



清华大学  
Tsinghua University

## 金融统计课程作业

题目：股权溢价之谜和无风险利率之谜——基于中国数据的实证研究

姓 名	王梓涵
学 号	2017012136
学 院	数学科学系
专 业	数学与应用数学

定稿日期 2021 年 6 月

# 股权溢价之谜和无风险利率之谜

## ——基于中国数据的实证研究

### 摘 要

股权溢价之谜是金融学和宏观经济研究的核心之一，无风险利率之谜与之相伴而生，它们揭示了资产定价理论与现实存在的巨大差距。股权溢价在投资组合决策、资本成本估算等领域均占据重要的位置。因此，有必要对中国是否存在股权溢价之谜和无风险利率之谜进行实证检验。

本文在 C-CAPM 模型和 CRRA 效用函数的假定下，利用 Hansen-Jagannathan 方差界来检验股权溢价之谜，利用 Hansen-Singleton 公式来检验无风险利率之谜。本文以三月定期存款利率作为无风险收益率，使用 1994 年 1 月至 2019 年 12 月的上证综合指数、深证成份指数以及 2005 年 1 月至 2019 年 12 月的上证 50 指数、沪深 300 指数来计算月度资产收益率，进而构造 Hansen-Jagannathan 方差界；同时，根据社会消费品零售总额、消费者价格指数、总人口数等变量，得到代表性消费者的消费额，进而计算在给定时间折扣因子 $\beta$ 和相对风险厌恶系数 $\gamma$ 下，随机折现因子 SDF 的期望与标准差。

通过实证检验，本文认为中国不存在股权溢价之谜，因为存在小于 10 的相对风险厌恶系数使模型能够为资产正确定价；也不存在无风险利率之谜。中国股权溢价较高可能是因为消费增长波动性较强，股权溢价可以解释为消费者面临较高消费风险所进行的补偿。当时间折扣因子 $\beta$ 接近 1 时，模型估计的无风险收益率接近真实值。

**关键字：**股权溢价之谜；无风险利率之谜；Hansen-Jagannathan 界；相对风险厌恶系数；随机折现因子

# 目录

<b>1</b>	<b>序言</b>	<b>1</b>
1.1	研究背景及意义 . . . . .	1
1.2	研究现状与评价 . . . . .	1
1.3	本文贡献与创新点 . . . . .	2
1.4	文章基本思路与结构 . . . . .	2
<b>2</b>	<b>理论</b>	<b>2</b>
2.1	C-CAPM 模型 . . . . .	2
2.2	Hansen-Jagannathan 方差界 . . . . .	3
2.3	Hansen-Singleton 公式 . . . . .	4
<b>3</b>	<b>数据</b>	<b>5</b>
3.1	数据采集与预处理 . . . . .	5
3.2	描述性统计 . . . . .	5
3.3	可视化与探索性数据分析 . . . . .	6
<b>4</b>	<b>结果</b>	<b>9</b>
4.1	股权溢价之谜 . . . . .	9
4.2	稳健性检验 . . . . .	9
4.3	无风险利率之谜 . . . . .	12
4.4	讨论 . . . . .	12
<b>5</b>	<b>总结</b>	<b>13</b>
5.1	结论 . . . . .	13
5.2	局限性 . . . . .	13
<b>6</b>	<b>致谢</b>	<b>13</b>
<b>7</b>	<b>附录</b>	<b>16</b>
7.1	其他图片 . . . . .	16
7.2	核心代码 . . . . .	17

## 1 序言

本文使用 Hansen-Jagannathan 方差界检验了中国的股权溢价之谜 (Equity Premium Puzzle), 进而使用满足正确定价的最小相对风险厌恶系数检验了无风险利率之谜 (Risk Free Rate Puzzle)。

### 1.1 研究背景及意义

Mehra et al.<sup>[1]</sup> 于 1985 年首次指出美国历史数据显示出股票收益率远高于债券收益率, 即存在股权溢价的现象, 而此溢价的幅度远远大于标准资产定价模型估计得到的结果, 此即著名的股权溢价之谜。该谜题一经提出, 便成为金融学和宏观经济研究的核心。

股权溢价之谜的重要性在于揭示了资产定价理论与现实存在的巨大差距。Mehra et al.<sup>[2]</sup> 也指出, 股权溢价在投资组合决策、资本成本估算等领域均占据重要的位置。因此, 有必要对中国是否存在股权溢价之谜进行检验。

### 1.2 研究现状与评价

早期的研究均基于 CRRA (固定相对风险厌恶) 效用函数, 在该函数下, 相对风险厌恶系数与跨期替代弹性 (Elasticity of Intertemporal Substitution, 简称 EIS) 互为倒数。给定风险资产收益率与消费增长的历史数据, 要使模型拟合股权溢价, 必须设置非常高的相对风险厌恶系数 (简称 RRA), 这与一般的经验相违背。Kandel et al.<sup>[3]</sup> 则认为足够高的 RRA 是可能, 但此时模型的无风险利率水平远远超过实际水平, 这导致了 Weil<sup>[4]</sup> 提出的无风险利率之谜。为此, Epstein et al.<sup>[5]</sup> 引入了 RRA 和 EIS 分离的递归效用函数。从模型看, Epstein-Zin-Weil 效用函数的引入有助于解决这两个迷思, 但实证中仍面临严重的困难。对幂效用函数另一个方向的扩展则是引入“习惯形成” (Habit Formation): Sundaresan<sup>[6]</sup> 和 Constantinides<sup>[7]</sup> 建立了基于内部习惯的模型, 而 Abel<sup>[8]</sup> 和 Campbell et al.<sup>[9]</sup> 则建立了基于外部习惯的模型。

在检验方法上, Hansen et al.<sup>[10]</sup> 于 1991 年提出了针对随机折现因子 (Stochastic Discount Factor, 简称 SDF) 的方差边界, 该边界限制了 SDF 方差的下界, 可用于检验各种形式的资产定价模型。随后, Burnside<sup>[11]</sup>、Cecchetti et al.<sup>[12]</sup> 和 Otrok et al.<sup>[13]</sup> 发展和推广了类似的方差界。Gallant et al.<sup>[14]</sup> 提出了基于条件信息的方差界。

在中国的研究方面, 廖理等<sup>[15]</sup> 估算 1997—2001 年我国的股权溢价在 6% 以上, 而朱世武等<sup>[16]</sup> 对相同样本期进行估算得出中国的股权溢价水平很低, 两篇研究得到结论相反。刘仁和等<sup>[17]</sup> 利用年度数据进行检验, 认为中国存在股权溢价之谜, 但该研究受到样本量过少的限制。林鲁东<sup>[18]</sup> 和邓学斌等<sup>[19]</sup> 均使用上证综合指数和深证成份指数的月度数据进行检验, 认为中国不存在股权溢价之谜, 标准的 C-CAPM 模型和 CRRA 效用函数即可给资产正确定价。郑晓亚<sup>[20]</sup> 使用 1992 年-2012 年的申万指数月度数据进行检验, 得出参数估计值没有落在合理的取值范围内, 认为标准 C-CAPM 模型于数据的拟合是失败的。

Campbell<sup>[21]</sup>指出,对多个发达国家的研究表明股权溢价之谜的存在是稳健的,而对发展中国家的股权溢价之谜问题有待深入研究。可以看到,国内对此问题的研究在方法上较为统一,但对中国是否存在股权溢价之谜还有争议;现有文献使用的中国股票市场数据较早,近年来没有相关文献进行实证研究;同时,还没有文献同时对股权溢价之谜和无风险利率之谜进行实证检验,尽管它们的联系非常紧密。

### 1.3 本文贡献与创新点

本文参考前人的验证方法与数据采集方式,使用 1995 年-2019 年的月度数据来检验中国的股权溢价之谜和无风险利率之谜。近 15 年来,中国的经济发展势头迅猛,成为全球第二大经济体,同时股票市场与金融体系逐渐完善,将之前的方法使用全新的数据进行检验是非常有必要的。

本文有 2 个创新点:其一,本文使用了 2004 年初发布的上证 50 指数(SSE 50 Index)和 2005 年初发布的沪深 300 指数(CSI 300 Index),这在先前的研究中是无法做到的;其二,本文在检验股权溢价之谜的基础上,进一步检验无风险利率之谜,希望对问题有完整的理解。

### 1.4 文章基本思路与结构

本文余下内容组织如下:第2节引入 C-CAPM 模型的设定和 Hansen-Jagannathan 方差界的数学理论,推导相应的公式;第3节介绍用于实证研究的数据收集方式,并对数据进行简单的描述性统计和探索性数据分析;第4节给出检验股权溢价之谜和无风险利率之谜的结果;第5节叙述本文的结论并分析局限性,讨论未来研究可改进的方向。

## 2 理论

本节介绍后续实证检验中需要用到的数据理论,包括 C-CAPM 模型、Hansen-Jagannathan 方差界和 Hansen-Singleton 公式等。

### 2.1 C-CAPM 模型

假设有  $N$  个资产,记资产  $i$  在  $t$  时段的收益率为  $R_{i,t}$ ,价格为  $S_t$ 。假设存在一个代表性的消费者,他在  $t$  时段的消费量为  $C_t$ ,消费品单价为  $p_t$ 。记时间折扣因子(Discount Factor)为  $\beta$ ,反映代表性消费者的耐心程度; $U(\cdot)$  为代表性消费者的效应函数,满足递增、上凸的性质。

基于消费的资本资产定价模型(Consumption Based Capital Asset Pricing Model,简称 C-CAPM)有如下的 Euler 条件:

$$S_t = E_t[M_{t+1}S_{t+1}], \quad (2.1)$$

其中

$$M_{t+1} = \beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \frac{p_t}{p_{t+1}} \quad (2.2)$$

