

Activity CH3: ตัวแปรสลับแบบไม่ต่อเนื่องและการแจกแจงของตัวแปรสลับแบบไม่ต่อเนื่องที่สำคัญ

1. ตัวแปรสลับต่อไปนี้เป็นตัวแปรสลับชนิดต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่อง
 - 1.1 X แทนจำนวนมังคุดที่ไม่ผ่านมาตรฐานการส่งออกในการส่งออกครั้งหนึ่ง (หน่วย : ผล)
 - 1.2 Y แทนปริมาณมังคุดที่ไม่ผ่านมาตรฐานการส่งออกในการส่งออกครั้งหนึ่ง (หน่วย : กิโลกรัม)
 - 1.3 Z แทนจำนวนอุบัติเหตุทางรถยนต์ในมหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ในรอบ 1 ปี
 - 1.4 A แทนจำนวนห้องเรียนที่มีที่นั่งจำนวน 75 ที่นั่งในอาคารเรียนรวม 5
 - 1.5 B แทนน้ำหนักของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของมหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์
 - 1.6 C แทนราคาหุ้น A ณ เวลาปิดตลาดหลักทรัพย์ในเดือนที่ผ่านมา
 - 1.7 D แทนราคาน้ำมัน E20 ต่อลิตร ในปีที่ผ่านมา
 - 1.8 E แทนปริมาณน้ำมันที่ได้จากแพะจำนวน 20 ตัว
 - 1.9 H แทนจำนวนนักศึกษาที่ได้เกรด A ในวิชาคณิตศาสตร์
 - 1.10 J แทนปริมาณความชื้นในอากาศในวันที่ 1 ของในแต่ละเดือนในปีที่ผ่านมา
2. ชั้นวางคุกกี้ของร้านเบเกอรี่แห่งหนึ่งมีคุกกี้รสเนยสดจำนวน 8 กล่อง และคุกกี้รสช็อกโกแลตจำนวน 3 กล่อง ถ้าลูกค้าผู้หนึ่งซื้อคุกกี้จำนวน 5 กล่อง
 - 2.1 จงเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนคุกกี้รสช็อกโกแลตที่ลูกค้าคนนั้นซื้อ

2.2 จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนลูกค้าที่ซื้อสินค้าที่ลูกค้าคนนั้นซื้อ

2.3 จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อสินค้าที่ลูกค้าซื้อสินค้าจำนวน 2 กล่อง

2.4 จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะซื้อสินค้าที่ลูกค้าซื้อสินค้ามากกว่า 2 กล่อง

2.5 จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่รอสอยกโกแลตที่ถูกค้าคนนี้ซื้อ

2.6 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนลูกค้าที่รอสอยกโกแลตที่ถูกค้าคนนี้ซื้อ

3. ในการเล่นพนันครั้งหนึ่งในลูกเต๋าคณิต 6 หน้าทีเที่ยงตรง 1 ลูกในการโยน โดยมีเงื่อนไขว่าถ้าโยนลูกเต๋าลูกแล้วลูกเต๋าทายแต้มคือ ผู้พนันจะต้องจ่ายให้เจ้ามือเป็น 2 เท่าของหน้าที่ทาย แต่ถ้าลูกเต๋าทายแต้ม 2 หรือ 4 เจ้ามือจะต้องจ่ายเงินให้ผู้พนันตามหน้าที่ทาย แต่ถ้าทายแต้ม 6 เจ้ามือจะต้องจ่ายให้ผู้พนันเป็น 1.5 เท่าของแต้ม อย่างไรก็ตามว่าในการเล่นพนันครั้งนี้ โดยเฉลี่ยแล้วผู้พนันจะได้รับเงินจากเจ้ามือเท่ากับเท่าใด

4. นายสมชายมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง เขาตัดสินใจไม่ถูกว่าควรแจกเงินกับธนาคาร ลงทุนค้าขาย หรือนำไปซื้อกองทุนระยะยาว จึงจะได้ผลประโยชน์มากที่สุด เนื่องจากผลประโยชน์ที่เขาจะได้รับขึ้นอยู่กับสถานการณ์ทางเศรษฐกิจ จากการวิเคราะห์พบว่าในกรณีที่เศรษฐกิจตกต่ำ ถ้านายสมชายแจกเงินกับธนาคารจะได้กำไร 200,000 บาท ถ้าลงทุนค้าขายจะขาดทุน 300,000 บาท ถ้าซื้อกองทุนระยะยาวจะขาดทุน 100,000 บาท ในกรณีที่เศรษฐกิจรุ่งเรือง ถ้านายสมชายแจกเงินกับธนาคารจะได้กำไร 200,000 บาท ถ้า ลงทุนค้าขายจะได้กำไร 700,000 บาท ถ้าซื้อกองทุนระยะยาวจะได้กำไร 300,000 บาท ให้ท่านช่วยนายสมชายในการตัดสินใจว่าเขาควรที่จะแจกเงินกับธนาคาร ลงทุนค้าขาย หรือนำไปซื้อกองทุนระยะยาว เมื่อทราบว่าโอกาสที่เศรษฐกิจจะตกต่ำเท่ากับ ¹/₃ และเศรษฐกิจจะรุ่งเรืองเท่ากับ ²/₃

5. หน่วยงานราชการแห่งหนึ่งซื้อ computer จากบริษัท Comthai จำกัด จำนวน 8 เครื่อง หลังจากใช้งานไปแล้ว 5 ปี พบว่าคอมพิวเตอร์เสียจำนวน 3 เครื่อง ถ้าสุ่มเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ซื้อมา 2 เครื่อง

1. จงเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เสีย
วิธีทำ

ให้ X แทนจำนวนคอมพิวเตอร์ที่เสียที่สุ่มได้
$$x = \frac{{}^3C_x {}^{5C}2-x}{{}^8C_x}$$

2. จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เสีย

วิธีทำ
$$P(X = 0) = \frac{{}^3C_0 {}^{5C}2-0}{{}^8C_2} = \frac{10}{28}$$

$$P(X = 1) = \frac{{}^3C_1 {}^{5C}2-1}{{}^8C_2} = \frac{15}{28}$$

$$P(X = 2) = \frac{{}^3C_2 {}^{5C}2-2}{{}^8C_2} = \frac{3}{28}$$

ตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เสีย แสดงได้ดังนี้

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

3. จงความน่าจะเป็นที่จำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เสียมีอย่างมาก 1 เครื่อง

วิธีทำ $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(x=1)$

$$= \frac{10}{28} + \frac{15}{28}$$

$$= \frac{25}{28}$$

4. จงความน่าจะเป็นที่จำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เสียมีน้อยกว่า 1 เครื่อง

วิธีทำ $P(X < 1) = P(X = 0)$

$$= \frac{10}{28}$$

6. จากข้อมูลในอดีตทำให้นายสมชายซึ่งเป็นนักตรวจสอบบัญชีของบริษัทแห่งหนึ่งทราบว่า บริษัทแห่งนี้จะมีใบเสร็จที่เขียนไม่ถูกต้องอยู่ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 10 เขาจึงทำการสุ่มใบเสร็จมาตรวจสอบจำนวน 12 ใบ

1. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องไม่เกิน 4 ใบ

วิธีทำ $P(X \leq 4) = 0.9960$

2. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องจำนวน 4 ใบ

วิธีทำ
$$\begin{aligned} P(X = 4) &= P(X \leq 4) - P(X \leq 3) \\ &= 0.996 - 0.974 \\ &= 0.0220 \end{aligned}$$

3. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องมากกว่า 4 ใบ
วิธีทำ

$$\begin{aligned} P(X > 4) &= 1 - P(X \leq 4) \\ &= 1 - 0.996 \\ &= 0.0040 \end{aligned}$$

4. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องน้อยกว่า 4 ใบ
วิธีทำ

$$\begin{aligned} P(X < 4) &= P(X \leq 3) \\ &= 0.9740 \end{aligned}$$

5. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องอย่างน้อย 4 ใบ
วิธีทำ

$$\begin{aligned} P(X \geq 4) &= 1 - P(X \leq 3) \\ &= 1 - 0.9740 \\ &= 0.0260 \end{aligned}$$

6. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนถูกต้องตั้งแต่ 7 ถึง 10 ใบ

วิธีทำ $X =$ แทนใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจ

$$P(7 < X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 6)$$

$$= 0.341 - 0.001$$

$$= 0.3400$$

7. จงหาความน่าจะเป็นที่ใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้องระหว่าง 7 ถึง 10 ใบ

วิธีทำ $P(7 < X \leq 10) = P(X \leq 9) - P(X \leq 7)$

$$= 1.000 - 1.000$$

$$= 0.0000$$

8. จงหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของใบเสร็จที่สุ่มมาตรวจสอบจะเขียนไม่ถูกต้อง

วิธีทำ $E(X) = np$

$$= 12$$

$$= 1.2$$

$$V(X) = npq$$

$$= 12 (0.1)(0.9)$$

$$= 1.08$$

7. ในการศึกษาอายุการใช้งานของแบตเตอรี่ชนิดหนึ่ง พบว่าความน่าจะเป็นที่แบตเตอรี่ชนิดนี้จะมีอายุการใช้งานมากกว่า 4 ชั่วโมงเท่ากับ 0.135 ถ้าสุ่มแบตเตอรี่ชนิดนี้มา 8 อัน

1. จงหาความน่าจะเป็นที่แบตเตอรี่ที่สุ่มมาจะมีอายุการใช้งานมากกว่า 4 ชั่วโมงไม่เกิน 3 อัน

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 3) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\
 &= {}^8C_0 (0.135)^0 (0.865)^{8-0} + {}^8C_1 (0.135)^1 (0.865)^{8-1} \\
 &\quad + {}^8C_2 (0.135)^2 (0.865)^{8-2} + {}^8C_3 (0.135)^3 (0.865)^{8-3} \\
 &= 0.3134 + 0.3913 + 0.2138 + 0.0667 \\
 &= 0.9852
 \end{aligned}$$

2. จงหาความน่าจะเป็นที่แบตเตอรี่ที่สุ่มมาจะมีอายุการใช้งานมากกว่า 4 ชั่วโมงอย่างน้อย 2 อัน

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 2) &= 1 - P(X \leq 1) \\
 &= 1 - [P(X=0) + P(X=1)] \\
 &= 1 - [0.3134 + 0.3913] \\
 &= 0.2953
 \end{aligned}$$

3. จงหาความน่าจะเป็นที่แบตเตอรี่ที่สุ่มมาทุกอันจะมีอายุการใช้งานมากกว่า 4 ชั่วโมง

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 P(X=8) &= {}^8C_8 (0.135)^8 (0.865)^{8-8} \\
 &= 1.103 \times 10^{-7} \\
 &= 0.1103
 \end{aligned}$$

8. ผู้จัดการฝ่ายผลิตพบว่ากระจกที่เพิ่งผลิตเสร็จจำนวน 20 แผ่นมีกระจกที่ไม่ผ่านมาตรฐานการผลิตจำนวน 2 แผ่น ถ้าลูกค้าซื้อกระจกจำนวน 5 แผ่น

1. จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะได้กระจกที่ไม่ผ่านมาตรฐานการผลิต 2 แผ่น

วิธีทำ x = แทนจำนวนกระจกที่ไม่ผ่านมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 P(X = 2) &= \frac{{}^2C_2 {}^{18}C_{5-2}}{{}^{20}C_5} \\
 &= 0.0526
 \end{aligned}$$

2. จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าจะได้กระจกที่ไม่ผ่านมาตรฐานการผลิตน้อยกว่า 2 แผ่น

