

A 题 系泊系统的设计

摘要

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成。本文通过建立系泊系统受力分析的物理模型，根据题目条件，列出物体受力平衡的方程，借助 matlab 软件求解。

针对问题一，根据题目条件，列出各物体的受力平衡方程，发现钢桶和各节钢管的倾斜角度都可以仅用浮标吃水深度表示。我们编写程序，用二分法求解方程组。设置步长，使吃水深度取遍一定范围内的值，当海水深度在误差范围内逼近 18 米时，即求得浮标吃水深度，从而求得钢桶和各节钢管的倾斜角度。锚链是标准悬链线的一部分，我们以悬链线最低点为原点建立坐标系，根据锚链长度求得锚点坐标，当锚点横坐标小于零时，锚链有一部分着地；大于零时，锚链被拉起，锚点与海床的夹角大于零，进而确定锚链形状的方程。浮标游动区域是以锚点为圆心的圆，根据锚链方程和钢管、钢桶倾角从而求得其半径。

针对问题二，在风速为 36 米每秒时，调节重物球质量，使钢桶倾斜角度和锚链在锚点与海床的夹角符合题目要求。我们改进问题一的程序，把重物球质量和浮标吃水深度作为双重循环的变量，采用暴力穷举法，设置约束条件，即求解的海水深度在误差范围内逼近 18 米，钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度，当满足约束条件时，跳出循环。第一次运行程序时，使重物球质量从一初值增大，当循环结束时，求得重物球质量最小值，第二次使重物球质量从另一初值减小，求得最大值。

针对问题三，确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。首先我们采用控制变量的方法，当锚链长度和重物球质量一定时，改变锚链类型，观察系泊系统的工作状态，得出结论：当采用同长度锚链和同质量重物球时，型号 V 锚链工作状态最好，钢桶倾角和浮标游动区域最小，所以采用 V 型锚链。最后，采用模拟退火算法确定锚链的长度和重物球的质量，从而确定系泊系统设计方案，然后分析不同海深，不同海水速度和风速的情况下，系泊系统的工作状态如何变化。

关键词：悬链线 二分法 暴力穷举 控制变量法 模拟退火

一、问题重述

本文通过建立数学模型，解决以下三个问题。

- 1): 计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。
- 2): 计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。
- 3): 给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

二、问题分析

问题一：根据题目条件，列出各物体的受力平衡方程，发现钢桶和各节钢管的倾斜角度都可以仅用浮标吃水深度表示。我们编写程序，用二分法求解方程组。设置步长，使吃水深度取遍一定范围内的值，当海水深度在误差范围内逼近 18 米时，即求得浮标吃水深度，从而求得钢桶和各节钢管的倾斜角度。锚链是标准悬链线的一部分，我们以悬链线最低点为原点建立坐标系，根据锚链长度求得锚点坐标，当锚点横坐标小于零时，锚链有一部分着地；大于零时，锚链被拉起，锚点与海床的夹角大于零，进而确定锚链形状的方程。浮标游动区域是以锚点为圆心的圆，根据锚链方程和钢管、钢桶倾角从而求得其半径。

问题二：在风速为 36 米每秒时，调节重物球质量，使钢桶倾斜角度和锚链在锚点与海床的夹角符合题目要求。我们改进问题一的程序，把重物球质量和浮标吃水深度作为双重循环的变量，采用暴力穷举法，设置约束条件，即求解的海水深度在误差范围内逼近 18 米，钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度，当满足约束条件时，跳出循环。第一次运行程序时，使重物球质量从一初值增大，当循环结束时，求得重物球质量最小值，第二次使重物球质量从另一初值减小，求得最大值。

问题三：首先我们采用控制变量的方法，当锚链长度和重物球质量一定时，改变锚链类型，输出整个系泊系统的图像，并观察系泊系统的工作状态，得出结论：当采用同长度锚链和同质量重物球时，型号 V 锚链工作状态最好，钢桶倾角

和浮标游动区域最小，所以采用 V 型锚链。确定锚链长度和重物球质量使浮标吃水深度、游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小，这是一个多目标优化问题，我们发现，游动区域半径跟钢桶倾斜角度成正相关，即钢桶倾斜角度越小，游动区域半径越小。而浮标吃水深度的求解我们采用二分法，即令吃水深度从一初值开始以步长值增大，使求得的海水深度逼近真实值，这样求得的吃水深度自然是最小的。而钢桶倾斜角度仅跟重物球质量有关，所以我们采用模拟退火算法，求得重物球的最优解，使钢桶倾斜角度最小。最后，针对不同海水深度、海水速度和风速，我们通过绘制整个系泊系统图像的方法，直接观察不同环境下的钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

三、模型假设

- 1) 浮标在某一时刻仅受一个方向的风力和同方向的水流力。
- 2) 钢管、钢桶没有转动或平动。

四、符号说明

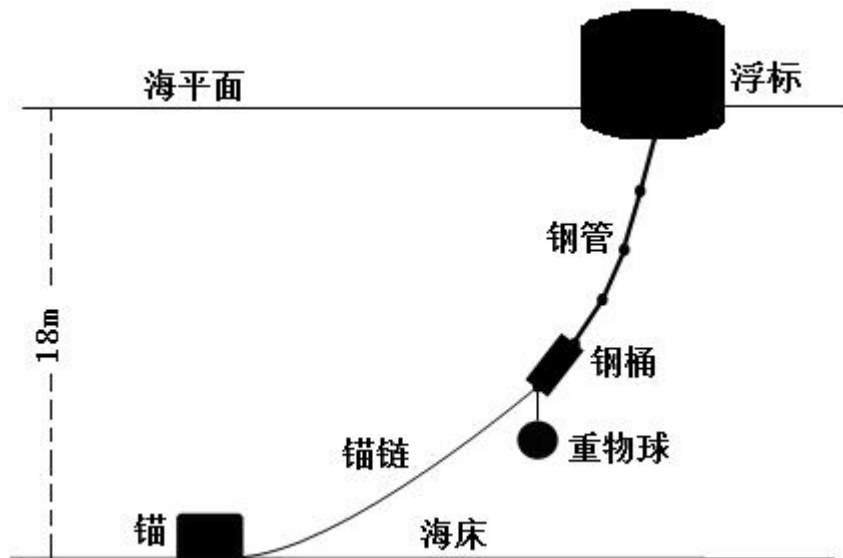
符号	说明
θ_i	第 i 节钢管倾斜角度， $i=1, 2, 3, 4$
θ_5	锚链第一节链环倾斜角度
θ_6	钢桶倾斜角度
β	锚链在锚点与海床的夹角
$T_{i, i+1}$	第 $i+1$ 节钢管对第 i 节钢管的拉力
$T_{i+1, i}$	第 i 节钢管对第 $i+1$ 节钢管的拉力