为随机折现因子 (Stochastic Discount Factor, 简称 SDF)。转化为收益率的形式, 即为

$$1 = E_t[M_{t+1}(R_{t+1} + 1)]. \quad (2.3)$$

假设存在无风险资产, 其收益率为  $R_f$ , 则由 Euler 条件有:

$$E_t[M_{t+1}] = \frac{1}{R_{f,t+1} + 1}. \quad (2.4)$$

若效用函数设为 CRRA 形式, 即

$$U(C) = \frac{C^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}, \quad (2.5)$$

其中  $\gamma$  为相对风险厌恶系数, 得到此时的 SDF 为

$$M_{t+1} = \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \frac{p_t}{p_{t+1}}. \quad (2.6)$$

## 2.2 Hansen-Jagannathan 方差界

Hansen et al.<sup>[10]</sup> 构造了满足条件 (2.3) 的  $M_t^*$ , 使其方差是所有满足条件 (2.3) 的  $M_t$  方差的下界。 $M_t^*$  的构造方式为:

$$M_t^* = E[M_t] + (R_t - E[R_t])^T \alpha, \quad (2.7)$$

其中  $R_t$  为  $N$  个资产的收益率向量,  $\alpha$  为系数向量。对于满足条件 (2.3) 的  $M_t$ , 有

$$E[R_t(M_t - M_t^*)] = 0, \quad (2.8)$$

因此

$$\begin{aligned} Cov[M_t^*, M_t - M_t^*] &= E[M_t^*]E[M_t - M_t^*] - E[M_t^*(M_t - M_t^*)] \\ &= E[R_t(M_t - M_t^*)]^T \alpha + E[R_t]E[M_t - M_t^*]^T \alpha = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

进一步有

$$\begin{aligned} Var[M_t] &= Var[M_t^*] + Var[M_t - M_t^*] + 2Cov[M_t^*, M_t - M_t^*] \\ &= Var[M_t^*] + Var[M_t - M_t^*] \geq Var[M_t^*]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

上式表明,  $M_t$  的方差下界为  $M_t^*$  的方差, 此即 Hansen-Jagannathan 方差界。下面求解  $M_t^*$ . 记  $\mathbf{1}$  为长度为  $N$ 、取值均为 1 的向量, 将 (2.7) 代入 (2.3), 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{1} &= E[M_t]E[\mathbf{1} + R_t] + Cov[R_t, M_t^*] \\ &= E[M_t]E[\mathbf{1} + R_t] + E[(R_t - E[R_t])(M_t^* - E[M_t])] \\ &= E[M_t]E[\mathbf{1} + R_t] + E[(R_t - E[R_t])(R_t - E[R_t])^T \alpha] \\ &= E[M_t]E[\mathbf{1} + R_t] + \Sigma \alpha, \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中  $\Sigma$  为资产收益率向量的方差-协方差矩阵。假设它可逆，则有

$$\alpha = \Sigma^{-1}(\mathbb{1} - E[M_t]E[\mathbb{1} + R_t]). \quad (2.12)$$

由此得到  $M_t^*$  的方差为

$$\text{Var}[M_t^*] = (\mathbb{1} - E[M_t]E[\mathbb{1} + R_t])^T \Sigma^{-1}(\mathbb{1} - E[M_t]E[\mathbb{1} + R_t]). \quad (2.13)$$

上式限制了模型产生 SDF 方差的下界:如果模型产生的 SDF 方差无法落入 Hansen-Jagannathan 方差界的可行区域,则拒绝该模型;如果要使模型定价正确需要较高的 RRA,则认为此时产生了股权溢价之谜。本文的检验基于这种常用方法。

### 2.3 Hansen-Singleton 公式

记  $R_{t+1}^a$  为通货膨胀调整对数收益率 (inflation-adjusted log-returns) 向量, 即

$$R_{t+1}^a = \log \left( \frac{S_{t+1}}{S_t} / \frac{p_{t+1}}{p_t} \right) \quad (2.14)$$

并记

$$Y_{t+1} = R_{t+1}^a - \gamma \log(C_{t+1}/C_t). \quad (2.15)$$

其中  $\gamma$  为 CRRA 效用函数的相对风险厌恶系数。假设对每个  $1 \leq i \leq N$ ,  $Y_{i,t+1}$  均满足正态分布, 则利用正态分布的矩母函数性质有:

$$\beta \exp \left\{ E_t[Y_{i,t+1}] + \frac{1}{2} \text{Var}_t[Y_{i,t+1}] \right\} = 1, \quad (2.16)$$

等价于

$$E_t[Y_{i,t+1}] = -\log \beta - \frac{1}{2} \text{Var}_t[Y_{i,t+1}]. \quad (2.17)$$

结合 (2.15) 和 (2.17), 得到 Hansen-Singleton 公式:

$$E_t[R_{i,t+1}] = -\log \beta + \gamma E_t[\Delta C_{t+1}] - \frac{1}{2} \text{Var}_t[Y_{i,t+1}], \quad (2.18)$$

其中

$$\Delta C_{t+1} = \log(C_{t+1}/C_t). \quad (2.19)$$

对于无风险资产, 有

$$\text{Var}_t[Y_{f,t+1}] = \text{Var}_t[\gamma \Delta C_{t+1}]. \quad (2.20)$$

代入 Hansen-Singleton 公式 (2.18), 即有

$$R_{f,t+1} = -\log \beta + \gamma E_t[\Delta C_{t+1}] - \frac{\gamma^2}{2} \text{Var}_t[\Delta C_{t+1}]. \quad (2.21)$$

当取定时间折扣因子  $\beta$ , 根据 Hansen-Jagannathan 方差界选定使 C-CAPM 模型能正确为资产定价的相对风险厌恶系数  $\gamma$ , 代入上式即可估算无风险收益率。如果用此种方法估算得到的  $R_{f,t+1}$  远高于实际水平, 则产生了无风险利率之谜。

## 3 数据

本节介绍数据来源和预处理的方式，并展示简单的描述性统计和探索性数据分析。

### 3.1 数据采集与预处理

为了检验中国的股权风险溢价之谜和无风险利率之谜，本文采集并预处理了如下数据：

- 从国家统计局数据库<sup>1</sup>收集 1995 年 1 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格指数的月度环比增长率，并设 1994 年 12 月为 100 得到定基比 CPI，在上述模型中以  $p_t$  记；
- 从国家统计局数据库收集 1994 年末至 2019 年末的年度总人口数，计算年度人口增长率，取几何平均得到月度人口增长率，进而计算月度总人口数，单位为万人；
- 从国家统计局数据库收集 1995 年 1 月至 2019 年 12 月社会消费品零售总额的月度数据，经 CPI 调整得到实际值，除以当月总人口数得到代表性消费者的消费额  $C_t$ ，进一步计算得到消费额增长  $C_{t+1}/C_t$ ，单位为亿元/万人；
- 从中国银行官网<sup>2</sup>收集 1995 年 1 月至 2019 年 12 月的三月定期存款（年化）利率，除以 12 得到月化利率，并经 CPI 调整，将其作为实际相对无风险利率  $R_{f,t}$ ；
- 从国泰安 CSMAR 数据库<sup>3</sup>收集 1994 年 12 月至 2019 年 12 月的上证综合指数（000001）、深证成份指数（399001）的月度收盘指数，及 2005 年 1 月至 2019 年 12 月的上证 50 指数（000015）、沪深 300 指数（000300）的月度收盘指数，经 CPI 调整得到实际收盘指数，并计算市场实际月度回报率，分别记为  $R_{SH,t}$ ,  $R_{SZ,t}$ ,  $R_{SSE,t}$  和  $R_{CSI,t}$ 。

### 3.2 描述性统计

几个重要变量的描述性统计信息见表3-1。可以观察得到以下规律：

- 中国的消费增长率较高，同时波动性较强。从国际比较来看，中国的消费波动性高于美国的消费波动（参见 Campbell et al.<sup>[22]</sup>），这反映了我国居民消费较多受当期收入影响，表现出过度敏感，其原因可能是在中国经济转型中面临较大的不确定性，居民具有较强的预防性储蓄动机。
- 实际无风险利率在样本期均值为负，这主要受样本期中部分时段中国通货膨胀较严重的影响。
- 风险资产收益率均值较高，在无风险收益率为负的情况下，中国的股权溢价水平较高，同时风险资产的波动性较强。

<sup>1</sup><http://www.stats.gov.cn/>

<sup>2</sup><https://www.boc.cn/fimarkets/lilv/fd31/>

<sup>3</sup><https://www.gtarsc.com/>



表 3-1: 几个重要变量的描述性统计信息

变量	序列长度	均值	标准差	最大值	最小值
$C_t$	300	0.0895	0.0761	0.2770	0.0125
$C_{t+1}/C_t$	299	1.0121	0.0631	1.2428	0.8010
$R_{f,t}$	300	-0.0001	0.0079	0.0021	-0.0030
$R_{SH,t}$	300	0.0064	0.0811	0.3448	-0.2440
$R_{SZ,t}$	300	0.0094	0.0964	0.4925	-0.2601
$R_{SSE,t}$	179	0.0106	0.0906	0.3204	-0.2441
$R_{CSI,t}$	179	0.0039	0.1016	0.5045	-0.5882

### 3.3 可视化与探索性数据分析

此小节对部分变量进行可视化展示以对数据变化的趋势有直观的理解。图3-1的四个面板分别展示了上证综合指数、深证成份指数、上证 50 指数、沪深 300 指数在样本期的月度开盘指数、收盘指数变化趋势图。

