绝密★启用前

2024 − 2025 年河南工业大学期末考试

概率论与数理统计

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。请认真核对监考员在答上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

一、 填空题 (共 10 题, 每空 3 分, 共 30 分)

1. 设随机事件 A, B, C 相互独立, 且 $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}, P(C)=\frac{1}{4}$, 则 A, B, C 至少有一个事件发生 的概率为 ________.
2. 已知随机变量 X, Y 相互独立, 且 $P\{X^2+Y^2=0\}=\frac{3}{4}$, 其联合分布律和边缘分布律如表. 则 (F) 处的值为 ________.

X|Y	0 1	$P(Y=y_j)$
0 1	(A) (B) (D) (E)	(C) (F)
P_{xy}	$\frac{4}{5}$ (G)	

Table 1: 分布表

3. 随机变量 X 服从正态分布 $N(1,4)$, 则 $P(X=1)=$ ________.
4. 设样本 $X_1, ..., X_n$ 来自总体 X, $X \sim B(m,p)$, $\overline{X}$ 为样本均值, 则 $D\left(\overline{X}\right)=$ ________.
5. 将 3 个球随机的放入 3 个盒子中去, 每个盒子恰有一球的概率是 ________.
6. 设 $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(A|B)=0.6$, 则 $P(A\cup B)=$ ________.
7. 设两个相互独立的随机变量 X, Y 分别服从参数 λ 为 2, 3 的指数分布, 则 $D(2X-3Y+1)=$ ________.
8. 已知总体 $X \sim N(0,4)$. X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本, 则 $\sum\limits_{i=1}^{3}\frac{X_i^2}{4} \sim$ ________.
9. 设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本, 在 $\hat{\mu}_1=\frac{X_1+X_2}{2}, \hat{\mu}_2=\frac{X_1+2X_3}{3}$ 中, 参数 $E(X)$ 较好的估计量是 ________.
10. 从总体中抽取 9 个样本, 其样本均值 $\overline{X}=21.4$, 样本标准差 $S=0.18$. 设总体服从正态分布, 取 $\alpha=0.05$, 则总体期望的置信区间为 (保留两位小数) ________ (注: $t_{0.025}(8)=2.306$).

二、 选择题 (共 5 题, 每题 3 分, 共 15 分)

1. 关于随机变量的以下说法正确的是 (　　)

   A. 不相关一定独立　　B. 边缘分布可以确定联合分布

   C. 独立一定不相关　　D. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

2. 设 $X_1,...,X_n$ 是总体 X 的简单随机样本, $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$. 已知 $C\sum_{i=1}^{n-1}\left(X_{i+1}-X_i\right)^2$ 是 σ^2 的 无偏估计量, 则 C = (　　)

   A. $\frac{1}{n}$　　B. $\frac{1}{n-1}$　　C. $\frac{1}{2(n-1)}$　　D. $\frac{1}{n+1}$

3. 设随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$, 且 $P(2\le X\le 4)=0.3$, 则 $P(X<0)=$ (　　)

   A. 0.3　　B. 0.2　　C. 0.5　　D. 0.6

4. 设 $X_1,...,X_{16}$ 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本, $\overline{X}$ 是样本均值, 若 $P\left(|\overline{X}|\ge b\right)=0.01$, 则 $b=$ (　　) (注: $\Phi(2.33)=0.99$)

   A. 0.5825　　B. 0.6877　　C. 2.33　　D. 9.32

5. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_{X(x)}$, $Y=-2X$, 则 Y 的概率密度函数为 $f_{Y(y)}=$ (　　)

   A. $-\frac{1}{2}f_{X(-\frac{y}{2}+2)}$　　B. $\frac{1}{2}f_{X(-\frac{y}{2}+2)}$　　C. $-2f_{X(-\frac{y}{2}+2)}$　　D. $2f_{X(-\frac{y}{2}+2)}$

三、 计算题 (10 分)

1. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}x, 0<x<1\\ 1, 1\le x\le \frac{3}{2}.\\ 0, \text{其它}\end{cases}$

   求(1) $P\{0.3<x<3\}$;(2) $E(X)$;(3) $D(X)$.

2. 果树的主人外出, 委托邻居浇水。设已知如果不浇水, 树死去的概率为 0.8；若浇水则树死去的概率为 0.15。有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水。

   (1) 求主人回来树还活着的概率;

   (2) 若主人回来树已死去, 求邻居忘记浇水的概率。

3. 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律如下表。

   (1) 求 $P\{X=Y\}$;

   (2) 求 X, Y 的相关系数 $\rho_{\{XY\}}$;

   (3) X, Y 是否不线性相关? 是否独立? 为什么?

X | Y	1	3
0	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$	0
2	$\frac{3}{8}$	0
3	0	$\frac{1}{8}$

Table 2: 联合分布律

4. 这个题目无语 **设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=\theta x^{\{\theta-1\}}, 0<x<1$, 其中 $\theta>0$ 为未知参数。 $X_1,...,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本, 求 θ 的最大似然估计量。**

5. 根据以往经验, 某种电器元件的寿命 (单位: 小时) 服从参数为 $\lambda=0.01$ 的指数分布。现随机地取 16 只, 设它们的寿命是相互独立的, 求这 16 只元件的寿命的总和大于 1920 小时的概率。(注: $\Phi(0.8)=0.7881$)

6. 游客乘电梯参观电视塔顶层, 电梯于每个整点的第 5 分钟、25 分钟和 55 分钟从底层启动。一游客在 8 点到 9 点之间的任意时刻到达底层候梯处, 求他等候时间的数学期望。