迹：路线，且边在序列中不重复出现

- **内顶点**：路中除起点和终点以外的其它顶点

- **连通分支**：极大连通子图
- **平凡连通分支**：连通分支，且阶为1

- **割点**（关节点）
  - 狭义定义：对于连通图$G = <V, E>$和顶点$v \in V$，$G - v$不连通
  - 广义定义：对于图$G = <V, E>$和顶点$v \in V$，$G - v$的连通分支数量大于G

- 割点的等价定义：对于连通图$G = <V, E>$和顶点$v \in V$，v是G的割点当且仅当存在V的两个不相交的非空子集V_i和V_j，对于任意顶点$u \in V_i$和$w \in V_j$，每条u-w路都经过v。

- **割边**（桥）
  - 广义定义：对于图$G = <V, E>$和边$e \in E$，$G - e$的连通分支数量大于G

- 割边的等价定义：对于连通图$G = <V, E>$和边$e \in E$，e是G的割边当且仅当存在V的两个不相交的非空子集
V_i和V_j，对于任意顶点$u \in V_i$和$w \in V_j$，
每条u-w路都经过e。

- 扩展DFS算法：记录每个顶点被访问的次序，以及它的父顶点
- DFS树
  - 树边：从父顶点访问子顶点经过的边
  - 后向边：其它边
- 基于父顶点和子顶点可以分别递归定义**祖先顶点**和**后代顶点**。

- 后向边关联一对祖先-后代顶点。
- 每个顶点有3种状态
  - 白：visited = false（DFS调用前）
  - 灰：visited = true，且DFS调用未结束
  - 黑：visited = true，且DFS调用已结束
- 任意时刻，所有灰点组成一条祖先-后代路，

- 扩展DFS算法：判定非根顶点是否为割点

法 2: DFSCV

输入: 连通图 $G = \langle V, E\rangle$，顶点 u

初值: $time$ 初值为 0; V 中所有顶点的 visited 初值为 false，parent 初值为 null，children 初值为 0，isCutVertex 初值为 false

$time \leftarrow time + 1$;

若顶点u不是根顶点，则u是割点的充要条件是u有子顶点v满足：不存在这样一条后向边，其一个端点是v或其后代顶点，另一个端点是u的祖先顶点。

- 扩展DFS算法：判定根顶点是否为割点

法 2: DFSCV

输入: 连通图 $G = \langle V, E\rangle$，顶点 u

初值: $time$ 初值为 0; V 中所有顶点的 visited 初值为 false，parent

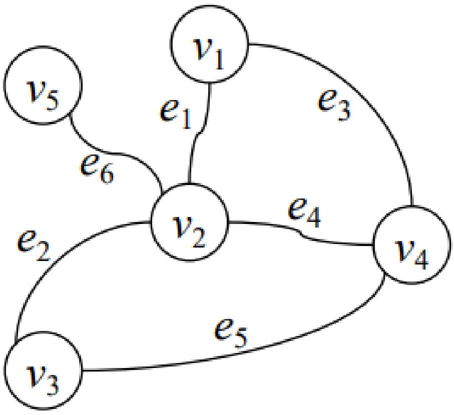
若顶点u是根顶点，则u是割点的充要条件是它有至少2个子顶点。

距离和BFS

- 顶点v的离心率：v和所有顶点间的距离的最大值，记作ecc(v)
- 证明：对于连通图$G = <V, E>$和两个相邻顶点$u,v \in V$, $|\text{ecc}(u) - \text{ecc}(v)| \leq 1$。
- 证明：对于连通图$G = <V, E>$和两个顶点$u,v \in V$, $|\text{ecc}(u) - \text{ecc}(v)| \leq \text{dist}(u, v)$。

图G的

- 中心点：离心率最小的顶点
- 半径：中心点的离心率，记作rad(G)
- 中心：所有中心点形成的集合
- **边缘点**：离心率最大的顶点
- **直径**：边缘点的离心率，记作diam(G)



- 证明：对于连通图$G = <V, E>$和顶点$u,v,w \in V$, $\text{dist}(u, v) + \text{dist}(v, w) \geq \text{dist}(u, w)$。

- 对于连通图G，$\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2\text{rad}(G)$。

取中心点w：

$$\begin{aligned}\texttt{diam}(G) &= \texttt{dist}(u, v) \\ &\leq \texttt{dist}(u, w) + \texttt{dist}(w, v) \\ &\leq \texttt{ecc}(w) + \texttt{ecc}(w) \\ &= 2 \cdot \texttt{ecc}(w) \\ &= 2 \cdot \texttt{rad}(G)\,.\end{aligned}$$