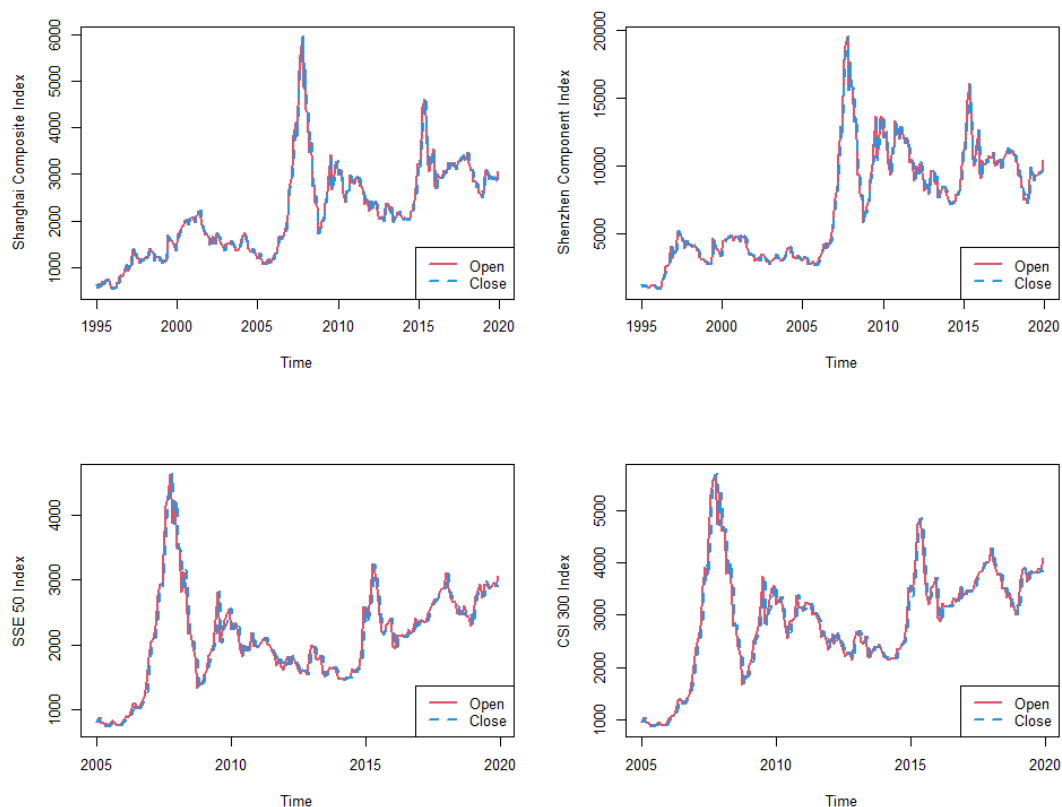


图 3-1: 四个市场指数在样本期的月度开盘指数、收盘指数变化趋势

图3-2给出了中国总人口数及其变化率随年份的变化趋势。观察发现，中国总人口数呈逐渐上升趋势，但年度增长率整体呈下降趋势。

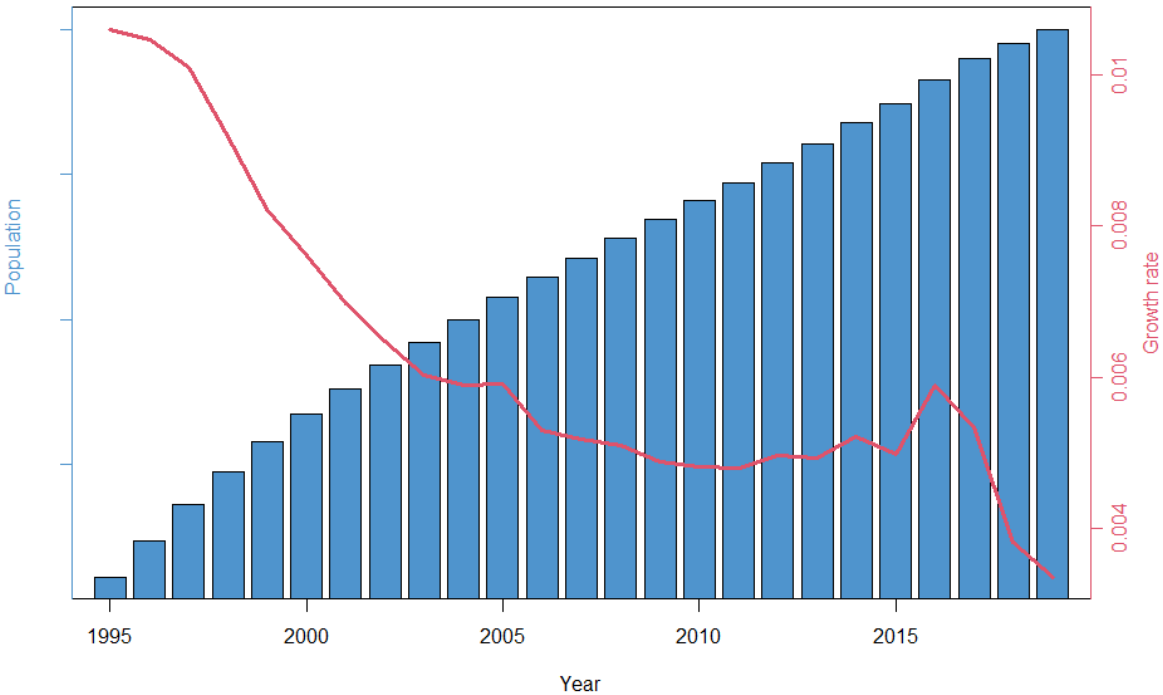


图 3-2: 中国总人口数及其变化率随年份的变化

图3-3给出了中国居民消费价格指数（CPI）及其增长率随月份的变化趋势。观察发现，中国的CPI整体呈上升趋势，增长率变化没有明显规律，波动性稍有降低。

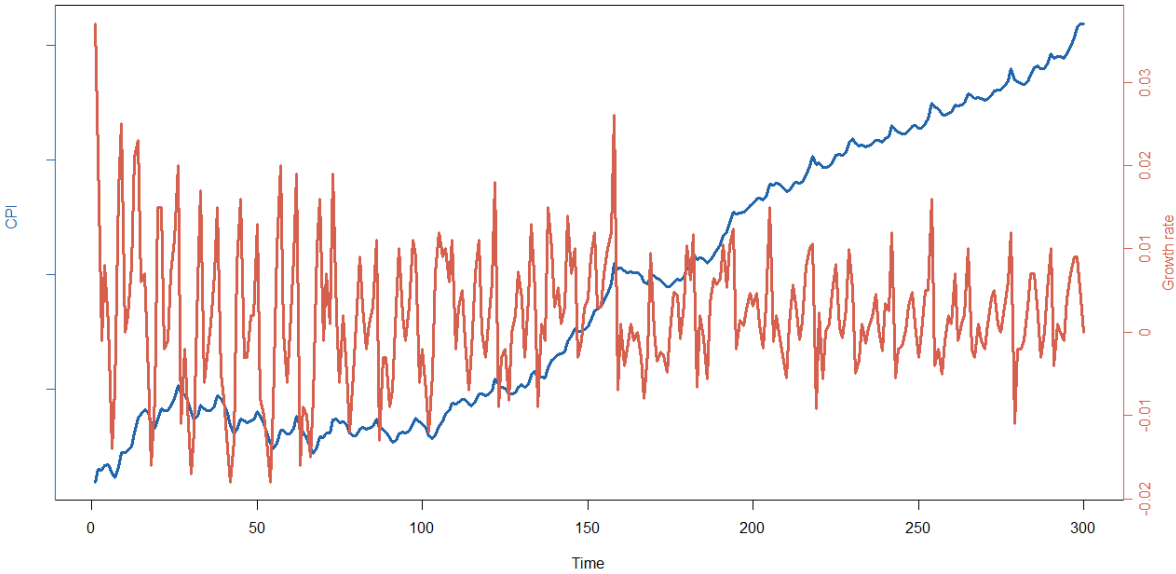


图 3-3: 中国居民消费价格指数及其增长率随月份的变化

代表性消费者的消费额  $C_t$  具有较强的季节性（参见附录图7-1），因此图3-4展示对其进行季节分解的结果。可以发现，去除季节因素后， $C_t$  有明显的上升趋势，且前期波动性小，后期波动较大。

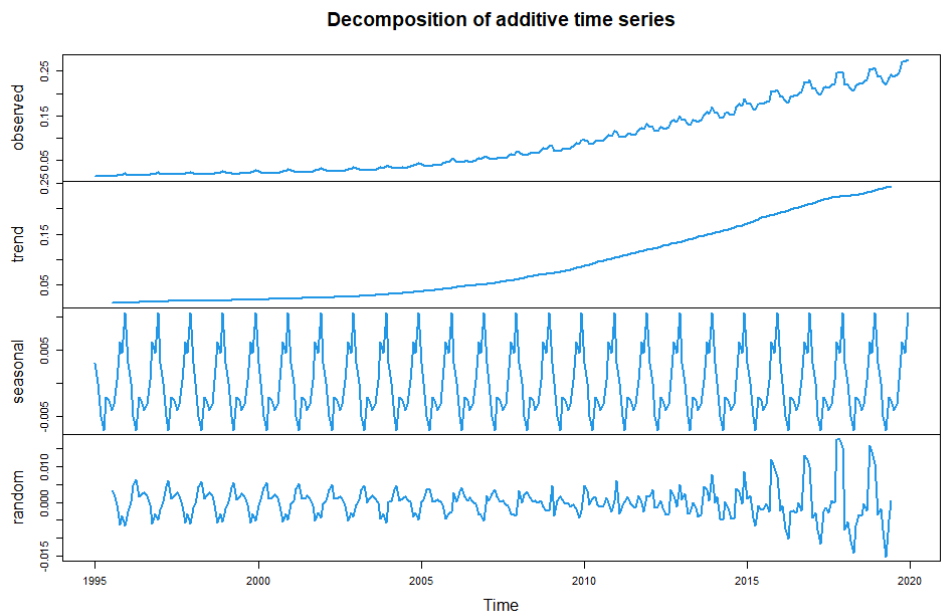


图 3-4: 代表性消费者消费额的季节分解

本文还对部分重要的变量求相关系数并绘制热力图，样本期取 2005 年 1 月至 2019 年 12 月。观察图3-5（× 表示相关性检验不显著），CPI 增长率与无风险利率呈强烈负相关，与上证 50 指数、沪深 300 指数呈微弱但显著的负相关；人口数与代表性消费者消费额呈强烈正相关；上证综合指数与深证成份指数呈强烈的正相关等。其余可视化如附录图7-2给出三月定期存款利率随时间的变化。

