido sin autociclos ni aristas múltiples:

$$m \leq n(n - 1) / 2$$

Prueba: cada vértice tiene como máximo grado $(n - 1)$

¿Cuál es el límite para un gráfico dirigido?

Notación

n

m

$\deg(v)$

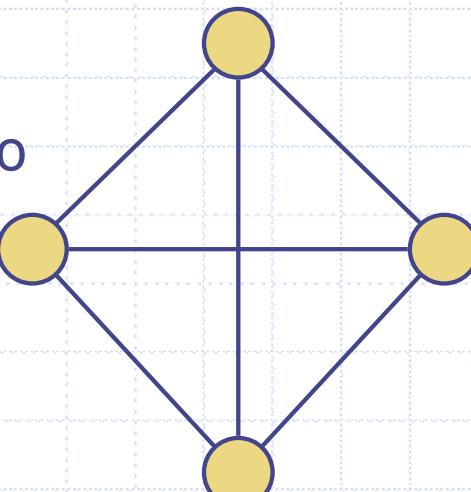
es el número de vértices

es el número de aristas

es el grado de vértice v

Ejemplo

- $n = 4$
- $m = 6$
- $\deg(v) = 3$



Vértices y Aristas

- Un **grafo** es una colección de **vértices** y **aristas**.
- Un **vértice** puede ser un objeto abstracto sin etiquetar o puede estar etiquetado (e.g., con un número entero o un código de aeropuerto) o puede almacenar otros objetos
- Una **arista** también puede ser un objeto abstracto sin etiquetar o puede estar etiquetado (e.g., un número de vuelo, distancia de viaje, costo), también puede almacenar otros objetos.

Operaciones del TAD Grafo

- Return the number, n , of vertices in G . - número de vértices en G
- Return the number, m , of edges in G . - número de aristas en G
- Return a set or list containing all n vertices in G . - lista de vértices en G
- Return a set or list containing all m edges in G . - lista de aristas de G
- Return some vertex, v , in G . - eliminar un vértice v en G
- Return the degree, $\deg(v)$, of a given vertex, v , in G . - grado del vértice v en G
- Return a set or list containing all the edges incident upon a given vertex, v , in G . - lista de aristas incidentes de un vértice v en G
- Return a set or list containing all the vertices adjacent to a given vertex, v , in G . - lista de vértices adyacentes a un vértice v en G
- Return the two end vertices of an edge, e , in G ; if e is directed, indicate which vertex is the origin of e and which is the destination of e .
- Return whether two given vertices, v and w , are adjacent in G .
 - vértices asociados a una arista
 - son dos vértices adyacentes?

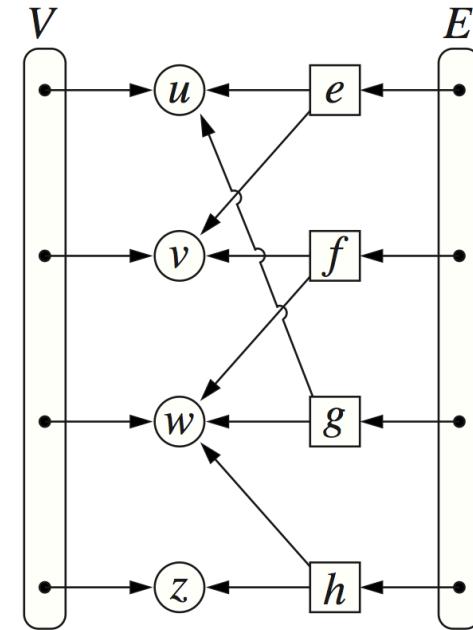
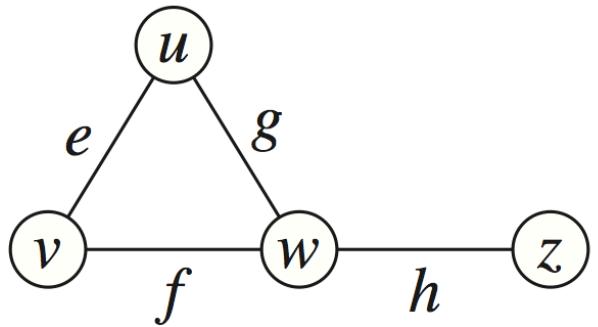
Operaciones (Cont.)

