Prova (Parte 1)

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

22 de fevereiro de 2018

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$
\begin{aligned}
MF &= MIN(10, S) \\
S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + EB
\end{aligned}
$$

  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P é a pontuação obtida na prova, e
  - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.

- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (1) Teoria da Computação, (2) Modelos de Computação, e (3) Problemas Decidíveis.

Nome:

1 Primeiro Teste

1. (5,0 pt) **[Sipser 3.5]** Apresentamos logo abaixo a definição formal de uma máquina de Turing:

Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, de forma que Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

- Q é o conjunto de estados,
- Σ é o alfabeto de entrada sem o **símbolo branco** $\sqcup$,
- Γ é o alfabeto da fita, em que $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
- $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação, e
- $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição, em que $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$.

Responda às seguintes perguntas, justificando a sua resposta.

(a) (1,0 pt) Uma máquina de Turing pode alguma vez escrever o símbolo branco $\sqcup$ em sua fita?
R - Sim, ela pode. Pois $\sqcup \in \Gamma$ (em que Γ é o alfabeto da fita).

(b) (1,5 pt) O alfabeto da fita Γ pode ser o mesmo que o alfabeto de entrada Σ?
R - Não, não pode. Pois $\sqcup \in \Gamma$, mas $\sqcup \notin \Sigma$. Logo, $\Gamma \neq \Sigma$.

(c) (1,0 pt) A cabeça de uma máquina de Turing pode alguma vez estar na mesma localização em dois passos sucessivos?
R - Pode sim. Se em algum momento a máquina de Turing tentar mover a cabeça para a esquerda além da extremidade da fita, a cabeça permanece no mesmo lugar para aquele movimento, muito embora a função de transição indique E.

(d) (1,5 pt) Uma máquina de Turing pode conter apenas um único estado?
R - Não, não pode. Como o $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$, então existe pelo menos dois estados distintos.

2. (5,0 pt) **[Sipser 3.15 (d)]** Mostre que a coleção de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de concatenação.

   Prova: Sejam duas linguagens decidíveis quaisquer A e B. Sejam M_A e M_B as duas máquinas de Turing que decidem A e B, respectivamente (pois se uma linguagem é decidível, então uma máquina de Turing a decide). Iremos construir a máquina de Turing M_{aux}, a partir de M_A e M_B, que decide $A \circ B$. A descrição de M_{aux} é dada a seguir:

   M_{aux} = "Sobre a entrada ω, faça:

   (a) Para todas a $n + 1$ possibilidades de cortar $\omega = \omega_A \omega_B$, faça:
      i. Rode M_A sobre ω_A.
      ii. Rode M_B sobre ω_B.
      iii. Sem ambas as máquinas aceitarem, *aceite* .

   (b) *Rejeite*".

   Como é possível construir M_{aux}, então $A \circ B$ é decidível. Logo, a classe de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de concatenação ■

Segundo Teste

3. (5,0 pt) **[Sipser 3.8 (b)]** Dê a descrição, em nível de implementação, da MT que decide a linguagem $A = \{\omega \mid \omega \text{ contém duas vezes mais 0s que 1s}\}$. Admita que o alfabeto é o conjunto $\{0, 1\}$.

   Resposta: A descrição da MT é dada a seguir:

   M_A = "Sobre a entrada ω, faça:

   (a) Enquanto houver 1s não-marcados, faça:
      i. Faça uma varredura na fita e marque o primeiro 1 que ainda não foi marcado.
      ii. Faça uma segunda varredura e verifique se existem ao menos dois 0s que ainda não foram marcados.
      iii. Se não existirem os dois 0s não-marcados, *rejeite*.
      iv. Caso contrário, marque os dois primeiros 0s não-marcados.

   (b) Faça uma varredura na fita e verifique se ainda há algum 0 não-marcado.

   (c) Se há, *rejeite*. Caso contrário, *aceite*".

4. (5,0 pt) **[Sipser 3.16 Adaptação]** Mostre que a coleção de linguagens Turing-reconhecíveis é fechada sob a operação de diferença
   (Dica: talvez seja útil saber que $A \setminus B = A \cap \overline{B}$).

   QUESTÃO ANULADA: A coleção de linguagens Turing-reconhecíveis **não** é fechada sob a operação de diferença (devido à operação de complemento).