$T_{5,6}$	锚链对钢桶拉力
T_0	锚链受到的水平拉力
F_0	风荷载
M	浮标质量
m_{gg}	钢管质量
m_{gt}	钢桶质量
l_{gg}	钢管长度
l_{gt}	钢桶长度
r_{gg}	钢管底面圆半径
r_{gt}	钢桶底面圆半径
p	锚链单位长度质量
p_2	海水密度
g	重力加速度
T	初始温度
$\min T$	最低温度
$xishu$	温度衰减系数

注：表中未提及的符号在文中出现时进行说明。

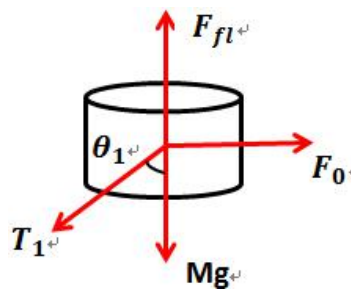
五、模型的建立与求解

5.1 问题一 计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。



依次对浮标、各节钢管、钢桶进行受力分析：

对浮标：

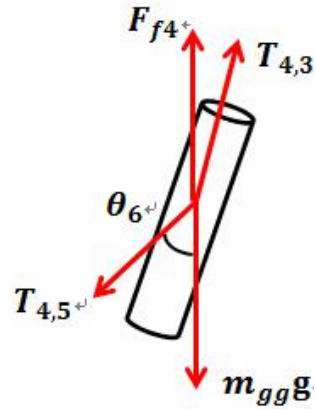


$$\begin{cases} \sin(\theta_1) * T_{0,1} = F_0 \\ \cos(\theta_1) * T_{0,1} + Mg = F_{fl} \end{cases}$$

5

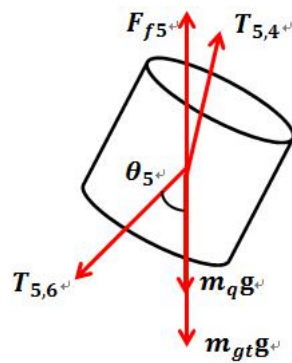
$$F_{f1} = p_2 * g * p_i * h_0$$

对钢管：



$$\begin{cases} \cos \theta_{i+1} * T_{i,i+1} + m_{gg} * g = \cos \theta_i * T_{i,i-1} + f_{gg} \\ \sin \theta_{i+1} * T_{i,i+1} = \sin \theta_i * T_{i,i-1} \end{cases}$$

对钢桶：



$$T_{56} * \sin(\theta_5 - \theta_6) = T_{45} * \sin(\theta_6 - \theta_4) + m_q * g * \sin(\theta_6)$$

联立以上方程，解得：

各节钢管倾角：

$$\theta_i = a \tan(F_0 / (F f_1 - M * g + i * (p_2 * g * p_i * r_{gg}^2 * l_{g \ g} - m_{gg} * g)))$$

i=1,2,3,4

钢桶倾角：

$$\theta_6 =$$

$$\arctan(2 * F_0 / ((18081 * \pi) / 80 - (49 * m_q) / 5 + 10045 * \pi * h_0 - 195151997835498253 / 17592186044416 + 10045 * \pi * h_0 - 88267298721398565 / 8796093022208 + m_q * g))$$

锚链方程的求解：

首先假设锚链为无限长，原点位于锚链最低点 A，B (x, y) 是锚链上的任意一点，分析锚链的受力，在 A 点受到水平向左的拉力 f，在 B 点受到拉力 T，根据受力平衡有

$$T \sin \theta = f \quad (1)$$

$$T \sin \theta = \lambda g s \quad (2)$$

$$\lambda \text{ 为锚链线密度，s 为 AB 段的锚链长度: } s = \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (3)$$

$$\theta \text{ 是拉力 T 与水平方向的夹角 } y' = \tan \theta \quad (4)$$

$$\text{可推出 } y' = \frac{1}{a} \int_0^x \sqrt{1 + y'^2} dx \quad \text{其中 } \frac{\lambda g}{f} = \frac{1}{a} \quad (5)$$

$$\text{两边对 x 求导可得 } a y'' = \sqrt{1 + y'^2} \quad (6)$$

$$\text{边界条件 } y(0) = 0, y'(0) = 0$$

对 (6) 整理可得 $\frac{dy'}{\sqrt{1+y'^2}} = \frac{dx}{a}$ 积分的到 $\arcsinh y' = \frac{x}{a} + C_1$ 可得 $y' = \sinh \left(\frac{x}{a} + C_1 \right)$

带入 $y'(0) = 0$ 得 $C_1 = 0$: $y' = \sinh \left(\frac{x}{a} \right)$

再积分可得 $y = a \cosh \left(\frac{x}{a} \right) + C_2$ 代入 $y(0) = b$ 解的 $C_2 = -a$

所以锚链方程为 $y = a \left(\cosh \left(\frac{x}{a} \right) - 1 \right)$

$$a = \frac{f}{\lambda g}$$

容易得出曲线上任意一点到 0 点的锚链长度 $L = a \sinh \left(\frac{x}{a} \right)$

根据 T_{56} 的角度可以求出锚链上端的坐标 x_1 ，然后再根据实际的锚链长度求出锚链下端坐标 x_2 ，若 $x_2 < 0$ 则说明锚链有部分着地，着地长度为 $l = 22.05 - a \sinh \left(\frac{x_1}{a} \right)$

若 $x_2 > 0$ 则说明锚处于 x_2 的位置.

