

# 北京邮电大学

## 《光纤通信》 期末论文



姓名： 孔迪

学号： 2018526001

班级： 2016211114

2019.6.5

# 超短光脉冲中啁啾与色散的 MATLAB 模拟分析和对非线性薛定谔方程的数值求解

孔迪 2018526001

## 摘要

本文从模拟的角度出发,借助 MATLAB 的绘图能力,模拟高斯脉冲在有无啁啾的情况下光场实部、强度及频率随时间的变化,以及在有无啁啾的情况下,光脉冲通过正负色散介质后脉冲强度及频率随时间的变化。本文还从解析的角度出发,利用分布傅里叶变换法来对光纤中光信号的传输方程,即非线性薛定谔方程进行数值求解,并通过 MATLAB 软件对结果数值进行仿真

## MATLAB Simulation Analysis of Chirp and Dispersion in Ultrashort Optical Pulse and Numerical Solution of Nonlinear Schrödinger Equation

### ABSTRACT

From the perspective of simulation, this paper uses MATLAB's drawing ability to simulate the variation of the real part, intensity and frequency of the Gaussian pulse with or without chirp, and the presence or absence of defects. The variation of pulse intensity and frequency with time after positive and negative dispersion medium. In this paper, from the perspective of analysis, the distributed Fourier transform method is used to numerically solve the optical signal transmission equation in optical fiber, namely the nonlinear Schrödinger equation, and the result value is simulated by MATLAB software.

## 引言

超短光脉冲是谐振腔中增益与损耗达到平衡、色散与非线性达到平衡时所产生的。超短光脉冲激光已经被应用到许多领域<sup>[7]</sup>，在光通信领域，利用计算机精密控制飞秒激光加工平台，可以在材料内部的任意位置制得任意形状的二维、三维或单模光波导；光栅在光通信、色散补偿、光纤传感等领域中发挥着不可替代的作用，现代工业也对光栅提出了更高的要求：1、不同几何形状排列；2、在光纤内部刻划。传统加工方法工序繁杂，制作的光栅稳定性差、寿命短，而飞秒激光微加工克服了这些缺点，永久性改变折射率，改变量高达 0.05，实现直接刻划，顺应了现代光栅微型化和多样化的发展趋势。

以上这些都是超短光脉冲对于工业界带来的改变，而在超短光脉冲中有两个重要的概念，那就是啁啾与色散，利用 MATLAB 的绘图功能可以更加形象的理解这两个概念的物理意义；除此以外，超短光脉冲信号在光纤中传输时，同时受到光纤的色散和非线性效应的影响，通过 Maxwell 方程，考虑到光纤的色散和非线性效应，可以推导出光信号在光纤中的传输方程，即非线性薛定谔方程，本文介绍分步傅里叶变换法来对光纤中光信号的传输方程，即非线性薛定谔方程进行数值求解，并通过 MATLAB 软件对结果数值仿真。

## 一、啁啾的概念

1、超短光脉冲的光场在时域可以表示为：

$$\vec{E}(r,t) = A(r,t) \cdot \exp\{i[\omega_0 t + \phi(t) + kr]\} \quad (1)$$

其中  $A(r,t)$  为光场振幅， $\omega_0$  为中心频率， $\phi(t)$  为时域相位与啁啾相关， $kr$  为空间位置带来的相位变化。

由此光场的瞬时频率可表示为：

$$\omega = \omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2)$$

若为常数，则不随时间而变化，这种脉冲称为傅里叶变换极限脉冲(transform limited pulse)，又称为无啁啾脉冲。若与时间有关，则随时间而变化，称为啁啾脉冲(chirp pulse)。当按时间的一次函数增加，则称为线性上啁啾(linear up-chirp)。当按时间的一次函数减小，则称为线性下啁啾(linear down-chirp)。

啁啾只影响光场的相位，表现为光场振荡频率的变化，而不影响光场的强度分布。

## 2、以高斯脉冲为例，用 matlab 程序验证以上说明的正确性

2.1 Z=0 位置处无啁啾高斯脉冲可以表示为：

$$\vec{E}(t) = A_0 \cdot \exp(-\frac{t^2}{\tau_p^2}) \cdot \exp(i\omega_0 t) \quad (3)$$

其中  $\tau_p$  是与脉宽有关的量。其光场实部、强度及频率随时间变化图如下：（程序见附录）

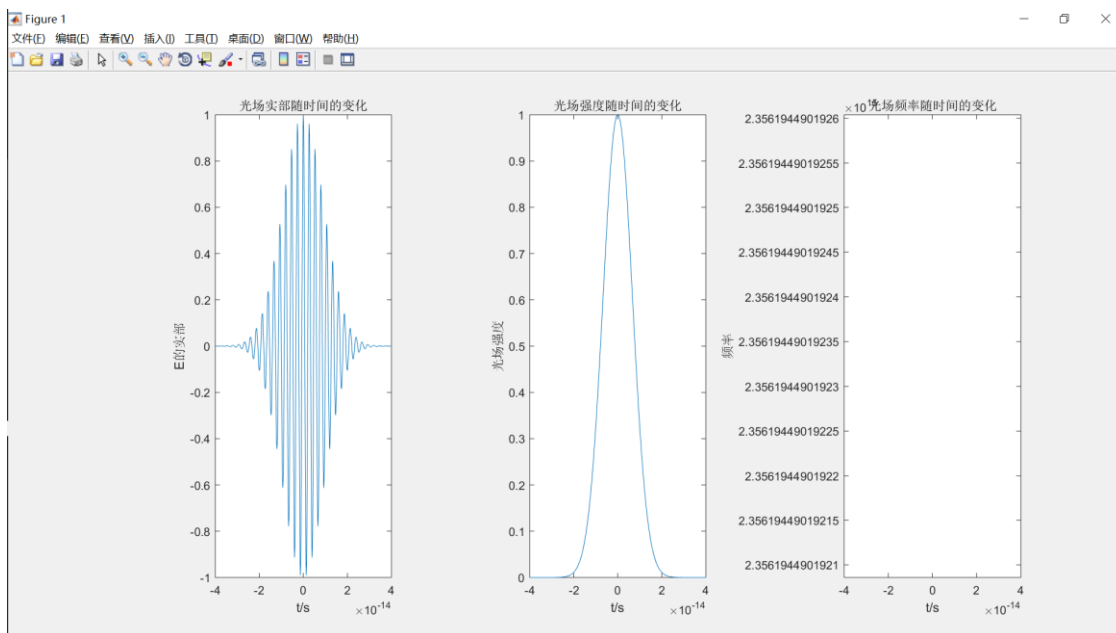


图 1.1 无啁啾高斯脉冲光场实部、强度及频率随时间的变化

```
25 - disp(w0);
```

---

命令行窗口

不熟悉 MATLAB?请参阅有关[快速入门](#)的资源。

警告: 复数 X 和/或 Y 参数的虚部已忽略

> In No chirp (line 12)

2.3562e+15

(其中频率不变在图中显示不

出, 故补一张图)

2.2 Z=0 位置处线性上啁啾高斯脉冲可以表示为:

$$\vec{E}(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_p^2}\right) \cdot \exp[i(\omega_0 t + \phi_2 t^2)] \quad (4)$$

