

作业 1:

1. 给定平面标量场 ϕ 。设在M点上已知两个方向 \vec{s}_1, \vec{s}_2 的方向导数分别为 $\frac{\partial \phi}{\partial s_1}, \frac{\partial \phi}{\partial s_2}$, 试用几何方法求M点上的 $\text{grad}\phi$ 。
2. 利用散度 $\text{div}\vec{a}$ 的定义推导它在球坐标系中的表达式。
3. 已知矢量 \vec{a} 在球坐标系中的三个分量分别为:

$$a_r = \frac{2k \cos \theta}{r^3}, \quad a_\theta = \frac{k \sin \theta}{r^3}, \quad a_\phi = 0,$$

其中 k 为一常数。试验证矢量 \vec{a} 是否为位势矢量, 若是则 ϕ 等于什么, 并求矢量 \vec{a} 经过球面 $r = R$ 的通量。