锚链方程:

1. 当 $x_2 < 0$ 时,

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0, \quad -L \leq x < 0; \quad (L \text{ 是锚链着地长度}) \\ y=ap(\cosh(x/ap)-1), \quad 0 \leq x \leq x_1 \\ 2. \text{ 当 } x_2 \geq 0 \text{ 时,} \\ y=ap(\cosh(x/ap)-1), \quad x_2 \leq x \leq x_1 \end{array} \right.$$

浮动半径:

$$r = x_1 + l_{gg} * (\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2) + \sin(\theta_3) + \sin(\theta_4)) + l_{gt} * \sin(\theta_6)$$

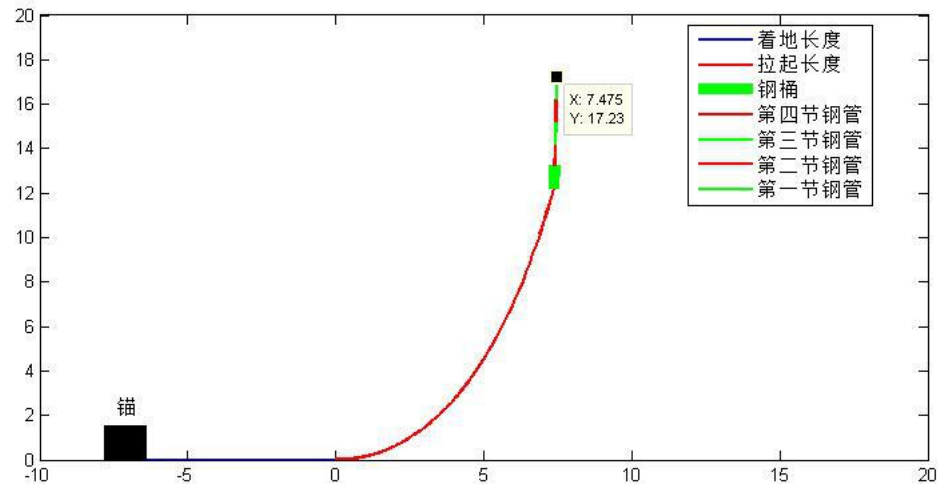
浮标吃水深度采用二分法求解，通过编程反复设置 h_0 的值，使求出的海水深度逼近 18m，从而求出 h_0 。

以上各表达式都可以仅用浮标吃深度 h_0 表示，所以求出 h_0 代入以上各式，便可以求出钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、和游动区域。

当 $v=12\text{m/s}$ 时，求得钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域分别为：

风 速 (米 每 秒)	钢桶倾 角	第一节 钢管倾 角	第二节 钢管倾 角	第三节 钢管倾 角	第四节 钢管倾 角	锚链形状方程	吃水深 度	游动区 域半径	锚链与 海床夹 角	锚链着 地长度
12	1.0055	0.9749	0.9806	0.9864	0.9922	$-6.859 < x < 0$ 时， $y=0$ ； $0 < x < 7.3890$ 时 $y=ap(\cosh(x/ap)-1)$	0.7347	7.4752	0	6.8593

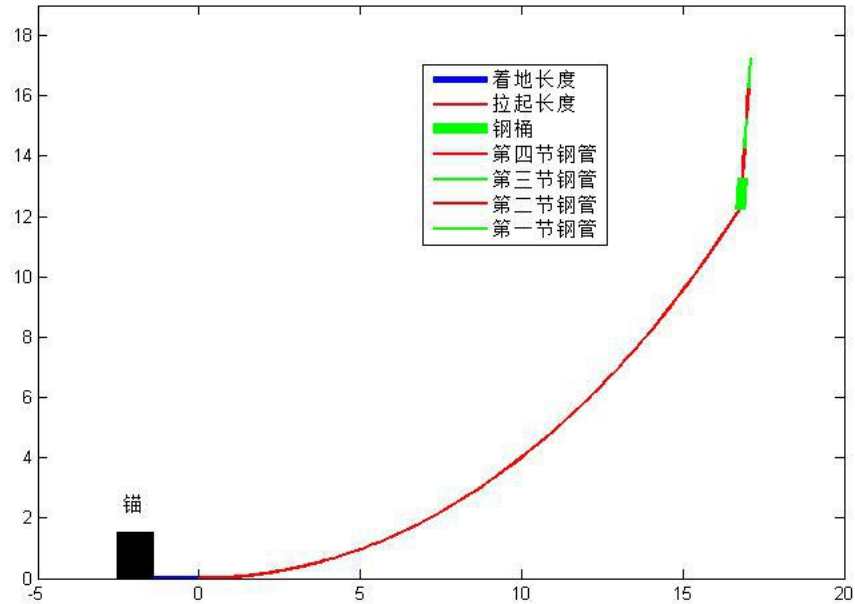
系泊系统整体函数图像：



当 $v=24\text{m/s}$ 时，求得钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域分别为：

风 速 (米 每 秒)	钢桶倾 角	第一节 钢管倾 角	第二节 钢管倾 角	第三节 钢管倾 角	第四节 钢管倾 角	锚链形状方程	吃水深 度	游 动 区 域半径	锚 链 与 海 床 夹 角	锚链着 地长度
24	3.8397	3.7268	3.7477	3.7691	3.7907	$-0.3593 < x < 0$ 时， $y=0$ ； $0 < x < 16.7576$ 时 $y=ap(\cosh(x/a$ $p)-1)$	0.7488	17.0868	0	0.3593

