Quarto Teste

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

15 de fevereiro de 2018

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 06 (seis) componentes que formarão a média final da disciplina: quatro testes, uma prova e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$\begin{aligned} MF &= MIN(10, S) \\ S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + EB \end{aligned}$$

  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P é a pontuação obtida na prova, e
  - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.

- O conteúdo exigido desta avaliação compreende o seguinte ponto apresentado no Plano de Ensino da disciplina: (3) Problemas Decidíveis, (4) Problemas Indecidíveis e (5) Complexidade de Tempo.

Nome:

Quarto Teste

1. (5,0 pt) **[Sipser 7.6]** Mostre que **P** é fechada sob operação de complemento.

   Prova: Seja A uma linguagem decidível em **P**. Seja M_A a máquina de Turing simples que decide a linguagem A (pois se uma linguagem é decidível, então uma máquina de Turing a decide). Como A é decidível em tempo polinomial determinístico, A pertence a TIME(n^k) (em que k é um número natural). Iremos construir a máquina de Turing simples M_{aux}, a partir de M_A, que decide $\overline{A}$ em tempo polinomial determinístico. A descrição de M_{aux} é dada a seguir:

   M_{aux} = "Sobre a entrada ω, faça:

   (a) Rode M_A sobre ω.

   (b) Se M_A aceita, *rejeite*. Caso contrário, *aceite*".

   O tempo de execução t de M_{aux} é igual a soma do tempo de execução dos passos (a) e (b). Logo, $t = O(n^k) + O(1) = O(n^k)$. Como k é um número natural, $\overline{A} \in$ TIME(n^k) e, consequentemente, $\overline{A} \in$ **P**. Logo, podemos afirmar que **P** é fechada sob a operação de complemento ■

2. (5,0 pt) **[Sipser 7.27] (Adaptação)** Uma coloração de um grafo é uma associação de cores aos seus vértices de forma que dois vértices vizinhos não possam ser associados à mesma cor. Seja $3CORES = \{\langle G \rangle \mid$ os vértices de G podem ser coloridos com três cores de forma que nenhum par de vizinhos tenha a mesma cor$\}$. Mostre que $3CORES \in$ **NP**.

   Prova: Iremos construir a máquina de Turing não-determinística M que decide $3CORES$ em tempo polinomial não-determinístico. A descrição de M é dada a seguir:

   M = "Sobre a entrada $\langle G \rangle$, em que G é um grafo, faça:

   (a) De forma não-determinística, teste todas as colorações de três cores de G.

   (b) Para toda aresta de G, faça:

      i. Se as duas pontas forem da mesma cor, *rejeite*.

   (c) *Aceite*.

   O tempo de execução t de M é igual a soma do tempo de execução dos passos (a), (b) e (c). Logo, $t = O(1) + O(n^2) + O(1) = O(n^2)$. Como 2 é um número natural, $3CORES \in$ NTIME(n^2) e, consequentemente, $3CORES \in$ **NP** ■

Teoremas Auxiliares

Definição 1.16: Uma linguagem é chamada de uma linguagem regular se algum autômato finito a reconhece.

Teorema 1.25: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Teorema 1.26: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de concatenação.

Teorema 1.26.1: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de complemento.

Teorema 1.39: Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Teorema 1.49: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.

Teorema 1.49.1: A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de intersecção.

Teorema 1.54: Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Definição 3.5: Chame uma linguagem de Turing-reconhecível se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição 3.6: Chame uma linguagem de Turing-decidível ou simplesmente decidível se alguma máquina de Turing a decide.

Teorema 3.13: Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing que lhe é equivalente.

Teorema 3.16: Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Teorema 3.21: Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

Teorema 4.1: A_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.2: A_{AFN} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.3: A_{EXR} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.4: V_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.5: EQ_{AFD} é uma linguagem decidível.

Teorema 4.9: Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

Teorema 4.11: A_{MT} é uma linguagem indecidível.

Definição 4.14: Um conjunto A é contável se é finito ou tem o mesmo tamanho que N.

Teorema 7.8: Seja $t(n)$ uma função, em que $t(n) \geq n$. Então toda máquina de Turing multifita de tempo $t(n)$ tem uma máquina de Turing de um única fita equivalente de tempo $O(t^2(n))$.

Teorema 7.11: Seja $t(n)$ uma função, em que $t(n) \geq n$. Então toda máquina de Turing não-determinística de uma única fita de tempo $t(n)$ tem uma máquina de Turing de um única fita equivalente de tempo $2^{O(t(n))}$.

Definição 7.12: **P** é a classe de linguagens que são decidíveis em tempo polinomial sobre uma máquina de Turing determinística de uma única fita. Em outras palavras, $\mathbf{P} = \bigcup_k \mathbf{TIME}\ (n^k)$.

Definição 7.19: **NP** é a classe das linguagens que têm verificadores de tempo polinomial.

Teorema 7.20: Uma linguagem está em **NP** sse ela é decidida por alguma máquina de Turing não-determinística de tempo polinomial. Em outras palavras, $\mathbf{NP} = \bigcup_k \mathbf{NTIME}\ (n^k)$.