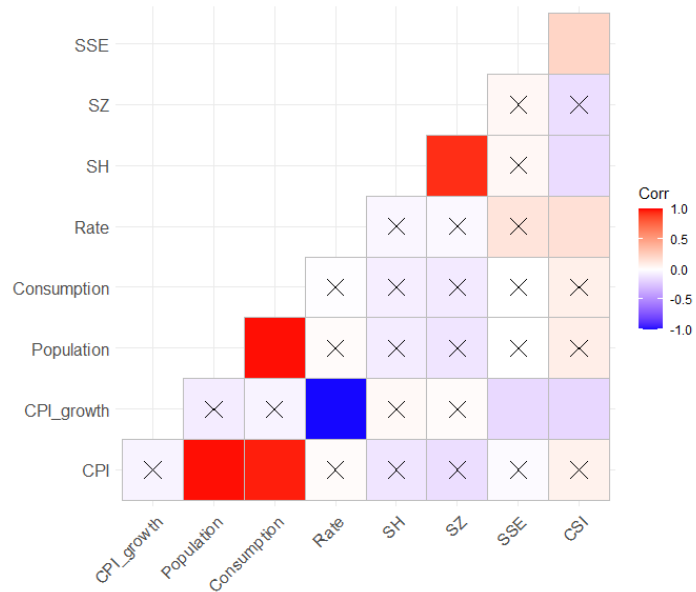


图 3-5: 变量相关热力图（2005 年 1 月至 2019 年 12 月）

## 4 结果

### 4.1 股权溢价之谜

首先使用 1995 年 1 月至 2019 年 12 月的上证综合指数和深证成份指数来构造方差界。在 (2.13) 式中,  $E[1 + R_t]$  与  $\Sigma$  可根据历史数据计算出, 只需连续变化  $E[M_t]$  的取值, 即可形成  $Var[M_t^*]$  的抛物线, 即 Hansen-Jagannathan 方差界, 见图4-1中的曲线。

同时, 在 (2.6) 式中给定时间折扣因子  $\beta$  和相对风险厌恶系数  $\gamma$  的取值, 可以得到由历史数据计算的 SDF 期望和方差, 见图4-1中的散点图。一般认为  $0 < \beta < 1$ , 但经济理论并未规定  $\beta$  的具体值, 因此本文采用不同的数值以便比较, 以 0.01 为间隔取 0.93 至 1.00 之间的数; Mehra et al.<sup>[1]</sup> 在研究大量文献后设置  $\gamma$  的上限为 10, 因此本文设置  $\gamma$  的初始值为 0.1, 并依次以 0.1 递增。

表4-1列出在给定  $\beta$  取值下, 模型可以为资产正确定价所需最小的  $\gamma$  取值。由于一般的股权溢价之谜认为能正确定价的模型需要一个非常大的  $\gamma$ , 因此本文只考虑满足 Hansen-Jagannathan 方差界的最小  $\gamma$  取值, 而忽略  $\gamma$  较大时散点位于曲线下方的情形。

观察图4-1和表4-1可以发现, 当  $\beta = 1.00$  时, 基于 CRRA 的 SDF 在  $\gamma$  大于 1.5 的范围内可以正确为资产定价,  $\gamma$  取值范围的最小值远远小于上限 10; 当  $\beta = 0.93$  时, SDF 在  $\gamma$  最小取 7.1 时可以正确定价, 仍小于上限 10。由此可见, 设置消费者非常不耐烦 ( $\gamma = 0.93$ ) 甚至消费者对时间无偏好 ( $\gamma = 1.00$ ) 的各种情况下, 均存在合理的使 SDF 可以正确定价的  $\gamma$  取值范围。因此, 本文认为中国不存在股权溢价之谜。

### 4.2 稳健性检验

为了保证结果的稳健性, 本文还使用 2005 年 1 月至 2019 年 12 月的上证综合指数、深证成份指数、上证 50 指数和沪深 300 指数来共同构造方差界, 其余检验方法同第4.1子节, 此时代表性消费者的消费额数据也选取 2005 年 1 月至 2019 年 12 月。

观察图4-2和表4-2可以发现, 当  $\beta = 1.00$  时, 基于 CRRA 的 SDF 在  $\gamma$  大于 5.1 的范围内可以正确为资产定价,  $\gamma$  取值范围的最小值小于上限 10; 但当  $\beta = 0.93$  时, 曲线总是位于散点的上方, 此时对小于 10 的  $\gamma$ , 模型均无法为资产正确定价, 而  $\beta = 0.94, 0.95$  时的最小正确定价  $\gamma$  也非常接近 10。这并非认为是中国存在股权溢价之谜的证据, 因为  $\beta$  是以月为单位的时间折扣因子, 0.93 的取值非常低, 反映出消费者的极度不耐烦, 在实证中一般取  $\beta$  在 0.97 以上。因此, 本文认为第4.1子节得到中国不存在股权溢价之谜的结论是稳健的, 但同时也应注意到, 随着时间的推移, 中国股票市场有出现股权溢价之谜的趋势。

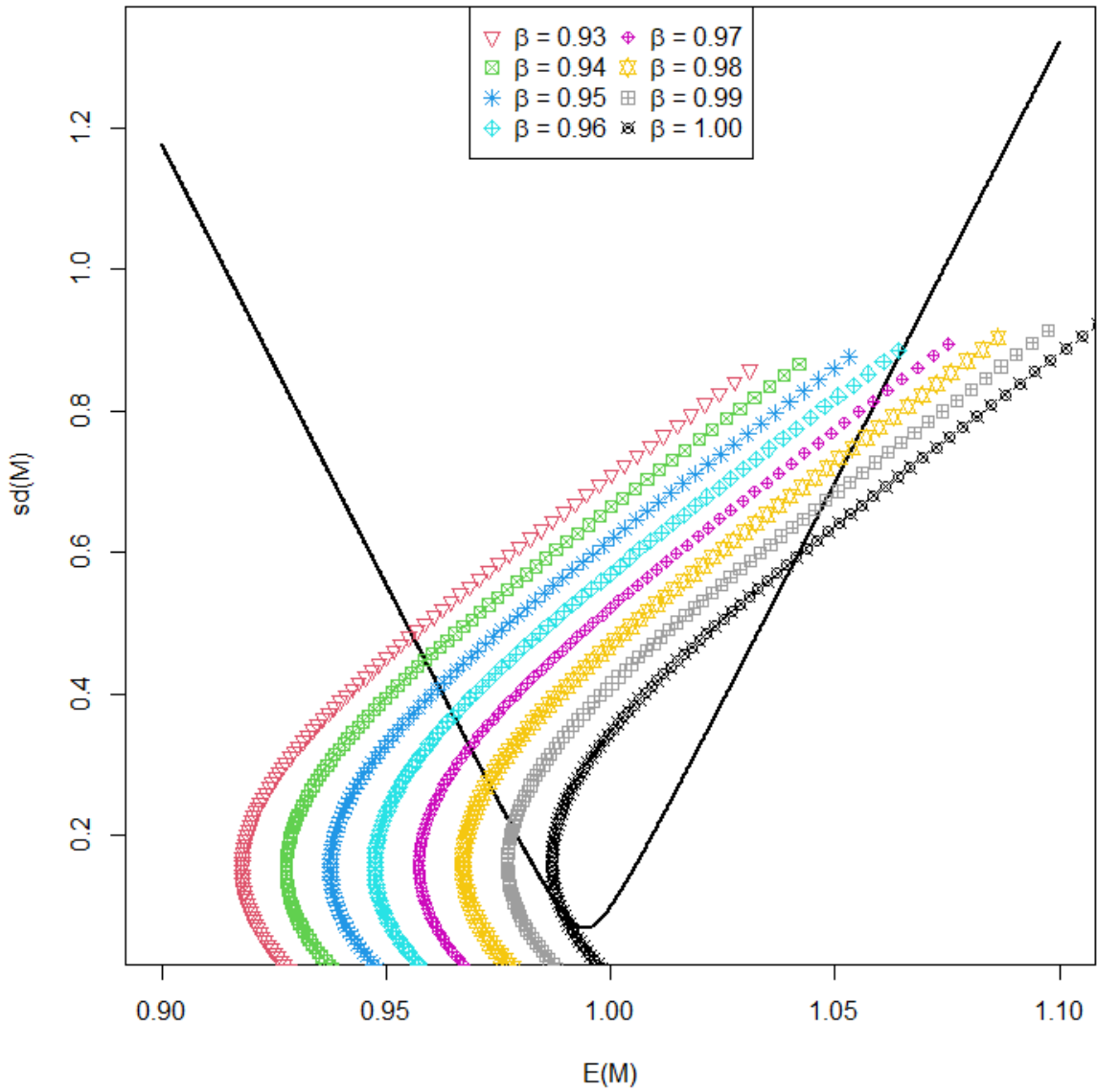


图 4-1: Hansen-Jagannathan 方差界检验（1995 年 1 月至 2019 年 12 月）

表 4-1: 给定  $\beta$  下使模型能正确定价的最小  $\gamma$ （1995 年 1 月至 2019 年 12 月）

时间折扣因子 $\beta$	相对风险厌恶系数 $\gamma$	时间折扣因子 $\beta$	相对风险厌恶系数 $\gamma$
0.93	7.1	0.97	5.1
0.94	6.7	0.98	4.3
0.95	6.2	0.99	3.4
0.96	5.7	1.00	1.5

