

粒子滤波理论、方法及其在多目标跟踪中的应用

李天成^{1,2} 范红旗³ 孙树栋¹

摘 要 本文梳理了粒子滤波理论基本内容、发展脉络和最新研究进展, 特别是对其在多目标跟踪应用中的一系列难点问题与主流解决思路进行了详细分析和报道. 常规粒子滤波研究重点主要围绕重要性采样函数、计算效率、权值退化/样本匮乏和复杂系统建模展开. 作为一类复杂估计问题, 多目标跟踪一方面需要准确的目标新生/消亡与演变、虚警/漏检等建模技术, 另一方面需要多传感器信息融合、航迹管理等复杂决策方法. 暨有限集统计学应用于多目标跟踪后, 粒子滤波进入一个新的发展阶段——随机集粒子滤波. 基于不同的背景假设, 可以构建不同近似形式的随机集贝叶斯滤波器并采用粒子滤波实现. 但机动目标、未知场景、多目标航迹管理以及跟踪性能评价等仍是多目标粒子滤波的研究难点和重点.

关键词 贝叶斯估计, 非线性滤波, 粒子滤波, 有限集统计学, 多目标跟踪

引用格式 李天成, 范红旗, 孙树栋. 粒子滤波理论、方法及其在多目标跟踪中的应用. 自动化学报, 2015, 41(12): 1981–2002

DOI 10.16383/j.aas.2015.c150426

Particle Filtering: Theory, Approach, and Application for Multitarget Tracking

LI Tian-Cheng^{1,2} FAN Hong-Qi³ SUN Shu-Dong¹

Abstract This paper reviews the theory and state-of-the-art developments of the particle filter with emphasis on the remaining challenges and corresponding solutions in the context of multitarget tracking. The research focuses of the general particle filter lie on importance proposal, computing efficiency, weight degeneracy, sample impoverishment, and complicated system modelling. Multi-target tracking involves a class of complex dynamic estimation problems that require both accurate models for target birth, death and evolution, false alarms and miss-detections, and efficient decision-making strategies regarding multi-sensor data fusion and track management. Specifically, with the introduction of finite set statistics to multi-target tracking, recent years have seen the burgeoning development of a new generation of particle filters, which is referred to as the random set particle filter in this paper. Based on different scenario assumptions, different approximate forms of random set Bayesian filters can be established and implemented by the particle filter. However, manoeuvring target, unknown scenario, track management and tracker performance assessment remain key challenges for the multi-target tracking particle filter.

Key words Bayesian estimation, nonlinear filtering, particle filter, finite set statistics, multi-target tracking

Citation Li Tian-Cheng, Fan Hong-Qi, Sun Shu-Dong. Particle filtering: theory, approach, and application for multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(12): 1981–2002

通过对某一随机变量的观测, 对这一随机变量或者与之关联的另一随机变量进行状态估计 (即“滤波”), 是信号处理研究的核心问题之一, 其广泛存在于航天航空、电子信息、控制工程以及机器人等科

学、技术领域. 贝叶斯估计是解决这类问题最为重要的基本理论工具之一, 也是粒子滤波的理论基础, 其采用一簇加权的样本 (称为“粒子”) 来近似表示状态变量的概率分布, 通过粒子群迭代更新实现递归贝叶斯估计. 自 Bootstrap 滤波器的出现^[1], 粒子滤波 (Particle filter, PF) 迅速成为一种重要的非线性递归贝叶斯滤波方法. 相比于卡尔曼滤波器 (最小均方误差估计器) 和 H_∞ 滤波器 (最差情况下估计误差最小化) 等, 粒子滤波对系统要求达到相对最低 (既不需要系统模型方程为线性, 也不需要系统噪声为高斯分布), 具有更好的算法可扩展性和普适性. 然而, 虽然经历二十余年的发展^[2–10], 粒子滤波仍然存在一些理论、方法上的缺陷和应用实现上的挑战, 特别是复杂条件下的多目标跟踪对滤波估计提出了更高的要求.

当前, 多目标跟踪具有广泛的军事和民用背景, 是状态估计最具代表性的一类问题, 也是先进滤波

收稿日期 2015-07-06 录用日期 2015-11-02
Manuscript received July 6, 2015; accepted November 2, 2015
国家自然科学基金 (51475383), 国家自然科学基金青年基金 (61101186), 航空科学基金 (20110112006) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (51475383), National Natural Science Foundation for Distinguished Young Scholar (61101186), Aviation Science Foundation (20110112006)
本文责任编辑 高会军
Recommended by Associate Editor GAO Hui-Jun
1. 西北工业大学机电学院 西安 710072 中国 2. Salamanca 大学科学学院 Salamanca 37008 西班牙 3. 国防科技大学 ATR 重点实验室 长沙 410073 中国
1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China 2. School of Science, University of Salamanca, Salamanca 37008, Spain 3. ATR Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

理论和方法最为活跃的应用对象之一. 多目标跟踪问题的复杂性、重要性以及相关理论、技术发展^[11-20]也推动了滤波理论、技术和方法的进步. 特别是近年来, 随着有限集统计学 (Finite set statistics, FISST) 应用于多目标跟踪问题, 粒子滤波进入了一个新的发展阶段, 本文称之为随机集粒子滤波, 是当前的研究热点.

粒子滤波的广泛应用和不断发展也催生了一些重要的研究综述、报告、编著等 (见表 1), 详细地反映了粒子滤波的阶段性发展或者在某一领域的应用概况. 然而系统归纳和分析粒子滤波算法从单目标跟踪到多目标跟踪应用的发展脉络和研究分支的文献综述目前尚还缺失. 因此, 本文对已有综述内容不做重述, 而是特别强调以下两个方面: 1) 围绕目标跟踪这一统一研究主题, 梳理从常规粒子滤波到随机集粒子滤波的完整发展脉络、算法重难点以及前后联系; 2) 细致回顾和分析单/多目标跟踪粒子滤波最新研究进展、仍面临的挑战以及主要解决思路, 着重分析随机集粒子滤波算法重难点, 并进而指出今后的发展趋势和研究要点.

表 1 近十年来粒子滤波部分综述与专著

Table 1 Selected PF surveys and monographs appeared in the last decade

综述主题内容	文献
一般性 PF 综述或编著	[7-9, 21-23]
参数近似贝叶斯滤波	[17]
非线性贝叶斯估计	[18, 24]
PF 在金融与经济学领域的应用	[25-26]
PF 在地球物理学中的应用	[27]
PF 在无线通信中的应用	[5]
PF 在决策中的应用	[28]
PF 在扩展/群组目标跟踪中应用	[20]
PF 在 (无线) 定位中的应用	[9]
PF 在机器人中的应用	[29]
PF 在拐点检测、系统辨识等领域的应用	[30]
PF 在非一般模型问题中的应用	[31]
PF 在参数估计的应用	[32-33]
PF 重采样方法 (及 PF 并行化)	[34-35]
基于传感网/智能体网络的分布式 PF	[36]
PF 收敛性	[37-39]
PF 稳定性	[40, 41]
PF 粒子数自适应调整	[42]
PF 权值退化和样本匮乏	[10]
粒子方法 (Particle method)	[43]
随机点近似密度滤波用于目标跟踪	[12, 19]
多目标跟踪建模与方法	[11, 44-46]

本文章节安排如下: 第 1、2 节阐述用于单目标

跟踪的常规粒子滤波基本原理、方法、所存在的问题与主要解决思路. 第 3 节阐述多目标跟踪粒子滤波主要思路、方法和最新研究进展, 重点是随机集粒子滤波. 第 4 节介绍多目标跟踪问题的难点与挑战, 强调随机集粒子滤波依赖的重要支撑技术. 第 5 节总结全文并简单展望.