- Indicate whether a given edge, e , is directed in G . - es la arista dirigida?
- Return the in-degree of v , $\text{inDegree}(v)$. - grado de incidencia (dirigido)
- Return a set or list containing all the incoming (or outgoing) edges incident upon a given vertex, v , in G . - lista de aristas entrantes/salientes
- Return a set or list containing all the vertices adjacent to a given vertex, v , along incoming (or outgoing) edges in G . lista de vertices adjacientes (dirigido)

- Insert a new directed (or undirected) edge, e , between two given vertices, v and w , in G . - insertar una nueva arista entre dos vertices
- Insert a new (isolated) vertex, v , in G . - insertar un vertice
- Remove a given edge, e , from G . - remover una arista
- Remove a given vertex, v , and all its incident edges from G . - dado un vertice, remover todas las aristas incidentes

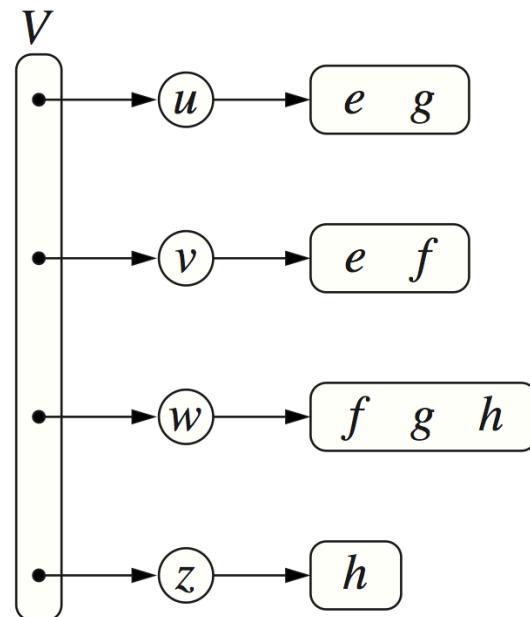
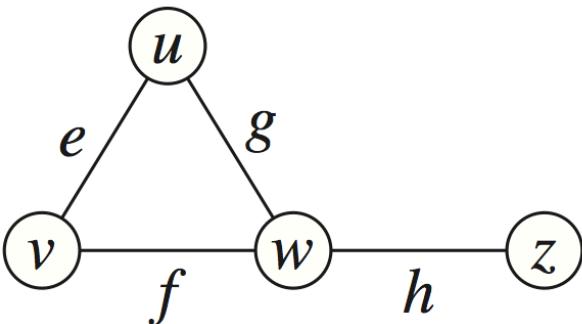
Representación con una Lista de Aristas

- El objeto Vértice
 - elemento/dato
 - posición en la secuencia de vértices (índice en la lista)
- El objeto Arista
 - elemento/dato
 - vértice de origen
 - vértice destino
 - posición en la secuencia de vértices (índice en la lista)
- Lista (secuencia) de Vértices
 - lista (secuencia) de objetos Vértice
- Lista (secuencia) de aristas
 - lista (secuencia) de objetos Arista



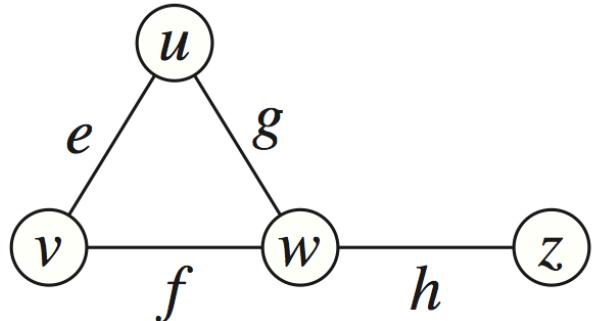
Representación con una Lista de Adyacencia

- Lista de incidencia para cada vértice (lista de sus aristas)
 - lista (secuencia) de referencias a las aristas incidentes
- El objeto “Arista” aumentado
 - referencia a posiciones asociadas en la lista de incidencia de los vértices finales



Representación con una Matriz de Adyacencia

- Representación similar a "Lista de Aristas", pero tenemos dos
- Los de vértices
 - serán una *clave entera* (índice) asociada con el vértice
- Matriz de Adyacencia (arreglo/collection bi-dimencional)
 - Referencia a la Arista para los vértices adyacentes
 - **None** (nulo) para vértices no adyacentes



	0	1	2	3
u	→	e	g	
v	→		f	
w	→	g	f	h
z	→		h	

Performance

- n vértices, m aristas
- sin bordes paralelos
- sin auto-ciclos

	Lista de Aristas	Lista de Adyacencia	Matriz de Adyacencia
Espacio	$n + m$	$n + m$	n^2
<code>aristasIncidentes(v)</code>	m	$\deg(v)$	n
<code>adyacentes(v, w)</code>	m	$\min(\deg(v), \deg(w))$	1
<code>insertarVertice(o)</code>	1	1	n^2
<code>insertarArista(v, w, o)</code>	1	1	1
<code>eliminarVertice(v)</code>	m	$\deg(v)$	n^2
<code>eliminarArista(e)</code>	1	1	1