26

杭州电子科技大学学生考试卷（期中）卷

考试课程	概率论与数理统计		考试日期	2017 年 4 月 23 日		成绩	91	
课程号	A0714040	教师号		任课教师姓名		侯海萍		
考生姓名	孔祥坤	学号（8 位）	16141209	年级	2016级	专业	会计学	
题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九
得分	9	15	8	12	14	15	13	5	0

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、设 A,B 为两随机事件，且 $B\subset A$，则下列式子正确的是（ A ）。

（A）$P(A+B)=P(A)$;　　（B）$P(AB)=P(A)$;

（C）$P(B|A)=P(B)$;　　（D）$P(B-A)=P(B)-P(A)$

2、若 $P(A)>0$，$P(B|A)=1$，那么下列命题中正确的是（ A ）。

（A）$A\subset B$　（B）$B\subset A$　（C）$A-B=\varnothing$　（D）$P(A-B)=0$

3、设 X 与 Y 是两个相互独立的随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x)$ 与 $F_Y(y)$，则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数是(C)。

A. $\max\{F_X(x),F_Y(y)\}$　　B. $1-[1-F_X(x)]\cdot[1-F_Y(y)]$

C. $F_X(x)\cdot F_Y(y)$　　D.都不是

A. $(\frac{3}{4})^3$　　B. $(\frac{3}{4})^2\times\frac{1}{4}$　　C. $(\frac{1}{4})^2\times\frac{3}{4}$　　D. $C_4^2(\frac{1}{4})^2$

4、以下函数可以成为某随机变量的分布函数的函数是（ A ）。

(A) $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2/4, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$

(B) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ 0.4, & 2<x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$

(C) $F(x)=\begin{cases}0.2, & x=0\\ 0.6, & x=1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

(D) $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 2-e^{-\frac{x}{2}}, & x>0\end{cases}$

5. 设A,B概率均大于0，且A,B为对立事件，则下列不成立的是（ C ）

A、 A,B互不相容　　　　B、 A,B独立

C、 A,B不独立　　　　D、 $\bar{A}$, $\bar{B}$互不相容

二、填空题（每题3分，共15分）

1. 某人连续向一目标射击,每次命中目标的概率为3/4，他连续射击直到命中为止,则射击次数为3的概率为 $\frac{3}{64}$.

2. 设A、B为随机事件,且P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A∪B)=0.6,则 $P(A\bar{B})$= 0.3

3. 已知X服从正态分布$N(\mu,9)$，则$P\{X\ge\mu\}$= 0.5

4. 若随机变量K在（1，6）上服从均匀分布，则方程$X^2+KX+1=0$有实根的概率是 ~~4/5~~ $\frac{4}{5}$

5、已知$P(A)=1/4$, $P(B\mid A)=1/3$, $P(A\mid B)=1/2$,则$P(A\cup B)$= $\frac{1}{3}$

三、（本题 8 分）一学生连续参加同一课程的两次考试，第一次及格的概率为p，若第一次及格则第二次及格的概率也为p；若第一次不及格则第二次及格的概率为p/2，试求：

（1）若至少有一次及格则他能取得某种资格，求他取得该资格的概率；

（2）若已知他第二次已经及格，求他第一次及格的概率。

解：(1) 记事件A为学生取得资格，A_1为第一次及格第二次不及格，A_2为第二次及格第一次不及格，A_3为二次及格

$$P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=p(1-p)+(1-p)\times\frac{p}{2}+p\times p=\frac{3}{2}p-\frac{p^2}{2}$$

(2) 记事件B为第二次及格，事件C为第一次及格，B_1为第一次不及格第二次及格，B_2为二次都及格

$$P(C|B)=\frac{P(BC)}{P(B)}=\frac{P(B_2)}{P(B_1)+P(B_2)}=\frac{p^2}{(1-p)\frac{p}{2}+p^2}=\frac{2p}{1+p}$$

四、（本题 12 分）已知一离散型随机变量 X，其分布律如下所示：

X	-2	-1	0	2
p	a	0.4	0.1	0.2

（1）求 a 的值；

（2）求 X 的分布函数；

（3）求 $Y=X^2-1$ 分布率。

解：(1) 易知 $a+0.4+0.1+0.2=1$

$\therefore a=0.3$

(2) 设X的分布函数为$F(x)$

则有
$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-2\\ 0.3 & -2\le x<-1\\ 0.7 & -1\le x<0\\ 0.8 & 0\le x<2\\ 1 & 2\le x\end{cases}$$

(3) 经计算可得Y的取值有

$-1\quad 0\quad 3$

$P(Y=-1)=P(X=0)=0.1$

$P(Y=0)=P(X=-1)=0.4$

$P(Y=3)=P(X=-2或X=2)=0.5$

则$Y=X^2-1$分布律如下：

Y	-1	0	3
P	0.1	0.4	0.5

五.（本题15分）设连续型随机变量 X 的密度函数为：

$$f(x)=\begin{cases}kx+1, & 0\le x\le 2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

试求：(1)求常数 k；(2)求变量 X 的分布函数 $F(x)$；(3)求概率 $P\{1/2\le X<5/2\}$.