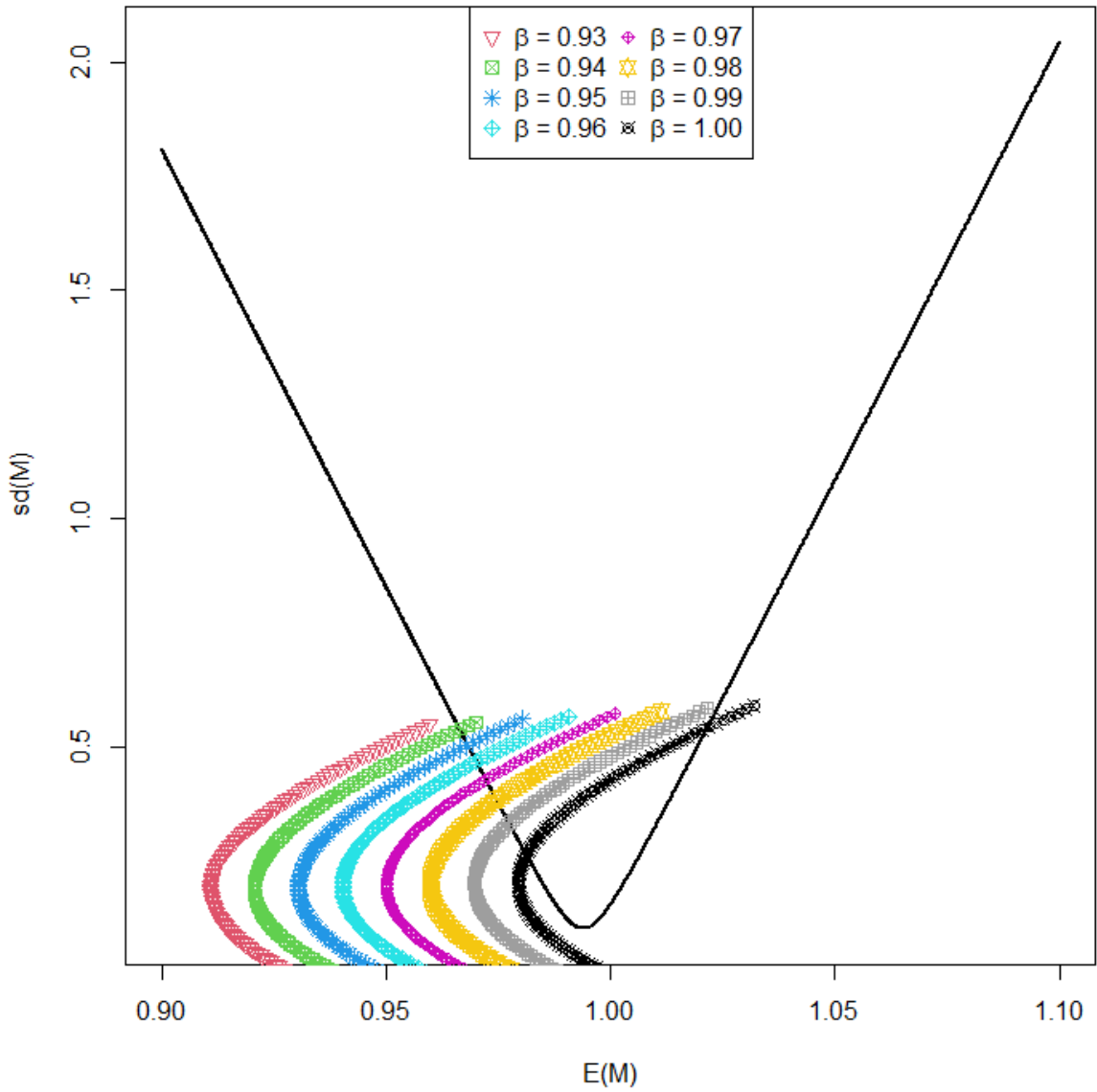


图 4-2: Hansen-Jagannathan 方差界检验（2005 年 1 月至 2019 年 12 月）

表 4-2: 给定  $\beta$  下使模型能正确定价的最小  $\gamma$ （2005 年 1 月至 2019 年 12 月）

时间折扣因子 $\beta$	相对风险厌恶系数 $\gamma$	时间折扣因子 $\beta$	相对风险厌恶系数 $\gamma$
0.93	10	0.97	8.0
0.94	9.8	0.98	7.2
0.95	9.3	0.99	6.3
0.96	8.7	1.00	5.1

### 4.3 无风险利率之谜

利用上面的数据, 本文进一步检验中国是否存在无风险利率之谜。根据 (2.21) 式, 给定  $\beta$  和  $\gamma$  后, 结合  $C_t$  的历史数据, 即可估算无风险利率。这里同样选择  $\beta$  从 0.93 开始以 0.01 递增至 1.00, 同时根据表4-1和表4-2选择满足在给定  $\beta$  下模型可以正确定价的最小  $\gamma$  取值。各种情形下的无风险利率估算值和实际最大值结果见表4-3。观察发现, 无风险利率估算值没有显著大于实际最大值, 且当  $\beta$  非常靠近 1 时, 估算值与实际最大值非常接近。因此本文认为中国也不存在无风险利率之谜。

表 4-3: 利用 (2.21) 式估计无风险收益率的取值和实际最大值的比较

时间折扣因子 $\beta$	1995 年-2019 年	2005 年-2019 年
0.93	0.0466	0.0411
0.94	0.0426	0.0337
0.95	0.0395	0.0310
0.96	0.0355	0.0291
0.97	0.0316	0.0274
0.98	0.0279	0.0254
0.99	0.0220	0.0225
1.00	0.0108	0.0186
无风险利率最大值	0.0208	0.0120

### 4.4 讨论

中国股权溢价较高, 但不存在股权溢价之谜, 可能的原因是消费增长波动性强, 消费者面临较大风险。中国较高的股权溢价可以解释为消费者面临较高消费风险所进行的补偿, 而不是由于风险具有很高的价格, 从而有可能不存在股权溢价之谜。

当提高时间折扣因子  $\beta$  的取值使其接近 1 时, 可以解决无风险利率之谜。该结论也被林鲁东<sup>[18]</sup>注意到, 可以直观理解: 由于 EIS 为 RRA 的倒数<sup>[22]</sup>, 当存在股权溢价之谜时, 消费者不愿意选择消费跨期替代而偏好平滑消费。然而实际观测到消费不断增长, 因此消费者可能通过借贷以增加当前消费, 这导致无风险利率升高从而产生无风险利率之谜。当  $\beta$  接近 1 时, ESI 也接近 1, 消费者的时间偏好较低, 抵消增加当前消费的动机, 不会导致无风险利率过高。

从无风险利率的公式 (2.21) 可以看出,  $\gamma$  对  $R_{f,t+1}$  的影响主要在第二项与第三项, 同时该公式表明: 消费增长越快, 消费者越不愿意储蓄, 从而利率上涨, 这反映了消费者跨期平滑消费的意愿; 未来消费波动越大, 消费者更愿意储蓄, 从而利率下降, 这反映了消费者的风险厌恶。在 CRRA 效用函数下, EIS 是 RRA 的倒数,  $\gamma$  的提高不可避免地导致 EIS 的下降, 这一定程度上造成了无风险利率之谜的出现。为此, Epstein-Zin-Weil<sup>[5]</sup> 引入了一般化的效用函数, 允许 ESI 和 RRA 由两个不

同的参数决定，从而打破了二者的紧密联系。当独立出了 EIS 的影响时，RRA 就可以更大程度地提高了。Epstein-Zin-Weil 效用函数可递归地定义为

$$U_t = \left\{ (1 - \beta) C_t^{\frac{1-\gamma}{\theta}} + \beta (E_t[U_{t+1}^{1-\gamma}])^{\frac{1}{\theta}} \right\}^{\frac{\theta}{1-\gamma}}, \quad (4.1)$$

其中  $\theta = (1 - \gamma)/(1 - 1/\psi)$ ， $\psi$  为 EIS。记  $R_{m,t+1}$  为市场收益率，则 (4.1) 对应的 SDF 为

$$M_{t+1} = \left[ \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{1}{\psi}} \right]^{\theta} \left( \frac{1}{1 + R_{m,t+1}} \right)^{1-\theta}. \quad (4.2)$$

## 5 总结

### 5.1 结论

本文在 C-CAPM 模型和 CRRA 效用函数的假定下，利用 Hansen-Jagannathan 方差界来检验股权溢价之谜，利用 Hansen-Singleton 公式来检验无风险利率之谜。

本文以三月定期存款利率作为无风险收益率，使用 1994 年 1 月至 2019 年 12 月的上证综合指数、深证成份指数以及 2005 年 1 月至 2019 年 12 月的上证 50 指数、沪深 300 指数来计算月度资产收益率，进而构造 Hansen-Jagannathan 方差界；同时，根据社会消费品零售总额、消费者价格指数、总人口数等变量，得到代表性消费者的消费额，进而计算在给定时间折扣因子  $\beta$  和相对风险厌恶系数  $\gamma$  下随机折现因子 SDF 的期望与标准差。通过实证检验，本文认为中国不存在股权溢价之谜，也不存在无风险利率之谜，存在小于 10 的相对风险厌恶系数使模型能够为资产正确定价。中国股权溢价较高可能是因为消费增长波动性强。当时间折扣因子接近 1 时，无风险收益率接近真实值。