$\phi_2$  为正的二阶相位量, 其光场实部、强度及频率随时间变化图如下:

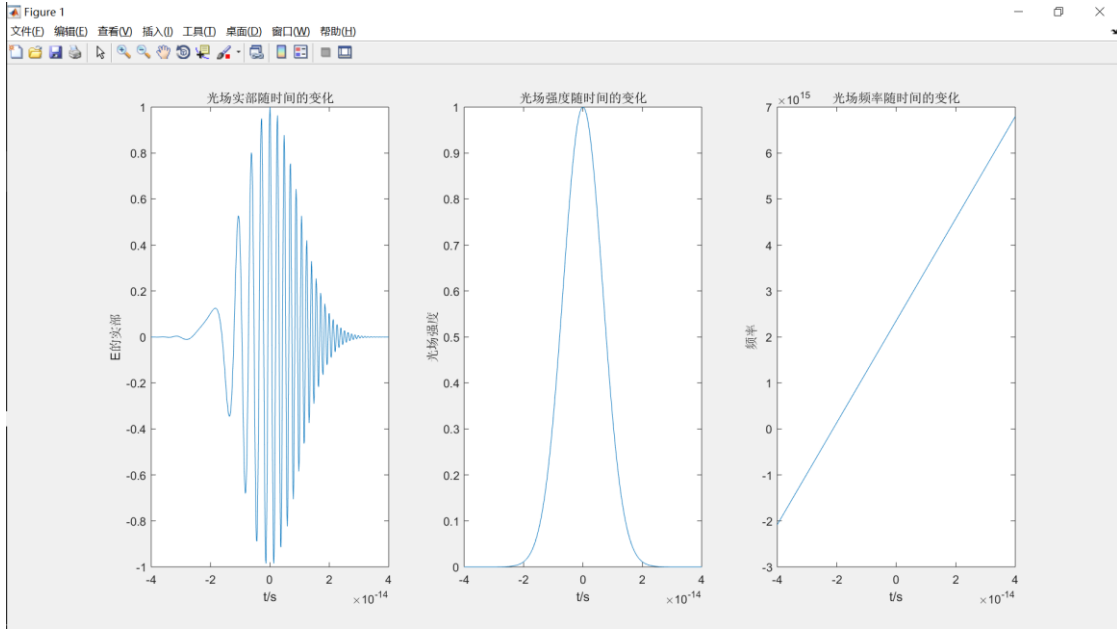


图 1.2 线性上啁啾高斯脉冲光场实部、强度及频率随时间的变化

2.3 Z=0 位置处线性上啁啾高斯脉冲可以表示为:

$$\vec{E}(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{\tau_p^2}\right) \cdot \exp[i(\omega_0 t + \phi_2 t^2)] \quad (5)$$

$\phi_2$  为负的二阶相位量，其光场实部、强度及频率随时间变化图如下:

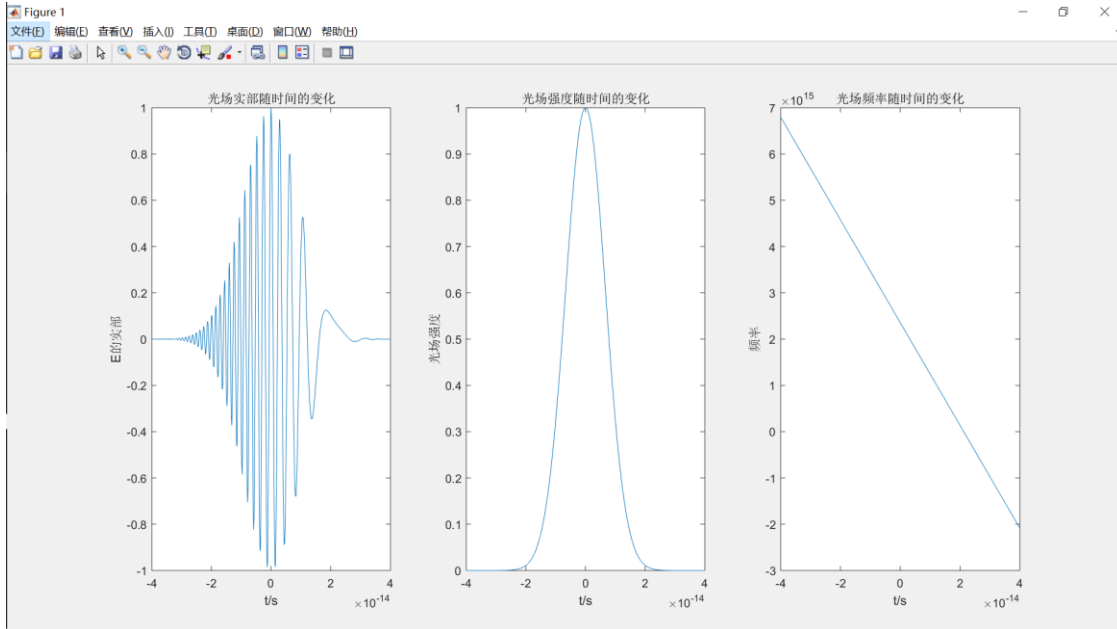


图 1.3 线性下啁啾高斯脉冲光场实部、强度及频率随时间的变化

### 3、结论

从图 1.1、1.2、1.3 中可以看出啁啾只影响光场的相位，表现为光场振荡频率的变化，而不影响光场的强度分布。线性上啁啾和线性下啁啾分别代表者光场振荡频率随时间逐渐增加和减小。

## 二、色散的概念

当光波通过介质时不同频率的光具有不同的折射率，从而具有不同的速度，传播相同的距离时间不同，由此出射的光波中不同频率成分就会分开，使脉宽发生变化，这种现象称为色散。由于超短光脉冲光谱较宽，色散作用较明显，所以即使通过一个很薄的光学器件都必须要考虑色散的影响。

### 1、脉冲在色散介质中传播的一般规律

将(1)式进行傅里叶变换得：

$$E(z, \omega) = \tilde{A}(z, \omega) \exp[i\varphi(\omega)] \quad (6)$$

其中  $\varphi(\omega) = -k(\omega)z$ ，将其展开成泰勒级数得

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \varphi' \big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!} \varphi'' \big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!} \varphi''' \big|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^3 \quad (7)$$

$\varphi', \varphi'', \varphi'''$  分别称为群延时时间(group delay)、群延迟色散(group delay dispersion, GDD)、三阶色散(third order dispersion, TOD)。

$Z=0$  处脉冲(1)通过色散介质后光场变为

$$E(z, t - \varphi') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varphi''}} e^{i[\omega_0(t - \varphi') + \varphi_0 + \pi/4]} \int_{-\infty}^{\infty} A(t') e^{i\phi(t')} e^{-i(t' - t)^2 / (2\varphi'')} dt' \quad (8)$$

