Prova (Parte 1)

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

28 de agosto de 2017

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$\begin{aligned} MF &= MIN(10, S) \\ S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + 0,1.EA + EB \end{aligned}$$

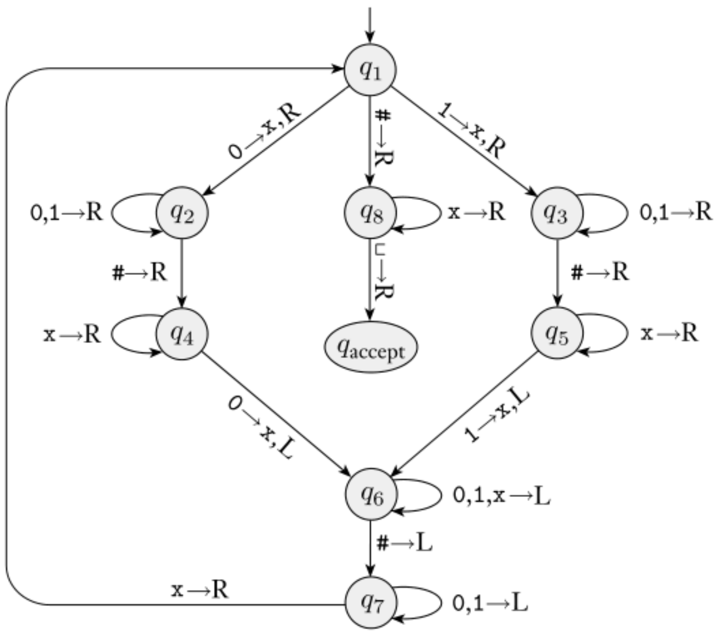
  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P é a pontuação obtida na prova,
  - EA é a pontuação total dos exercícios de aquecimentos, e
  - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.
- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (1) Teoria da Computação, (2) Modelos de Computação e (3) Problemas Decidíveis.

Nome:

Primeiro Teste

1. (5,0 pt) Esta questão diz respeito à MT M_1 cujo diagrama de estados, em sua versão simplificada, é apresentado na figura abaixo.



Dê a sequência de configurações nas quais M_1 entra quando iniciada sobre cada cadeia de entrada indicada nos itens abaixo:

(a) 1#1 **R:** A sequência de configurações é
$q_1 1\#1$,
$xq_3\#1$,
$x\#q_5 1$,
$xq_6\#x$,
$q_7 x\#x$,
$xq_1\#x$,
$x\#q_8 x$,
$x\#xq_8\sqcup$ e
$x\#x\sqcup q_{accept}\sqcup$.

(b) 10#11 **R:** A sequência de configurações é
$q_1 10\#11$,
$xq_3 0\#11$,
$x0q_3\#11$,
$x0\#q_5 11$,
$x0q_6\#x1$,
$xq_7 0\#x1$,
$q_7 x0\#x1$,
$xq_1 0\#x1$,
$xxq_2\#x1$,
$xx\#q_4 x1$,
$xx\#xq_4 1$, e
$xx\#xxq_{reject}\sqcup$.
(admite-se aqui que todas as transições ocultas para o q_{reject} escrevem o símbolo x na fita e move a cabeça para a direita).

2. (5,0 pt) Mostre que a classe de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de concatenação.

Prova: Sejam duas linguagens decidíveis quaisquer A e B. Sejam M_A e M_B as duas máquinas de Turing que decidem A e B, respectivamente (pois se uma linguagem é decidível, então uma máquina de Turing a decide). Iremos construir a máquina de Turing M_{aux}, a partir de M_A e M_B, que decide $A \circ B$. A descrição de M_{aux} é dada a seguir:

M_{aux} = "Sobre a entrada ω, faça:

(a) Para todos os possíveis cortes de ω em ω_1 e ω_2, de forma que $\omega = \omega_1 \circ \omega_2$, faça:
   i. Rode M_A sobre ω_1.
   ii. Rode M_B sobre ω_2.
   iii. Se ambas aceitam, *aceite*.

(b) *Rejeite*".

Como é possível construir M_{aux}, então $A \circ B$ é decidível. Logo, a classe de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de concatenação ■

Segundo Teste

3. (5,0 pt) Dê a descrição, em nível de implementação, da MT que decide a linguagem $A = \{\omega \mid \omega$ contém duas vezes mais 0s que 1s$\}$. Admita que o alfabeto é o conjunto $\{0, 1\}$.

   Resposta: A descrição da MT é dada a seguir:

   $M_A =$ "Sobre a entrada ω, faça:

   (a) Enquanto houver 1s não-marcados, faça:
      i. Faça uma varredura na fita e marque o primeiro 1 que ainda não foi marcado.
      ii. Faça uma segunda varredura e verifique se existem ao menos dois 0s que ainda não foram marcados.
      iii. Se não existirem os dois 0s não-marcados, *rejeite*.
      iv. Caso contrário, marque os dois primeiros 0s não-marcados.

   (b) Faça uma varredura na fita e verifique se ainda há algum 0 não-marcado.

   (c) Se há, *rejeite*. Caso contrário, *aceite*".

4. (5,0 pt) Considere o problema de se determinar se um AFD e uma expressão regular são equivalentes. Expresse esse problema como uma linguagem e mostre que ele é decidível.

Resposta: Este problema pode ser expresso como a seguinte linguagem:

$$EQ_{AFD-ER} = \{\langle A, B\rangle \mid A \text{ é um AFD, } B \text{ é uma expressão regular} \\ \text{e } L(A) = L(B)\}.$$

Este problema é decidível pois existe uma MT que a decide. A seguir, será descrita a MT M que decide EQ_{AFD-ER}.

M = "Sobre a entrada $\langle A, B\rangle$, em que A é um AFD e B é uma expressão regular, faça:

(a) Converta a expressão regular B no AFD C (Teorema 1.54 e Definição 1.16);

(b) Construa a MT T que decide EQ_{AFD} (Teorema 4.5);

(c) Rode T sobre $\langle A, C\rangle$:

   i. Se T aceita, *aceite*;

   ii. Caso contrário, *rejeite*".

Como foi possível construir M, então EQ_{AFD-ER} é decidível.

Teoremas Auxiliares

Definição 1.16: Uma linguagem é chamada de uma linguagem regular se algum autômato finito a reconhece.

Teorema 1.25: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Teorema 1.26: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de concatenação.

Teorema 1.39: Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Teorema 1.49: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.

Teorema 1.54: Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Definição 3.5: Chame uma linguagem de Turing-reconhecível se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição 3.6: Chame uma linguagem de Turing-decidível ou simplesmente decidível se alguma máquina de Turing a decide.

Teorema 3.13: Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing que lhe é equivalente.

Teorema 3.16: Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Teorema 3.21: Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

Teorema 4.1: A_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.2: A_{AFN} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.3: A_{EXR} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.4: V_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.5: EQ_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.9: Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

Teorema 4.11: A_{MT} é uma linguagem indecidível.

Definição 4.14: Um conjunto A é contável se é finito ou tem o mesmo tamanho que N.