1 贝叶斯估计与基本粒子滤波

1.1 贝叶斯估计基本原理与方法

定位、跟踪、动态参数估计等诸多实际问题的核心都是递归状态估计, 即通过离散时间 k 上的序列观测 y_1, y_2, \dots, y_k 来递归估计状态 x_1, x_2, \dots, x_k , 其中观测 y_k 是状态 x_k 的函数, 而状态 x_k 随时间衍变过程一般描述为一个离散或者连续马尔科夫过程:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, w_k) \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}x_t = f_t(x_t, w_t) \quad (1b)$$

式中: k 表示离散时间 (为自然数), t 表示连续时间 (非负); $x_k/x_t \in \mathbf{R}^{d_x}$ 表示离散/连续时间状态; $w_k/w_t \in \mathbf{R}^{d_w}$ 为过程噪声; f_k/f_t 为离散/连续状态转移方程. 传感器一般是基于离散时间的扫描工作方式, 所以系统观测一般建模为离散方程:

$$y_k = h_k(x_k, v_k) \quad (2)$$

式中: $y_k \in \mathbf{R}^{d_y}$ 为 k 时刻观测, $v_k \in \mathbf{R}^{d_v}$ 为观测噪声, $h_k: \mathbf{R}^{d_x} \times \mathbf{R}^{d_v} \rightarrow \mathbf{R}^{d_y}$ 为观测方程.

状态方程 (1a/1b) 和观测方程 (2) 一起组成了描述递归状态估计问题的离散/连续状态空间模型 (State space model, SSM). 一般来讲, 滤波器获取的状态分布主要包括三类: 滤波分布 $p(x_k|y_{1:k})$, 预测分布 $p(x_k|y_{1:k-L})$ 和平滑分布 $p(x_k|y_{1:k+L})$, 其中 $L > 0$; $L = 1$ 时的情形又称单步预测或平滑. 通常, 滤波器指以滤波分布作为输出, 另外两种分别被称为“预测”和“平滑”, 本文不特别讨论.

表 2 给出求解滤波分布 $p(x_k|y_{1:k})$ 的贝叶斯递归滤波框架. (3)-(4)/(5) 式所含密度函数的积分运算仅在线性、高斯模型下具有解析解 (即卡尔曼滤波). 对于一般的非线性非高斯模型, 需要近似计算. 近似主要有两种方法 (包括两者的混合形式): 参数近似^[17] (各类扩展卡尔曼滤波或混合高斯滤波) 和非参数近似^[18-19] (特别是 Monte Carlo 随机点近似^[12]). 粒子滤波就是通过采用加权的离散粒子表示状态概率分布的一种非参数近似技术 (密度估计), 也称序贯蒙特卡洛 (Sequential Monte Carlo, SMC), 其不需要对方程 $f_k(\cdot)$, $h_k(\cdot)$ 作线性要求, 也不要求噪声 w_k, v_k 是高斯 (甚至状态独立).

表 2 朴素贝叶斯滤波器
Table 2 Naive Bayes filter

基于全概率公式, 递归贝叶斯滤波器通过如下两步来计算状态的条件后验概率分布:

1. 预测 (Chapman-Kolmogorov 方程)

$$p(x_k|y_{1:k-1}) = \int p(x_k|x_{k-1}) p(x_{k-1}|y_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (3)$$

2. 更新 (贝叶斯原理)

$$p(x_k|y_{1:k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})}{\int p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})dx_k} \quad (4)$$

式中, 状态转移概率分布 (也即马尔科夫转移密度) $p(x_k|x_{k-1})$ 和观测似然函数分布 $p(y_k|x_k)$ 分别根据状态方程 (1) 和观测方程 (2) 获得。

基于 $k-1$ 时刻的状态后验滤波分布 $p(x_{k-1}|y_{1:k-1})$, 则 k 时刻状态的后验概率分布可以展开为

$$p(x_k|y_{1:k}) = \int p(x_{k-1}|y_{1:k-1}) \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})}{\int p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})dx_{k-1}} dx_{k-1} \quad (5)$$

1.2 基本粒子滤波器

任意概率分布 $p(x_k)$ 可采用离散粒子集进行如下 Monte Carlo 近似:

$$p(x_k|y_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N_k} w_k^{(i)} \delta(x_k - x_k^{(i)}) \quad (6)$$

式中, $x_k^{(i)}$ 、 $w_k^{(i)}$ 、 N_k 表示分别为 k 时刻粒子状态、权值及总数, $\delta(\cdot)$ 是狄拉克 delta 函数。

最基本、常见的粒子滤波实现框架是序贯重要性采样与重采样 (Sequential importance sampling and resampling, SISR) 或者称为采样重要性重采样 (Sampling importance resampling, SIR) 滤波器, 其主要由三个基本步骤构成一个迭代周期。

步骤 1 (采样 (Sampling)). 基于上一时刻贝叶斯后验估计和状态转移方程完成粒子状态更新, 获得预测分布 $p(x_k|y_{1:k-1})$ (也称为先验分布)。

理论上, 基于当前时刻后验概率密度 $p(x_k|y_{1:k})$ 进行采样能够获得最小的后验权值方差^[3], 然而后验概率密度实际未知 (恰恰是需要求解的)。因此, 一般需要设计某一重要性分布函数 $q(x_k)$ (也称为提议分布) 作为次优的重要性采样函数, 见步骤 2。以 Bootstrap 滤波器^[1] 为代表的粒子滤波模型重要性函数直接采用状态转移方程 $q(x_k^{(i)}) = p(x_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)})$, 未考虑最新观测 y_k , 此时有 $w_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} p(y_k|x_k^{(i)})$, 可能造成提议分布与似然函数分布不一致; 详见 2.1 节分析。

步骤 2 (权值更新). 基于最新观测信息 y_k , 通过似然函数计算完成粒子权值更新:

$$w_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} \frac{p(y_k|x_k^{(i)}) p(x_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k^{(i)})} \quad (7)$$

式中, \propto 表示 “正比于”。

基本粒子滤波器中, 粒子权值更新之后, 一般需

要权值归一化从而使得粒子权值总和为 1, 即:

$$w_k^{(i)} = \frac{w_k^{(i)}}{\sum_i w_k^{(i)}} \quad (8)$$

而这一点在随机集粒子滤波中并不需要满足。

似然更新之后的粒子权值必然出现差异, 极端情况下少数粒子权值之和几乎为 1 而其他粒子权值接近零, 即权值退化 (Degeneracy), 这是序贯重要性采样 (Sequential importance sampling, SIS) 难以避免的缺陷之一^[8,10]。为此, 粒子滤波器还需要一个重采样步骤克服粒子权值退化问题。

步骤 3 (重采样 (Resampling)). 基于同分布原则^[35], 对权值更新后的粒子集合重新采样, 获得一个大部分粒子权值相当 (甚至全部相等) 的新的粒子集, 从而克服粒子权值退化问题。记期望重采样后获得粒子数为 N (人为设定或者算法确定^[10]), 无偏性要求权值为 $w_k^{(i)}$ 的粒子被采样次数期望为:

$$E(N_k^{(i)}|w_k^{(i)}, N) = N w_k^{(i)} \quad (9)$$

然而, 严重退化的粒子集进行无偏重采样所得到的粒子可能几乎全部源自于极少数粒子的自我复制, 其他小权值粒子则被直接丢弃, 造成粒子多样性匮乏 (Impoverishment); 参见本文 2.3 节详述。需要指出的是, 重采样过程可以方便实现粒子数在线调整, 这一点在随机集粒子滤波实现中尤为重要; 参见本文 3.2 节。关于重采样方法的详述、分类与比较可参见文献 [34], 文献 [35] 提出了重采样同分布原则并对典型重采样方法进行综合对比。

滤波估计输出一般基于贝叶斯后验粒子集 (重采样之前) 进行, 两种常见状态估计方法分别为: 1) 期望后验 (Expected a posteriori, EAP) 估计以使均方误差最小化: 一般将全部粒子状态的加权平均值作为估计输出; 2) 最大后验 (Maximized a posteriori, MAP) 估计以使极小缺口误差函数最小化: 选择似然最大的后验状态估计作为状态输出。若重采

样是无偏的,也可以基于重采样后的粒子集提取状态估计,两者理论上是无偏近似的。

2 单目标粒子滤波研究进展

在过去二十年中,粒子滤波器在各类非线性系统状态估计中取得广泛应用。同时,一些复杂系统模型或更高的滤波要求也催生了一些新的粒子滤波器类型,特别是针对朴素粒子滤波器在理论、方法上存在的几类缺陷而出现的一些扩展/变种。这方面的研究/扩展可总结为以下几个方面。

