

Лабораторная работа №5

Математическая модель «хищник-жертва»

Ван И

11 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ван И
- студент группы НФИбд-02-20
- Российский университет дружбы народов
- [1032198069@pfur.ru]

Вводная часть

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

- Язык программирования Julia
- Язык моделирования Modelica
- Математическая модель «хищник-жертва» (модель Лотки-Вольтерры)

- Продолжить изучение функционала языков Julia и Modelica.
- Создать математическую модель Лотки-Вольтерры с помощью данных языков.
- Построить графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

- Языки:
 - язык программирования Julia
 - язык моделирования Modelica
- Дополнительный комплекс программ:
 - Программное обеспечение OpenModelica

Ход работы

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными

4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Формулировка задания

Для модели «хищник-жертва»:

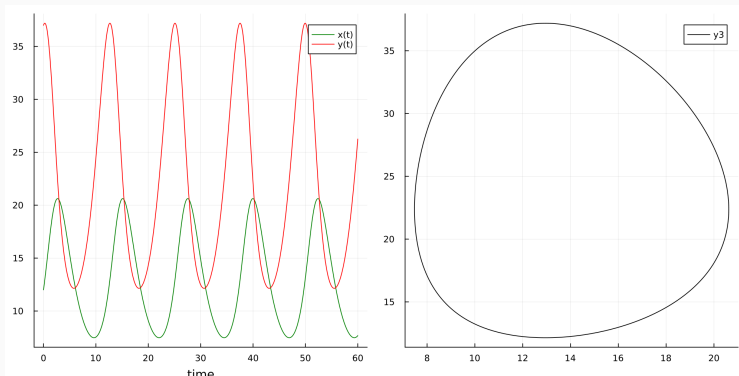
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.47x(t) + 0.021x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57y(t) - 0.044x(t)y(t) \end{cases}$$

- x – число жертв;
- y – число хищников;
- a – скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников;
- b – естественный прирост жертв;
- c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв;
- d – коэффициент смертности жертв;

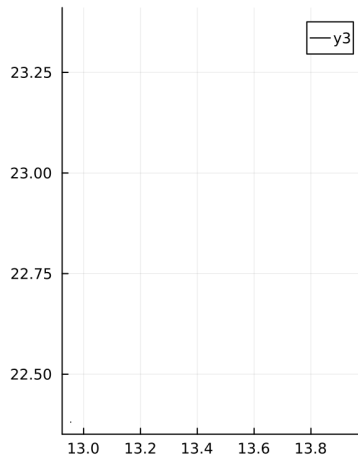
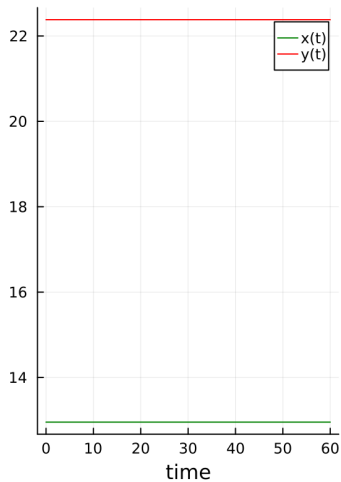
Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 12$, $y_0 = 37$. Найти стационарное состояние системы.

Julia

Получившиеся графики при $x_0 = 4, y_0 = 12$

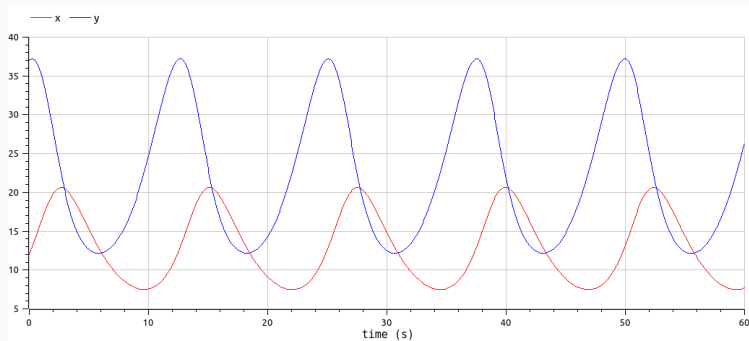


Получившиеся графики для стационарного состояния

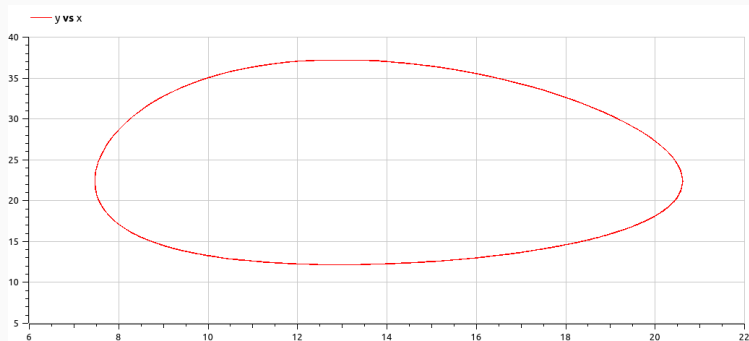


OpenModelica

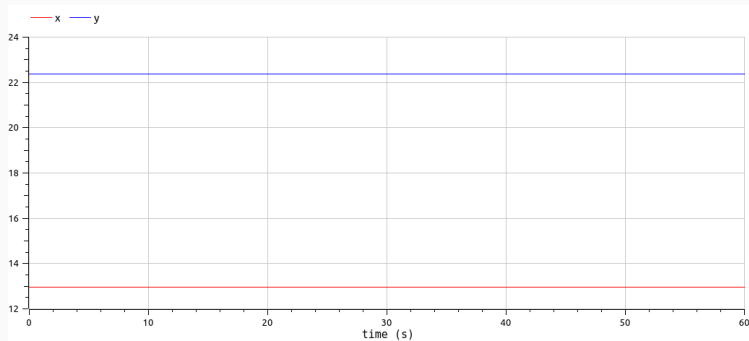
Получившиеся графики при $x_0 = 12, y_0 = 37$



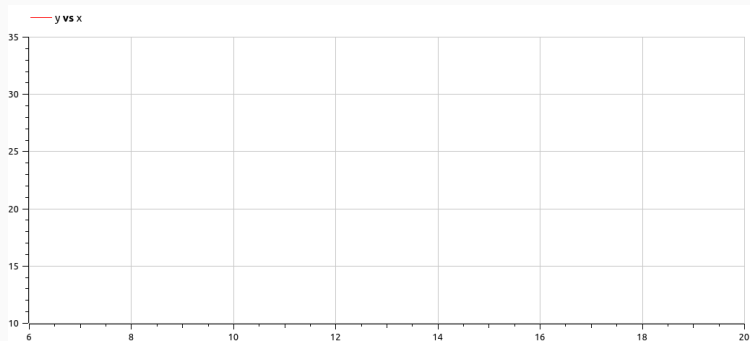
Получившиеся графики при $x_0 = 12, y_0 = 37$



Получившиеся графики для стационарного состояния



Получившиеся графики для стационарного состояния



Результаты

- Созданы математические модели Лотки-Вольтерры с помощью данных языков.
- Построены графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

Продолжил знакомство с функционалом языка программирования Julia и языка моделирования Modelica, а также с функционалом программного обеспечения OpenModelica и интерактивного блокнота Pluto. Используя эти средства, построил математические модели «хищник-жертва» (модели Лотки-Вольтерры).