

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

11 de outubro de 2017

# Plano de Aula

- 1 Revisão
  - Introdução
  - O que é Teoria da Computação?
  - Comparação de modelos
  
- 2 Máquina de Turing

# Sumário

- 1 Revisão
  - Introdução
  - O que é Teoria da Computação?
  - Comparação de modelos

- 2 Máquina de Turing

# O que é Teoria da Computação?

Pode ser dividida em três grandes áreas:

- Teoria dos Autômatos;
- Teoria da Computabilidade;
- Teoria da Complexidade.

São interligadas pela pergunta:

Quais são as capacidades e limitações fundamentais dos computadores?

# O que é Teoria da Computação?

## Teoria dos Autômatos

Quais são as definições e propriedades dos modelos matemáticos de computação?

## Teoria da Computabilidade

O que faz alguns problemas serem solúveis e outros não?

## Teoria da Complexidade

O que faz alguns problemas serem computacionalmente difíceis e outros fáceis?

# Modelos Básicos Computacionais

## AFDs, AFNs, e Expressões Regulares

- Potencialidades: reconhecem linguagens como  $(10 \cup 1)^*$ ;
- Fragilidades: não reconhecem linguagens como  $A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$ .

## GLCs e Autômatos com Pilha

- Potencialidades: reconhecem linguagens como  $A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$ ;
- Fragilidades: não reconhecem linguagens como  $A = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$ .

Portanto são bem restritos para servir de modelo de computadores de propósito geral.

# Máquinas de Turing (MT)

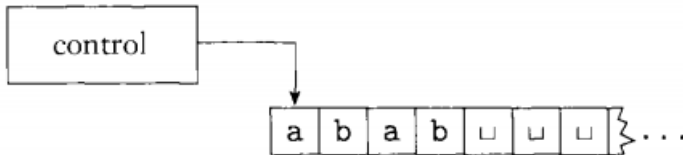
- Modelo mais poderoso que GLCs e AFDs;
- Turing, 1936;
- Características importantes:
  - 1 faz tudo o que um computador real pode fazer;
  - 2 existem certos problemas que uma MT não pode resolver.

# Sumário

- 1 Revisão
  - Introdução
  - O que é Teoria da Computação?
  - Comparação de modelos
- 2 Máquina de Turing



# Máquinas de Turing (MT)



# Máquinas de Turing (MT)

## Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;

# Máquinas de Turing (MT)

## Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;
- A cabeça de leitura-escrita pode mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita;

# Máquinas de Turing (MT)

## Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;
- A cabeça de leitura-escrita pode mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita;
- A fita é infinita;

# Máquinas de Turing (MT)

## Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;
- A cabeça de leitura-escrita pode mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita;
- A fita é infinita;
- Os estados especiais para rejeitar e aceitar fazem efeito imediatamente.

# Máquinas de Turing (MT)

## Construindo uma MT

Construir  $M_1$  que reconheça a linguagem

$$B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^*\}.$$

# Máquinas de Turing (MT)

## Descrição de $M_1$

$M_1$  = “Sobre a cadeia de entrada  $\omega$ :

- 1 Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo  $\#$  para verificar se elas contêm o mesmo símbolo. Se elas não contêm, ou se nenhum  $\#$  for encontrado, *rejeite*. Marque os símbolos à medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.
- 2 Quando todos os símbolos à esquerda do  $\#$  tiverem sido marcados, verifique a existência de algum símbolo remanecente à direita do  $\#$ . Se resta algum símbolo, *rejeite*; caso contrário, *aceite*.

# Máquinas de Turing (MT)

```

    ↓
    0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
    ↓
    x 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
    ↓
    x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
    ↓
    x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
    ↓
    x x 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
    ↓
    x x x x x x # x x x x x x □ ...
    accept
  
```



# Máquinas de Turing (MT)

Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , de forma que  $Q, \Sigma, \Gamma$  são todos conjuntos finitos e

- 1  $Q$  é o conjunto de estados,
- 2  $\Sigma$  é o alfabeto de entrada sem o **símbolo branco**  $\sqcup$ ,
- 3  $\Gamma$  é o alfabeto da fita, em que  $\sqcup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
- 4  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$  é a função de transição,
- 5  $q_0 \in Q$  é o estado inicial,
- 6  $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação, e
- 7  $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, em que  $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$ .

# Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

# Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

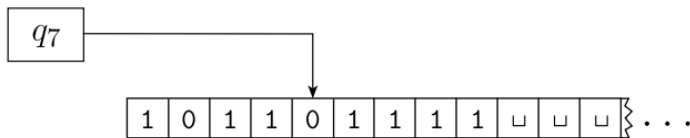
Uma forma especial de representar...

$uqv$  em que

- $u$  e  $v$  são cadeias sobre  $\Gamma$ ;
- $uv$  é o conteúdo atual da fita;
- $q$  é o estado atual; e
- a posição atual da cabeça está sobre o primeiro símbolo de  $v$ .



# Configuração de uma MT



**FIGURA 3.4**

Uma máquina de Turing com configuração 1011 $q_7$ 01111

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

## Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,
- as configurações  $uaq_ibv$  e  $uq_jacv$ .

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,
- as configurações  $uaq_ibv$  e  $uq_jacv$ .

Digamos que

$uaq_ibv$  origina  $uq_jacv$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$ .

# Configuração de uma MT

Mais formalmente...

Digamos que

$uaq_i b v$  origina  $uq_j a c v$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$ . Ou

$uaq_i b v$  origina  $uacq_j v$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, D)$ .

# Configuração de uma MT

Termos importantes:

- configuração inicial;
- configuração de aceitação;
- configuração de rejeição;
- configuração de parada.



# Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing  $M$  **aceita** a entrada  $\omega$  se uma sequência de configurações  $C_1, C_2, \dots, C_k$  existe, de forma que

- $C_1$  é a configuração inicial de  $M$  sobre a entrada  $\omega$ ;
- cada  $C_i$  origina  $C_{i+1}$ ;
- $C_k$  é uma configuração de aceitação.

# Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing  $M$  **aceita** a entrada  $\omega$  se uma sequência de configurações  $C_1, C_2, \dots, C_k$  existe, de forma que

- $C_1$  é a configuração inicial de  $M$  sobre a entrada  $\omega$ ;
- cada  $C_i$  origina  $C_{i+1}$ ;
- $C_k$  é uma configuração de aceitação.

## Linguagem de $M$

É a coleção de cadeias que  $M$  aceita. Também chamada de **linguagem reconhecida por  $M$**  e denotada por  $L(M)$ .

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

11 de outubro de 2017