2.1 重要性采样函数

重要性采样函数(提议分布)选取对粒子滤波实现至为关键,也是设计粒子滤波的关键因素。一个不合适的提议分布 $q(x_k)$ 可能造成大量粒子处于低似然区域,仅有少量粒子在权值更新后获得到较高的权值,从而加速粒子权值退化。以图 1 为例说明:图 1 左侧曲线表示状态预测分布 $p(x_k|y_{1:k-1})$,右侧曲线表示似然函数分布 $p(y_k|x_k)$,散点表示基于某一重要性采样函数/提议分布如 $q(x_k) = p(x_k|x_{k-1})$ 采样所得粒子。在图 1 情况下进行粒子权值更新,除了最右边的一两个粒子能够获得有效似然值之外,其他粒子的似然值接近于零从而会造成粒子权值严重退化。特别值得注意的是,在高维状态空间或者观测精度高的应用(噪声较小)中,似然分布往往比较“陡峭”(有效似然区域与全状态空间的容积比很小),而只有落入有效似然区域内的极少数粒子才能够获得有效似然值。此时,重要性采样函数更需要谨慎设计以尽可能地与后验分布相匹配,否则粒子权值将会迅速、严重退化。在这类情况下,滤波器往往对异常干扰过于敏感,容易失效。

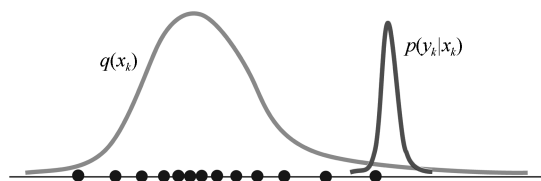


图 1 重要性采样函数与似然函数失配

Fig. 1 Mismatch between importance sampling function and likelihood function

大量的研究工作集中于设计更好的提议分布^[2-10, 21-23]。优化提议分布的一个重要思路^[2-7]是参考最新观测信息 y_k , 即 $q(x_k) = q(x_k|y_k)$ 。在这一思路下,辅助粒子滤波器(Auxiliary PF)^[47]通过构建辅助变量,增加那些和观测更为匹配的粒子被采样的概率,从而增加高似然区域内的粒子数。也可通过非线性高斯滤波器来获得近似后验并以此作为提议分布,如无味粒子滤波器(Unscented PF)^[48]或通过粒子流(Flow)反馈(Feedback)^[49]最新观测

信息;这些思路与效果大同小异,本文不一一介绍,部分可见文献[50]。

然而需要注意的是,采用最新观测优化提议分布而弱化状态转移方程的思路,往往在观测信息相对精确时才更有效。文献[51]证明当观测噪声较为显著时,基于最新观测优化的提议分布并不能带来更高的滤波精度。另外,一些智能算法、启发式算法等与粒子滤波结合的研究也多立足于这一点,见文献[10]的回顾。然而,多数集成方案往往缺乏坚实理论指导,且以增加计算复杂度为代价,会降低滤波效率。实际应用中状态过程噪声往往正比于迭代周期,因此迭代运算慢的滤波器所遭受的系统过程噪声也偏大,会反过来影响滤波精度,而这一点是采用固定模型和参数进行滤波器仿真评估和直接对比而忽略的^[52]。

2.2 计算效率

计算效率和估计精度是滤波器设计需要考虑的两个首要问题。一方面,强大数定理表明采用越多的粒子能够获得越好的近似精度和收敛性能^[37-38, 53];另一方面,大量粒子需要强大数据存储与运算能力,从而降低计算效率。因此,平衡计算效率和估计精度之间的矛盾对于设计高效粒子滤波器显得格外重要。目前主要有以下几类思路。

1) 降低状态空间维度。在满足一定数值近似误差要求下, Monte Carlo 近似所需的样本数随着状态维度的增加会急剧增加,俗称维数灾难^[54]。同时,如前所述,高维状态空间的粒子权值更容易退化。对此,一种行之有效的解决思路即对状态空间进行边缘化(Marginalized)^[55](也称为 Rao-Blackwellised^[56]或 Hierarchical^[57]),即对状态空间作降维分割处理。若将状态划分为两个子状态: $x_k = [x_{1,k}, x_{2,k}]^T$, 则:

$$p(x_k|y_{1:k}) = p(x_{1,k}|x_{2,k}, y_{1:k}) p(x_{2,k}|y_{1:k}) \quad (10)$$

一般的划分原则是,划分后的 $p(x_{1,k}|x_{2,k}, y_{1:k})$ 通常具有解析解,而没有解析解的部分 $p(x_{2,k}|y_{1:k})$ 仍采用 Monte Carlo 近似。这样即可将式(6)写为:

$$p(x_k|y_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N_k} w_{2,k}^{(i)} p(x_{1,k}|x_{2,k}^{(i)}, y_{1:k}) \delta(x_{2,k} - x_{2,k}^{(i)}) \quad (11)$$

与之稍有不同的是,文献[58]对两个子状态空间均采用粒子滤波器,而避免线性卡尔曼滤波器的使用,类似于分布式滤波。进一步,如果两个子状态相互独立,则 $p(x_k|y_{1:k}) = p(x_{1,k}|y_{1:k}) p(x_{2,k}|y_{1:k})$ 。在此基础上,文献[59]发展了变分贝叶斯滤波框架及相应粒子滤波实现,能够有效处理高维状态和参数联合估计问题。

2) 快速似然计算. 文献 [60] 提出了一种基于数值拟合技术的快速粒子滤波实现方法, 基于少数“支点”显式或者隐式构建粒子似然函数, 进而通过“拟合”间接获取粒子似然值. 这种方法避免了大量粒子似然直接计算, 特别对于含地图和图像处理的复杂观测模型有效. 文献 [61] 提出了一种视觉观测下粒子似然递归计算方法, 加速权值更新.

3) 动态粒子数. 这类方法的核心思想是通过粒子数的实时在线调整, 以最少的粒子满足某种精度要求. 文献 [62] 最早尝试计算滤波所需的最少粒子数, 但并未实现实时在线调控. 根据所依原则, 粒子数调整方法主要可分为三大类^[42]. 第一类以样本分布质量为依据, 如文献 [63] 基于似然函数检测确保足够数量的“优秀”粒子的原始似然值不会太低; 文献 [64] 基于重采样前后粒子权值最大误差确定所需重采样的粒子数量, 这一点与重采样同分布原则^[35]一致. 第二类以后验估计精度为依据, 其主要理论判据有率失真理论 (Rate-distortion theory)^[65] 和 Kullback-Leibler divergence (KLD)^[66–68] 等. 第三类基于其他特设阈值, 如文献 [69] 将粒子数控制在一定硬性范围内. 文献 [70] 结合了后两类思路, 通过检测 PF 后验分布收敛性来调整粒子数, 并设置了一系列的阈值进行硬性或平滑函数控制, 算法相对复杂. 双重采样方法^[71] 则通过两次重采样分别调整预测和更新两个阶段的粒子数: 粒子状态更新前的重采样基于设定阈值增加粒子数以满足预测阶段粒子多样性需要, 提高粒子集预测能力; 粒子权值更新前再进行一次重采样, 通过粒子空间聚合操作自适应来减少粒子数量, 从而提高粒子权值更新计算效率. 这样便在一定程度上缓解了计算效率和近似精度之间的矛盾, 更进一步的研究可改进两次重采样的具体实施.