下面对无啁啾和线性啁啾高斯脉冲进行模拟。

### 2、无啁啾高斯脉冲通过色散介质

2.1 无啁啾高斯脉冲  $\tilde{E}(t) = A_0 \cdot \exp(-2 \ln 2 \cdot \frac{t^2}{\tau_p^2}) \cdot \exp(i\omega_0 t)$  通过色散介质（考虑到二阶色散）后场强变为：

$$E(z, t - \varphi') = A_0 (2\varphi'')^{-1/2} (\alpha^2 + \beta^2)^{-1/4} \exp\{i[\omega_0(t - \varphi') + \varphi_0 - \theta/2]\} \\ \times \exp\{-\alpha\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^{-1}t^2\} \exp\{-i\alpha\beta^2(\alpha^2 + \beta^2)^{-1}t^2\} \quad (9)$$

其中  $\alpha = (2\sqrt{\ln 2} / \tau_p)^2 / 2, \beta = 1 / (2\varphi''), \theta = \arctan(\beta / \alpha)$ . 传播后的脉宽

$$\tau_{p,out} = [1 + a\varphi''^2 / (\tau_p^4)]^{1/2} \cdot \tau_p \quad (10)$$

其中  $a = 16(\ln 2)^2$ ，从上式可以看出不管介质是正色散还是负色散，传播后的脉冲都会加宽。

出射后的相位

$$\phi(t) = -[(\varphi''/2)(\varphi''^2 + \tau_p^4/a)^{-1}]t^2 + \omega_0(t - \varphi') + \varphi_0 - \theta/2 \quad (11)$$

由式子可以看出相位与时间成二次函数，则频率是时间的一次函数，产生了线性啁啾。

#### 2.2 模拟验证

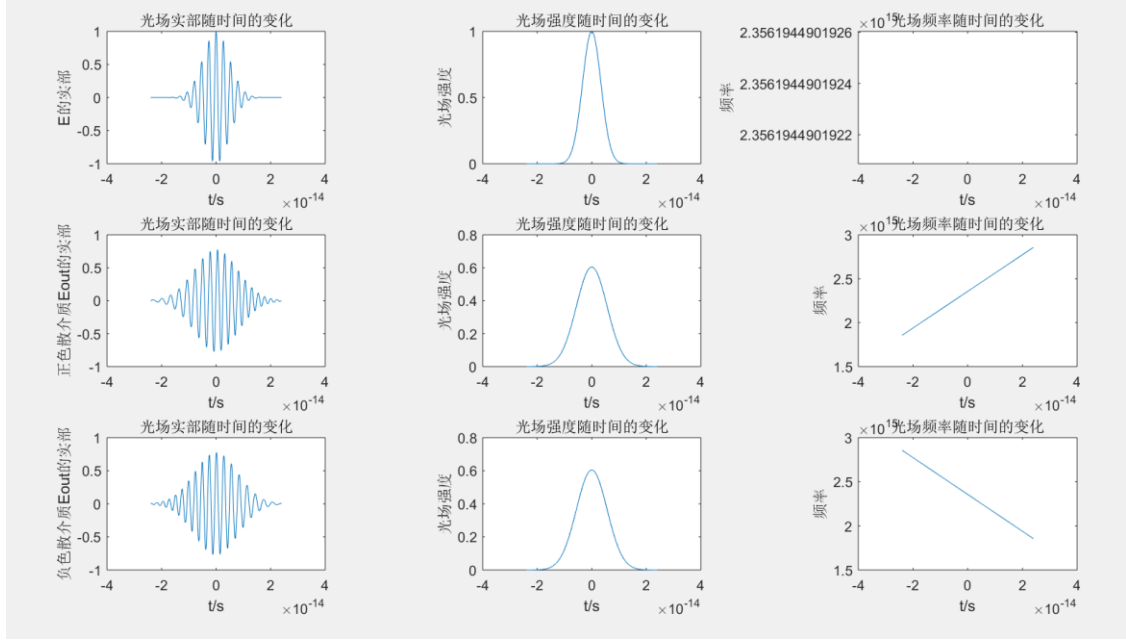


图 2.1 无啁啾高斯脉冲及通过正负色散介质后脉冲强度及频率随时间的变化(频率不变时的  
问题同上, 应是一条水平直线)

### 2.3 讨论

从图 2.1 可以看出无啁啾高斯脉冲通过正色散介质后产生上啁啾, 通过负色散介质后产生下啁啾。并且不管是正色散还是负色散介质, 脉宽都会展开, 峰值功率降低。

## 3、线性啁啾高斯脉冲通过色散介质

3.1 线性啁啾高斯脉冲  $\vec{E}(t) = A_0 \cdot \exp(-2 \ln 2 \cdot \frac{t^2}{\tau_p^2}) \cdot \exp[-i(\delta / \tau_p) t^2] \cdot \exp(i\omega_0 t)$  通过色散介

质(考虑到二阶色散)后场强变为:

$$E(z, t - \phi') = A_0 (2\phi'')^{-1/2} [\alpha^2 + (b + \beta)^2]^{-1/4} \exp\{i[\omega_0(t - \phi') + \phi_0 + \theta'' / 2 - \theta / 2]\} \\ \times \exp\{-\alpha\beta^2[\alpha^2 + (b + \beta)^2]^{-1} t^2\} \exp\{-i\beta[\alpha^2 + b(b + \beta)][\alpha^2 + (b + \beta)^2]^{-1} t^2\} \quad (12)$$

其中  $\alpha = (2\sqrt{\ln 2} / \tau_p)^2 / 2, \beta = 1 / (2\phi''), b = \delta / \tau_p, \theta = \arctan(b / \alpha),$   
 $\theta'' = \arctan\{[(\alpha^2 + b^2) + b\beta] / (\alpha\beta)\}$

传播后的脉宽

$$\tau_{p,out} = [(1 + 2\phi''\delta / \tau_p)^2 + a\phi''^2 / (\tau_p^4)]^{1/2} \cdot \tau_p \quad (13)$$

其中  $a = 16(\ln 2)^2$ , 出射后的相位

$$\phi(t) = -\{[(1 + 2\phi''\delta / \tau_p)(\delta / \tau_p) + a\phi''^2 / 2\tau_p^4] / [(1 + 2\phi''\delta / \tau_p)^2 \\ + a\phi''^2 / \tau_p^4]\} t^2 + \omega_0(t - \phi') + \phi_0 + \theta'' / 2 - \theta / 2 \quad (14)$$

### 3.2 模拟验证:

线性上啁啾脉冲通过色散介质后电场与强度的变化:

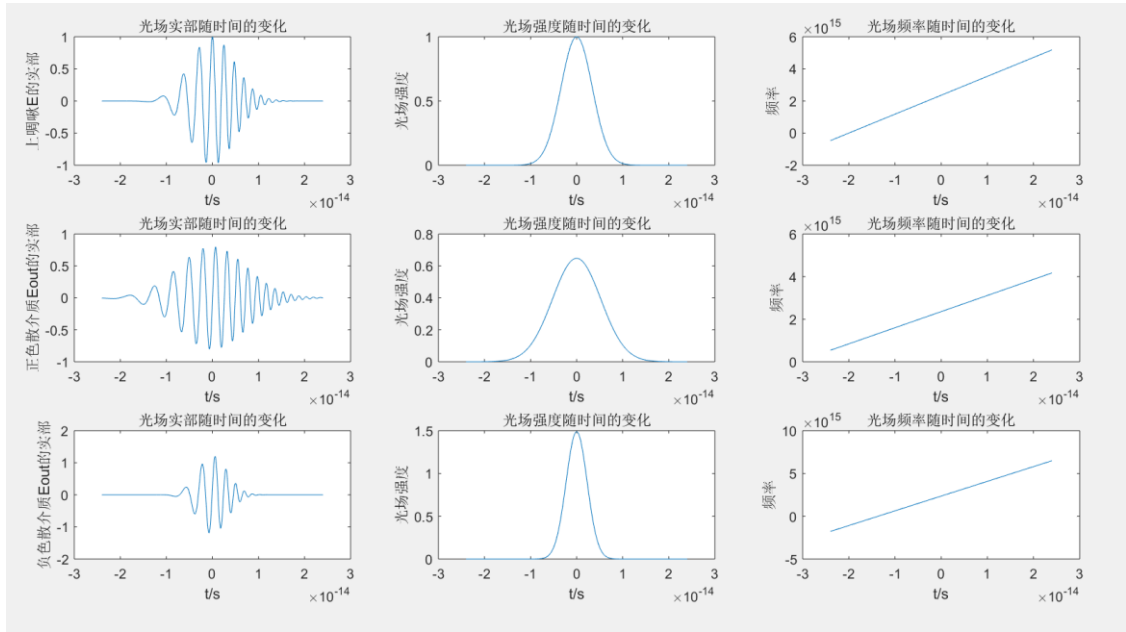


图 3.1 线性上啁啾脉冲通过色散介质后电场与强度的变化：  
线性下啁啾脉冲通过色散介质后电场与强度的变化：

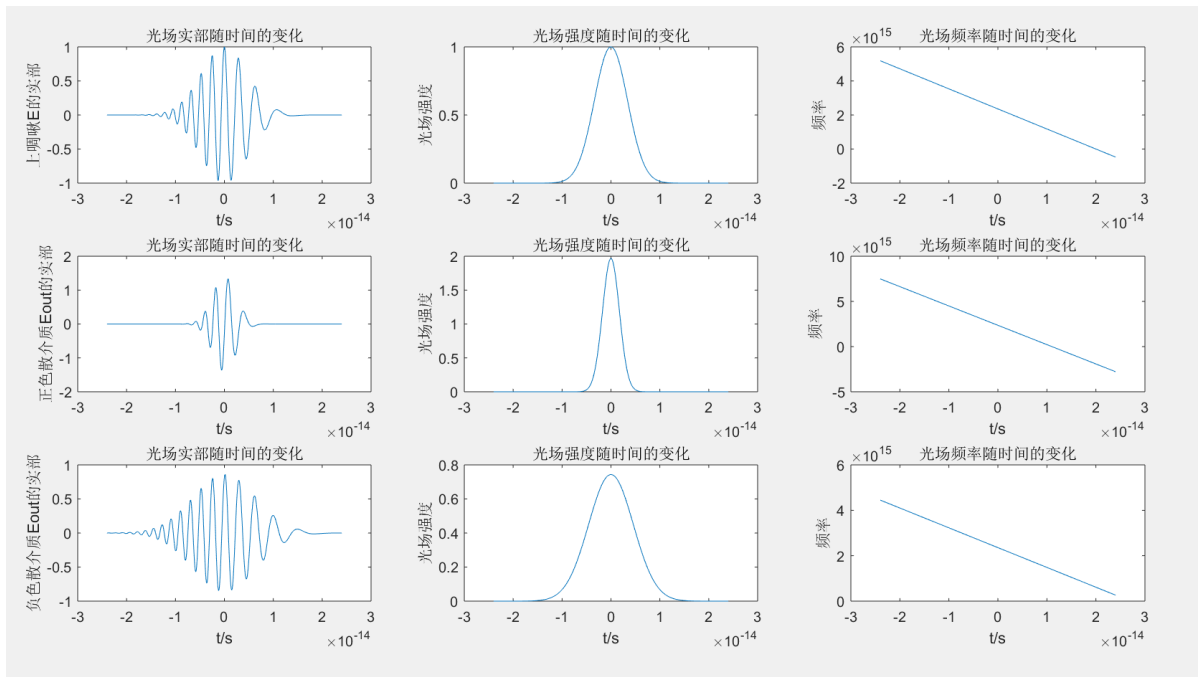


图 3.2 线性下啁啾脉冲通过色散介质后电场与强度的变化：

### 3.3 讨论

从图 3.1、3.2 可以看出，啁啾脉冲通过色散介质后其脉冲可能增加也可能减小。当上啁啾脉冲通过正色散介质或下啁啾脉冲通过负色散介质时，其脉宽增加，色散更加严重；当上啁啾脉冲通过负色散介质或下啁啾脉冲通过正色散介质时，其脉宽减小，色散得到缓解。所以在超快激光光路中提供适当的色散可以压缩脉宽，提高峰值功率。这也是获得超快激光常用的手段，比如利用棱镜对、光栅对或啁啾镜等压缩脉宽。



### 三、非线性薛定谔方程

一般情况下，光脉冲信号在光纤中传输时，同时受到光纤的色散和非线性效应的影响。通过Maxwell 方程，考虑到光纤的色散和非线性效应<sup>[3]</sup>，可以推导出光信号在光纤中的传输方程，即非线性薛定谔方程(nonlinear Schrodinger equation, NLSE)。NLSE 是非线性偏微分方程，一般很难直接求出解析解，于是通过数值方法进行求解。具体分为两大类：(1) 分布有限差分法(split-step finite difference method, SSFD)；(2) 分步傅里叶变换法(split-step Fourier transform method, SSFT)。一般情况，在达到相同精度，由于分步傅里叶变换法采用运算速度快的快速傅里叶变换，所以相比较有限差分法运算速度快一到两个数量级。于是本文介绍分步傅里叶变换法来对光纤中光信号的传输方程，即非线性薛定谔方程进行数值求解，并通过MATLAB 软件对结果数值仿真。

#### 1、非线性薛定谔方程的求解

非线性薛定谔方程的基本形式为：

$$iu_t = u_{xx} + 2|u|^2 u \quad (15)$$

其中 $u$  是未知的复值函数。

一般情况下，光脉冲沿光纤传播时受到色散和非线性效应的共同作用，假设当传输距离很小的时候，两者相互独立作用，那么，根据这种思想可建立如下分步傅立叶数值算法的数学模型：

把待求解的非线性薛定谔方程写成以下形式：

$$\frac{\partial U}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})U \quad (16)$$

其中 $\hat{D}$  是线性算符，代表介质的色散和损耗， $\hat{N}$  是非线性算符，它决定了脉冲传输过程中光纤的非线性效应。

一般来讲，沿光纤的长度方向，色散和非线性是同时作用的。分步傅立叶法假设在传输过程中，光场每通过一小段距离 $h$ ，色散和非线性效应可以分别作用，得到近似结果。也就是说脉冲从 $z$ 到 $z+h$ 的传输过程中分两步进行。第一步，只有非线性作用，方程(II)式中的 $\hat{D}=0$ ；

第二步，再考虑线性作用，方程(II)式中的 $\hat{N}=0$

这样方程(2)在这两步中可分别简化为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &= \hat{D} \cdot U \\ \frac{\partial U}{\partial z} &= \hat{N} \cdot U \end{aligned} \quad (17)$$

