

Definição de Algoritmo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de maio de 2016

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Máquina de Turing Multifita
 - Definição de algoritmo
- 3 Definição de algoritmo
 - Terminologia para descrever MTs

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Máquina de Turing Multifita
 - Definição de algoritmo
- 3 Definição de algoritmo
 - Terminologia para descrever MTs

Pensamento



Pensamento



Frase

Nada é mais difícil e, portanto, tão precioso, do que ser capaz de decidir.

Quem?

Napoleão Bonaparte (1769-1821)
Imperador francês.

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- **Problema 4.7:**

Seja $T = \{(i, j, k) | i, j, k \in \mathbb{N}\}$. Mostre que T é contável.

- Candidaturas até o fim da aula (24 de maio, 11h00);
- Apresentação e resposta por escrito →
Segunda (07 de junho, 11h30);
- 20 minutos de apresentação.

Candidato

???

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 **Revisão**
 - Máquina de Turing Multifita
 - Definição de algoritmo
- 3 Definição de algoritmo
 - Terminologia para descrever MTs

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

MT Multifita

PROVA Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

Definição de algoritmo



Contribuição

Apresentou uma noção do que seria um algoritmo no Congresso Internacional de Matemáticos em Paris, no ano de 1900.

Quem?

David Hilbert (1862-1943)
Matemático alemão.

Polinômio

Definições

Um **polinômio** é uma soma de termos. Um **termo** é um produto de variáveis e uma constante chamada de **coeficiente**.

Exemplo: Termo

$$6 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot z \cdot z \cdot z = 6x^2yz^3$$

Exemplo: Polinômio

$$6x^2yz^3 + 3xy^2 - 10$$

Polinômio

Definições

Uma **raiz** de um polinômio é uma atribuição de valores às suas variáveis de modo que o valor do mesmo seja 0. Chamamos de **raiz inteira** aquela em todos os valores atribuídos são valores inteiros.

Exemplo: Raiz

O polinômio $6x^3yz^2 + 3xy^2 - x^3 - 10$ tem uma raiz em $x = 5, y = 3$ e $z = 0$.

Exemplo: Raiz Inteira

A raiz do exemplo acima é uma raiz inteira.

Polinômio

Problema apresentado por Hilbert

É possível conceber um algoritmo que teste se um polinômio tem uma raiz inteira ou não?

Expressão utilizada por Hilbert

“Um processo com o qual ela possa ser determinada por um número finito de operações”.

Curioso

Não existe algoritmo que execute esta tarefa.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Máquina de Turing Multifita
 - Definição de algoritmo
- 3 Definição de algoritmo
 - Terminologia para descrever MTs

Definição de algoritmo



Contribuição

Mostrou, em 1970, que não existe algoritmo para se testar se um polinômio tem raízes inteiras.

Quem?

Yuri Matijasevich (1947-)

Cientista da computação e matemático russo.

Definição de Algoritmo

<i>Noção intuitiva de algoritmos</i>	é igual a	<i>algoritmos de máquina de Turing</i>
--	-----------	--

FIGURA 3.22
A Tese de Church–Turing

Definição de Algoritmo

<i>Noção intuitiva de algoritmos</i>	é igual a	<i>algoritmos de máquina de Turing</i>
--	-----------	--

FIGURA 3.22

A Tese de Church-Turing

Conclusão

Existem problemas que são algoritmicamente insolúveis.

Definição de Algoritmo

Contexto

$D = \{p \mid p \text{ é um polinômio com uma raiz inteira}\}$

Definição de Algoritmo

Contexto

$D = \{p \mid p \text{ é um polinômio com uma raiz inteira}\}$

Problema

O conjunto D é decidível?

Definição de Algoritmo

Contexto

$D = \{p \mid p \text{ é um polinômio com uma raiz inteira}\}$

Problema

O conjunto D é decidível?

Resposta

Não é decidível. Mas é Turing-reconhecível.