KLD 采样方法^[66–67] 思路是确定粒子数 N 以使样本最大似然估计与真实状态分布间的 KLD 以 $1 - \delta$ 的概率不低于边界阈值 ε . 由此可推导出满足条件的最小粒子数:

$$N \geq \frac{F^{-1}(1 - \delta)}{2\varepsilon} \quad (12)$$

式中, F^{-1} 是 $n - 1$ 自由度的卡方分布 χ_{n-1}^2 的逆累积分布函数, n 为含有粒子的栅格数. 该方法需要将状态空间划分成一定尺度的栅格, 因此对状态维数敏感, 运算耗时大. 文献 [68] 提出在重采样过程实现 KLD 自适应采样要比在采样过程更为有效和方便. 实际计算中, χ_{n-1}^2 可由 Wilson-Hilferty 变换近似, 从而得到式 (12) 边界条件如下:

$$N_{\min} \approx \frac{n-1}{2\varepsilon} \left(1 - \frac{2}{9(n-1)} + \sqrt{\frac{2}{9(n-1)}} z_{1-\delta} \right)^3 \quad (13)$$

式中, $z_{1-\delta}$ 是标准正态分布的 $1 - \delta$ 上分位数.

4) 并行或分布式运算. 近年来计算机硬件取得长足进步, 从而为算法的快速实现提供诸多可能, 如基于 CUDA 技术在 GPU 上开发高效 (并行) 滤波实现^[72] 逐渐成为热点. 然而采样和权值更新适于并行计算, 而重采样因需要权值归一化等序贯计算操作, 是粒子滤波器并行化的主要障碍^[34]. 重采样并行化主要有两类实现方法: 一类是改进常规重采样方法; 另一类基于 MCMC (Markov chain Monte Carlo) 等适于并行化的算法来开发无需粒子权值归一化操作的重采样新方法^[73]. 另外, 研究人员也开发了一些适于并行化的粒子滤波器新变种, 如: MCMC 和粒子滤波结合的 PMCMC (Particle MCMC)^[74] 及 SMC²^[75].

近年来, 基于传感网络的分布式粒子滤波也逐渐成为研究热点. 分布式粒子滤波不同于中心式单个粒子滤波器的并行化: 前者一般基于空间分布的多个物理节点 (Node 或者智能体 Agent) 实现多个并行、独立的滤波器^[76–78] (一般无中心节点) 而后者是为了加速将单个滤波器的计算任务并行化 (一般需要中心节点); 前者的研究重点是减少节点间通信开销, 在满足实时性前提下实现节点之间尽可能共享信息、达成一致 (Consensus)^[36, 79–80] 而后者是在尽可能加速并减少通讯开销的情况下达到和串行一致的运算结果^[81]. 文献 [82–83] 分别开发了分布式常规和随机集粒子滤波应用于多目标跟踪; 文献 [84] 进一步考虑了网络节点之间存在通讯约束下的分布式粒子滤波实现. 分布式网络控制原是自动化领域一个核心问题^[80–81], 近年也成为信号与信息融合领域研究热点. IEEE 2015 年新推出会刊 *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks* 即反映了这一点.

2.3 粒子退化和多样性匮乏

粒子权值退化和多样性匮乏问题是常规粒子滤波中相伴而生且又难以完全去除的一对矛盾: 前者表现为权值过分集中于一部分粒子而后者表现为粒子分布过分集中于局部状态空间. 粒子权值退化越严重, 一般重采样之后粒子多样性匮乏也就越严重^[10], 因此预防和解决这一对偶问题是提高粒子滤波器性能的关键. 当前主要有以下思路:

1) 改进重采样方法. 权值退化是重采样主要解决的问题, 而多样性匮乏则是其负面效应, 因此重采样方法的设计是解决这一对偶问题的关键^[34]. 文

献 [85] 提出了有效粒子规模 (Effective sample size, ESS) 概念, 借此可以有选择性地执行重采样步骤, 即粒子滤波器在 SIR 与 SIS 之间切换, 从而在权值退化和多样性匮乏之间取得平衡. 一种经验法则^[50] 基于归一化的权值定义 ESS 如下:

$$N_{\text{ESS},k} = \left(\sum_{i=1}^{N_k} \left(w_k^{(i)} \right)^2 \right)^{-1} \quad (14)$$

易知 $1 \leq N_{\text{ESS},k} \leq N_k$, 该参数越小表明退化越严重. 所以可设置一定阈值 (如 $N_k/2$), 当该参数小于阈值时方才进行重采样. 另外, 也可以在重采样之后进行粒子粗化 (Roughening), 即: 对重采样后紧邻乃至重合粒子添加适度状态噪声扰动, 让其空间上略微分散开从而增加多样性^[86].

相比于前述双重采样^[71] 每个滤波周期重采样两次, 而高斯或混合高斯粒子滤波无需重采样^[87-88]. 但其将后验分布拟合为高斯或高斯混合, 并通过对连续高斯函数采样重新获取等权重粒子的思路等效于一次重采样, 略不同于标准基于离散粒子集的重采样. 混合高斯能够近似表示任意分布, 其与粒子滤波的融合是一个值得关注的方向^[39].

2) 确定性操作. 为粒子采样或者传播过程引入确定性操作技术或者参数化近似, 以改善提议分布或者后验分布. 典型的有: 不敏变换 (Unscented transformation)^[48, 50], 高斯厄米特 (Gauss-Hermite) 变换^[89] 以及基于核函数表示后验连续分布的正则化 (Regularization)^[90]. 文献 [10] 回顾了采用 MCMC、Mean-shift 等克服权值退化和多样性匮乏的思路, 本文不予重述. 文献 [91] 更是提到非参数化方法设计必须与参数化 (确定性) 方法一致 (Go hand-in-hand).

3) 扩展粒子属性. 对粒子的属性进行扩展, 使其承载除状态和权值之外的更多信息, 从而获得对状态更高阶的估计. 如在卡尔曼粒子滤波器中, 每一个粒子即一个卡尔曼滤波器 (包含方差信息), 其实质相当于并行运行大量卡尔曼滤波器. 类似地, 也可以让每个粒子进行更复杂的扩展卡尔曼滤波等运算. 箱粒子滤波器 (Box PF)^[92] 则将每个粒子定义为状态空间中体积非零的一个“箱子”, 可视作一个独立的均匀分布, 除状态和权值之外, 每个箱粒子也包含了状态误差的不确定性信息, 即可用少量箱粒子实现高精度近似估计; 同时其重采样是进行粒子分割而不是复制和替换, 便于并行计算.

2.4 复杂系统模型

粒子滤波优势在于处理复杂强非线性系统模型, 特别是多模、非对称后验概率分布. 复杂模型的第一类问题就是未知参数, 这一点我们将在第 4.1 节结合多目标跟踪进行阐述. 针对复杂状态变量、复杂

动态模型和观测模型, 这方面的研究可总结如下:

1) 含约束的系统模型. 实际问题中, 状态变量往往由一些自然法则 (如速度极限)、技术限制 (如多普勒盲区)、运动学或几何约束等额外限定. 从信息论的角度看, 合理的利用这些线性或者非线性约束信息能够改善估计. 一个典型的例子就是基于地图的车辆跟踪, 其中道路约束信息至关重要.

针对状态空间模型含约束或限制条件的情形, 文献 [93] 提出了一种基于状态空间紧集 (Compact set) 定义状态变量的粒子滤波实现, 文献 [94] 同时考虑了对先验粒子集、后验粒子集以及状态估计的限制条件. 文献 [95] 将约束信息集成到提议分布设计和似然权值更新计算. 通过考虑实际系统中的目标状态自身约束或者多目标相互约束, 从而尽可能的减少建模误差、显著提高状态估计效果. 特别的, 群组目标就属于一类多目标个体之间强相关 (即“群组”) 的情形, 本文第 3.3 节将重点阐述. 实际上, 单目标跟踪属于目标数限定不大于 1 的多目标跟踪的特例. 基于随机有限集框架, 文献 [96] 和 [97] 分别基于泊松目标生成分布和伯努利目标生成分布建立杂波环境单目标跟踪器, 均可由粒子滤波实现. 更进一步, 文献 [98] 发展了三倍观测不确定性下伯努利箱粒子滤波.