得到了上面两个方程（17），就可以分别求解非线性作用方程和线性作用方程，然后讨

论分步傅立叶法的数值算法。

由于方程（17）是一个偏微分方程，需要通过傅立叶变换把偏微分方程转换为代数方程，进行运算。傅立叶变换的定义如下：

$$\begin{cases} F[U(z,T)] = \tilde{U}(z,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(z,T) \exp(i\omega T) dT \\ F^{-1}[\tilde{U}(z,\omega)] = U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(z,\omega) \exp(-i\omega T) d\omega \end{cases} \quad (18)$$

在计算  $F[U(z,T)]$  时一般采用快速傅立叶变换（FFT）算。为了保证精度要求，一般还需要反复调整纵向传输步长  $z$  和横向脉冲取样点数  $T$  来保证计算精度。

## 2、分步傅立叶数值算法的MATLAB 实现

现在待求解的非线性薛定谔方程如下：

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A - \frac{\beta i}{4} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma i |A|^2 A = 0 \quad (19)$$

其中， $A(z,T)$  是光场慢变复振幅， $z$  是脉冲沿光纤传播的距离； $T = t - \beta_1 z$ ,  $\beta_1 = 1/v_g$ ,  $v_g$  是群速度； $\beta$  (ps/km) 是色散系数； $\gamma$  (1/w·km) 是非线性系数； $\alpha$  (1/km) 是光纤损耗系数，它与用分贝表示的损耗系数  $\alpha_{dB}$  (dB/km) 的关系为： $\alpha_{dB} = 4.343\alpha$ 。

首先，可以将方程（19）归一化振幅： $U = A(z,T) / \sqrt{P_0}$ ， $P_0$  是入射脉冲的峰值功率，此时方程(19)可改写为：

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} U + \frac{\beta i}{4} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \gamma P_0 i |U|^2 U \quad (20)$$

为了使用分步傅立叶法求解方程(20)，将方程(20)写成以下形式：

$$\frac{\partial U}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})U$$

进一步，可以得出如下方程（21）：

$$\begin{aligned} \hat{D} &= \frac{-\alpha + \frac{\beta i}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2}}{2} \\ \hat{N} &= \gamma P_0 i |U|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

然后，按照步骤1和步骤2，依次计算方程（21）的线性算符和非线性算符。最后在步骤3中，运行步骤1和步骤2的MATLAB 程序，得出线性算符和非线性算符的精确数值解及其仿真曲

线。

## 2.1 线性算符方程的求解:

线性算符的方程如下:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{-\alpha + \frac{\beta i}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}}{2} U \quad (22)$$

用傅立叶变换方法, 得到一个常微分方程 (23):

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \tilde{U} - \frac{i(i\omega)^2 \beta}{4} \tilde{U} \quad (23)$$

解方程(23)得:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left[\frac{i\beta\omega^2 - 2\alpha}{4} z\right] \quad (24)$$

式中  $\tilde{U}(0, \omega)$  是初值  $U(0, T)$  的傅立叶变换, 将  $\tilde{U}(z, \omega)$  进行反傅立叶变换就得到了

$U(z, T)$ 。方程 (24) 的求解公式为:

$$U(z, T) = \tilde{F}\left\{\exp\left[\left(\frac{i}{2}\beta\omega^2 - \alpha\right)\frac{z}{2}\right] \cdot F[U(0, T)]\right\} \quad (25)$$

其中  $F$  和  $\tilde{F}$  分别表示傅立叶变换和反傅立叶变换运算。

## 2.2 非线性算符方程的求解:

非线性部分的方程如下:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \gamma P_0 i |U|^2 U \quad (26)$$

同2.1的方法, 解方程 (26), 得到:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp[\gamma P_0 i |U(0, T)|^2 z] \quad (27)$$

式中  $\tilde{U}(0, \omega)$  是初值  $U(0, T)$  的傅立叶变换, 将  $\tilde{U}(z, \omega)$  进行反傅立叶变换就得到  $U(z, T)$ 。

方程(27)的求解公式为:

$$U(z, T) = \tilde{F}\left\{\exp[\gamma P_0 i |U(0, T)|^2 z] \cdot F[U(0, T)]\right\} \quad (28)$$

其中  $F$  和  $\tilde{F}$  分别表示傅立叶变换和反傅立叶变换运算。

## 2.3 算法在 MATLAB 中的实现:

在Matlab中，设有限时长序列  $x(n)$  的长度为  $N(1 \leq n \leq N)$ ，它对应于一个频域内的长度为  $N$  的有限长序列  $X(k)(1 \leq k \leq N)$ ， $X(k)$  的角频  $\omega(k) = \frac{2\pi k}{NT}(1 \leq k \leq N)$ ，其中  $T$  是序列  $x(n)$  的采样时间间隔。

这种正反离散傅立叶变换的关系式为：

$$\begin{aligned} X(k) &= DFT[x(n)] = \sum_{n=1}^N x(n) \exp(-j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k \cdot n) \quad (1 \leq k \leq N) \\ x(n) &= IDFT[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X(k) \exp(j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k \cdot n) \quad (1 \leq n \leq N) \end{aligned} \quad (29)$$

然后用Matlab中的离散傅立叶变换 (DFT) 函数 `fft` 和离散傅立叶反变换 (IDFT) 的函数 `ifft` 来实现方程(22)，(26)式中的傅立叶和反傅立叶变换运算。进一步，得到方程(25)，(28)的数值解及仿真曲线。

