INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO DO CEARÁ
IFCE CAMPUS TIANGUÁ
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

ANNA ZENAIDE DIAS ALVES
ANTONIA ESTEFANE RIBEIRO VERAS
WANDERSON GOMES DA COSTA

RELATÓRIO SOBRE ATIVIDADE AVALIATIVA SOBRE MÉTODOS DE REGRESSÃO E INTERPOLAÇÃO

TIANGUÁ – CE
2021

ANNA ZENAIDE DIAS ALVES
ANTONIA ESTEFANE RIBEIRO VERAS
WANDERSON GOMES DA COSTA

RELATÓRIO SOBRE ATIVIDADE AVALIATIVA SOBRE MÉTODOS DE REGRESSÃO E INTERPOLAÇÃO

Relatório sobre a atividade sobre métodos de regressão e interpolação da disciplina de Cálculo Numérico, voltado para a análise dos métodos numéricos dos Quadrados Minimos e Método de Lagrange, visando obtenção da segunda nota da primeira fase do semestre 2021.1.

Professor: Lucas Campos Freitas.

TIANGUÁ – CE

2021

RESUMO

Este relatório tem como objetivo realiza uma análise sobre um conjunto de pontos utilizandos métodos de regressão e de interpolação. A atividade proposta conta com duas questões onde a primeira faz um estudo dos pontos apresentados utilizando o método numérico de quadrados mínimos e a segunda questão faz a análise de um conjunto de pontos através do método de interpolação de Lagrange.

Palavras-chaves: Cálculo Numérico, Quadrados Mínimos, Método de Lagrange, Regressão, Interpolação.

Conteúdo

1 Questões da Atividade

01 - Considere o sistema abaixo:

Considere os pontos a seguir:

$\{(-2, 19.1), (-1, 3.99), (0, -1), (1, 4.01), (2, 18.99), (3, 45)\}$

a) Plote o gráfico dos pontos.

b) Aproxime os pontos pelo metodo dos mínimos quadrados por meio de uma reta e parábola.

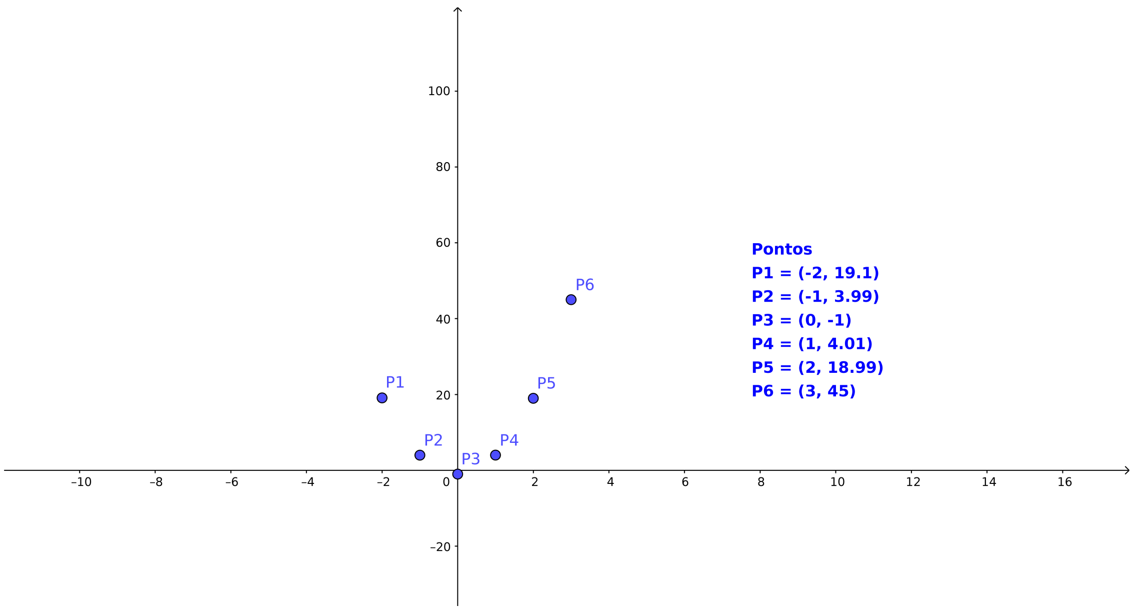
c) Calcule o erro do Método.

02 - Encontre uma interpolação quadrática para os seguintes pontos:

$\{(-2, 19.1), (-1, 3.99), (0, -1)\}$

2 Solução da Questão 01

2.1 Item a



2.2 Item b

Para que possamos determinar a reta de equação $ax + b = y$ que se aproxima dos pontos dados. Precisamos descobrir os valores de a e b, para isso utilizamos a fórmula:

$$\begin{cases} n \cdot b + a \cdot \sum x = \sum y \\ b \cdot \sum x + a \cdot \sum x^2 = \sum (x \cdot y) \end{cases}$$

Onde n é igual a quantidade de pontos dados.