2) 不确定性的状态模型. 当目标运动模型含未知时变参数时 (即机动目标跟踪), 一种基本方案即对未知参数离散化从而将状态估计问题表述为一个混合估计问题 (包含连续状态量和离散模式量), 可采用多模型 Multiple model (MM) 描述系统. 多模型问题一般采用几个并行的滤波器, 每一个滤波器匹配一个单独的运动模型, 最终滤波输出为所有滤波器的加权和. 最为典型的多模型方案包括交互多模型 (Interacting MM) 和变结构 (交互) 多模型. 这方面, 华人学者李晓榕等人的工作系统完整, 特别是其近十多年来的系列综述文章得到普遍关注、影响巨大, 其中文献 [99-100] 分别详细介绍了机动目标运动模型多模方法. 文献 [101] 比较分析了粒子滤波相比于卡尔曼滤波在低雷达散射截面观测下跟踪高机动性目标的优势.

文献 [102] 最早将多模型直接应用于 Bootstrap 滤波器, 其最大缺陷在于难以合理分配每一个模型对应的粒子数, 因此可能会因某个模型分配的粒子数过少而导致该模型失去意义. 为克服这一缺陷, 文献 [103] 将每个模型下粒子滤波器的粒子数表示为一个可预先设定或者在线调整的参数. 文献 [104] 提出了一种多点测试多模型粒子滤波算法, 在重采样阶段通过多点测试对各个模型产生的粒子进行选择, 自动地调整各模型的粒子数目进而调整模型的权值. 另外, 也出现一些改进粒子滤波实现: 文献 [105] 对每个模型采用正则化粒子滤波, 获得混合高斯后验

分布. 文献 [106] 提出了基于马尔科夫跳变非线性模型的精确贝叶斯滤波框架, 并提出一种直接采样方法来实现模型混合. 文献 [107] 将此推广到非马尔科夫跳变非线性模型. 基于目标状态和观测过程不同步模型, 文献 [108] 提出了一种变率 (Variable rate) 粒子滤波器. 文献 [109] 提出一种检测运动模型突变的粒子滤波框架, 应对复杂机动目标跟踪.

3) 多传感器观测模型. 多传感器信息融合具有重要而广泛的工程背景, 文献 [57] 给出了三种融合方式下的粒子滤波实现与性能对比: 线性意见池、独立意见池、独立似然池. 与单传感器相比, 多传感器跟踪的复杂性主要源于传感器时空属性配准和异质数据表示两个方面.

a) 时空属性配准是多传感器 (网) 融合复杂性的主要来源. 观测延迟与数据异步/错位^[110-112]、外来干扰^[113]、传感器模式突变^[114]、观测遮挡^[115] 等都是影响时间、空间以及属性配准的重要因素, 这方面仍有大量顽固性问题有待解决.

b) 图像、雷达、专家系统等多源信息形式迥异, 除随机性外通常还表现为模糊、不确定、推理规则复杂等, 这些都会对有效似然函数构建造成困难. 不同于以往的启发式设计, 基于随机集的不确定性表示理论与数据建模方法为在贝叶斯范式下进行多源异质信息融合提供了坚实的理论基础, 参见文献 [116] 第 3~8 章及文献 [117]. 近年来, 基于人的感知等获取的所谓软数据 (Soft data) 也日益得到重视, 其与传统硬件传感器获取的硬数据 (Hard data) 的融合前景广阔^[118], 这方面的研究值得期待.

2.5 常规粒子滤波器的局限性

综合前述, 常规粒子滤波器主要针对单目标状态估计问题, 其几个特点和局限性主要有:

特点 1. 单一目标. 不涉及目标数目变化 (甚至不涉及目标存在性判断), x_t 为单目标状态矢量.

特点 2. 确定性观测. 除了前述少数粒子滤波器考虑非常规观测模型 (如漏检、观测延迟、遮挡) 外, 多数仍是确定性观测, 其假定所有时刻的观测均源于所跟踪目标本身, 而无杂波与虚警.

特点 3. 粒子权值需要归一化. 粒子集分布表示单目标后验密度分布, 因此所有权值之和为 1.

特点 4. 应用于单目标的粒子滤波器多基于经典 EAP 给出状态估计.

但上述特点在多目标跟踪应用中将不复成立, 此时常规粒子滤波器将不能直接采用. 因此, 需要可有效描述复杂场景的建模新技术以及多目标粒子滤波理论与方法, 而这正是下节回顾内容.

3 多目标粒子滤波研究进展

与常规单目标跟踪问题相比, 多目标跟

踪 (Multi-object tracking, MOT 或 Multi-target tracking, MTT) 不仅是目标个数的简单增加, 而且涉及单目标跟踪中并未触及的一些“质”的难点. 一般来讲, MTT 问题的难点可总结如下:

难点 1. 视场内目标数目未知且时变.

难点 2. 虚警、漏报和多报. 虚警和漏报是实际传感器的基本特性. 存在漏报意味着传感器检测概率小于 1, 而虚警的结果则会产生与目标无关的量测. 对于侦察等应用而言, 由于复杂杂波、目标散射和距离动态变化, 虚警概率和检测概率往往是未知且状态相关的, 这无疑进一步加大了多目标跟踪的难度. 另外, 实际传感器还会出现多检报 (即一个目标产生多个量测, 如扩展目标、天波超视距雷达的多径回波等) 和未分辨目标 (即多个目标生成 1 个量测), 此时的目标跟踪情形将更为复杂.

难点 3. 观测与状态间的关联关系未知. 在单目标跟踪中量测和状态间的明确对应关系在多目标跟踪情形下不复存在, 因此常规滤波器无法直接应用, 往往需要数据关联等相关技术支撑.

3.1 多目标跟踪思路与方法

3.1.1 基于观测-航迹关联的方法

对于一般意义下的多目标跟踪问题, 最基本的思路是将多目标跟踪问题“分解”为多个单目标跟踪问题, 然后对每一个单目标采用常规的单目标跟踪器. 这种思路即所谓的“分而解之” (“Divide and conquer”^[116], 或自底向上) 思路, 其关键是“分”, 即为观测-航迹建立关联关系.

经典的数据关联方法包括全局最近邻 (Nearest neighbour, NN) 关联^[119], 多假设跟踪器 (Multiple hypotheses tracker, MHT)^[120] 与概率多假设跟踪 (Probabilistic MHT, PMHT)^[121]、联合概率数据关联 (Joint probabilistic data association, JPDA)^[122-123] 以及 MCMC^[124]、Rao-Blackwellized MC^[125]、博弈论^[126] 以及一些非贝叶斯方法^[44]. 上世纪末至本世纪初这一阶段研究成果十分丰富^[11], 包括数据关联性能评价指标^[127], 但研究对象主要针对目标数已知且固定的理想情形, 难以应对随机、未知目标数. 因此, 滤波方法仍主要为单目标滤波, 一般无需对滤波器做特别改进. 本文对这些内容不做详述.

虽然基于数据关联的传统多目标跟踪方法研究相对成熟, 且在航空管制等诸多实际问题中取得成功应用, 但其数据关联受计算复杂度所限难以遍历而需要近似. 在低信噪比、密集目标等复杂场景中, 这类方法跟踪性能严重受限.

3.1.2 无观测-航迹关联的方法

与基于数据关联的“分而解之”的多目标跟踪方法不同, 这一类思路更注重滤波理论本身的扩展

从而避免数据关联这一难点问题,其核心思想是将多目标状态视为一个统一的整体进行估计.基于数据描述框架的不同,下面分两类重点介绍.

1) 一般多目标粒子滤波(常规扩展)

文献[15–16]是最早采用粒子滤波处理多目标跟踪问题的尝试,但仅给出了单目标跟踪的实现.文献[128]提出了一种将朴素贝叶斯滤波应用于多目标跟踪的理论框架,文献[13–14]分别给出了其实现模型,不需要观测与航迹的直接关联.基于联合多目标概率密度(Joint multitarget probability density, JMPD)的粒子滤波器^[129]赋予每个粒子全部的目标数目和目标状态信息.然而这种扩展存在一个明显的缺陷,即算法复杂程度和所需粒子数随目标数的增加而剧增,即“维数灾难”.当目标状态相距较远从而其运动和观测生成过程彼此影响甚微, JMPD 可近似为多个单目标后验概率的乘积形式,进而可假设后验概率独立从而简化计算^[14].这些方法多数采用了(多目标)后验概率独立性假设,文献[130]证明了这种后验概率独立性假设能够获得较好的先验 Monte Carlo 分布.