系泊系统整体函数图像：

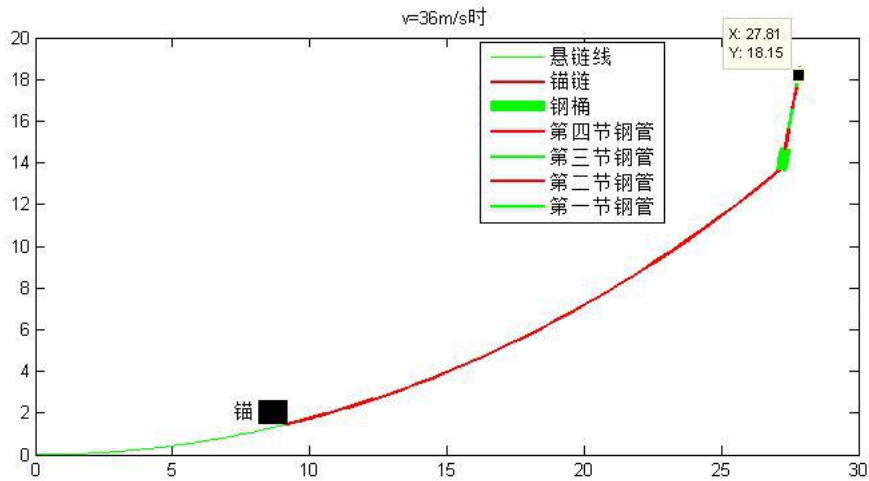


5.2 问题二：计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、
 锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域；调节重物球的质量，使得钢
 桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度

v=36m/s 时，钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域的求解跟问题一相同，将 v=36m/s 带入程序，求得各参数：

风 速 (米 每 秒)	钢桶倾 角	第一节 钢管倾 角	第二节 钢管倾 角	第三节 钢管倾 角	第四节 钢管倾 角	锚链形状方程	吃水深 度	游 动 区 域半径	锚 链 与 海 床 夹 角	锚 链 着 地 长 度
36	8.0541	7.8302	7.8717	7.9141	7.9570	$y=ap(\cosh(x/a)$ $p)-1)$ 其 中 $9.1360 < x < 27.1$ 902	0.7698	27.8796	18.3167	0

v=36m/s 时，系泊系统整体函数图像

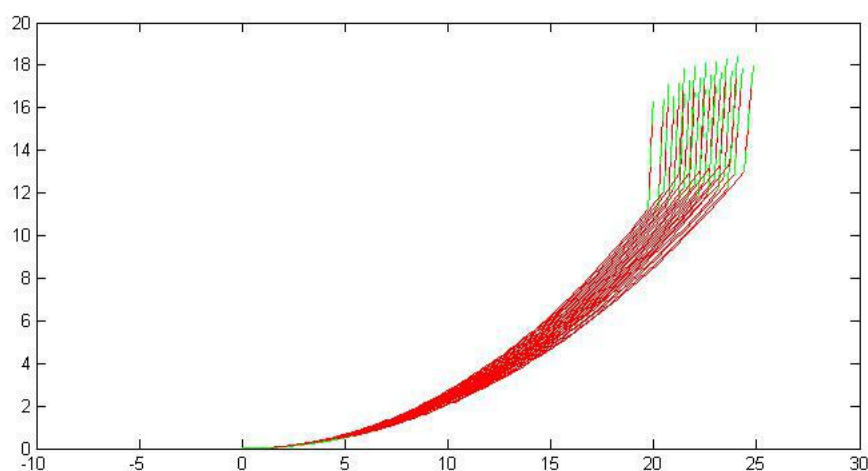
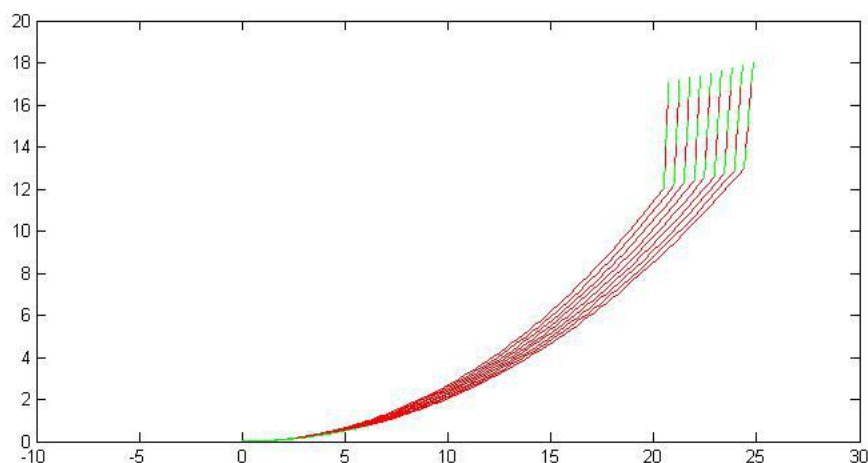


可以看出， $v=36\text{m/s}$ 时，锚被拉起，钢桶倾角大于 5 度，锚跟海床夹角大于 16 度，所以需要调节重物球质量，使系泊系统处于良好的工作状态。

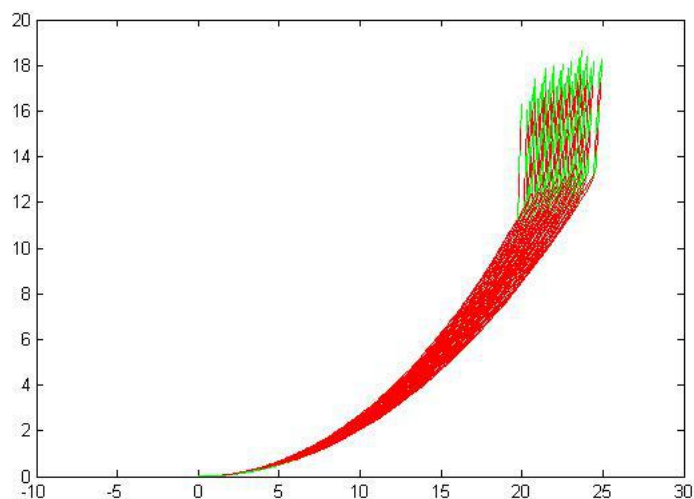
本文采用暴力穷举法，不断设置重物球的质量，从而使钢桶倾角、锚跟海床夹角符号题目要求。但在穷举之前，先代入几个确定的重物球质量的值，确定两个夹角随重物球质量变化的变化趋势，并确定重物球质量取值的大致范围，然后先让 m_q 从初值增大，循环结束时的 m_q 是是条件成立的最小值(条件：两个角度要符合条件)；再让 m_q 从另一个初值减小，循环结束时的 m_q 是最大值，即求得 m_q 的范围(条件：因为重物球质量越大，那两个角度越小，所以此时限制重物球上限的就是浮标吃水深度，我们设置 $h_0 \leq 1$)。