### 5.2 局限性

本文的研究具有一定的局限性：其一，本文只针对 CRRA 效用函数进行了检验，没有考虑其他常用的效用函数；其二，本文选择的市场指数较少，可能会出现选择性偏误；其三，本文使用了标准 C-CAPM 模型，较为简单，但缺乏对现实的拟合能力。在未来的研究中，可以将类似的检验方法推广到更多的效用函数，如 Epstein-Zin-Weil 效用，并引入“习惯形成”模型，利用更多的市场指数，进一步对中国的股权风险溢价之谜进行检验。

## 6 致谢

衷心感谢吴未迟老师一学期以来的教导，使我从学期初的金融统计小白到现在对这个领域也略知一二，收获颇多。吴老师诙谐幽默的授课风格也令我印象深刻。

感谢白露佳学姐、吴方维学长为我们批改作业、答疑和制作作业模板，为我们节省了不少时间。

感谢知乎网友“海平面上的虾米”，这次大作业的思路受此篇知乎专栏文章的启发：<https://zhuanlan.zhihu.com/p/354072060>。



## 参考文献

- [1] MEHRA R, PRESCOTT E C. The equity premium: A puzzle[J]. Journal of monetary Economics, 1985, 15(2): 145-161.
- [2] MEHRA R, PRESCOTT E C. The equity premium in retrospect[J]. Handbook of the Economics of Finance, 2003, 1: 889-938.
- [3] KANDEL S, STAMBAUGH R F. Asset returns and intertemporal preferences[J]. Journal of Monetary Economics, 1991, 27(1): 39-71.
- [4] WEIL P. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle[J]. Journal of monetary economics, 1989, 24(3): 401-421.
- [5] EPSTEIN L G, ZIN S E. Substitution, risk aversion and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework[M]//Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part i. [S.l.]: World Scientific, 2013: 207-239.
- [6] SUNDARESAN S M. Intertemporally dependent preferences and the volatility of consumption and wealth[J]. Review of financial Studies, 1989, 2(1): 73-89.
- [7] CONSTANTINIDES G M. Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle[J]. Journal of political Economy, 1990, 98(3): 519-543.
- [8] ABEL A B. Asset prices under habit formation and catching up with the joneses[J]. The American Economic Review, 1990, 80(2): 38-42.
- [9] CAMPBELL J Y, COCHRANE J H. By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior[J]. Journal of political Economy, 1999, 107(2): 205-251.
- [10] HANSEN L P, JAGANNATHAN R. Implications of security market data for models of dynamic economies[J]. Journal of political economy, 1991, 99(2): 225-262.
- [11] BURNSIDE C. Hansen–jagannathan bounds as classical tests of asset-pricing models[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1994, 12(1): 57-79.
- [12] CECCHETTI S G, LAM P S, MARK N C. Testing volatility restrictions on intertemporal marginal rates of substitution implied by euler equations and asset returns[J]. The Journal of Finance, 1994, 49(1): 123-152.
- [13] OTROK C, RAVIKUMAR B, WHITEMAN C H. A generalized volatility bound for dynamic economies[J]. Journal of Monetary Economics, 2007, 54(8): 2269-2290.

- [14] GALLANT A R, HANSEN L P, TAUCHEN G. Using conditional moments of asset payoffs to infer the volatility of intertemporal marginal rates of substitution[J]. Journal of Econometrics, 1990, 45(1-2): 141-179.
- [15] 廖理, 汪毅慧. 中国股票市场风险溢价研究[J]. 金融研究, 2003(004): 23-31.
- [16] 朱世武, 郑淳. 中国资本市场股权风险溢价研究[J]. 世界经济, 2003(11): 62-70+80.
- [17] 刘仁和, 陈柳钦. 中国股权溢价之谜的检验——Hansen-Jagannathan 方法的应用[J]. 上海商学院学报, 2005, 6(2): 14-18.
- [18] 林鲁东. 中国的股权溢价之谜: 基于 Hansen—Jagannathan 方差界的实证研究[J]. 南方经济, 2007(12): 12-23.
- [19] 邓学斌, 陆家骝. 习惯形成和股权风险溢价之谜: 基于中国数据的实证研究[J]. 商业经济与管理, 2010(8): 46-52.
- [20] 郑晓亚. 股权风险溢价之谜的中国例证——基于标准 C-CAPM 模型的实证研究[J]. 湖南财政经济学院学报, 2014, 30(2): 137-146.
- [21] CAMPBELL J Y. Consumption-based asset pricing[J]. Handbook of the Economics of Finance, 2003, 1: 803-887.
- [22] CAMPBELL J Y, LO A W, MACKINLAY A C. The econometrics of financial markets[M]. [S.l.]: princeton University press, 2012.