基于后验独立性假设,文献[131]给出了并行划分 PF 实现以克服当目标靠近时采样退化问题,并采用一个单独的粒子滤波器基于似然比检验(Likelihood ratio tests, LRTs)来探测新生目标^[132].另外,文献[133]提出了一种混合粒子滤波器,其采用两个提议分布并分别进行采样(一个进行目标探测,一个进行目标跟踪),两个滤波器之间采用一个聚类过程进行连接.当目标轨迹长时间接近时,后验独立性假设便不再满足.一种解决思路^[134]是仅对散布(彼此间隔较远)目标采用独立性假设简化计算,而对密布(彼此间隔较近)目标仍基于联合密度进行采样、滤波及估计.与该思路类似,文献[135]提出一种“共生(Symbiosis)粒子”的概念,即当目标相互远离的时候,采用多个独立的粒子滤波器分别进行滤波(基于后验独立性原则),当目标近邻的时候,将其对应的粒子滤波器融合为单个粒子滤波器然后进行联合后验估计.在这些思路的基础上,文献[130]提出一种改进的联合采样方法以应对目标邻近时状态耦合及观测模糊问题.文献[82]发展了分布式粒子滤波器用于较为分散多目标跟踪,每一个节点采用一个滤波器跟踪一个目标,而将其他目标观测作为干扰.

上述方法扩展了常规粒子的基本属性,使其不再局限于固定维度的单一状态空间,在粒子滤波器实现方法上也有所突破(如能够部分解决难点3),但仍难以解决前述难点1和2.这些方法除 JMPD 之外多属于启发式或者特例设计,而 JMPD 要求贝叶斯后验不随目标排序而变化,然而朴素贝叶斯后验分布不具有对称性,这在理论上并不一致(Inconsis-

tency)^[132].特别是针对一般复杂问题模型,上述这类仍基于向量扩展状态空间的方法不具有普遍适用性.针对一般性多目标跟踪问题,需要发展适用于未知随机多目标数和杂波模型的更一般贝叶斯滤波框架,以应对诸如不确定性表示、机动目标、未知场景、异质传感信息融合、航迹管理以及性能评价等一系列的难点.

2) 随机集多目标滤波(随机集数据描述)

基于随机有限集(Random finite set, RFS)对信息融合技术和滤波理论框架作更深层次地扩展,最具代表性的工作当属由 Mahler 提出的 FISST^[116–117]. FISST 以 RFS 表述状态变量和观测变量,以点过程(Point process)来描述目标新生、衍生和消亡及观测产生过程,并分别构建虚警杂波、目标演变及观测过程概率模型.而概率生成泛函(Probability generating functionals, PGFLs)为此提供一种紧凑的数据融合问题封装工具,基于不同的目标和杂波模型,可推导不同形式的多目标转移密度及近似贝叶斯后验密度,发展不同的 Bayes-Markov 滤波迭代方程,而避免显式“观测–航迹”数据关联.粒子滤波作为一种近似贝叶斯滤波实现技术,也随之扩展到有限集 Bayes-Markov 框架之上,本文称之为随机集粒子滤波.

早期 FISST 阶段性理论成果可参见 Mahler 等著作^[116–117]以及 Clark 等人的整理^[136]等,这些文献详细的给出了有关概率和量测(Measure)理论、点过程与 PGFLs 基本理论介绍,以及基于 PGFLs 的随机集滤波器推导过程等.文献[137]阐明传统 MHT, JPDA 等点目标跟踪器也能够基于 PGFLs 推导建立,并将这些多目标跟踪器统称为点画族(Pointillist family).

3.2 随机集粒子滤波

一般多目标跟踪滤波器通常作如下假设:

- A1. 各目标状态转移和观测生成过程相互独立;
- A2. 杂波服从泊松分布,且独立于目标观测;
- A3. 每个点目标(Point target)单帧最多产生一个观测(即不涉及多检报问题);
- A4. 新生目标模型一般假设为泊松分布或伯努利分布.

针对 A4,基于泊松新生目标模型,可推导出 PHD 滤波器^[117, 138]和其高阶扩展 CPHD (Cardinalized PHD) 滤波器^[139].基于伯努利目标生成模型,可以得到多目标多伯努利(Multi-target multi-Bernoulli)滤波器^[116, 140].然而,这些多目标近似贝叶斯方程通常亦无解析解,目前主要依靠高斯混合(Gaussian mixture, GM)(主要线性系统)和粒子滤波(一般非线性非高斯系统)两种近似工具.本文第2.4节给出了随机集粒子滤波在杂波环境下单目

标跟踪中的应用, 以下章节不再单独介绍.

3.2.1 概率假设密度滤波器 (PHD 滤波器)

表 3 给出 PHD 预测和更新方程, 其形式分别对应前述贝叶斯预测方程 (3) 和更新方程 (4). 与朴素贝叶滤波方程不同之处在于:

1) 式 (3)~(4) 传递后验密度而 (15)~(16) 传递 PHD, 即多目标后验密度的一阶矩或强度函数, 其积分量非 1;

2) 式 (15)~(16) 集成多目标演变与传感器模型, 如预测器 (15) 中的目标存活概率、衍生及新生目标 PHD, 更新器 (16) 中的检测概率及杂波 PHD.

最早采用粒子滤波实现 PHD 滤波器的工作见于文献^[141–143], 其中, Vo 等人的工作^[141–144] 最具代表性. 与表 3 稍有不同的是, 新生目标项也可集成于更新器中^[145]. 在基于以上 PHD 预测和 PHD 更新完成粒子的状态传播和权值更新之后, 需要对粒子集进行重采样. 注意: 1) 此处重采样不需对粒子权值归一化, 而应保持粒子权值总和不变; 2) 除克服粒子权值退化外, 这里重采样另一重要目的就是控制粒子数. 因为每一迭代周期都有一部分新生粒子补充进来 (表示新生目标 PHD), 若不进行重采样则粒子规模会不断增加.

PHD 滤波器以一种简洁而又完备的形式构建了多目标贝叶斯后验的一阶近似, 很快得到广泛关注并促发大量后续改进. 如文献^[146–147] 给出了粒子 PHD 滤波器的收敛性, 文献^[148] 分析了 PHD 滤波器的渐进有效性, 文献^[149] 和^[150] 分别发展了 PHD 平滑器, 文献^[151] 和^[152] 分别给出了多模型下粒子 PHD 滤波器和平滑器, 文献^[83] 基于广义协方差交集 (Generalized covariance intersection, GCI) 实现了分布式粒子 PHD 融合与滤波. 文献^[153] 进一步将 PHD 滤波器从隐马尔科夫链

(Hidden Markov chain, HMC) 模型扩展到对马尔科夫链 (Pairwise Markov chain, PMC) 模型, 文献^[154] 进一步扩展到其他随机集滤波器. 文献^[155] 基于空间分支过程 (Spatial branching processes) 的视角, 从 Feynman-Kac 系统的角度解释了 PHD 递归滤波器, 并给出了其平均场 (Mean-field) 实现模型; Streit 后期也基于泛函工具发展多目标跟踪器, 所提出的 Intensity filter (iFilter)^[156] 和 PHD 滤波器略有不同 (主要源于观测模型不同^[157]: 前者采用内生性散射模型而后者采用传统的外源性杂波模型), 本文不做详述.

最近, 一些先进粒子滤波如前述的辅助粒子滤波器^[158], Box PF^[159]、Rao-Blackwellised 粒子滤波器^[160] 和高斯混合粒子滤波器^[161] 也纷纷被用于实现 PHD 滤波器. 其中: 高斯混合粒子 PHD 滤波器在高斯混合 PHD 滤波器基础上, 将每一个高斯项由一个单独粒子滤波器实现, 从而使该方法可以应用于非线性模型, 但显然会增加算法复杂度. 但相比于粒子 PHD 滤波器, 该算法无需对粒子进行重采样 (但需要对高斯项剪枝和聚合等), 其目标状态提取更为容易. 为提高计算效率, 文献^[162] 提出了一种基于阈值技术的快速 PHD 更新方法, 文献^[163–164] 提出了粒子 PHD 滤波器的“近似”并行实现, 但是仍采用串行的 k -means 聚类方法作为多目标输出提取方法; 而文献^[82] 提出一种基于观测分解 PHD 的平行化滤波方案, 其目标状态提取采用并行 Multi-EAP 方法 (见本文第 4.2 节), 并行化加速明显且取得和串行一样运算结果.