Sendo assim teremos o seguinte processo para descobrir os valores de a e b.

$n = 6$

x	y	x^2	$x \cdot y$
-2	19.1	4	-38.2
-1	3.99	1	-3.99
0	-1	0	0
1	4.01	1	4.01
2	18.99	4	37.98
3	45	9	135

$\sum x = 3$

$\sum y = 90.09$

$\sum x^2 = 19$

$\sum (x \cdot y) = 134.8$

Substituindo os valores encontrados na fórmula apresentada anteriormente obteremos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6 \cdot b + a \cdot 3 = 90.09 \\ b \cdot 3 + a \cdot 19 = 134.8 \end{cases}$$

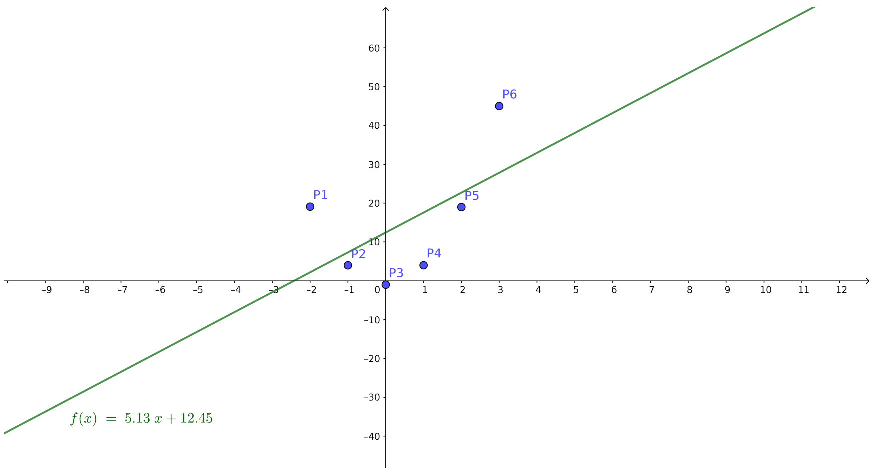
Utilizamos determinantes para resolver o sistema:

$$det(M) = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 19 \end{vmatrix} = 114 - 9 = 105$$
$$det(b) = \begin{vmatrix} 90.09 & 3 \\ 134.8 & 19 \end{vmatrix} = 1711.71 - 404.4 = 1307.31$$
$$det(a) = \begin{vmatrix} 6 & 90.09 \\ 3 & 134.8 \end{vmatrix} = 808.8 - 270.27 = 538.53$$

$$a = \frac{det(a)}{det(M)} = \frac{538.53}{105} = 5.128857143$$
$$b = \frac{det(b)}{det(M)} = \frac{1307.31}{105} = 12.450571429$$

Logo temos que a reta encontrada obedece a seguinte equacao:

$5.128857143x + 12.450571429 = y$



Para que possamos determinar a parábola de equação $ax^2 + bx + c = y$ que seja aproxima dos pontos dados, precisamos descobrir os valores de a, b e c. Para isso utilizamos a fórmula:

$$\begin{cases} n \cdot c + b \cdot \sum x + a \cdot \sum x^2 = \sum y \\ c \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + a \cdot \sum x^3 = \sum (x \cdot y) \\ c \cdot \sum x^2 + b \cdot \sum x^3 + a \cdot \sum x^4 = \sum (x^2 \cdot y) \end{cases}$$

Onde n é igual a quantidade de pontos dados.

Sendo assim teremos o seguinte processo para descobrir os valores de a, b e c.

$n = 6$

x	y	x^2	x^3	x^4	$x \cdot y$	$x^2 \cdot y$
-2	19.1	4	-8	16	-38.2	76.4
-1	3.99	1	-1	1	-3.99	3.99
0	-1	0	0	0	0	0
1	4.01	1	1	1	4.01	4.01
2	18.99	4	8	16	37.98	75.96
3	45	9	27	81	135	405

$\sum x = 3$

$\sum y = 90.09$

$\sum x^2 = 19$

$\sum x^3 = 27$

$\sum x^4 = 115$

$\sum (x \cdot y) = 134.8$

$\sum (x^2 \cdot y) = 565.36$

Substituindo os valores encontrados na fórmula apresentada anteriormente obteremos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 6 \cdot c + b \cdot 3 + a \cdot 19 = 90.09 \\ c \cdot 3 + b \cdot 19 + a \cdot 27 = 134.8 \\ c \cdot 19 + b \cdot 27 + a \cdot 115 = 565.36 \end{cases}$$

Para agilizar o processo de resolução preferimos utilizar um script em linguagem de programação R para determinar os valores de a, b e c.