解.(1) 由连续型随机变量密度函数性质可知 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$

$\therefore \int_0^2(kx+1)dx=1 \qquad \therefore \frac{1}{2}kx^2+x\Big|_0^2=1$

$\therefore 2k+2=1 \qquad \therefore k=-\frac{1}{2}$

(2) 由(1)可得 $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+1 & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$ 又 $F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ $=\int_0^x f(x)dx$

$\therefore F(x)=\begin{cases}-\frac{1}{4}x^2+x & 0\le x\le 2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

(3) $\because \frac{5}{2}>2$ 则 $P(2<X<\frac{5}{2})=0$

$\therefore P(\frac{1}{2}\le X<\frac{5}{2})=P(\frac{1}{2}\le X\le 2)$

$=F(2)-F(\frac{1}{2})$

$=-1+2+\frac{1}{16}-\frac{1}{2}=\frac{9}{16}$

六、(本题15分)设二维随机变量(X,Y)的联合分布律为:

Y \ X	-1	1	2
-1	1/24	1/8	1/12
0	1/8	5/8	0

(1)求关于X和Y的边缘分布律;

(2)求$Z = X^2 + Y$的分布律;

(3)在条件概率$P\{Y = -1 \mid X \le 1.5\}$;

解:(1) ① 由题易知 $P(X=-1) = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$ $P(X=1) = \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{3}{4}$

$P(X=2) = \frac{1}{12}$ 则X的边缘分布律如下

X	-1	1	2
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$

② 同理可得, Y的边缘分布律为

Y	-1	0
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

(2) 易知Z的取值有 0 1 3 4

且 $P(Z=0) = P(X=-1, Y=-1) + P(X=1, Y=-1) = \frac{1}{6}$

$P(Z=1) = P(X=-1, Y=0) + P(X=1, Y=0) = \frac{3}{4}$

$P(Z=3) = P(X=2, Y=-1) = \frac{1}{12}$ $P(Z=4) = 0$

则Z的分布律为

Z	0	1	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$	0

(3) $P(Y=-1 \mid X \le 1.5) = \dfrac{P(Y=-1 \text{ 且 } X \le 1.5)}{P(X \le 1.5)} = \dfrac{\frac{1}{24} + \frac{1}{8}}{\frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{5}{8}} = \frac{2}{11}$

6.（本题 15 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}24xy, & x^2\le y\le x\\ 0, & 其他\end{cases}$$

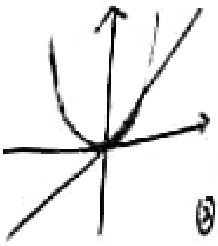
13

(1) 求关于 X 和 Y 的边缘概率密度；

(2) 问 X 和 Y 是否相互独立？并说明理由；

(3) 求当 $X=1/2$ 时的条件密度函数 $f_{Y|X}(y\mid x)$。

解:(1) ① $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}24xy\,dy=\begin{cases}\int_{x^2}^{x}24xy\,dy & 0\le x\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$



即 $f_X(x)=\begin{cases}12(x^3-x^5) & 0\le x\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$

② 同理可得 $f_Y(y)=\begin{cases}12(y^2-y^3) & 0\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$

(2) 相互独立. 因为 $f(x,y)\ne f_X(x)\cdot f_Y(y)$

(3) $f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{f(x,y)}{f(x)}=\dfrac{24xy}{12(x^3-x^5)}=\dfrac{2y}{x^2-x^4}$

当 $x=\frac{1}{2}$ 时 $f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{2y}{(\frac{1}{2})^2-(\frac{1}{2})^4}=\dfrac{32y}{3}$

八、证明题(本题5分)：设事件A的概率$P(A)=0$，证明对于任意另一事件B，有A
相互独立.

~~解：因题易知~~ $\cancel{p(AB)=p(A\cap B)=p(B)}$

证明：即证 $p(AB)=p(A)\cdot p(B)$

因为事件A概率为0

易知 $p(AB)=p(A\cap B)=0$

又 $p(A)\cdot p(B)=0\cdot p(B)=0$

$\therefore p(AB)=p(A)\cdot p(B)$

$\therefore$ 原命题得证

九、附加题（5 分）：任选一题（只选一题）。

1、叙述全概率公式定理；

2、叙述贝叶斯公式定理；

3、列举概率的性质（至少 4 项）。

1. 设事件A、事件B，若A由事件A_1、A_2 … A_n组成

则有 $$P(B|A) = \cancel{P(B|A_1) + P(B|A_2) + \cdots + P(B|A_n)}$$

$$= \frac{P(AB)}{P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)}$$

6