Primeiro Teste

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

16 de novembro de 2017

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$
\begin{aligned}
MF &= MIN(10, S) \\
S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + EB
\end{aligned}
$$

  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P é a pontuação obtida na prova, e
  - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.

- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (1) Teoria da Computação e (2) Modelos de Computação.

Nome:

Primeiro Teste

1. (5,0 pt) **[Sipser 3.9 (a)]** Seja um k-AP um autômato com pilha que tem k pilhas. Portanto, um 0-AP é um AFN e um 1-AP é um AP convencional. Você já sabe que 1-APs são mais poderosos (reconhecem uma classe maior de linguagens) que 0-APs. Agora, mostre que 2-APs são mais poderosos que 1-APs.

   Prova: Iremos realizar esta demonstração em dois passos:

   (a) 2-APs são pelo menos tão poderosos que 1-APs; e

   (b) É possível construir um 2-AP que reconhece $A = \{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 0\}$

   Prova do passo (a): Ora é possível simular qualquer 1-AP em um 2-AP. Para isto, basta reproduzir todo o mecanismo do 1-AP em um 2-AP desconsiderando uma das pilhas. Desta forma, 2-APs são pelo menos tão poderosos que 1-APs. ■

   Prova do passo (b): O 2-AP M, descrito em alto nível abaixo, reconhece a linguagem A.

   M = "Sobre a entrada ω, faça:

   (a) Se $\omega = \epsilon$, aceite.

   (b) Se o primeiro símbolo for 0, leia e empilhe todos os 0s consecutivos na pilha 1. Caso contrário, rejeite (enviando a execução da máquina para um estado de fuga).

   (c) Se o próximo símbolo for 1, leia e empilhe todos os 1s consecutivos na pilha 2. Caso contrário, rejeite.

   (d) Se o próximo símbolo for 2, leia cada símbolo 2, desempilhando simultaneamente um símbolo da pilha 1 e um símbolo da pilha 2. Caso contrário, rejeite.

      i. Se, neste passo, não for possível desempilhar uma das pilhas a cada leitura do símbolo 2, rejeite;

      ii. Se, neste passo, encerrou a leitura de símbolos 2 e uma das pilhas tiver elementos, rejeite;

   (e) Se ainda houver símbolos a serem lidos, rejeite;

   (f) Aceite.

   Como a linguagem A não é livre-de-contexto, nenhum 1-AP a reconhece. Como foi possível construir M (passo (b)), e sabendo do passo (a), podemos afirmar que 2-APs são mais poderosos que 1-APs. ■

2. (5,0 pt) A operação binária ou-exclusivo, representada pelo símbolo $\otimes$, é definida da seguinte forma:

$$X \otimes Y = (\overline{X} \cap Y) \cup (X \cap \overline{Y})$$

em que X e Y são dois conjuntos quaisquer.

Mostre que a classe de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de ou-exclusivo.

Prova: Sejam A e B duas linguagens decidíveis. É possível construir duas máquinas de Turing (MTs) M_A e M_B que decidem as linguagens A e B, respectivamente (pois se uma linguagem é decidível, então uma MT a decide). Iremos construir a MT M_{aux}, a partir de M_A e M_B, que decide $A \otimes B$. A descrição de M_{aux} é dada a seguir:

M_{aux} = "Sobre a entrada ω, faça:

(a) Rode M_A sobre ω;

(b) Rode M_B sobre ω;

(c) Se M_A rejeita e M_B aceita, *aceite*;

(d) Se M_A aceita e M_B rejeita, *aceite*;

(e) *Rejeite*.".

Como foi possível construir M_{aux}, então $A \otimes B$ é decidível. Ora, se $A \otimes B$ é decidível, então a classe de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de ou-exclusivo ■