文献^[165] 发展了高阶导数形式的广义 (Generalized) PHD 滤波器, 其中目标生成观测以及杂波过程可以为任意模型; 这就进一步宽松了假设 A2 和 A3, 为扩展/群组、弱小目标和复杂杂波过程等提供了理论可能, 参见本文第 3.3 节.

表 3 概率假设密度滤波器

Table 3 Probability hypothesis density filter

1) PHD 预测器:

$$D_{k|k-1} = \int_{\mathcal{X}} \phi_{k|k-1}(x|u) D_{k-1|k-1}(u) du + \gamma_k(x) \quad (15)$$

式中, $\phi_{k|k-1}(x|u) = p_{s,k}(u) f_{k|k-1}(x|u) + b_k(x|u)$, $p_{s,k}(x_k)$ 是目标 x_k 的存活概率, $f_{k|k-1}(x|u)$ 是状态转移密度函数, $b_k(x|u)$ 是目标衍生目标 (分裂产生的新目标) PHD, $\gamma_k(x)$ 是新生目标 PHD.

2) PHD 更新器:

$$D_{k|k}(x) = \left[1 - p_{D,k}(x) + \sum_{y \in \mathcal{Y}_k} \frac{p_{D,k}(x) g_k(y|x)}{\kappa_k(y) + C_k(y)} \right] D_{k|k-1}(x) \quad (16)$$

式中, $p_{D,k}(x_k)$ 是目标 x_k 的检测概率, $\kappa_k(y)$ 是 k 时刻杂波强度函数, $g_k(y|x_k)$ 单目标 x_k 产生观测 y_k 的似然函数, $C_k(y) = \int p_{D,k}(u) g_k(y|u) D_{k|k-1}(u) du$.

3.2.2 集势概率假设密度滤波器 (CPHD 滤波器)

PHD 是多目标状态后验的一阶矩近似, 其状态空间上的积分具有明确的物理含义, 即目标数的期望. 与常规粒子滤波器不同, 粒子 PHD 滤波器中的粒子权值无需归一化, 所有粒子的权值总和给出目标数的期望, 因此通过取整可以作为目标数的估计. 然而, PHD 滤波器缺乏对目标数的高阶估计信息 (如方差). 由于 PHD 滤波器假定目标数符合泊松分布 (其期望和方差相等), 显然当目标数相对较大时, 其估计的目标数估计方差也较大. 为此, 文献 [166] 提出了区域方差概念, 给出了目标数的二阶距估计; 更为系统地, CPHD 滤波器在传递 PHD 的同时也 (基于独立同分布群过程) 估计和传递多目标势 (Cardinality) (即目标数的概率质量函数), 从而获得对目标数更高阶估计. 文献 [167] 给出了其粒子滤波实现.

相比于 PHD 滤波器, CPHD 滤波器运算复杂度大大增加. 假设目标/航迹数和观测数分别为 n 、 m , PHD 滤波器的计算复杂度为 $O(mn)$ (不计多目标状态提取), 而 CPHD 滤波器的计算复杂度则为 $O(m^3n)$ ^[168]. 为降低 CPHD 滤波器的计算复杂度, Mahler 又提出了基于简化杂波模型的 CPHD 滤波器^[169], 复杂度降为 $O(mn)$. 相比于 CPHD 滤波器基于泊松分布的杂波生成模型 A2, 简化的 CPHD 滤波器采用未知杂波模型 (Clutter-agnostic), 其假设杂波是独立随机生成, 杂波产生器不连续存活且每个杂波一定被检测到. 文献 [170] 发展了叠加 (Superpositional) 传感器 (不再满足前述 A1 和 A3 假设) 下 PHD 和 CPHD 滤波器的粒子滤波实现. 更多关于非标准模型 (多传感器、未分辨目标、重叠

目标、扩展目标以及未知杂波等) 下的 PHD/CPHD 滤波器实现, 可参见 Mahler 的总结性工作^[168, 117]; 本文第 3.3、4.1 节也将对这些非标准模型及相关研究工作给出一些介绍和回顾.

3.2.3 多伯努利滤波器

不同于 PHD/CPHD 的矩近似, 多伯努利滤波器¹ 是一种参数化近似思路, 其假定后验密度为多个伯努利分布的混合, 滤波器只需估计和传递这些伯努利分布所对应的参数即可 (类似于混合高斯滤波器). 其中每个伯努利分布可由一个参数确定, 对应一个潜在目标概率参数, 由一个完整的粒子滤波器估计. 文献 [171] 指出 CBMeMBer 滤波存在量测新息弱化问题可能造成目标数过估, 进而提出了一种对漏检目标的多伯努利 RFS 的修正方案. 文献 [172] 给出了多模型下的多伯努利滤波器实现. 文献 [173] 给出了粒子滤波多目标多伯努利滤波器的收敛性分析. Vo 等发展了标签化-多伯努利滤波器^[174–175], 对每个伯努利分布增加一个标签参数, 从而能够输出航迹而非仅仅状态, 称之为 Generalized labeled multi-Bernoulli (GLMB) 族^[176]. 进一步后续工作分别考虑了叠加观测^[177]、未知杂波和目标探测概率^[178] 以及分布式传感网^[179], 但主要是 GM 实现. 本文不予详细介绍.

表 4 给出以上几种随机集粒子滤波器基本属性对比.

3.3 扩展/群组目标等复杂情形

扩展目标 (Extended target) 是指那些在传感器观测空间内产生多个观测数据的目标, 比如一个航空母舰可在宽带雷达的扫描图像上占据多个分辨单元/像素. 一般而言, 传感器分辨力越高, 目标轮廓

表 4 随机集粒子滤波器
Table 4 Random set particle filters

随机集多目标滤波器	模型假设	运算复杂度	目标估计	(随机集粒子滤波实现中) 多目标状态提取
PHD	目标生成: 标准 PHD 假定泊松分布, 而 CPHD 中假定为独立同分布群过程, 目标数可为任意分布	$O(mn)$	对目标状态和数目均进行一阶矩估计	从一个整体后验分布提取多个状态输出比较困难. 传统方法采用聚类不稳定、耗时大, 且输出结果不够精确; 航迹维持需要标签化粒子等 (或者其他数据关联方法)
CPHD		$O(m^3n)$		
简化 CPHD ^[169]	杂波是独立随机生成; 连续帧杂波不相关; 且每个杂波一定被检测到 (其他同 PHD 滤波器)	$O(mn)$	对目标状态一阶矩近似; 对目标数目进行高阶矩估计	
CBMeMBer ^[140]	目标生成: 伯努利分布. 缺点: 主要适用于低杂波密度环境	$O(mn)$	近似传播多目标后验概率密度 (因此可以得到目标状态、数目高阶矩估计)	基于单个伯努利分布进行 MAP 输出稳定、快速; 基于单个伯努利分布的标签化相对简单直接

¹ 多伯努利滤波器最早由 Mahler 推导得到^[116], 而其更新项中的偏差由 Vo 等校正^[140]; 本文所称 (多目标) 多伯努利跟踪器为后者.

信息越丰富, 越易表现为扩展目标. 与此相反, 未分辨目标 (Unresolved target) 小于传感器分辨率, 不能够被分辨^[180-181]. 与扩展目标类似, 群目标涉及以编队方式协同运动的大量目标, 其整体可视为一个结构可变的扩展目标, 因此扩展目标和群跟踪的建模与处理方案具有诸多相似之处^[20].

