Julia 集的分析和探索

王麟

浙江大学

2022年7月4日

目录

Julia 集合是以法国数学家加斯顿·朱莉娅(Gaston Julia)的名字命名的,他在 1915 年研究了这些集合的性质,并在 1918 年发表了著名的论文《理性基金上的 Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles》。虽然 Julia 集现在与二次多项式 $z_{n+1}=z_n^2+c$ 相关联,但 Julia 对更一般表达式的迭代性质感兴趣,即

$$z^4 + \frac{z^3}{z - 1} + \frac{z^2}{z^3 + 4z^2 + 5} + c$$

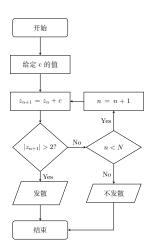
Julia 集可以有各种形状,CCA 中的一个小变化可以极大地改变 Julia 集。1979 年,在计算机的帮助下,B.B.Mandelbrot 研究了 Julia 集,试图对所有可能的形状进行分类,并提出了一种新的 形状: Mandelbrot 集。

在过去我们讨论了 Mandelbrot 集递归式, 这是二次递归方程 $z_{n+1}=z_n^2+z_0$ (c 是一个固定的复数) 的特例。如今我们尝试使 用类似 Mandelbrot 集的递归式进一步分析探索更普遍化的 Julia 集。

Mandelbrot 集合是一个复数 c 的集合, c 由 $z_0 = 0$ 开始迭代而 得到,得到的值可以组成一个数列,当该数列发散到无穷时,对 应的点就属于 Mandelbrot 集合。Mandelbrot 集合是分形中最经 典例子。如 c=0 时,显然数列永远是 0,并不发散,因此 c=0不属于 Mandelbrot 集合。又如 c = 3i 时,对应的数列为 3i, -9 + 3i, 63 - 51i, 1431 - 6477i3i, -9 + 3i, 63 - 51i, 1431 - 6477i3i6477i3i, -9 + 3i, 63 - 51i, 1431 - 6477i..., 数字越来越庞大, 因此 3i 就属于 Mandelbrot 集合。Julia 集是一种在复平面上非发散 点形成的分形点的集合。体现出了复变函数的分形之美。虽然映 人眼帘的结果图看起来有点奇异,却同时又有一种奇特的美。这 幅图实际上是复变函数迭代形成的 Julia 集的图像。

具体思路为:设置迭代次数收敛半径,次数和常数,设置一个复数点集为初始点集,带入公式计算,找出不发散的点,记录这些点的位置矩阵,重复 2、3 步骤 n 次,画出矩阵,即 Julia 集的图像。设置迭代次数收敛半径,次数和常数,设置一个复数点集为初始点集,带入公式计算,找出不发散的点,记录这些点的位置矩阵,重复 2、3 步骤 n 次,画出矩阵,即 Julia 集的图像。

这是本次实验的流程图



1