最后，通过测试一组参数，得到方程（19）在该算法下的MATLAB运算结果。

## 2.4 模拟验证：

MATLAB总共用时16.644811s，求得的结果曲线如下图所示：

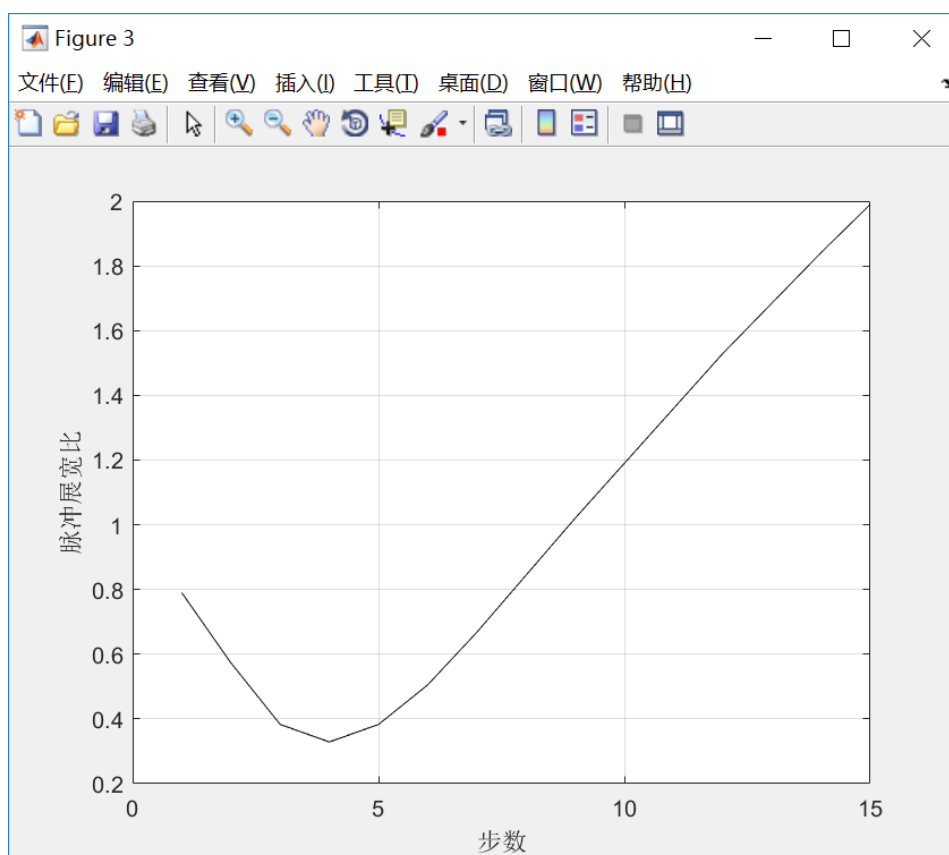


图4.1 脉冲展宽比

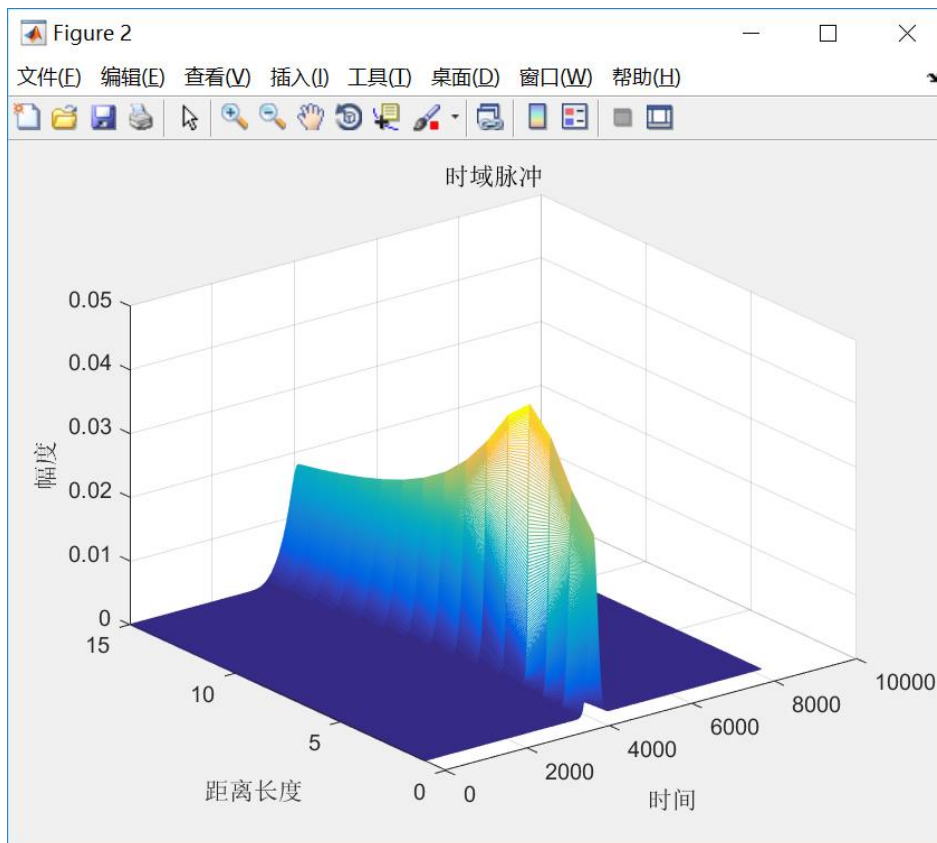


图4.2 方程（19）在该算法下的MATLAB运算结果

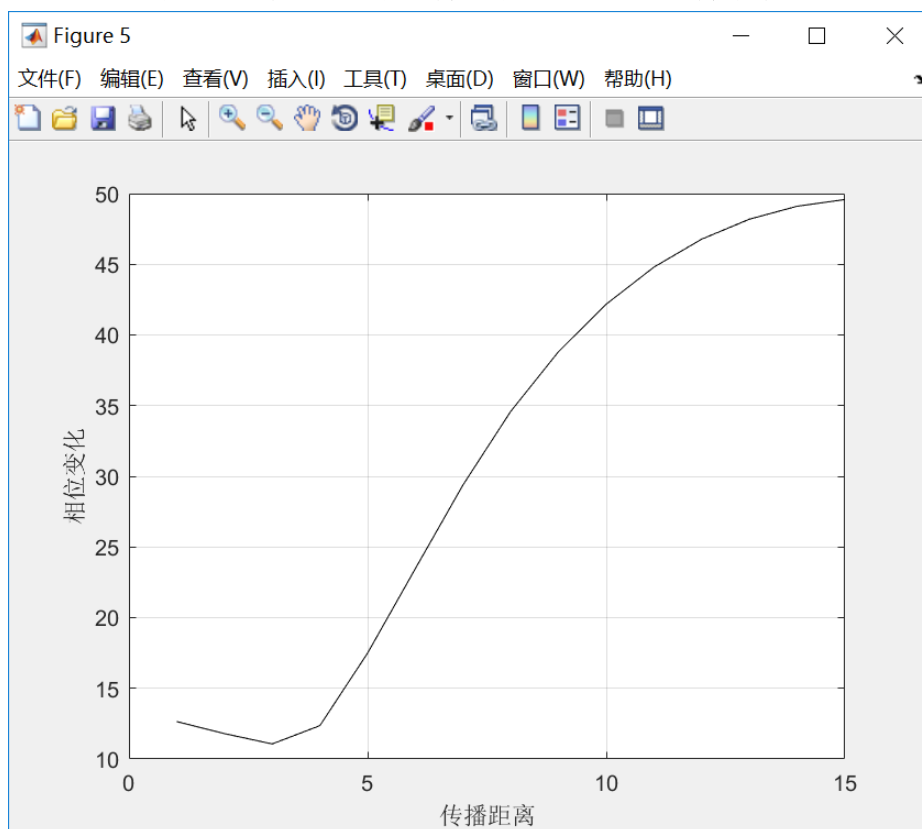


图4.3 相位随传播距离的变化

## 2.5 结论

目前,采用分步傅立叶算法(Split step Fourier Method)求解非线性薛定谔方程的数值解应用比较多。分步傅立叶方法最早是在1937年开始应用的,这种方法已经被证明是相同精度下数值求解非线性薛定谔方程最快的方法,部分原因是它采用了快速傅立叶变换算法(Fast Fourier Transform Algorithm)。基于MATLAB科学计算软件以及MATLAB强大的符号计算功能,使得我们可以实现分步傅立叶数值算法来对脉冲形状和频谱进行仿真。结果表明,算法正确而且精度也比较高,能够在非线性薛定谔方程的求解中广泛应用。

## 参考文献

- [1] Agrawal G P. Nonlinear Fiber Optics[M].Academic PreSS, 2002: 1-85.
- [2]赵磊,隋展,朱启华,等.分步傅里叶法求解广义非线性薛定谔方程的改进及精度分析[J]. 物理学报,2009,58 (7): 4731-4737.
- [3]王志斌,李志全,吴朝霞.分步傅里叶在光孤子传输中的数值研究[J]. 仪器仪表学报,2006,27(6): 1203-1204.
- [4]项鹏,郑亚斌.光纤波导中光脉冲演化方程的数值解及计算机仿真研究[J]. 光子技术,2006,12(2): 117-120.
- [5]施娟. 基于对称分步傅立叶算法的光孤子仿真[J]. 技术前沿,2008,10(1): 73-75.
- [6] 王涛, 赵林森. 超短光脉冲在光纤中的传输特性研究[C]// 西部光子学学术会议. 2012.
- [7] 赫尔曼. 超短光脉冲激光器原理及应用[M]. 科学出版社, 1991.