Script:

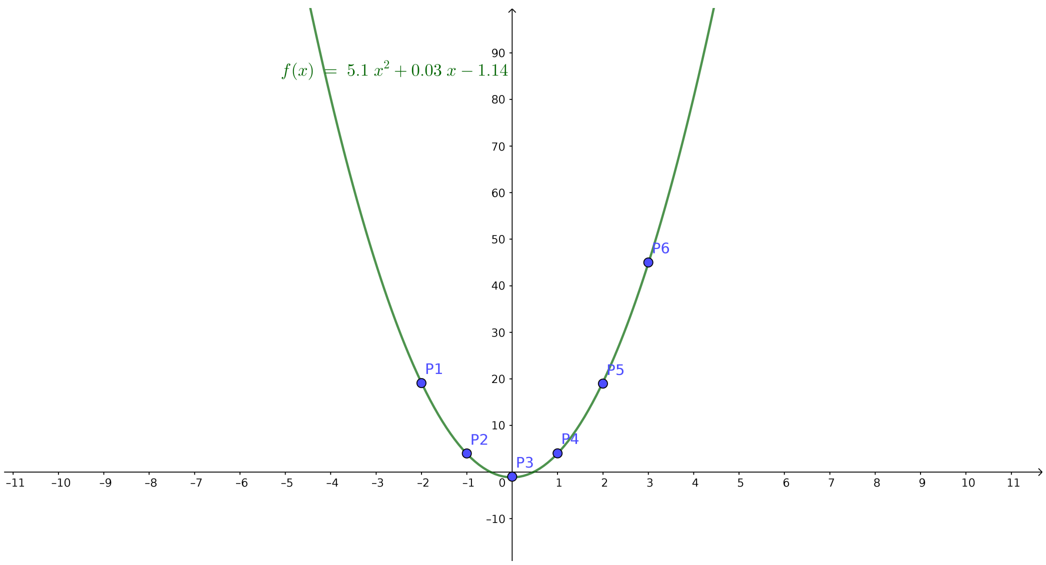
```
> c1 <- c(6, 3, 19)
> c2 <- c(3, 19, 27)
> c3 <- c(19, 27, 115)
> coeficientes <- cbind(c1,c2, c3)
> coeficientes
     c1 c2  c3
[1,]  6  3  19
[2,]  3 19  27
[3,] 19 27 115
> c1 <- c(90.09, 134.8, 565.36)
> resultado <- cbind(c1)
> resultado
         c1
[1,]  90.09
[2,] 134.80
[3,] 565.36
> solve(coeficientes, resultado)
          c1
c1 -1.143714
c2  0.031000
c3  5.097857
> |
```

Logo tivemos como resultado:

$c = c1 = -1.143714$
$b = c2 = 0.031000$
$a = c3 = 5.097857$

Sendo assim temos que a equação da parábola é igual a:

$5.097857x^2 + 0.031000x - 1.143714 = y$



2.3 Item c

Para calcular o erro vamos utilizar a seguinte tabela:

x	y	$f(x)$	$g(x)$	$y - f(x)$	$x - g(x)$	$(y - f(x))^2$	$(x - g(x))^2$
-2	19.1	2.39	19.19	16.71	-0.09	279.22	0.01
-1	3.99	7.49	4.13	-3.50	-0.14	12.25	0.02
0	-1	12.60	-0.84	-13.60	-0.16	184.96	0.03
1	4.01	17.70	4.26	-13.69	-0.25	187.42	0.06
2	18.99	22.81	19.45	-3.82	- 0.46	14.60	0.21
3	45	27.91	44.72	17.09	0.28	292.07	0.08

Tendo:

$f(x) = 5.128857143x + 12.450571429$

e

$g(x) = 5.097857x^2 + 0.031000x - 1.143714$

Erros:

Error Linear: $\sum(y - f(x))^2 = 970.52$

Error Quadratico: $\sum(y - g(x))^2 = 0.41$

Observação: Os valores foram arredondados para duas casas decimais para facilitar os cálculos.

3 Solução da Questão 02

Para a solução dessa questão utilizamos o método de Interpolação de Lagrange.

$P_2(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x)$, onde:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-(-1))(x-0)}{(-2-(-1))(-2-0)} = \frac{x^2+x}{2}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-(-2))(x-0)}{(-1-(-2))(-1-0)} = -(x^2+2x)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-(-2))(x-(-1))}{(0-(-2))(0-(-1))} = \frac{(x+2)(x+1)}{(2)(1)} = \frac{x^2+3x+2}{2}$$

$$P_2(x) = (19.1)\cdot\left(\frac{x^2+x}{2}\right) + (3.99)\cdot(-(x^2+2x)) + (-1)\cdot\left(\frac{x^2+3x+2}{2}\right) \Rightarrow$$

$$P_2(x) = 9.55x^2 + 9.55x - 3.99x^2 - 7.98x - 0.5x^2 - 1.5x - 1 \Rightarrow$$

$$P_2(x) = 5.06x^2 + 0.07x - 1$$