

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

**11 de maio de 2017**

# Plano de Aula

- 1 Revisão
  - Máquina de Turing
  
- 2 Máquina de Turing

## Bônus (0,5 pt)

### Desafio

- **Problema 3.9 (a):**  
Mostre que 2-APs são mais poderosos que 1-APs.
- Candidaturas agora;
- Apresentação e resposta por escrito →  
segunda (15 de maio, 17h10);
- 10 minutos de apresentação.

### Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.



**UFG**  
Regional Jataí

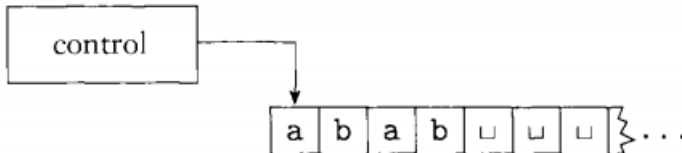
# Sumário

## 1 Revisão

- Máquina de Turing

## 2 Máquina de Turing

# Máquinas de Turing (MT)



# Máquinas de Turing (MT)

## Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;
- A cabeça de leitura-escrita pode mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita;
- A fita é infinita;
- Os estados especiais para rejeitar e aceitar fazem efeito imediatamente.

# Máquinas de Turing (MT)

## Construindo uma MT

Construir  $M_1$  que reconheça a linguagem  
 $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0, 1\}^*\}.$

# Máquinas de Turing (MT)

## Descrição de $M_1$

$M_1$  = “Sobre a cadeia de entrada  $\omega$ :

- 1 Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo  $\#$  para verificar se elas contêm o mesmo símbolo. Se elas não contêm, ou se nenhum  $\#$  for encontrado, *rejeite*. Marque os símbolos à medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.
- 2 Quando todos os símbolos à esquerda do  $\#$  tiverem sido marcados, verifique a existência de algum símbolo remanecente à direita do  $\#$ . Se resta algum símbolo, *rejeite*; caso contrário, *aceite*.



# Máquinas de Turing (MT)

↓  
0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...  
↓  
x 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...  
↓  
x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...  
↓  
x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...  
↓  
x x 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...  
↓  
x x x x x x # x x x x x x □ ...  
accept

# Máquinas de Turing (MT)

Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , de forma que  $Q, \Sigma, \Gamma$  são todos conjuntos finitos e

- 1  $Q$  é o conjunto de estados,
- 2  $\Sigma$  é o alfabeto de entrada sem o **símbolo branco**  $\sqcup$ ,
- 3  $\Gamma$  é o alfabeto da fita, em que  $\sqcup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
- 4  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$  é a função de transição,
- 5  $q_0 \in Q$  é o estado inicial,
- 6  $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação, e
- 7  $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, em que  $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$ .

# Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

# Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

Uma forma especial de representar...

$uqv$  em que

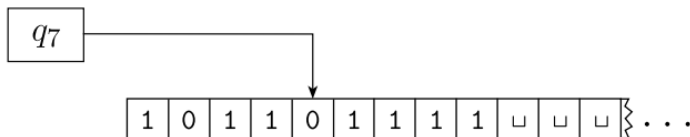
- $u$  e  $v$  são cadeias sobre  $\Gamma$ ;
- $uv$  é o conteúdo atual da fita;
- $q$  é o estado atual; e
- a posição atual da cabeça está sobre o primeiro símbolo de  $v$ .

# Configuração de uma MT



- *Salaminh salah-mês...* tranforme as figuras para português!

# Configuração de uma MT



**FIGURA 3.4**

Uma máquina de Turing com configuração  $1011q_701111$

# Configuração de uma MT

Termos importantes:

- configuração inicial;
- configuração de aceitação;
- configuração de rejeição;
- configuração de parada.

# Sumário

- 1 Revisão
  - Máquina de Turing
- 2 Máquina de Turing



# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma,$

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,
- as configurações  $uaq_ibv$  e  $uq_jacv$ .

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,
- as configurações  $uaq_ibv$  e  $uq_jacv$ .

# Configuração de uma MT

A configuração  $C_1$  **origina** a configuração  $C_2$ , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de  $C_1$  para  $C_2$ .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$ ,
- $u, v \in \Gamma^*$ ,
- os estados  $q_i$  e  $q_j$ ,
- as configurações  $uaq_i bv$  e  $uq_j acv$ .