## 7 附录

### 7.1 其他图片

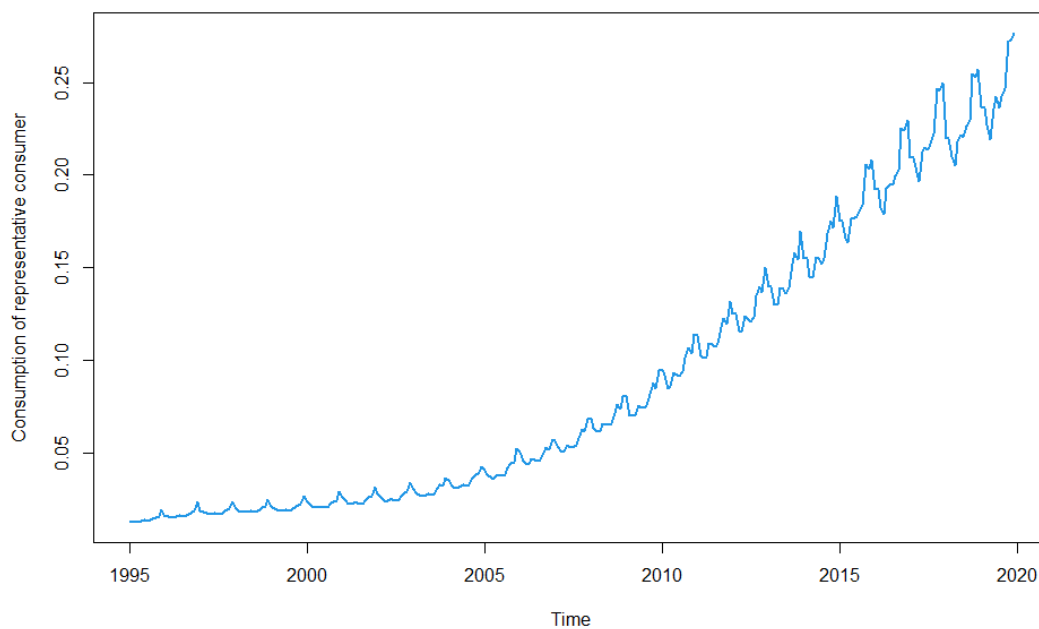


图 7-1: 代表性消费者的消费额随时间变化

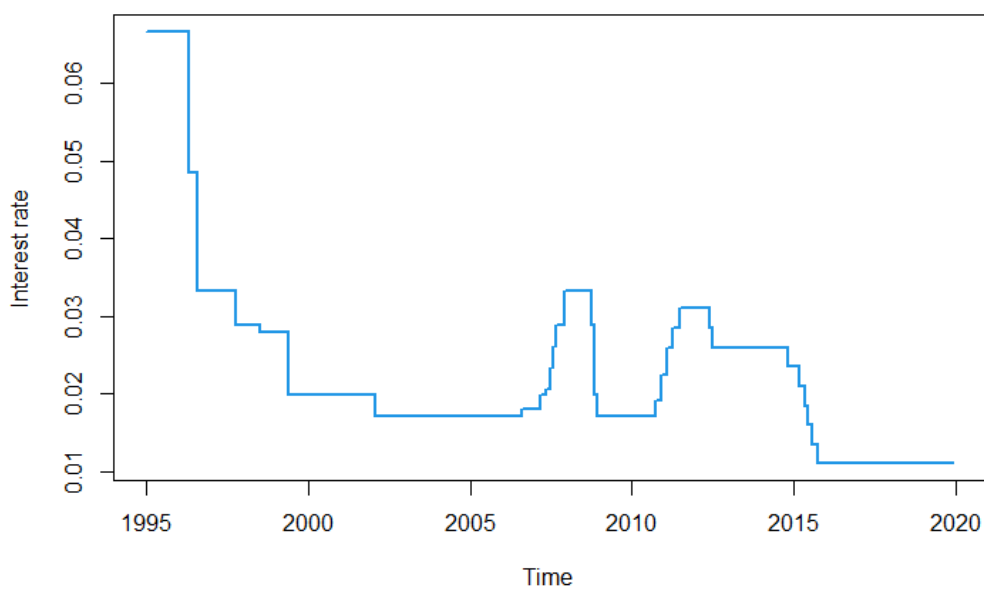


图 7-2: 三月定期存款利率随时间变化

## 7.2 核心代码

```

1  setwd('D:\\学习资料\\第8学期\\金融统计\\大作业')
2  library(xlsx)
3  library(plotrix)
4  library(RColorBrewer)
5  library(ggcorrplot)
6
7  # 读取CPI增长率数据, 并以1994年12月为基进行转化
8  CPI_growth <- read.xlsx('./data/CPI环比增长.xlsx', sheetIndex = 1)
9  CPI <- c()
10 CPI[1] <- 100*(1 + CPI_growth[1,2]/100)
11 for(i in 2:300){
12   CPI[i] <- CPI[i-1]*(1 + CPI_growth[i,2]/100)
13 }
14 CPI_data <- data.frame(CPI, CPI_growth)
15
16 # 读取利率数据, 并转化为月利率, 将单位设为1, 并用CPI修正
17 Int_rate <- read.xlsx('./data/利率.xlsx', sheetIndex = 1)
18 Risk_free <- Int_rate[,2]/1200
19 Int_data <- data.frame(Risk_free, Int_rate)
20 Risk_free_real <- (rep(1,300) + Risk_free)/(rep(1,300) + CPI_data[,3]/100)
    - rep(1,300)
21
22 # 读取人口数据, 并根据几何平均求月增速, 转化为每月人口
23 Popu <- read.xlsx('./data/总人口.xlsx', sheetIndex = 1)
24 Popu_year <- Popu[2:26, 2]
25 Popu_growth_year <- (Popu[2:26, 2] - Popu[1:25, 2])/Popu[1:25, 2]
26 Popu_growth_month <- (rep(1,25) + Popu_growth_year)^(1/12) - rep(1,25)
27 Popu_month <- c()
28 Popu_month[1] <- Popu[1,2]*(1+Popu_growth_month[1])
29 for(i in 2:300){
30   m <- ceiling(i/12)
31   Popu_month[i] <- Popu_month[i-1]*(1+Popu_growth_month[m])
32 }

```

```

33
34 # 读取销售总额数据, 对部分年份1、2月进行缺失值填补
35 Retail_raw <- read.csv('./data/零售总额.csv', header = FALSE)
36 Retail_raw <- t(Retail_raw[,2:305])
37 Retail_raw <- data.frame(Retail_raw)
38 names(Retail_raw) <- c('Month', 'Current', 'Cumulative')
39 Retail_raw$Current <- as.numeric(Retail_raw$Current)
40 Retail_raw$Cumulative <- as.numeric(Retail_raw$Cumulative)
41 Retail_current <- Retail_raw[1:292, 2]
42 Retail_current_na <- is.na(Retail_current)
43 Retail_Cumulative <- Retail_raw[Retail_current_na, 3][1:8]
44 Retail_current_corr <- c()
45 k <- 0
46 for(i in 1:292){
47   if(Retail_current_na[i]==TRUE){
48     Retail_current_corr[i+k] <- Retail_Cumulative[k+1]/2
49     Retail_current_corr[i+k+1] <- Retail_Cumulative[k+1]/2
50     k <- k + 1
51   }
52   else{
53     Retail_current_corr[i+k] <- Retail_current[i]
54   }
55 }
56 Retail_current_corr <- rev(Retail_current_corr)
57 Retail_current_corr <- Retail_current_corr / CPI * 100
58 Retail_current_avg <- Retail_current_corr / Popu_month # 根据人口进行调整
59 Retail_growth <- Retail_current_avg[2:300] / Retail_current_avg[1:299] #
    消费增长率
60
61 # 读取上证综指和深证成指收盘价数据, 并用CPI修正, 计算收益率
62 IDX_raw <- read.xlsx('./data/IDX.xlsx', sheetIndex = 1)
63 sh_clo <- IDX_raw[1:301, 8] # 上证综合指数收盘价
64 sz_clo <- IDX_raw[302:602, 8] # 深证成分指数收盘价
65 sh_clo <- sh_clo / c(1, CPI/100) # 上证修正

```

```

66  sz_clo <- sz_clo / c(1, CPI/100) # 深证修正
67  sh_re <- (sh_clo[2:301] - sh_clo[1:300]) / sh_clo[1:300]
68  sz_re <- (sz_clo[2:301] - sz_clo[1:300]) / sz_clo[1:300]
69  # 读取上证50和沪深300
70  IDX_raw_2 <- read.xlsx('./data/IDX_2.xlsx', sheetIndex = 1)
71  sz50 <- IDX_raw[1:180, 8]
72  hs300 <- IDX_raw[181:360, 8]
73  sz50 <- sz50 / (CPI[121:300]/100) # 上证修正
74  hs300 <- hs300 / (CPI[121:300]/100) # 深证修正
75  sz50_re <- (sz50[2:180] - sz50[1:179]) / sz50[1:179]
76  hs300_re <- (hs300[2:180] - hs300[1:179]) / hs300[1:179]
77
78  # 描述性统计
79  summary(Retail_current_avg)
80  summary(Retail_growth)
81  summary(Risk_free_real)
82  summary(sh_re)
83  summary(sz_re)
84  summary(sz50_re)
85  summary(hs300_re)
86  sd(Retail_current_avg)
87  sd(Retail_growth)
88  sd(Risk_free_real)
89  sd(sh_re)
90  sd(sz_re)
91  sd(sz50_re)
92  sd(hs300_re)
93
94  # 探索性数据分析
95  # 零售趋势图
96  Retail_current_avg_ts <- ts(Retail_current_avg, frequency=12, start=c
    (1995,1))
97  plot(Retail_current_avg_ts, type = 'l', lty = 1,, col = 4, lwd = 2,
98       ylab = 'Consumption of representative consumer', xlab = 'Time')

```

```

99 components <- decompose(Retail_current_avg_ts)
100 plot(components, col = 4, lwd = 2)
101 # 人口趋势图
102 twoord.plot(lx=c(1995:2019), ly=Popu_year,rx=c(1995:2019),ry=Popu_growth_
      year,
103             xlab='Year', ylab='Population', rylab='Growth rate', type=c('bar
      ', 'l'),
104             lcol='steelblue3', lwd = 3)
105 # CPI趋势图
106 twoord.plot(lx=c(1:300), CPI, rx = c(1:300), ry=CPI_growth[,2]/100,
107             xlab='Time', ylab='CPI', rylab='Growth rate', type=c('l', 'l'),
108             lcol='#2166AC', rcol = '#D6604D', lwd = 3)
109 # 利率趋势图
110 Int_rate_ts <- ts(Int_rate[,2]/100, frequency=12, start=c(1995,1))
111 plot(Int_rate_ts, type = 's', ylab = 'Interest rate', col=4, lwd = 2)
112 # 指数趋势图
113 sh_cl_ts <- ts(IDX_raw[2:301, 8], frequency=12, start=c(1995,1))
114 sz_cl_ts <- ts(IDX_raw[303:602, 8], frequency=12, start=c(1995,1))
115 sh_op_ts <- ts(IDX_raw[2:301, 5], frequency=12, start=c(1995,1))
116 sz_op_ts <- ts(IDX_raw[303:602, 5], frequency=12, start=c(1995,1))
117 sz50_cl_ts <- ts(IDX_raw_2[1:180, 8], frequency=12, start=c(2005,1))
118 sz50_op_ts <- ts(IDX_raw_2[1:180, 5], frequency=12, start=c(2005,1))
119 hs300_cl_ts <- ts(IDX_raw_2[181:360, 8], frequency=12, start=c(2005,1))
120 hs300_op_ts <- ts(IDX_raw_2[181:360, 5], frequency=12, start=c(2005,1))
121 par(mfrow=c(2,2))
122 plot(sh_cl_ts, type = 'l', col = 2, lwd = 2, ylab = 'Shanghai Composite
      Index')
123 lines(sh_op_ts, lty = 2, col = 4, lwd = 2)
124 legend('bottomright', col = c(2,4), lwd = 2, lty = c(1,2),
125       legend = c('Open', 'Close'))
126 plot(sz_cl_ts, type = 'l', col = 2, lwd = 2, ylab = 'Shenzhen Component
      Index')
127 lines(sz_op_ts, lty = 2, col = 4, lwd = 2)
128 legend('bottomright', col = c(2,4), lwd = 2, lty = c(1,2),

```

```

129     legend = c('Open', 'Close'))
130 plot(sz50_cl_ts, type = 'l', col = 2, lwd = 2, ylab = 'SSE 50 Index')
131 lines(sz50_op_ts, lty = 2, col = 4, lwd = 2)
132 legend('bottomright', col = c(2,4), lwd = 2, lty = c(1,2),
133       legend = c('Open', 'Close'))
134 plot(hs300_cl_ts, type = 'l', col = 2, lwd = 2, ylab = 'CSI 300 Index')
135 lines(hs300_op_ts, lty = 2, col = 4, lwd = 2)
136 legend('bottomright', col = c(2,4), lwd = 2, lty = c(1,2),
137       legend = c('Open', 'Close'))
138 dev.off()
139
140 # 相关热力图
141 mydata <- data.frame(CPI[122:300], CPI_growth[122:300,2],
142                     Popu_month[122:300], Retail_current_avg[122:300],
143                     Risk_free_real[122:300], sh_re[122:300],
144                     sz_re[122:300], sz50_re, hs300_re)
145 names(mydata) <- c('CPI', 'CPI_growth', 'Population', 'Consumption', 'Rate
146                   ', 'SH', 'SZ', 'SSE', 'CSI')
147 res <- cor(mydata)
148 p.mat <- cor_pmat(mydata)
149 ggcorrplot(res, hc.order = FALSE, type = "lower", p.mat = p.mat)
150
151 # 效用函数
152 Ut <- function(C, alpha){
153   y <- (C^(1-alpha)-1) / (1-alpha)
154   return(y)
155 }
156
157 dUt <- function(C, alpha){
158   y <- C^(-alpha)
159   return(y)
160 }
161
162 # 风险延误系数