最后求得，重物球质量大于 1780kg 时，钢桶倾角小于 5 度，锚链跟海床夹角小于 16 度，并利用 matlab 作出重物球质量在大于 1780kg 时，不同步长情况下的系泊系统的整体函数图像：

步长较小时



步长较大时

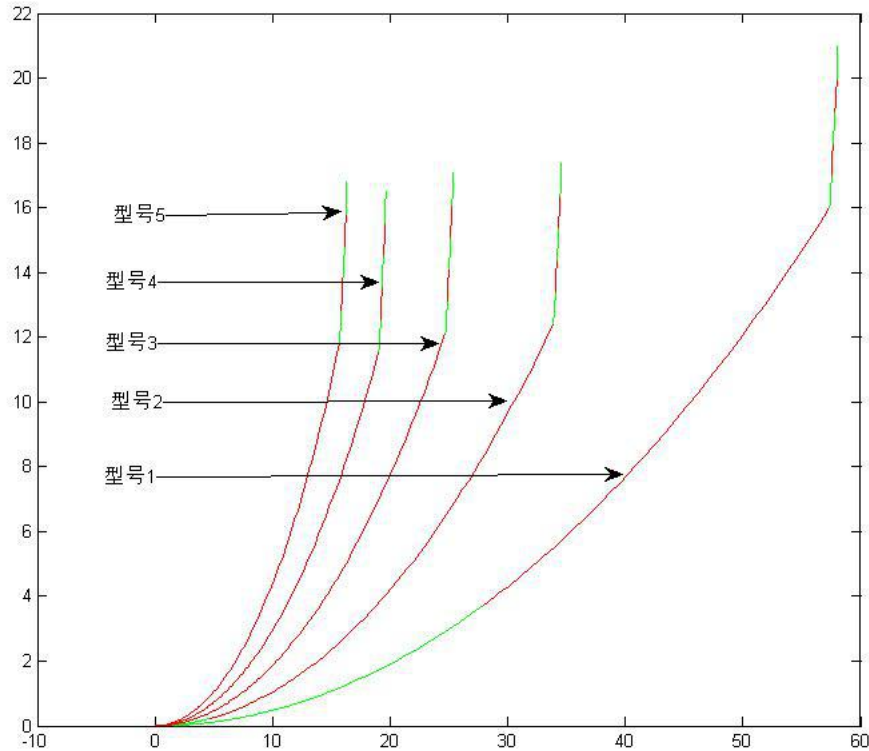


5.3 问题三：给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

首先确定锚链型号，我们采用控制变量法，当锚链长度和重物球质量一定时，改变锚链类型，求解采用每种类型锚链时，钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域，输出整个系泊系统的图像，并观察系泊系统的工作状态，得出结论：当采用同长度锚链和同质量重物球时，型号 V 锚链工作状态最好，钢桶倾角和浮标游动区域最小，所以采用 V 型锚链。

锚链类型	浮标吃水深度（米）	游动区域半径（米）	钢桶倾斜角度（度）	锚链与海床夹角（度）
I	1.0100	58.0521	0	8.6705
II	1.0300	34.5356	0	8.4318
III	1.0600	25.3326	0	8.0975
IV	1.0900	19.6279	0	7.7890
V	1.1300	16.3516	0	7.4126

五种类型的锚链各自的系泊系统整体函数图像：



然后确定锚链长度和重物球质量，使浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小，从而确定系泊系统设计方案。因为这是一个多目标优化问题，本文采用模拟退火算法，利用 Benson 方法，只考虑钢桶倾斜角度，而浮标吃水深度和游动区域要求它们小于一定的值，这样将多目标最优解问题转换为单目标最优解问题。

设置初始温度 $T=1000$ 度，温度下限 $\min T=1$ 度，重物球质量初始值设为 1600kg ，迭代次数设为 1000 次，温度衰减系数设为 0.95 ，目标函数 $H(mq)=\text{atan}(2*F_0/((18081*\pi)/80-(49*mq)/5+10045*\pi*h_0-195151997835498253/17592186044416+10045*\pi*h_0-88267298721398565/8796093022208+mq*g))$ $H(mq)$ 是钢桶倾斜角度，它仅是重物球质量的函数。

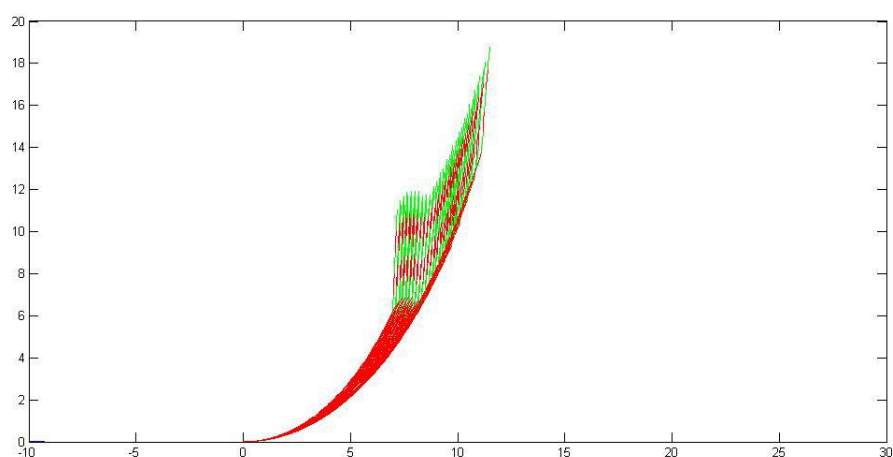
迭代过程如下：

每次使重物球质量增加 40kg ，计算目标函数的增量 $dE=H(mq_0+40)-H(mq_0)$ ，其中 mq_0 是重物球质量初始值： 1600kg 。如果 $dE<0$ ，则接受 mq_0+40 作为新的当前解，否则以概率 $\exp(-dE/T)$ 接受 mq_0+40 作为当前解，因为初始温度 T 以 0.95 的速度衰减，所以当 T 小于温度下限 $\min T$ 时，迭代结束，求得重物球质量的全局最优解。

