

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

10 de maio de 2016

# Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
- 3 Máquina de Turing
  - MT Multifita

# Informações Importantes

## Testes

- Teste 1  $\Rightarrow$  20% da pontuação total  
(~~16 de maio~~) (17 de maio);
- Teste 2  $\Rightarrow$  20% da pontuação total  
(~~13 de junho~~) (14 de junho);
- Teste 3  $\Rightarrow$  20% da pontuação total (28 de junho);
- Teste 4  $\Rightarrow$  20% da pontuação total  
(~~08 de agosto~~) (02 de agosto).

## Avaliação

- Prova  $\Rightarrow$  20% da pontuação total  
(~~16 e 30 de agosto~~) (15 e 29 de agosto).

## Exercícios [Bônus]

- Somatório dos exercícios.

## Sorteio do Bônus (0,5 pt)

### Desafio

- **Problema 3.9 (a):**  
Mostre que 2-APs são mais poderosos que 1-APs.
- Candidaturas até amanhã (10 de maio, 09h30);
- Apresentação e resposta por escrito →  
segunda (16 de maio, 11h30);
- 20 minutos de apresentação.

### Candidato escolhido

???

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
- 3 Máquina de Turing
  - MT Multifita

# Pensamento



# Pensamento



## Frase

Ter a meta como alvo, mas viver pelo bom senso.

## Quem?

**Desconhecido**

\*\*\*

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
- 3 Máquina de Turing
  - MT Multifita



# Definições

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

## Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.

# Exemplos

Uma máquina de Turing  $M_2$  que decide  $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$ :

$M_2$  = “Sobre a cadeia de entrada  $w$ :

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1.”

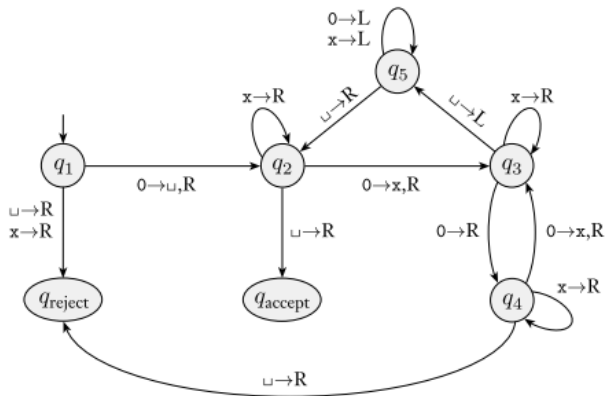
# Exemplos

## Descrição Formal de $M_2$

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$ :

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$ ;
- $\Sigma = \{0\}$ ,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$ ,
- Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- $q_1, q_{aceita}$  e  $q_{rejeita}$  são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

# Exemplos



**FIGURA 3.8**

Diagrama de estados para a máquina de Turing  $M_2$

# Exemplos

## $L(M_1)$

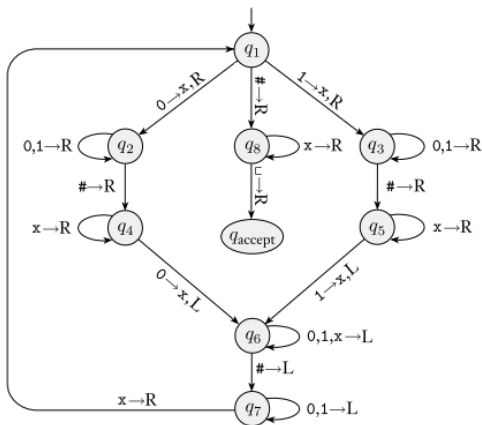
Uma máquina de Turing  $M_1$  que decide  $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

## Descrição Formal de $M_1$

$M_3 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$ :

- $Q = \{q_1, \dots, q_{14}, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$ ;
- $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ ,
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$ ,
- Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- $q_1, q_{aceita}$  e  $q_{rejeita}$  são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

# Exemplos



**FIGURA 3.10**

Diagrama de estados para a máquina de Turing  $M_1$

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
- 3 Máquina de Turing
  - MT Multifita

