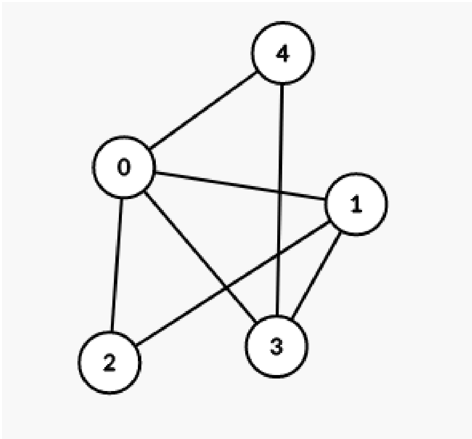
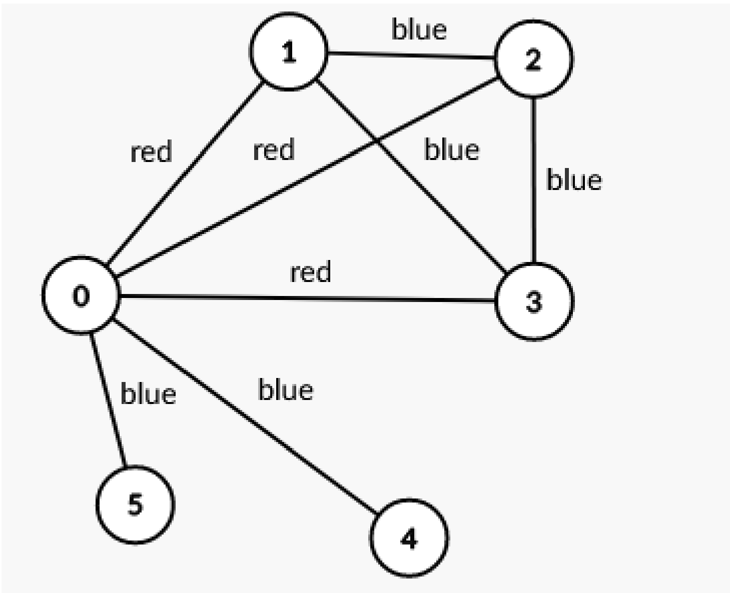
201220183 王宇鸣 第一次图论作业

- 1.1

  每个同学相当于一个点，两个同学认识相当于两个点之间有一条边，每个同学认识的同学数量为该店的度

  - （a）不可能，因为所有点的度的和应该为偶数5+3+3+2+2为奇数
  - （b）不可能，道理同上
  - （c）不可能，五个点的简单图（显然是简单图）不可能同时存在度为4和0的店
  - （d）

- 1.2

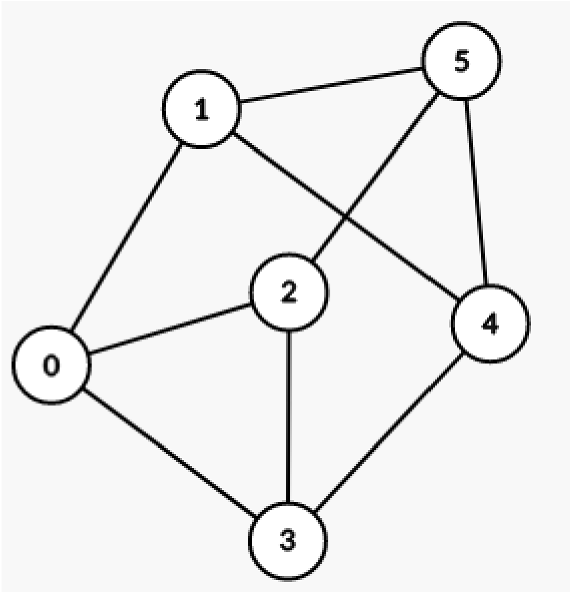
  

  每个人是一个点，两个人相互认识是红线，两个人相互不认识是蓝线，我们要证明的是，六个点中一定存在同色三角形

  证明：0点与另外五个点相连，其中必有三条边是同一个颜色的（比如是红色的），这三条边连接的三个顶点（1,2,3）他们之间的线如果有一条是红色的，那么这条红线的端点和0点构成红色三角形，如果都不是红色的，那么123构成蓝色三角形，必有纯色三角形，得证。