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 P(X < 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) \\
 &= \frac{{}^2C_0 {}^{18}C_{5-0}}{{}^{20}C_5} + \frac{{}^2C_1 {}^{18}C_{5-1}}{{}^{20}C_5} \\
 &= 0.5526 + 0.3947 \\
 &= 0.9473
 \end{aligned}$$

3. จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้ำจะได้กระจกที่ผ่านมาตรฐานการผลิตทุกแผ่น

วิธีทำ

$$P(X = 0) = \frac{{}^{20}C_0 {}^{18}C_5 - 0}{{}^{20}C_5}$$

$$= 0.5526$$

4. โดยเฉลี่ยแล้วลูกค้ำจะได้กระจกที่ไม่ผ่านมาตรฐานการผลิตจำนวนกี่แผ่น

วิธีทำ

$$P(X) = \frac{nk}{n} = \frac{5 \times 2}{20}$$

$$= 0.5$$

9. ทะเลสาบขนาดเล็กแห่งหนึ่งมีปลาจำนวน 50 ตัว นักวิจัยผู้หนึ่งทำการตกปลาจำนวน 10 ตัวแล้วทำการฝังชิพที่ปลาแต่ละตัว วันต่อมานักวิจัยทำการสุ่มปลาจำนวน 8 ตัว จงหาความน่าจะเป็นที่ปลาจำนวน 3 ตัวที่สุ่มได้ในวันที่ 2 เป็นปลาที่ถูกฝังชิพได้

วิธีทำ

$$X = \text{แทนจำนวนปลาที่ฝังชิพ}$$

$$P(X = 3) = \frac{{}^{10}C_3 {}^{40}C_{8-3}}{{}^{50}C_8}$$

$$= 0.1471$$

10. จากการสำรวจนักท่องเที่ยวที่เดินทางมาท่องเที่ยวที่หาดขนอม พบว่ามีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นมาเที่ยวที่ชายหาดแห่งนี้เฉลี่ย 35 คนใน 1 อาทิตย์

10.1 ถ้าให้ X แทนจำนวนนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นที่มาเที่ยวชายหาดขนอมใน 2 วัน แล้ว X มีการแจกแจง Poisson Distribution และมีค่าพารามิเตอร์เท่ากับ 10

10.2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยว 8 คนใน 1 วัน

$$\begin{aligned} P(X = 8) &= P(X \leq 8) - P(X \leq 7) \\ &= 0.9319 - 0.8666 \\ &= 0.0653 \end{aligned}$$

10.3 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยวมากกว่า 8 คนใน 1 วัน

$$\begin{aligned} P(X > 8) &= 1 - P(X \leq 8) \\ &= 1 - 0.9319 \\ &= 0.0681 \end{aligned}$$

10.4 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยวน้อยกว่า 8 คนใน 1 วัน

$$\begin{aligned} P(X < 8) &= P(X \leq 7) \\ &= 0.8666 \end{aligned}$$

10.5 จงหาความน่าจะเป็นที่ จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยวไม่เกิน 18 คนใน 2 วัน

$$P(X \leq 18) = 0.9928$$

10.6 จงหาความน่าจะเป็นที่ จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยวระหว่าง 10 ถึง 15 คนใน 2 วัน

$$\begin{aligned} P(10 < X < 15) &= P(X \leq 14) - P(X \leq 9) \\ &= 0.9165 - 0.5830 \\ &= 0.3335 \end{aligned}$$

10.7 จงหาความน่าจะเป็นที่ จะมีนักท่องเที่ยวชาวญี่ปุ่นเดินทางมาเที่ยวตั้งแต่ 10 ถึง 15 คนใน 2 วัน

$$\begin{aligned} P(10 \leq X \leq 15) &= P(X \leq 15) - P(X \leq 9) \\ &= 0.9513 - 0.4579 \\ &= 0.4934 \end{aligned}$$