求得锚链长度和重物球质量分别为：

$$S=26.85 \quad m_q=3620$$

最后，针对不同海水深度、海水速度和风速，我们通过绘制整个系泊系统图像的方法，直接观察不同环境下的钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。



五、模型的评价与推广

- 1) 因为重物球质量较大，体积较小且未知，所以我们在受力分析时忽略了其受的浮力，这对计算结果有一定的影响。
- 2) 当系泊系统同时受海水流力和近海风荷载时，我们假定水流力和风荷载方向相同，但实际情况很有可能是二者方向成一夹角，这对计

算结果将产生影响。

六、参考文献

姜启源，谢金星，叶俊，数学模型，北京：高等教育出版社，2003

七、附录

8.1 所用软件

Matlab

8.2 源码

8.2.2 问题一：

求解海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域并绘制系泊系统整体函数图像。

```
syms a b T0 p H C x y g x0 F0 T0 h0 v p2 rgg gg gr lgg lgt M mgt  
mgt rgt th1 th2 th3 th4 th5 tha th6 T01 T12 T23 T34 T45 T56 f F1  
y0 z(x) x1 x2
```

```
M=1000;g=9.8;mgt=10;mgt=100;p2=1025;rgg=0.025;lgg=1;rgt=0.15;l  
gt=1;p=7;mq=1200;
```

```
v=12; h0= 0.7347;  
%v=24,h0=0.74883; %反复设置 h0,使答案逼近深度 18m %  
h0=0.748828125;  
%v=36;h0=0.7698
```

```
F0=1.25*v^2 *(2-h0); %风力  
Ff1 = p2*g*pi*h0; %3.1556*10^4*h %浮力  
th1 = atan((1.25*v^2 *(2-h0))/(3.1556*10^4*h0 - M*g)); %thi 第 i
```


节钢管的夹角

```
th2 = atan(F0/(Ffl-M*g + (p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th3 = atan(F0/(Ffl-M*g + 2*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th4 = atan(F0/(Ffl-M*g + 3*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
T45 = F0 / sin(th4);
th5 = atan(F0/(Ffl-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g)); %锚链上端切线方向
th7= atan(F0/(Ffl-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g - 22.05*7)); %无用
T56 = F0 / sin(th5);

ap = F0/(p*g);
%th6=atan(2*F0/((18081*pi)/80 - (49*mq)/5 + 10045*pi*h0 -
195151997835498253/17592186044416+10045*pi*h0 -
88267298721398565/8796093022208+mq*g))
th6 = solve('T56*sin(th5-th6) = T45*sin(th6-th4) +
mq*g*sin(th6)',th6); %钢桶实际倾角 力矩
th6=th6(1);
%th6 =eval(th6(1));

f(x)=ap*(cosh(x/ap) - 1); %悬链线方程

z(x1)=vpa(subs(diff(f(x)),x,x1));

x1=asinh(tan(pi/2 - th5))*ap

x2=solve('ap*(sinh(x1/ap)-sinh(x2/ap))==22.05',x2);%根据锚链长度
求锚链下端坐标 x2
x2=eval(x2(1))

if x2<0 %锚链松弛
    l = eval(f(x1))
    b=0
    L=22.05-ap*(sinh(x1/ap)) %着地长度
else
    l = eval(f(x1)-f(x2))
    b=sinh(x2/ap)

end

f2 =eval( l +
lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6) + h0 -
```

18) %计算深度误差

```
th6 =eval(th6(1));
h= 1 + lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6) +
h0 ;           %预测海深
r=x1 + lgg*(sin(th1)+sin(th2)+sin(th3)+sin(th4))+lgt*sin(th6) %
浮动半径

if x2<0

    fplot(@(x)0,[-L 0], 'b');
    hold on
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x1], 'r');

else
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x2], 'g');
    hold on
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[x2 x1], 'r');

end

hold on
fplot(@(x)(tan(pi/2-th6)*(x-x1)+f(x1)),[x1 x1+sin(th6)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th4)*(x-x1-sin(th6))+f(x1)+cos(th6),[x1+sin
(th6) x1+sin(th6)+sin(th4)], 'r');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th3)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4))+f(x1)+cos(th6)
+cos(th4),[x1+sin(th6)+sin(th4)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th2)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3))+f(x1)
+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3),[x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)], 'r');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th1)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3)-sin(t
h2))+f(x1)+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3)+cos(th2),[x1+sin(th6)+si
n(th4)+sin(th3)+sin(th2)
```

```

x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)+sin(th1)], 'g');
hold on
axis([-10 30 0 20])
hold off

```

8.2.2 问题二:

求解海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域并绘制系泊系统整体函数图像。

调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度，并绘制当重物球质量大于最小值时，系泊系统整体函数图像：

```

syms a b T0 p H C x y g x0 F0 T0 h0 v p2 rgg gg gr lgg lgt M mgg
mgt rgt th1 th2 th3 tha T01 T12 T23 T34 f F1 y0 z(x) x1 f2
M=1000;g=9.8;mgg=10;mgt=100;p2=1025;rgg=0.025;lgg=1;rgt=0.15;l
gt=1;p=7;
%mq=1200;
v=36
% % v=24,h0=0.7488; v=12; h0= 0.7347;v=36,h0=0.7698,th6=
8.0541',b= 18.3167
%h0=0.7347;
%先让 mq 从初值增大，循环结束时的 mq 是是条件成立的最小值；(条件：两个
角度要符合条件)
%再让 mq 从另一个初值减小，循环结束时的 mq 是最大值，即求得 mq 的范围。(条
件：因为重物球质量越大，那两个角度越小，限制重物球上限的就是浮标吃水深度，
设置 h0<=1)
%最小值：mq=1780 h0=0.9440 h=18.0950 最大值：mq=1970 h0=1 h=17.8551
istrue=0;
%for mq=2000:-10:1800
%for h0=0.8:0.01:1.0

for mq=1200:20:4000
for h0=0.7:0.01:1.2

syms th4 th5 th6 T45 T56 x2

F0=1.25*v^2 *(2-h0); %风力

Ff1 = p2*g*pi*h0; %3.1556*10^4*h %浮力
th1 = atan((1.25*v^2 *(2-h0))/(3.1556*10^4*h0 - M*g)); %thi 第
i 节钢管的夹角

```

```

th2 = atan(F0/(Ff1-M*g + (p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th3 = atan(F0/(Ff1-M*g + 2*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th4 = atan(F0/(Ff1-M*g + 3*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
T45 = F0 / sin(th4);
th5 = atan(F0/(Ff1-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g)); %钢桶倾角
th7= atan(F0/(Ff1-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g - 22.05*7)); %无用
T56 = F0 / sin(th5);

ap = F0/(p*g);

th6 = solve('T56*sin(th5-th6) = T45*sin(th6-th4) +
mq*g*sin(th6)',th6); %钢桶实际倾角 力矩
th6=th6(1);
%th6 =eval(th6(1));

f(x)=ap*(cosh(x/ap) - 1); %悬链线方程

x1=asinh(tan(pi/2 - th5))*ap
%z(x1)=vpa(subs(diff(f(x)),x,x1));
%x1 = solve('atan(sinh(x1/ap))==pi/2 - th5',x1); %求锚链上端坐标
x1
%x1=eval(x1(1))

%x2=double(solve(ap*(tan(pi/2 - th5)-sinh(x2/ap))-22.05,x2));
x2=solve('ap*(sinh(x1/ap)-sinh(x2/ap))==22.05',x2);%根据锚链长度
求锚链下端坐标 x2
x2=eval(x2(1))

if x2<0 %锚链松弛
    l = eval(f(x1))
    b=0
    L=22.05-ap*(sinh(x1/ap)) %着地长度
else
    l = eval(f(x1)-f(x2))
    b=sinh(x2/ap) %锚点与海床的夹角
end

```

```

f2 =abs(eval(1 +
lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6(1)) + h0 -
18)/18) %计算深度误差

th6 =eval(th6(1))

if f2<0.05 &&th5>0 && rad2deg(b)<=16 && rad2deg(th6)<=5

    h= 1 + lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6)
+ h0 ;          %预测海深
    r=abs(x1) +
lgg*(sin(th1)+sin(th2)+sin(th3)+sin(th4))+lgt*sin(th6) %浮动半径
    istrue=1

if x2<0

    fplot(@(x)0,[-L 0], 'b');
    hold on
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x1], 'r');

else
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x2], 'g');
    hold on
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[x2 x1], 'r');

end

hold on
fplot(@(x)(tan(pi/2-th6)*(x-x1)+f(x1)),[x1 x1+sin(th6)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th4)*(x-x1-sin(th6))+f(x1)+cos(th6),[x1+sin
(th6) x1+sin(th6)+sin(th4)], 'r');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th3)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4))+f(x1)+cos(th6)
+cos(th4),[x1+sin(th6)+sin(th4)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th2)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3))+f(x1)
+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3),[x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)

```

```

x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)], 'r');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th1)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3)-sin(th2))+f(x1)+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3)+cos(th2),[x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)+sin(th1)], 'g');
hold on

%break;
end

end

%if istrue==1
%break;
%end

end
axis([-10 30 0 20])
hold off

```

8.2.3 问题三:

确定锚链型号:

```

syms a b T0 p H C x y g x0 F0 T0 h0 v p2 rgg gg gr lgg lgt M mgg
mgt rgt th1 th2 th3 tha T01 T12 T23 T34 f F1 y0 z(x) x1 f2
M=1000;g=9.8;mgg=10;mgt=100;p2=1025;rgg=0.025;lgg=1;rgt=0.15;l
gt=1;p=19.5;mq=2000;v=36;v2=1.5

istrue=0;

for p=[ 3.2 7 12.5 19.5 28.12]
    for h0=0.6:0.01:2

        syms th4 th5 th6 T45 T56 x2
    
```

```

F0=1.25*v^2 *(2-h0)+374*v2^2*h0*2; %风力

Ff1 = p2*g*pi*h0; %3.1556*10^4*h    %浮力
th1 = atan((1.25*v^2 *(2-h0))/(3.1556*10^4*h0 - M*g)); %th1 第
i 节钢管的夹角
th2 = atan(F0/(Ff1-M*g + (p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th3 = atan(F0/(Ff1-M*g + 2*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th4 = atan(F0/(Ff1-M*g + 3*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
T45 = F0 / sin(th4);
th5 = atan(F0/(Ff1-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g)); %钢桶倾角
th7= atan(F0/(Ff1-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq*g - 22.05*7)); %无用
T56 = F0 / sin(th5);

ap = F0/(p*g);

th6 = solve('T56*sin(th5-th6) = T45*sin(th6-th4) +
mq*g*sin(th6)',th6); %钢桶实际倾角 力矩
th6=th6(1);
%th6 =eval(th6(1));

f(x)=ap*(cosh(x/ap) - 1); %悬链线方程

x1=asinh(tan(pi/2 - th5))*ap
%z(x1)=vpa(subs(diff(f(x)),x,x1));
%x1 = solve('atan(sinh(x1/ap))==pi/2 - th5',x1); %求锚链上端坐标
x1
%x1=eval(x1(1))

%x2=double(solve(ap*(tan(pi/2 - th5)-sinh(x2/ap))-22.05,x2));
x2=solve('ap*(sinh(x1/ap)-sinh(x2/ap))==32',x2);%根据锚链长度求
锚链下端坐标 x2
x2=eval(x2(1))

if x2<0 %锚链松弛
    l = eval(f(x1))
    b=0
    L=32-ap*(sinh(x1/ap)) %着地长度
else