- 1.3

  存在

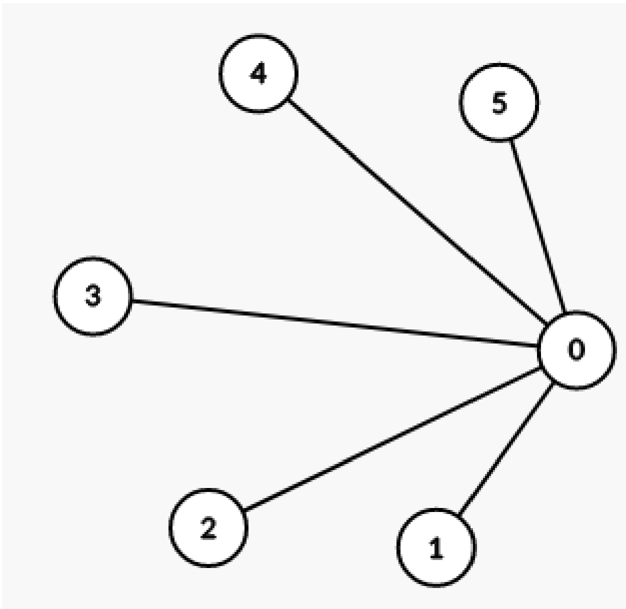


- 1.4

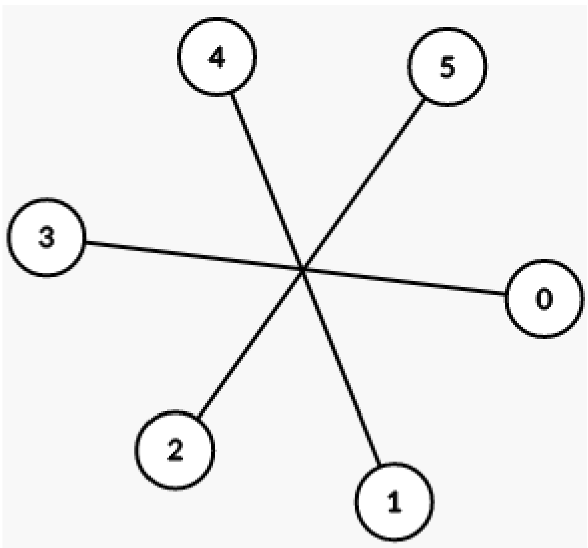
  r<=n-1时一定存在

  证明：要证明的是n个点的r正则图（n,r不都为奇数，r<=n-1）一定存在

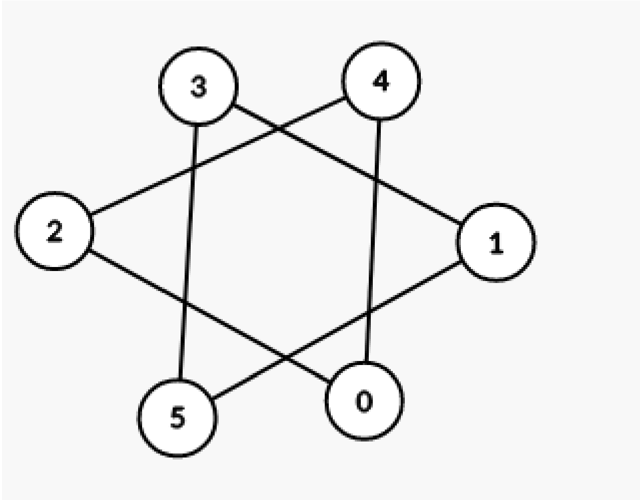
  首先证明n为偶数时一定存在



r=1时：n个点排列成正n边形，所有的点和自己正对面的点相连，就得到了一个1-正则图



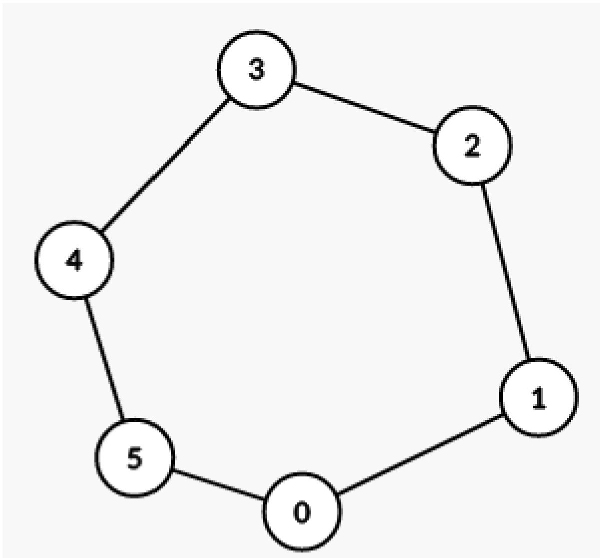
r=2时：n个点排列成正n边形，所有的点和和自己正对面的点序号相差相同，为x，的两个点先连，如图