## 附录：文章中所用到的 matlab 程序

```
%% 啁啾
%% 无啁啾高斯脉冲
clear                %清除内存
clc                  %清屏
A0=1;                %振幅归一化
lambda=800e-9;        %光波长选择800nm
c=3e8;                %光速
w0=2*pi*c/lambda;     %中心角频率
taup=5*lambda/c;      %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup;    %选择时间范围
Et=A0*exp(-(t/taup).^2).*exp(i*w0*t); %无啁啾高斯脉冲
subplot(1,3,1),plot(t,Et);
xlabel('t/s');
ylabel('E的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(1,3,2),plot(t,abs(Et).^2);
xlabel('t/s');
```

```

ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
w=w0;
subplot(1,3,3),plot(t,w);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%% 线性上啁啾高斯脉冲
clear %清除内存
clc %清屏
A0=1; %振幅归一化
lambda=800e-9; %光波长选择800nm
c=3e8; %光速
w0=2*pi*c/lambda; %中心角频率
taup=5*lambda/c; %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup; %选择时间范围
phi2=(w0/10).^2; %选择二阶相位量的大小
Et=A0*exp(-(t/taup).^2).*exp(i*(w0*t+phi2*t.^2)); %线性上啁啾高斯脉冲
subplot(1,3,1),plot(t,Et);
xlabel('t/s');
ylabel('E的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(1,3,2),plot(t,abs(Et).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
w=w0+2*phi2*t;
subplot(1,3,3),plot(t,w);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%% 线性下啁啾高斯脉冲
clear %清除内存
clc %清屏
A0=1; %振幅归一化
lambda=800e-9; %光波长选择800nm
c=3e8; %光速
w0=2*pi*c/lambda; %中心角频率
taup=5*lambda/c; %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup; %选择时间范围
phi2=-(w0/10).^2; %选择二阶相位量的大小
Et=A0*exp(-(t/taup).^2).*exp(i*(w0*t+phi2*t.^2)); %线性下啁啾高斯脉冲
subplot(1,3,1),plot(t,Et);
xlabel('t/s');

```

```

ylabel('E的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(1,3,2),plot(t,abs(Et).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
w=w0+2*pi*phi2*t;
subplot(1,3,3),plot(t,w);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');

```

%% 色散

%% 无啁啾高斯脉冲通过色散介质

```

clear                %清除内存
clc                  %清屏
A0=1;                %振幅归一化
lambda=800e-9;       %光波长选择800nm
c=3e8;               %光速
w0=2*pi*c/lambda;    %中心角频率
taup=3*lambda/c;     %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup;  %选择时间范围

```

%无啁啾高斯脉冲

```
Et=A0*exp(-2*log(2)*(t/taup).^2).*exp(i*w0*t);
```

```
w=w0;
```

```
subplot(3,3,1),plot(t,Et);
```

```
xlabel('t/s');
```

```
ylabel('E的实部');
```

```
title('光场实部随时间的变化');
```

```
subplot(3,3,2),plot(t,abs(Et).^2);
```

```
xlabel('t/s');
```

```
ylabel('光场强度');
```

```
title('光场强度随时间的变化');
```

```
subplot(3,3,3),plot(t,w);
```

```
xlabel('t/s');
```

```
ylabel('频率');
```

```
title('光场频率随时间的变化');
```

%无啁啾高斯脉冲通过正色散介质phi2<0

```
phi0=0;phi1=0;phi2=-(13/w0).^2; %选择二阶相位量的大小
```

```
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
```

```
beta=1/(2*phi2);
```

```
theta=atan(beta/alpha);
```

```
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+beta^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0-theta/2)).
```

.



```

        .exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+beta^2)^-1*t.^2).exp(-i*(alpha^2*beta*(alpha^2+beta^2)^-1*t.^2));
a=16*(log(2))^2;
% taupout=(1+a*phi2^2/(taup)^4)^0.5*taup;
% phiout=-((phi2/2)*(phi2^2+taup^4/a)^-1)*t.^2+w0*phi1+phi0-theta/2;
subplot(3,3,4),plot(t,Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('正色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,5),plot(t,abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((phi2/2)*(phi2^2+taup^4/a)^-1)*t+w0;
subplot(3,3,6),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%无啁啾高斯脉冲通过负色散介质phi2>0
phi0=0;phi1=0;phi2=(13/w0).^2; %选择二阶相位量的大小
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
beta=1/(2*phi2);
theta=atan(beta/alpha);
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+beta^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0-theta/2)).
.
        .exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+beta^2)^-1*t.^2).exp(-i*(alpha^2*beta*(alpha^2+beta^2)^-1*t.^2));
a=16*(log(2))^2;

subplot(3,3,7),plot(t,Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('负色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,8),plot(t,abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((phi2/2)*(phi2^2+taup^4/a)^-1)*t+w0;
subplot(3,3,9),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%% 线性啁啾高斯脉冲通过色散介质
clear %清除内存

```

```

clc                                %清屏
A0=1;                             %振幅归一化
lambda=800e-9;                    %光波长选择800nm
c=3e8;                             %光速
w0=2*pi*c/lambda;                 %中心角频率
taup=3*lambda/c;                  %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup;               %选择时间范围
% 线性上啁啾高斯脉冲
delta=-w0/5;                      %delta为负，上啁啾；delta为正，下啁啾。
Et=A0*exp(-2*log(2)*(t/taup).^2). *exp(-i*(delta/taup)*t.^2). *exp(i*w0*t);
w=w0-2*(delta/taup)*t;
subplot(3,3,1), plot(t, Et);
xlabel('t/s');
ylabel('上啁啾E的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,2), plot(t, abs(Et).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
subplot(3,3,3), plot(t, w);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
% 线性上啁啾高斯脉冲通过正色散介质phi2<0
phi0=0;phi1=0;phi2=-(5/w0).^2;    %选择二阶相位量的大小
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
beta=1/(2*phi2);
b=delta/taup;
theta=atan(b/alpha);
theta2=atan(((alpha^2+b^2)+b*beta)/(alpha*beta));
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+(b+beta)^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0+theta2/2-theta/2))...
    . *exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2). *exp(-i*beta*(alpha^2+b*(b+beta))*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2);
a=16*(log(2))^2;
subplot(3,3,4), plot(t, Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('正色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,5), plot(t, abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((1+2*phi2*delta/taup)*(delta/taup)+a*phi2^2/(2*taup^4))/((1+2*phi2*delta/taup)