```

```

    l = eval(f(x1)-f(x2))
    b=sinh(x2/ap) %锚点与海床的夹角
end

f2 =abs(eval(l +
lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6(1)) + h0 -
18)/18) %计算深度误差

th6 =eval(th6(1))

if f2<0.05 &&th5>0

    h= l + lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6)
+ h0 ; %预测海深
    r=abs(x1) +
lgg*(sin(th1)+sin(th2)+sin(th3)+sin(th4))+lgt*sin(th6) %浮动半径
    istrue=1

    break;
end

end

if x2<0

fplot(@(x)0,[-L 0], 'b');
hold on
fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x1], 'r');

else
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[0 x2], 'g');
    hold on
    fplot(@(x)ap*(cosh(x/ap) - 1),[x2 x1], 'r');

end

hold on
fplot(@(x)(tan(pi/2-th6)*(x-x1)+f(x1)),[x1 x1+sin(th6)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th4)*(x-x1-sin(th6))+f(x1)+cos(th6),[x1+sin
(th6) x1+sin(th6)+sin(th4)], 'r');

```



```

hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th3)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4))+f(x1)+cos(th6)
+cos(th4),[x1+sin(th6)+sin(th4)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)], 'g');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th2)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3))+f(x1)
+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3),[x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)], 'r');
hold on

fplot(@(x)tan(pi/2-th1)*(x-x1-sin(th6)-sin(th4)-sin(th3)-sin(t
h2))+f(x1)+cos(th6)+cos(th4)+cos(th3)+cos(th2),[x1+sin(th6)+si
n(th4)+sin(th3)+sin(th2)
x1+sin(th6)+sin(th4)+sin(th3)+sin(th2)+sin(th1)], 'g');
hold on

end
axis([-10 30 0 20])
hold off

```

利用模拟退火算法确定锚链长度和重物球质量:

```

syms a b T0 p H C x y g x0 F0 T0 h0 v p2 rgg gg gr lgg lgt M mgg
mgt rgt th1 th2 th3 tha T01 T12 T23 T34 f F1 y0 z(x) x1 f2 s
mq mq0
M=1000;g=9.8;mgg=10;mgt=100;p2=1025;rgg=0.025;lgg=1;rgt=0.15;l
gt=1; p=28.12
v=36;v2=1.5

istrue=0;

for h0=0.8:0.01:1.4
    for s=20:0.1:40

        syms th4 th5 th6 T45 T56 x2

        F0=1.25*v^2 *(2-h0)+374*v2^2*h0*2; %风力

```

```

Ff1 = p2*g*pi*h0; %3.1556*10^4*h    %浮力
th1 = atan((1.25*v^2 *(2-h0))/(3.1556*10^4*h0 - M*g)); %th1 第
i 节钢管的夹角
th2 = atan(F0/(Ff1-M*g + (p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th3 = atan(F0/(Ff1-M*g + 2*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
th4 = atan(F0/(Ff1-M*g + 3*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g)));
T45 = F0 / sin(th4);
ap = F0/(p*g);

T=1000;minT=1;num=1000;xishu=0.95;

H(mq)=atan(2*F0/((18081*pi)/80 - (49*mq)/5 + 10045*pi*h0 -
195151997835498253/17592186044416+10045*pi*h0 -
88267298721398565/8796093022208+mq*g))

%模拟退火算法
mq0=1200
while T>minT

    dE=1000*(H(mq0+20)-H(mq0)) %因为精度问题，所以差别较小时 dE
    值被取为 0，所以扩大 dE

    if dE<=0
        mq0=mq0+20;
    else
        if exp(-dE/T)>random('Normal',0,1)
            mq0=mq0+20
        end
    end

    T=T*xishu;

end

th5 = atan(F0/(Ff1-M*g + 4*(p2*g*pi*rgg^2*lgg - mgg*g) +
p2*g*pi*rgt^2*lgt - mgt*g - mq0*g)); %钢桶倾角
T56 = F0 / sin(th5);
th6 = solve('T56*sin(th5-th6) = T45*sin(th6-th4) +
mq0*g*sin(th6)',th6); %钢桶实际倾角 力矩
th6=th6(1);

```

```

%th6 =eval(th6(1));

f(x)=ap*(cosh(x/ap) - 1); %悬链线方程

x1=asinh(tan(pi/2 - th5))*ap

x2=solve('ap*(sinh(x1/ap)-sinh(x2/ap))==s',x2);%根据锚链长度求锚
链下端坐标 x2
x2=eval(x2(1))

if x2<0 %锚链松弛
    l = eval(f(x1))
    b=0
    L=s-ap*(sinh(x1/ap)) %着地长度
else
    l = eval(f(x1)-f(x2))
    b=sinh(x2/ap) %锚点与海床的夹角
    L=0;
end

f2 =abs(eval((l +
lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6(1)) + h0 -
18))/18) %计算深度误差

th6 =eval(th6(1))

h= 1 + lgg*(cos(th1)+cos(th2)+cos(th3)+cos(th4))+lgt*cos(th6) +
h0 ; %预测海深
r=abs(x1) +
lgg*(sin(th1)+sin(th2)+sin(th3)+sin(th4))+lgt*sin(th6) %浮动半径

if f2<0.1 &&th5>0 && rad2deg(b)<=16 && rad2deg(th6)<=5
    istrue=1
    break;

end

end

if istrue==1
    break;

```

end

end