

2023 年《概率论与数理统计》期末试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。请认真核对监考员在答上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

一、填空题 (共 10 题, 每空 3 分, 共 30 分)

1. 设 A 、 B 为相互独立的两个随机事件, 已知 $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.5$, 则 $P(A \cup B) =$ _____
2. 掷一颗灌了水银的骰子, 出现“6 点”的概率为 $\frac{1}{2}$, 如果连续投掷 3 次, 则至少有一次出现“6 点”的概率为 _____
3. 三个人独立地破译同一份密码, 已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 则密码能被译出的概率是 _____
4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ 0.1 & \text{if } 0 \leq x < 1 \\ 0.7 & \text{if } 1 \leq x < 3 \\ 1 & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$, 则 X 的概率分布为 _____
5. X, Y 均服从参数为 1 的指数分布, 且 X, Y 相互独立, 则随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) =$ _____
6. 设随机变量 X 的概率分布如下, 则 $E[(X-1)(X-2)] =$ _____

X	0	1	2
P	0.5	0.2	0.3
7. 设随机变量 X 在区间 $[2, 4]$ 上服从均匀分布, 那么 $D(\sqrt{3}X - 2) =$ _____
8. 已知 $D(X) = 25$, $D(Y) = 16$, $\rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X + Y) =$ _____
9. 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且已知 $P\{X = 1\} = P\{X = 2\}$, 那么 $EX =$ _____
10. 已知随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$ (σ 未知), 而且已知 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$, 则 $P\{X < 0\} =$ _____

二、选择

1. 设 A, B, C 是三个随机事件, 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = \frac{1}{8}$, $P(BC) = P(AC) = 0$, 则 A, B, C 中至少有一个发生的概率是 【 】
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \cos x, & a < x < b \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则区间 $[a, b]$ 为 【 】
- (A) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (C) $[0, \pi]$ (D) $\left[\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right]$
3. 设随机变量 $X \sim U[0, 2]$, 则随机变量 $Y = 3X - 1$ 的密度函数是 【 】
- (A) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{if } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ (B) $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{if } -1 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$
- (C) $f(y) = \begin{cases} \frac{y+1}{6} & \text{if } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ (D) $f(y) = \begin{cases} \frac{y+1}{6} & \text{if } -1 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$
4. 设 X, Y 是任意两个随机变量, 则以下命题正确的是 【 】
- (A) $E(XY) = E(X)E(Y)$ (B) $D(XY) = D(X)D(Y)$
- (C) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ (D) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$
5. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 16)$, 随机变量 $Y \sim N(\mu, 25)$, 记 $\alpha = P\{X \geq \mu + 4\}$, $b = P\{Y \leq \mu - 5\}$. 则 【 】
- (A) 对任何 μ , 都有 $a < b$ (B) 对任何 μ , 都有 $a > b$
- (C) 对任何 μ , 都有 $a = b$ (D) 不能确定 a 与 b 的大小关系

三、 计算

- 甲、乙两台机床加工同一种零件, 出现次品的概率分别为 0.03 和 0.02, 已知甲机床加工的零件比乙机床多一倍, 现将两机床加工的零件放在一起. 求 (1) 随机取出的零件是合格品的概率; (2) 若取出的零件是次品, 求它是乙机床加工的概率.
- 某地调查表明, 考生外语成绩近似服从正态分布, 平均成绩为 77 分, 97 分以上的学生占总数的 2.3%, 求成绩在 67 分到 87 分之间的学生占总数的百分之几? ($\Phi(1) = 0.841$, $\Phi(2) = 0.977$)
- 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率分布为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$

求 (1) 关于 X, Y 的边缘概率分布; (2) 判断 X, Y 是否独立; (3) $Z = X + Y$ 的概率分布; (4) XY 的数学期望 $E(XY)$.

- 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} kx & \text{if } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 求 (1) k ; (2) 分布函数 $F(x)$; (3) 期望 EX ; (4) 方差 DX .
- 已知 X 在区间 $[0, 2]$ 上服从均匀分布, $Y = \min(X, 1)$, 求 EY .

6. 假设测量的随机误差 X 服从正态分布 $N(0, 10^2)$ 。(1) 求每次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率 p ; (2) 求在 100 次独立重复测量中, 至少有三次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率, 并用泊松分布求概率的近似值 α . ($\Phi(1.96) = 0.975$)
7. 对敌阵地进行 100 轮炮击, 每轮命中炮弹数的数学期望为 2, 标准差为 1.5, 试应用中心极限定理求这 100 轮炮击中, 有 180 枚到 220 枚炮弹命中的概率。注: $\Phi(1.333) = 0.9082$