Definição de Algoritmo

Problema análogo

$D_1 = \{p \mid p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}$

Definição de Algoritmo

Problema análogo

$D_1 = \{p \mid p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}$

MT M_1 que reconhece D_1

M_1 = “A entrada é um polinômio p sobre a variável x .

- 1 Calcule o valor de p com x substituída sucessivamente pelos valores $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots$
Se em algum ponto o valor do polinômio resulta em 0 , *aceite*.

Definição de Algoritmo

Problema análogo

$D_1 = \{p \mid p \text{ é um polinômio sobre } x \text{ com uma raiz inteira}\}$

MT M_1 que reconhece D_1

M_1 = “A entrada é um polinômio p sobre a variável x .

- 1 Calcule o valor de p com x substituída sucessivamente pelos valores $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots$
Se em algum ponto o valor do polinômio resulta em 0 , *aceite*.

Considerações

M_1 reconhece D_1 , mas não a decide.

Definição de Algoritmo

Resultado obtido por Matijasevich

É possível construir um decisor para D_1 . Mas não para D .

Definição de Algoritmo

Resultado obtido por Matijasevich

É possível construir um decisor para D_1 . Mas não para D .

Justificativa

É possível obter um limitante para polinômios de uma única variável. Porém, Matijasevich provou ser impossível calcular tais limitantes para polinômios multivariáveis.

Definição de Algoritmo

Resultado obtido por Matijasevich

É possível construir um decisor para D_1 . Mas não para D .

Justificativa

É possível obter um limitante para polinômios de uma única variável. Porém, Matijasevich provou ser impossível calcular tais limitantes para polinômios multivariáveis.

Limitante para polinômios de uma única variável

$$\pm k \frac{c_{max}}{c_1}$$

em que

- k é o número de termos do polinômio,
- c_{max} é o coeficiente com maior valor absoluto, e
- c_1 é o coeficiente do termo de mais alta ordem.

Terminologia para descrever MTs

Níveis de descrição

- **Descrição formal:** esmiúça todos os elementos da 7-upla, conforme definição;

Terminologia para descrever MTs

Níveis de descrição

- **Descrição de implementação:** descreve a forma pela qual a MT move a sua cabeça e a forma como ela armazena os dados na fita;

Terminologia para descrever MTs

Níveis de descrição

- **Descrição de alto nível:** neste nível não precisamos mencionar como a máquina administra a sua fita ou sua cabeça de leitura-escrita.

Terminologia para descrever MTs

Níveis de descrição

- **Descrição formal:** esmiúça todos os elementos da 7-upla, conforme definição;
- **Descrição de implementação:** descreve a forma pela qual a MT move a sua cabeça e a forma como ela armazena os dados na fita;
- **Descrição de alto nível:** neste nível não precisamos mencionar como a máquina administra a sua fita ou sua cabeça de leitura-escrita.

Exemplo

Seja A a linguagem consistindo em todas as cadeias representando grafos não-direcionados que são conexos. Logo:

$$A = \{\langle G \rangle \mid G \text{ é um grafo não-direcionado conexo}\}$$

Exemplo

Seja A a linguagem consistindo em todas as cadeias representando grafos não-direcionados que são conexos. Logo:

$$A = \{\langle G \rangle \mid G \text{ é um grafo não-direcionado conexo}\}$$

Descrição de alto nível

$M =$ “Sobre a entrada $\langle G \rangle$, a codificação de um grafo G :

- 1 Selecione o primeiro nó de G e marque-o.
- 2 Repita o seguinte estágio até que nenhum novo nó seja marcado:
 - 1 Para cada nó em G , marque-o se ele está ligado por uma aresta a um nó que já está marcado.
- 3 Faça uma varredura em todos os nós de G para determinar se eles estão todos marcados. Se eles estão, *aceite*; caso contrário, *rejeite*”.

Exemplo

Pergunta

Como seria a descrição de M no nível de implementação?

Definição de Algoritmo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de maio de 2016