# Terceiro Teste

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

25 de janeiro de 2018

## ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios;
- A média final ($MF$) será calculada assim como se segue

$$\begin{aligned} MF &= MIN(10, S) \\ S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + EB \end{aligned}$$

  em que

  - $S$ é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - $T_i$ é a pontuação obtida no teste $i$,
  - $P$ é a pontuação obtida na prova, e
  - $EB$ é a pontuação total dos exercícios-bônus.

- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (3) Problemas Decidíveis e (4) Problemas indecidíveis.

| Nome: |
|---|

# Terceiro Teste

1. (5,0 pt) **[Sipser 4.11]** Seja $A = \{\langle M \rangle \mid M$ é um AFD que não aceita nenhuma cadeia contendo um número ímpar de 1s$\}$. Mostre que $A$ é decidível.

   R - É possível criar o AFD B de forma que $L(B) = \{\omega \mid \omega$ tem um número ímpar de 1s$\}$ (porque $L(B)$ é regular). É necessário verificar se $L(M) \cap L(B) = \emptyset$. Isto é possível, pois é possível construir o AFD C de forma que $L(C) = L(M) \cap L(B)$ (Teorema 1.49.1) e testar se $\langle C \rangle$ é membro de $V_{AFD}$ (Teorema 4.4).

   Diante disto, será construído a seguir um decisor $M_A$ para $A$ :

   $M_A$ = "Sobre a entrada $\langle M \rangle$, em que $M$ é um AFD, faça:

   (a) Construa os AFDs $B$ e $C$ conforme descritos anteriormente;
   (b) Construa a MT $X$ que decide $V_{AFD}$ (Teorema 4.4);
   (c) Rode $X$ sobre $\langle C \rangle$;
      i. Se $X$ aceita, *aceite*;
      ii. Caso contrário, *rejeite*.

   A linguagem $A$ é decidível pois foi possível construir uma máquina de Turing que a decide (Definição 3.6) ■

2. (5,0 pt) Seja $\mathcal{C}$ o conjunto de todas as sequências infinitas sobre os símbolos $\{a, b, c\}$. Mostre que $\mathcal{C}$ é incontável, usando uma prova por diagonalização.

   R - Vamos supor, por um momento, que $\mathcal{C}$ seja contável. Sendo contável, seja $f : \mathbb{N} \to \mathcal{C}$ a suposta bijeção existente entre $\mathbb{N}$ e $\mathcal{C}$ (tendo em vista que $\mathcal{C}$ não é finito - Definição 4.14). Logo, todos os elementos de $\mathcal{C}$ deveriam participar de $f$. Entretanto, é possível construir $s \in \mathcal{C}$, a partir de $f$, que não participa da suposta bijeção.

   Seja $g(n, d)$ a função que retorna o $d$-ésimo dígito da sequência infinita $f(n)$. Sejam $x, y \in \{a, b, c\}$ dois dígitos quaisquer. Definimos como $x \circ y$ a concatenação dos dígitos $x$ e $y$, nesta ordem. Também definimos $next(x)$ da forma como se segue

   $$next(x) = \begin{cases} b & \text{se } x = a, \\ a & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   .

   Logo, é possível construir a sequência infinita $s$ da seguinte forma:

   $$s = next(g(1,1)) \circ next(g(2,2)) \circ next(g(3,3)) \circ next(g(4,4)) \ldots$$

   Como é possível construir $s$, concluímos que a suposta bijeção $f$ não existe. Logo $\mathcal{C}$ é incontável ■

# Teoremas Auxiliares

**Definição 1.16:** Uma linguagem é chamada de uma linguagem regular se algum autômato finito a reconhece.

**Teorema 1.25:** A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

**Teorema 1.26:** A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de concatenação.

**Teorema 1.26.1:** A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de complemento.

**Teorema 1.39:** Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

**Teorema 1.49:** A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.

**Teorema 1.49.1:** A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de intersecção.

**Teorema 1.54:** Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

**Definição 3.5:** Chame uma linguagem de Turing-reconhecível se alguma máquina de Turing a reconhece.

**Definição 3.6:** Chame uma linguagem de Turing-decidível ou simplesmente decidível se alguma máquina de Turing a decide.

**Teorema 3.13:** Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing que lhe é equivalente.

**Teorema 3.16:** Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

**Teorema 3.21:** Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

**Teorema 4.1:** $A_{AFD}$ é uma linguagem decidível.

**Teorema 4.2:** $A_{AFN}$ é uma linguagem decidível.

**Teorema 4.3:** $A_{EXR}$ é uma linguagem decidível.

**Teorema 4.4:** $V_{AFD}$ é uma linguagem decidível.

**Teorema 4.5:** $EQ_{AFD}$ é uma linguagem decidível.

**Teorema 4.9:** Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

**Teorema 4.11:** $A_{MT}$ é uma linguagem indecidível.

**Definição 4.14:** Um conjunto $A$ é contável se é finito ou tem o mesmo tamanho que $N$.