这里例如0点连2，4：两个和3序号差为1的点，就得到了一个2-正则图

而这种2-正则图有n/2-1中

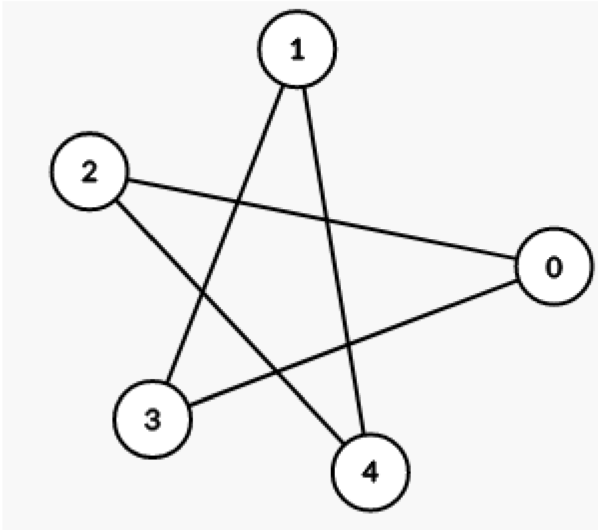
六个点的话，还有下面这种



此时所有点链接的都是两个距离自己正对面的店序号差为2的两个点

我们用上述方法构造1-正则图和2-正则图，饭后就可以通过图的并来获得任意正则图：3-正则图时1-正则图并任意一种2-正则图，4-正则图由两种2-正则图并出来，5-正则图由1-正则图和两种2-正则图并出来，以此类推。

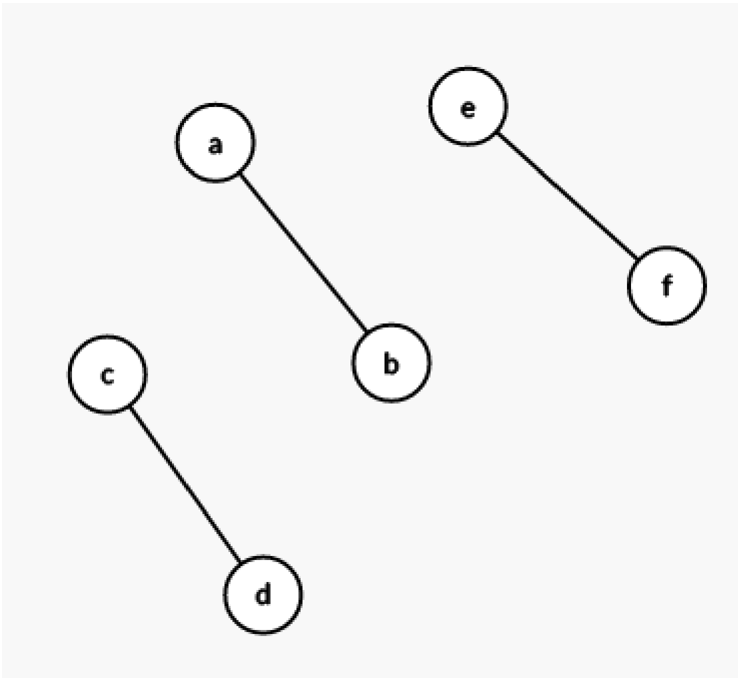
n为奇数时，我们只需要证明偶数正则图存在即可，显然用类似上面的方法，也能构造任意偶数正则图：



- 1.7

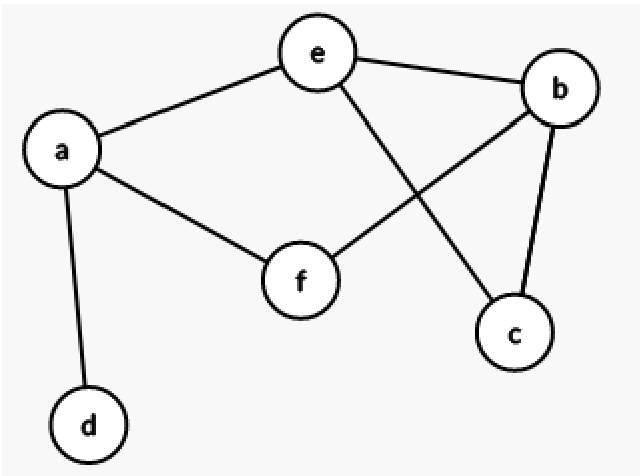
  这个问题实际上是同构问题。六个点代表六个同学，点的名字代表角色，边代表这两个角色合影过。问题转化为，能不能找到这个图的同构图

  - （a）可能

  很容易找到同构的图，比如f(a)=c,f(b)=d,f(c)=a,f(d)=b

  - （b）可能，如下

这个图，无论怎样交换（建立映射关系），都不能找出同构的图

- 1.8

有可能，同1.7（b），还是之前合过影的同学再次合影