# Exemplos

$L(M_3)$

Uma máquina de Turing  $M_3$  que decide  
 $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$



# Exemplos

$M_3 =$  “Sobre a cadeia de entrada  $w$ :

1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de  $a^+b^+c^+$  e *rejeite* se ela não o é.
2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
3. Marque um  $a$  e faça uma varredura para a direita até que um  $b$  ocorra. Vá e volte entre os  $b$ 's e os  $c$ 's, marcando um de cada até que todos os  $b$ 's tenham terminado. Se todos os  $c$ 's tiverem sido marcados e alguns  $b$ 's permanecem, *rejeite*.
4. Restaure os  $b$ 's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro  $a$  para marcar. Se todos os  $a$ 's tiverem sido marcados, determine se todos os  $c$ 's também foram marcados. Se sim, *aceite*; caso contrário, *rejeite*.”

# Exemplos

$L(M_4)$

Uma máquina de Turing  $M_3$  que reconhece  $E = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_l \mid \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$

# Exemplos

$M_4$  = “Sobre a entrada  $w$ :

1. Coloque uma marca em cima do símbolo de fita mais à esquerda. Se esse símbolo era um branco, *aceite*. Se esse símbolo era um #, continue com o próximo estágio. Caso contrário, *rejeite*.
2. Faça uma varredura procurando o próximo # e coloque uma segunda marca em cima dele. Se nenhum # for encontrado antes de um símbolo em branco, somente  $x_1$  estava presente, portanto *aceite*.

# Exemplos

3. Fazendo um zigue-zague, compare as duas cadeias à direita dos #s marcados. Se elas forem iguais, *rejeite*.
4. Mova a marca mais à direita das duas para o próximo símbolo # à direita. Se nenhum símbolo # for encontrado antes de um símbolo em branco, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenhum # estiver disponível para a marca mais à direita, todas as cadeias foram comparadas, portanto *aceite*.
5. Vá para o estágio 3.”

# MT Multifita

## Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

# MT Multifita

## Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;

# MT Multifita

## Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;

# MT Multifita

## Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que  $k$  é o número de fitas.



# MT Multifita

## Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que  $k$  é o número de fitas.

## Exemplo

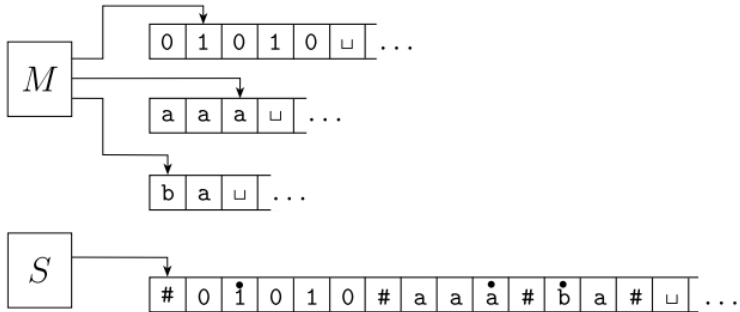
$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, P, D, \dots, E)$$

# MT Multifita

## Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

# MT Multifita



**FIGURA 3.14**  
Representando três fitas com apenas uma

# MT Multifita

$S =$  “Sobre a entrada  $w = w_1 \cdots w_n$ :

1. Primeiro  $S$  ponha sua fita no formato que representa todas as  $k$  fitas de  $M$ . A fita formatada contém

$$\# \overset{\bullet}{w}_1 \overset{\bullet}{w}_2 \cdots \overset{\bullet}{w}_n \# \sqcup \# \sqcup \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento,  $S$  faz uma varredura na sua fita desde o primeiro  $\#$ , que marca a extremidade esquerda, até o  $(k + 1)$ -ésimo  $\#$ , que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então  $S$  faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de  $M$  estabelece.

# MT Multifita

3. Se em algum ponto  $S$  move uma das cabeças virtuais sobre um  $\#$ , essa ação significa que  $M$  moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto,  $S$  escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o  $\#$  mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente.”

# MT Multifita

## Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

## Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

# MT Multifita

**PROVA** Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

10 de maio de 2016