Digamos que

$uaq_i bv$  origina  $uq_j acv$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$ .

# Configuração de uma MT

Mais formalmente...

Digamos que

$$uaq_i bv \text{ origina } uq_j acv$$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$ . Ou

$$uaq_i bv \text{ origina } uacq_j v$$

se na função de transição  $\delta(q_i, b) = (q_j, c, D)$ .



# Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing  $M$  **aceita** a entrada  $\omega$  se uma sequência de configurações  $C_1, C_2, \dots, C_k$  existe, de forma que

- $C_1$  é a configuração inicial de  $M$  sobre a entrada  $\omega$ ;
- cada  $C_i$  origina  $C_{i+1}$ ;
- $C_k$  é uma configuração de aceitação.

# Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing  $M$  **aceita** a entrada  $\omega$  se uma sequência de configurações  $C_1, C_2, \dots, C_k$  existe, de forma que

- $C_1$  é a configuração inicial de  $M$  sobre a entrada  $\omega$ ;
- cada  $C_i$  origina  $C_{i+1}$ ;
- $C_k$  é uma configuração de aceitação.

## Linguagem de $M$

É a coleção de cadeias que  $M$  aceita. Também chamada de **linguagem reconhecida por  $M$**  e denotada por  $L(M)$ .

# Definições

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

# Definições

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

# Definições

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

## Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

## Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.

# Exemplos

Uma máquina de Turing  $M_2$  que decide  $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$ :

# Exemplos

Uma máquina de Turing  $M_2$  que decide  $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$ :

$M_2$  = “Sobre a cadeia de entrada  $w$ :

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1.”

# Exemplos

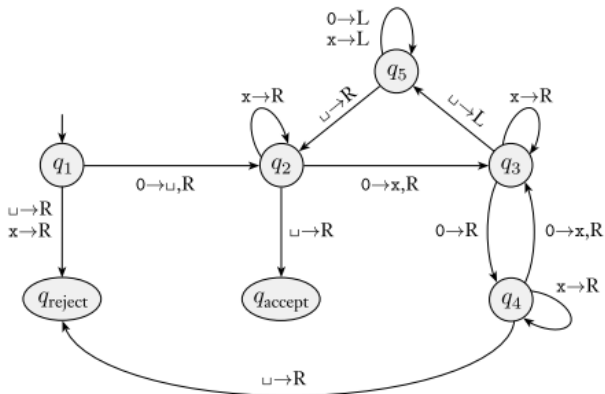
## Descrição Formal de $M_2$

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$ :

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$ ;
- $\Sigma = \{0\}$ ,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$ ,
- Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- $q_1, q_{aceita}$  e  $q_{rejeita}$  são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.



# Exemplos



**FIGURA 3.8**  
Diagrama de estados para a máquina de Turing  $M_2$

# Exemplos

 $L(M_1)$ 

Uma máquina de Turing  $M_1$  que decide  $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

# Exemplos

## $L(M_1)$

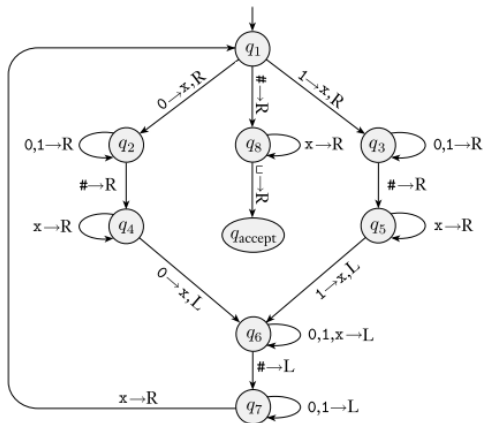
Uma máquina de Turing  $M_1$  que decide  $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

## Descrição Formal de $M_1$

$M_3 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$ :

- $Q = \{q_1, \dots, q_{14}, q_{aceita}, q_{rejeita}\};$
- $\Sigma = \{0, 1, \#\},$
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\},$
- Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- $q_1, q_{aceita}$  e  $q_{rejeita}$  são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

# Exemplos



**FIGURA 3.10**

Diagrama de estados para a máquina de Turing  $M_1$

# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

**11 de maio de 2017**