

2022 — 2023 学年 第 1 学期

《概率论与数理统计》试卷 A 卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。请认真核对监考员在答上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

一、填空题 (共 10 题, 每题 3 分, 共 30 分)

1. 事件 A, B 满足 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.4, P(A | B) = 0.5$, 则 $P(A \cup B) =$ _____
2. 在整数 0 至 9 中任取 3 个数, 则这三个数中最小的一个是 5 的概率为 _____
3. 甲, 乙, 丙三人独立的向目标各射击一次, 击中目标的概率分别为 0.7, 0.8, 0.9, 则目标被击中的概率为 _____
4. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P(X = 1) = P(X = 2)$, 则 $\lambda =$ _____
5. 设随机变量 $X \sim B(100, 0.1)$, 则 $E(X + 1) =$ _____
6. 设随机变量 $X \sim N(1, 4)$, 则 X 的标准差 = _____
7. 设二维随机变量 (X, Y) , $Var(X) = 1, Var(Y) = 4, \rho_{XY} = 0.5$, 则 $cov(X, Y) =$ _____
8. 设 $X \sim N(10, \sigma^2)$, $P(10 < X < 20) = 0.3$, 则 $P(0 < X < 10) =$ _____
9. 在数理统计中, 被研究对象的全体称为 _____
10. 设总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$, 其中 μ 未知, 从总体中抽取样本容量为 25 的样本, 样本均值 $\bar{x} = 10$. 则未知参数 μ 的置信系数 0.95 的区间估计为 _____ ($\Phi(1.96) = 0.975$)

二、单选题 (共 5 题, 15.0 分)

1. (3.0 分) A, B, C 是三个随机事件, A, B, C 至少一个发生的事件是 ()
A. ABC B. $A \cup B \cup C$ C. $A(B \cup C)$ D. ABC
2. (3.0 分) 设 $P(B) = 0.3, P(A \cup B) = 0.6, P(AB) = ()$
A. 0.6 B. 0.3 C. 0.4 D. 0.8
3. (3.0 分) 设离散型随机变量 X 的概率分布列为:

X	1	2	3
P	0.5	0.3	p

则 $p = ()$.

A. 0.3

B. 0.4

C. 0.2

D. 0.1

4. (3.0 分) 连续型随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 必满足条件 ()

A. $f(x) \geq 0$

B. 在定义域内单调不减

C. $\int_0^{+\infty} f(x) dx = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

5. (3.0 分) 设 $X \sim N(2, 1)$ 分布, 则下列选项正确的是 ()

A. $P(X \geq 2) = P(X \leq 1)$

B. $P(X \geq 1) = P(X \leq 2)$

C. $P(X \geq 1) = P(X \leq 1)$

D. $P(X \geq 2) = P(X \leq 2)$

三、计算题

1. (本题 10 分) 12 个乒乓球中有 4 只是白色的, 8 只是黄色的。现从这 12 只乒乓球中随机的取出两只, 求下列事件的概率: (1) 取到两只黄球; (2) 取到两只白球; (3) 取到一只白球, 一只黄球。

2. (本题 10 分) 某高校女生的收缩压 X (单位: 毫米汞柱) 服从 $N(110, 12^2)$, 求该校女生: (1) 收缩压不超过 105 的概率; (2) 收缩压在 100 至 120 之间的概率。 ($\Phi\left(\frac{5}{12}\right) \approx 0.6628$, $\Phi\left(\frac{5}{6}\right) \approx 0.7967$)

3. (本题 10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$. 试确定常数 k , 并求 $E(X)$ 和 $Var(X)$ 。

4. (本题 10 分) 二维随机变量 (X, Y) 的联合概率分布见下表: 求 (1) X, Y 的边缘分布; (2) 相关系数 ρ_{XY} 。

$X Y$	0	1
0	0.1	0.3
1	0.3	0.3

5. (本题 10 分) 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\beta + 1)x^\beta & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 其中 $\beta > -1$, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为一组样本, 试求 β 的矩估计。

四、应用题

1. (本题 5 分) 某人有 n 把钥匙, 只有一把能打开门, 现任取一把, 若不能打开门就去掉, 求打开此门需试开次数 X 的数学期望 $E(X)$ 。