```

```

aup)^2+...
    a*phi2^2/taup^4))*t+w0;
subplot(3,3,6),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
% 线性上啁啾高斯脉冲通过负色散介质phi2>0
phi0=0;phi1=0;phi2=(4/w0).^2; %选择二阶相位量的大小
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
beta=1/(2*phi2);
theta=atan(beta/alpha);
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+(b+beta)^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0+theta/2-
theta/2))...
    .*exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2).*exp(-i*beta*(alpha^2+b*(b+bet
a))*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2);
a=16*(log(2))^2;
taupuot=(1+a*phi2^2/(taup)^4)^0.5*taup;
phiout=-((phi2/2)*(phi2^2+taup^4/a)^-1)*t.^2+w0*phi1+phi0-theta/2;
subplot(3,3,7),plot(t,Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('负色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,8),plot(t,abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((1+2*phi2*delta/taup)*(delta/taup)+a*phi2^2/(2*taup^4))/((1+2*phi2*delta/t
aup)^2+...
    a*phi2^2/taup^4))*t+w0;
subplot(3,3,9),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%% 线性下啁啾高斯脉冲
clear %清除内存
clc %清屏
A0=1; %振幅归一化
lambda=800e-9; %光波长选择800nm
c=3e8; %光速
w0=2*pi*c/lambda; %中心角频率
taup=3*lambda/c; %脉宽相关量选择为脉冲周期的5倍
t=(-3:0.01:3)*taup; %选择时间范围
delta=w0/5; %delta为负，上啁啾；delta为正，下啁啾。
Et=A0*exp(-2*log(2)*(t/taup).^2).*exp(-i*(delta/taup)*t.^2).*exp(i*w0*t);

```

```

w=w0-2*(delta/taup)*t;
subplot(3,3,1),plot(t,Et);
xlabel('t/s');
ylabel('上啁啾E的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,2),plot(t,abs(Et).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
subplot(3,3,3),plot(t,w);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%线性下啁啾高斯脉冲通过正色散介质phi2<0
phi0=0;phi1=0;phi2=-(5/w0).^2; %选择二阶相位量的大小
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
beta=1/(2*phi2);
b=delta/taup;
theta=atan(b/alpha);
theta2=atan(((alpha^2+b^2)+b*beta)/(alpha*beta));
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+(b+beta)^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0+theta2/2-theta/2))...
    .*exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2).*exp(-i*beta*(alpha^2+b*(b+beta))*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2);
a=16*(log(2))^2;
subplot(3,3,4),plot(t,Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('正色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,5),plot(t,abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((1+2*phi2*delta/taup)*(delta/taup)+a*phi2^2/(2*taup^4))/((1+2*phi2*delta/taup)^2+...
    a*phi2^2/taup^4))*t+w0;
subplot(3,3,6),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');
%线性下啁啾高斯脉冲通过负色散介质phi2>0
phi0=0;phi1=0;phi2=(4/w0).^2; %选择二阶相位量的大小
alpha=(2*sqrt(log(2))/taup).^2/2;
beta=1/(2*phi2);

```

```

theta=atan(beta/alpha);
Eout=A0*(2*phi2)^(-0.5)*(alpha^2+(b+beta)^2)^(-0.25)*exp(i*(w0*(t-phi1)+phi0+theta2/
2-theta/2))...
    .*exp(-alpha*beta^2*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2).*exp(-i*beta*(alpha^2+b*(b+bet
a))*(alpha^2+(b+beta)^2)^-1*t.^2);
a=16*(log(2))^2;
subplot(3,3,7),plot(t,Eout);
xlabel('t/s');
ylabel('负色散介质Eout的实部');
title('光场实部随时间的变化');
subplot(3,3,8),plot(t,abs(Eout).^2);
xlabel('t/s');
ylabel('光场强度');
title('光场强度随时间的变化');
wout=-2*((1+2*phi2*delta/taup)*(delta/taup)+a*phi2^2/(2*taup^4))/((1+2*phi2*delta/t
aup)^2+...
    a*phi2^2/taup^4))*t+w0;
subplot(3,3,9),plot(t,wout);
xlabel('t/s');
ylabel('频率');
title('光场频率随时间的变化');

```

### &&非线性薛定谔方程的求解

```

function transmisson()
clc;
clear all;
close all;
clf;
cputime=0;
tic;
ln=1;
i=sqrt(-1);
Po=.00064;
alpha=0;
alph=alpha/(4.343);
gamma=0.003;
to=125e-12;
C=-2;
b2=-20e-27; %%2nd order disp. (s2/m)二阶色散
Ld=(to^2)/(abs(b2));
pi=3.1415926535;
Ao=sqrt(Po);
tau = 4096e-12:1e-12: 4095e-12;
dt=1e-12;

```

```

rel_error=1e-5;
h=1000;%%step size
for ii=0.1:0.1:1.5 %%可以改变各种光纤长度，并且可以改变该矢量
z=ii*Ld;%%Ld=(to^2)/(abs(b2)); %%以米为单位的分散长度
    u=Ao*exp(-((1+i*(-C))/2)*(tau/to).^2);
    figure(1)
    plot(abs(u),'r');
    title('Input Pulse'); xlabel('Time'); ylabel('Amplitude');
grid on;
hold on;
l=max(size(u));
%%
fwhm1=find(abs(u)>abs(max(u)/2));
fwhm1=length(fwhm1);
dw=1/l/dt*2*pi;
w=(-1*l/2:1:l/2-1)*dw;
u=fftshift(u);
    w=fftshift(w);
spectrum=fft(fftshift(u)); %%脉冲频谱
zz=ii*Ld;
for jj=h:h:zz;
%%Ld=(to^2)/(abs(b2)); %%以米为单位的分散长度
spectrum=spectrum.*exp(-alph*(h/2)+i*b2/2*w.^2*(h/2)) ;
f=ifft(spectrum);
f=f.*exp(i*gamma*((abs(f)).^2)*(h));
spectrum=fft(f);
spectrum=spectrum.*exp(-alph*(h/2)+i*b2/2*w.^2*(h/2)) ;
end
f=ifft(spectrum);
op_pulse(ln,:)=abs(f);%%每隔一段时间保存输出脉冲
fwhm=find(abs(f)>abs(max(f)/2));
fwhm=length(fwhm);
ratio=fwhm/fwhm1; %%每个值的脉冲展宽比
pbratio(ln)=ratio; %%在每个步长中保存脉冲展宽比
dd=atand((abs(imag(f)))/(abs(real(f))));
phadisp(ln)=dd;%%保存脉冲相位
ln=ln+1;
end
toc;
cputime=toc;
figure(2);
mesh(op_pulse(1:1:ln-1,:));
title('时域脉冲');
xlabel('时间'); ylabel('距离长度'); zlabel('幅度');

```

```
figure(3)
plot(pbratio(1:1:ln-1),'k');
xlabel(' 步数');
ylabel(' 脉冲展宽比');
grid on;
hold on;
figure(5)
plot(phadisp(1:1:ln-1),'k');
xlabel(' 传播距离');
ylabel(' 相位变化');
grid on;
hold on;
disp('CPU time:'), disp(cputime);
```