```



```

162 alpha <- c(1:100)/10
163
164 # 计算HJ下界
165 omega <- var(data.frame(sh_re, sz_re))
166 varM_hj <- function(M){
167   x <- rep(1,2)-M*c(mean(sh_re)+1, mean(sz_re)+1)
168   y <- t(x)%*%solve(omega)%*%x
169   return(y)
170 }
171
172 EM_hj <- c(9000:11000)/10000
173 sd_hj <- c()
174 for(i in 1:2001){
175   sd_hj[i] <- sqrt(varM_hj(EM_hj[i]))
176 }
177
178 # 改变折扣因子
179 get_result <- function(beta){
180   EM <- c()
181   sdM <- c()
182   for(i in 1:100){
183     EM[i] <- beta*mean(Retail_growth^(-alpha[i]))
184     sdM[i] <- beta*sd(Retail_growth^(-alpha[i]))
185   }
186   return(list(EM, sdM))
187 }
188
189 EM_93 <- get_result(0.93)[[1]]
190 sdM_93 <- get_result(0.93)[[2]]
191 EM_94 <- get_result(0.94)[[1]]
192 sdM_94 <- get_result(0.94)[[2]]
193 EM_95 <- get_result(0.95)[[1]]
194 sdM_95 <- get_result(0.95)[[2]]
195 EM_96 <- get_result(0.96)[[1]]

```

```

196 sdM_96 <- get_result(0.96)[[2]]
197 EM_97 <- get_result(0.97)[[1]]
198 sdM_97 <- get_result(0.97)[[2]]
199 EM_98 <- get_result(0.98)[[1]]
200 sdM_98 <- get_result(0.98)[[2]]
201 EM_99 <- get_result(0.99)[[1]]
202 sdM_99 <- get_result(0.99)[[2]]
203 EM_100 <- get_result(1)[[1]]
204 sdM_100 <- get_result(1)[[2]]
205
206 plot(EM_hj, sd_hj, type = 'l', xlab = 'E(M)', ylab = 'sd(M)', lwd = 2)
207 lines(EM_93, sdM_93, type = 'p', pch = 6, col = 2)
208 lines(EM_94, sdM_94, type = 'p', pch = 7, col = 3)
209 lines(EM_95, sdM_95, type = 'p', pch = 8, col = 4)
210 lines(EM_96, sdM_96, type = 'p', pch = 9, col = 5)
211 lines(EM_97, sdM_97, type = 'p', pch = 10, col = 6)
212 lines(EM_98, sdM_98, type = 'p', pch = 11, col = 7)
213 lines(EM_99, sdM_99, type = 'p', pch = 12, col = 8)
214 lines(EM_100, sdM_100, type = 'p', pch = 13, col = 9)
215 legend('top', pch = c(6:13), col = c(2:9), text.width=0.02, ncol = 2,
216       legend = c(expression(paste(beta, " = 0.93")),expression(paste(beta,
       " = 0.94")),
217       expression(paste(beta, " = 0.95")),expression(paste(beta, "
       = 0.96")),
218       expression(paste(beta, " = 0.97")), expression(paste(beta,
       " = 0.98")),
219       expression(paste(beta, " = 0.99")), expression(paste(beta,
       " = 1.00")))))
220
221 # 考虑从2005年1月开始, 加入更多指数
222 omega_2 <- var(data.frame(sh_re[122:300], sz_re[122:300], sz50_re, hs300_
       re))
223 varM_hj_2 <- function(M){
224   x <- rep(1,4)-M*c(mean(sh_re[122:300])+1, mean(sz_re[122:300])+1,

```

```

225             mean(sz50_re)+1, mean(hs300_re)+1)
226   y <- t(x)%*%solve(omega_2)%*%x
227   return(y)
228 }
229 EM_hj_2 <- c(9000:11000)/10000
230 sd_hj_2 <- c()
231 for(i in 1:2001){
232   sd_hj_2[i] <- sqrt(varM_hj_2(EM_hj_2[i]))
233 }
234
235 get_result_2 <- function(beta){
236   EM <- c()
237   sdM <- c()
238   for(i in 1:100){
239     EM[i] <- beta*mean(Retail_growth[121:299]^(-alpha[i]))
240     sdM[i] <- beta*sd(Retail_growth[121:299]^(-alpha[i]))
241   }
242   return(list(EM, sdM))
243 }
244
245 EM_93_2 <- get_result_2(0.93)[[1]]
246 sdM_93_2 <- get_result_2(0.93)[[2]]
247 EM_94_2 <- get_result_2(0.94)[[1]]
248 sdM_94_2 <- get_result_2(0.94)[[2]]
249 EM_95_2 <- get_result_2(0.95)[[1]]
250 sdM_95_2 <- get_result_2(0.95)[[2]]
251 EM_96_2 <- get_result_2(0.96)[[1]]
252 sdM_96_2 <- get_result_2(0.96)[[2]]
253 EM_97_2 <- get_result_2(0.97)[[1]]
254 sdM_97_2 <- get_result_2(0.97)[[2]]
255 EM_98_2 <- get_result_2(0.98)[[1]]
256 sdM_98_2 <- get_result_2(0.98)[[2]]
257 EM_99_2 <- get_result_2(0.99)[[1]]
258 sdM_99_2 <- get_result_2(0.99)[[2]]

```

```

259 EM_100_2 <- get_result_2(1)[[1]]
260 sdM_100_2 <- get_result_2(1)[[2]]
261
262 plot(EM_hj_2, sd_hj_2, type = 'l', xlab = 'E(M)', ylab = 'sd(M)', lwd = 2)
263 lines(EM_93_2, sdM_93_2, type = 'p', pch = 6, col = 2)
264 lines(EM_94_2, sdM_94_2, type = 'p', pch = 7, col = 3)
265 lines(EM_95_2, sdM_95_2, type = 'p', pch = 8, col = 4)
266 lines(EM_96_2, sdM_96_2, type = 'p', pch = 9, col = 5)
267 lines(EM_97_2, sdM_97_2, type = 'p', pch = 10, col = 6)
268 lines(EM_98_2, sdM_98_2, type = 'p', pch = 11, col = 7)
269 lines(EM_99_2, sdM_99_2, type = 'p', pch = 12, col = 8)
270 lines(EM_100_2, sdM_100_2, type = 'p', pch = 13, col = 9)
271 legend('top', pch = c(6:13), col = c(2:9), text.width=0.02, ncol = 2,
272       legend = c(expression(paste(beta, " = 0.93")),expression(paste(beta,
273       " = 0.94")),
274       expression(paste(beta, " = 0.95")),expression(paste(beta, "
275       = 0.96")),
276       expression(paste(beta, " = 0.97")), expression(paste(beta,
277       " = 0.98")),
278       expression(paste(beta, " = 0.99")), expression(paste(beta,
279       " = 1.00")))))
280
281 # 求取曲线交点
282 get_point <- function(EM1, sdM1, EM2, sdM2){
283   n1 <- length(EM1)
284   n2 <- length(EM2)
285   for(i in 1:n1){
286     for( j in 1:n2){
287       if(EM2[j]>=EM1[i]){
288         break
289       }
290     }
291     if(sdM1[i]>=sdM2[j]){
292       break
293     }
294   }

```

```

289     }
290 }
291 return(alpha[i])
292 }
293
294 get_point(EM_93, sdM_93, EM_hj, sd_hj)
295 get_point(EM_94, sdM_94, EM_hj, sd_hj)
296 get_point(EM_95, sdM_95, EM_hj, sd_hj)
297 get_point(EM_96, sdM_96, EM_hj, sd_hj)
298 get_point(EM_97, sdM_97, EM_hj, sd_hj)
299 get_point(EM_98, sdM_98, EM_hj, sd_hj)
300 get_point(EM_99, sdM_99, EM_hj, sd_hj)
301 get_point(EM_100, sdM_100, EM_hj, sd_hj)
302
303 get_point(EM_93_2, sdM_93_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
304 get_point(EM_94_2, sdM_94_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
305 get_point(EM_95_2, sdM_95_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
306 get_point(EM_96_2, sdM_96_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
307 get_point(EM_97_2, sdM_97_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
308 get_point(EM_98_2, sdM_98_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
309 get_point(EM_99_2, sdM_99_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
310 get_point(EM_100_2, sdM_100_2, EM_hj_2, sd_hj_2)
311
312 # 检验无风险收益率之谜
313 -log(0.93) + 7.1*mean(log(Retail_growth)) - 7.1^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
314 -log(0.94) + 6.7*mean(log(Retail_growth)) - 6.7^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
315 -log(0.95) + 6.2*mean(log(Retail_growth)) - 6.2^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
316 -log(0.96) + 5.7*mean(log(Retail_growth)) - 5.7^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
317 -log(0.97) + 5.1*mean(log(Retail_growth)) - 5.1^2/2*var(log(Retail_growth)
    )

```

```

318 -log(0.98) + 4.3*mean(log(Retail_growth)) - 4.3^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
319 -log(0.99) + 3.4*mean(log(Retail_growth)) - 3.4^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
320 -log(1.00) + 1.5*mean(log(Retail_growth)) - 1.5^2/2*var(log(Retail_growth)
    )
321 max(Risk_free_real)
322
323 -log(0.93) + 10*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
324     10^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
325 -log(0.94) + 9.8*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
326     9.8^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
327 -log(0.95) + 9.3*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
328     9.3^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
329 -log(0.96) + 8.7*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
330     8.7^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
331 -log(0.97) + 8*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
332     8^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
333 -log(0.98) + 7.2*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
334     7.2^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
335 -log(0.99) + 6.3*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
336     6.3^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
337 -log(1.00) + 5.1*mean(log(Retail_growth[121:299])) -
338     5.1^2/2*var(log(Retail_growth[121:299]))
339 max(Risk_free_real[121:300])

```