

# 概率论与数理统计

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。请认真核对监考员在答上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

## 一、选择题 (共 5 题, 每题 3 分, 共 15 分)

1. 关于随机变量的以下说法正确的是 ( ).  
 A. 不相关一定独立  
 B. 边缘分布可以确定联合分布  
 C. 独立一定不相关  
 D.  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
2. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X$  的简单随机样本,  $E(X) = \mu$ ,  $D(X) = \sigma^2$ . 已知  $C \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  是  $\sigma^2$  的无偏估计量, 则  $C =$  ( ).  
 A.  $\frac{1}{n}$   
 B.  $\frac{1}{n-1}$   
 C.  $\frac{1}{2(n-1)}$   
 D.  $\frac{1}{n+1}$
3. 设随机变量  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且  $P(2 \leq X \leq 4) = 0.3$ , 则  $P(X < 0) =$  ( ).  
 A. 0.3  
 B. 0.2  
 C. 0.5  
 D. 0.6
4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  是来自正态总体  $N(0, 1)$  的样本,  $\bar{X}$  是样本均值, 若  $P(|\bar{X}| \geq b) = 0.01$ , 则  $b =$  ( ). ( $\Phi(2.33) = 0.99$ )  
 A. 0.5825  
 B. 0.6877  
 C. 2.33  
 D. 9.32
5. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f_{X(x)}$ , 则  $Y = -2X + 4$  的概率密度函数为 ( ).  
 A.  $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{1}{2}y + 2)$   
 B.  $\frac{1}{2}f_X(-\frac{1}{2}y + 2)$   
 C.  $-2f_X(-\frac{1}{2}y + 2)$   
 D.  $2f_X(-\frac{1}{2}y + 2)$

## 二、计算题

1. (10 分) 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$  求 (1)  $P(0.3 < X < 3)$ ; (2) 期望  $E(X)$ ; (3) 方差  $D(X)$ .
2. (10 分) 病树的主人外出, 委托邻居浇水。设已知如果不浇水, 树死去的概率为 0.8。若浇水则树死去的概率为 0.15。有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水。(1) 求主人回来树还活着的概率; (2) 若主人回来树已死去, 求邻居忘记浇水的概率。

3. (10 分) 设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律如下表。

$X$ $Y$	1	3
0	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$	0
2	$\frac{3}{8}$	0
3	0	$\frac{1}{8}$

(1) 求  $P\{X = Y\}$ ; (2) 求  $X, Y$  的相关系数  $\rho_{XY}$ ; (3)  $X, Y$  是否非线性相关? 是否独立? 为什么?

4. (10 分) 设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$   $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本, 求  $\lambda$  的矩估计量。

5. (10 分) 根据以往经验, 某种电器元件的寿命服从参数为  $\lambda = 0.01$  小时的指数分布。现随机地取 16 只, 设它们的寿命是相互独立的, 求这 16 只元件的寿命的总和大于 1929 小时的概率。(注:  $\Phi(0.8) = 0.7881$ )

6. (5 分) 游客乘电梯参观电视塔顶层。电梯于每个整点的第 5 分钟、25 分钟和 55 分钟载客启动。一游客在八点到九点之间的任意时刻到达底层候梯处, 求他等候时间的数学期望。