本次课的主要内容

图的一些术语（定义）

- 一些术语
  - 相邻：一条边的两个端点，如v_1和v_2，它们互为邻点
  - 相邻：有公共端点的两条边，如e_1和e_5
  - 重边（平行边）：端点完全相同，如e_1和e_2
  - 阶：顶点数量，记作$\nu(G)$
  - 边数：边的数量，记作$\varepsilon(G)$
  - 零图：$\nu = 0$
  - 空图：$\varepsilon = 0$
  - 平凡图：空图，且$\nu = 1$

自环：一条边的两个端点是同一个顶点

- 简单图：不含自环和重边的图

- 度：顶点v关联的边的数量，记作$d(v)$
  - 关联的每个自环按2次计数
- 孤立点：$d = 0$

- 度序列：顶点的度组成的非增序列
  - 3, 3, 2, 2
- 最大度：序列中的最大值，记作$\Delta(G)$
- 最小度：序列中的最小值，记作$\delta(G)$

- r-正则图：所有顶点的度都为r的图

图的表示

- 邻接矩阵：$A^{\nu \times \nu}$
  - $a_{i,j}$表示顶点v_i和v_j共同关联的边的数量

- 关联矩阵：$M^{\nu \times \varepsilon}$
  - $m_{i,j}$表示顶点v_i和边e_j是否关联

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

图的关系

- 图$H = <V_H, E_H>$是$G = <V_G, E_G>$的
  - 子图：$V_H \subseteq V_G$，且$E_H \subseteq E_G$
  - 真子图：子图，且$V_H \subset V_G$，或$E_H \subset E_G$
  - 生成子图：子图，且$V_H = V_G$

- 点导出子图：给定$V' \subseteq V$，以V'为顶点集、E中两个端点均在V'中的所有边为边集组成的图，记作$G[V']$

- 边导出子图：给定$E' \subseteq E$，以E'中所有边的端点为顶点集、E'为边集组成的图，记作$G[E']$

- 简单图$G = <V_G, E_G>$到$H = <V_H, E_H>$的同构是
  - 双射f: $V_G \to V_H$，满足$(v_i, v_j) \in E_G$当且仅当$(f(v_i), f(v_j)) \in E_H$
  - 记作 $G \cong H$

同构关系必须是简单图

图的运算

删除边：不删除点

删除点：删除相关的边

- 简单图$G = <V, E>$的
  - 补图：以V为顶点集，$\{(u,v): (u,v) \notin E\}$为边集的简单图
  - 记作$\overline{G}$

- 自补图：G和$\overline{G}$是同构的

- 图$G = \langle V_G, E_G \rangle$和$H = \langle V_H, E_H \rangle$的
  - 交：以$V_G \cap V_H$为顶点集、$E_G \cap E_H$为边集的图，记作$G \cap H$
  - 并：以$V_G \cup V_H$为顶点集、$E_G \cup E_H$为边集的图，记作$G \cup H$
  - 不交并（和）：并，且$V_G \cap V_H = \emptyset$，记作$G + H$
  - 联：向$G + H$中增加边集$\{(u,v): u \in V_G, v \in V_H\}$，记作$G \vee H$