

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

15 de maio de 2017

Plano de Aula

- 1 Revisão
 - Máquina de Turing
- 2 Máquina de Turing
- 3 Variantes da MT
 - MT Multifita

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- **Problema 2.30 (a):** Mostre que a linguagem $C = \{0^n 1^n 0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ não é livre-de-contexto.
- Candidaturas agora;
- Apresentação e resposta por escrito → segunda (22 de maio, 17h10);
- 10 minutos de apresentação.

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int].**

Sumário

- 1 Revisão
 - Máquina de Turing
- 2 Máquina de Turing
- 3 Variantes da MT
 - MT Multifita

Configuração de uma MT

A configuração C_1 **origina** a configuração C_2 , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de C_1 para C_2 .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$,
- $u, v \in \Gamma^*$,
- os estados q_i e q_j ,
- as configurações uaq_ibv e uq_jacv .

Digamos que

uaq_ibv origina uq_jacv

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$.

Configuração de uma MT

Mais formalmente...

Digamos que

$uaq_i bv$ origina $uq_j acv$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$. Ou

$uaq_i bv$ origina $uacq_j v$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, D)$.

Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing M **aceita** a entrada ω se uma sequência de configurações C_1, C_2, \dots, C_k existe, de forma que

- C_1 é a configuração inicial de M sobre a entrada ω ;
- cada C_i origina C_{i+1} ;
- C_k é uma configuração de aceitação.

Linguagem de M

É a coleção de cadeias que M aceita. Também chamada de **linguagem reconhecida por M** e denotada por $L(M)$.

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.

Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

M_2 = “Sobre a cadeia de entrada w :

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1.”

Exemplos

Descrição Formal de M_2

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0\}$,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

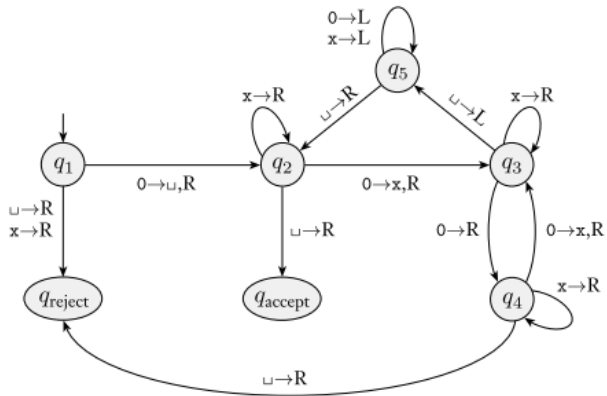


FIGURA 3.8
Diagrama de estados para a máquina de Turing M_2

Sumário

- 1 Revisão
 - Máquina de Turing
- 2 Máquina de Turing
- 3 Variantes da MT
 - MT Multifita

Problema

Problema 3.15 (a)

Mostre que a coleção de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de união.

Problema

Problema 3.15 (a)

Mostre que a coleção de linguagens decidíveis é fechada sob a operação de união.

3.15 (a) Para quaisquer duas linguagens decidíveis L_1 e L_2 , sejam M_1 e M_2 as MTs que as decidem. Construímos uma MT M' que decide a união de L_1 e L_2 :

“Sobre a entrada w :

1. Rode M_1 sobre w . Se ela aceita, *aceite*.
2. Rode M_2 sobre w . Se ela aceita, *aceite*. Caso contrário, *rejeite*.”

M' aceita w se M_1 ou M_2 a aceita. Se ambas rejeitam, M' rejeita.

Sumário

- 1 Revisão
 - Máquina de Turing
- 2 Máquina de Turing
- 3 Variantes da MT
 - MT Multifita

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração inicial consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

Exemplo

$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, P, D, \dots, E)$$

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

MT Multifita

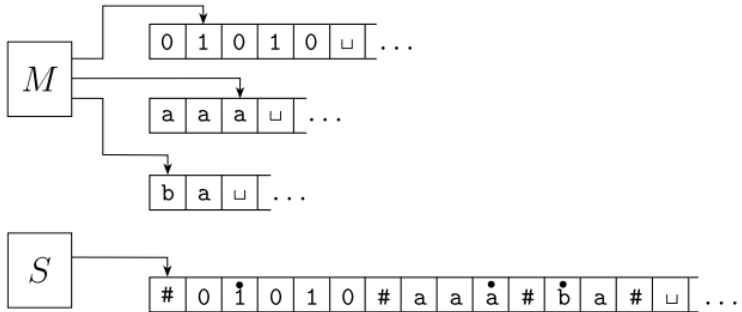


FIGURA 3.14
Representando três fitas com apenas uma

MT Multifita

$S =$ “Sobre a entrada $w = w_1 \cdots w_n$:

1. Primeiro S ponha sua fita no formato que representa todas as k fitas de M . A fita formatada contém

$$\# \overset{\bullet}{w}_1 \overset{\bullet}{w}_2 \cdots \overset{\bullet}{w}_n \# \sqcup \# \sqcup \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento, S faz uma varredura na sua fita desde o primeiro $\#$, que marca a extremidade esquerda, até o $(k + 1)$ -ésimo $\#$, que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então S faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de M estabelece.

MT Multifita

3. Se em algum ponto S move uma das cabeças virtuais sobre um $\#$, essa ação significa que M moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto, S escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o $\#$ mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente.”

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

MT Multifita

PROVA Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

15 de maio de 2017