扩展目标的建模最早见于文献 [182] 和献 [180], 其中, 文献 [180] 提出了扩展目标的 MHT 跟踪模型. 近年来, 随机矩阵和随机集给扩展目标建模提供了两种有力的描述工具: 1) 随机矩阵模型^[183] 将群/扩展目标视为一个整体, 用随机向量和对称正定的随机矩阵分别表示质心运动状态和其形状 (即将扩展目标描述为目标状态 + 形状等扩展属性), 但往往局限于特定形状表示如椭圆. 文献 [184] 研究了多模型下的随机矩阵实现. 文献 [185] 基于随机矩阵描述目标扩展属性以对扩展/群目标的分裂与合并建模, 并基于伽玛高斯逆 Wishart 实现未知参数估计. 2) 随机集模型以随机点集 (如雷达扩展目标上的多散射中心结构) 描述群/扩展目标的演变^[186-187], 也成为近年来研究热点. 针对于目标不是太近且杂波率不是太高的情形, 文献 [181] 给出了扩展目标和弱小目标的 CPHD 滤波统一实现框架. 目前研究主要基于多个随机点过程相互独立性假设, 分别建立各质点的演变模型, 文献 [188] 基于随机图描述了质点之间的关联关系. Clark 等人给出随机集的高阶导数形式^[165] 并将其扩展到局凸拓扑空间^[189], 以描述随机点集的高阶动态行为. 文献 [190] 基于分层点过程模型发展了单组 (Single-group) PHD 滤波器, 能够将扩展目标和群组目标表示为两类点过程的分层.

若考虑到多个扩展/群目标情形, 因涉及到不同群间的相互干涉, 实际跟踪问题将更为复杂. 一种简单方案是对于扩展或群组目标仍按常规点目标进行跟踪, 然后再分析跟踪结果的群组或者扩展特性, 构建群组创建、合并和分裂等. 本文认为此时可宽松目标探测概率为任意正数. 群网络模型^[191] 将群目标的关联关系构建为网络结构模型, 用节点来描述目标, 用边来描述目标间的关系. 文献 [191] 通过计算不同目标间距离和速度上的马氏距离来与相应门限对比来确定是否同属一个连通分支, 从而确定群. 文献 [192] 进一步引入广义似然 (Generalized likelihood, GL) 函数来计算粒子权重, 并结合箱粒子滤波实现群跟踪. 另外不同于扩展/群组目标, 有时单个目标产生的多个观测^[193] 可能在观测空间并不邻近, 比如移动的电磁信号在传播途中经过反射、衍射和散射, 其在量测空间不满足单峰分布特性, 且目标之间产生观测可能并不相互独立; 多目标之间又可能产生叠加观测^[170, 176], 这些情况均会造成极大目标辨识和估计困难.

多目标跟踪通常与目标检测 (Detection, 包括

目标出现、离开和重现) 与分类 (Classification, 确定目标归类) 密切相关. 特别是一些先进传感器能够提取到除位置、速度等空间运动状态信息之外的更多特征/属性信息, 如颜色/纹理、强度分布、轮廓、敌我属性等, 这类信息可用于目标的分类识别过程. 同时, 丰富的特征信息也将极大地增强目标体的可观测性, 提升多目标跟踪性能. 另一方面, 多目标跟踪性能的有效提升则会进一步改善这些特征获取的质量, 比如高精度的运动补偿将显著提升雷达成像质量. 因此, 集成特征/属性的跟踪滤波器是实现联合跟踪与识别 (Joint tracking and identification, JTI) 的重要手段. JTI 也常被描述为联合决策与估计 (Joint decision and estimation, JDE)^[194-196], 其解决思路主要包括: 跟踪与分类单独进行、先跟踪再分类和先分类再跟踪. 更进一步, 多目标跟踪与分类还可能涉及到传感器管理等. 在本文看来, 这方面更多取决于传感器性能.

低信噪比 (Signal noise ratio, SNR) 场景下的目标跟踪是另一类典型的复杂跟踪问题. 在 SNR 情形下, 检测概率较低, 而虚警密度则较大, 基于“检测前跟踪” (Track-before-detect, TBD) 的联合检测跟踪方法是较为有效的解决手段. 所谓 TBD, 是指基于原始观测信号或经过低门限过滤的观测数据, 通过跟踪过程滤除虚警杂波, 实现目标检测和状态估计 (跟踪). 对于 TBD, 同样也存在基于数据匹配如 Histogram-PMHT^[197] 和基于随机有限集如多伯努利 TBD^[194] 两类思路. 值得注意的是, Histogram-PMHT 需要指定目标数, 所以一般需要和航迹管理同步实现, 这一点要劣于随机有限集滤波器. 显然, 大量的观测数据处理将会引起计算量的激增, 因此实时/高速实现是 TBD 的研究重点.

基于有限集的粒子滤波的具体实现与实际应用, 可参见文献 [45-46] 等, 本文不做详述. 另外, 本文也未讨论粒子滤波器的收敛性、稳定性以及贝叶斯 Cramér-Rao 下界等方面的研究. 已有收敛性^[37, 39, 53]、稳定性^[40]、误差下界^[198-199] 的分析主要基于极大数定理和常规粒子滤波器, 虽然也部分推广到多目标^[146-147, 173, 195, 200] 和分布式粒子滤波情形^[201-202], 但在复杂多目标情形及有限粒子数目下的性能尚不完全明确, 这方面还有待进一步界定.

4 多目标跟踪粒子滤波: 困难与挑战

4.1 复杂场景参数估计 (动态、未知环境)

实际场景下, 目标生成、探测、运动、演变和消亡以及杂波、量测噪声等都涉及到很多未知乃至时变参数. 滤波器需要首先确定这些模型参数, 否则滤波无从谈起, 而模型参数估计精确度对于滤波性能具有至关重要的影响. 如杂波密度的估计直接影响

目标数估计, 新生目标模型与实际是否符合直接决定能否精确捕获新生目标. 在实际应用中, 可通过离线学习近似估计这些未知参数, 如雷达目标检测概率、杂波密度等. 然而在很多情形下, 无法离线获得准确的模型参数, 且离线估计也不适用于时变动态参数, 此时就需要实时在线估计, 需要参数与状态联合估计. 当涉及到贝叶斯先验估计时, 这类问题也称之为超参数 (Hyperparameter) 估计. 这是多目标跟踪最具挑战的问题之一, 也是当前理论研究和应用实现的难点和重点.

对于参数与状态联合估计问题, 一种经典解决思路是扩展状态变量以包含未知参数, 从而将参数估计整合到状态估计过程. 文献 [32] 回顾了采用粒子滤波实现参数离线和在线两类估计方法, 主要使用的优化原则判据包括期望最大 (Expectation maximization, EM) 和最大似然 (Maximum likelihood, ML). 文献 [203] 将一类在粒子滤波过程基于条件充分统计 (Conditional sufficient statistics) 实现参数估计的方法称为粒子学习 (Particle learning). 基于变分贝叶斯近似 (Variational Bayesian approximation), 文献 [204] 实现多目标跟踪下的滤波器观测噪声参数估计. 这种方法的主要缺陷是计算量会随着状态维数的增加而激增. 另一种主要思路是先估计参数再估计状态, 通过解耦相对计算量小. 这种思路主要有两种实现途径:

1) 假设参数变化相对平滑, 可以对过去某一时间窗内历史数据进行平滑处理进而估计未知参数, 并应用于未来时间步的滤波估计. 文献 [205, 177] 分别基于 CPHD 滤波和多伯努利滤波发展了未知杂波和目标探测概率的在线估计方法. 文献 [206] 采用有限混合模型 (Finite mixture models, FMM) 描述未知杂波模型, 将基于历史信息的杂波密度统计作为当前时刻杂波密度的估计; 文献 [207] 进一步采用 FMM 描述和估计新生目标强度函数.

2) 假设观测信息中包含待估参数的强相关信息 (即强时变参数), 可利用最新观测信息估计该参数. 如基于实时观测信息, 文献 [208] 和 [209] 分别给出了新生目标生成区域和生成强度的实时在线估计方法, 两者结合方为完整新生目标函数模型. 事实上, 新生目标模型也是初始化粒子滤波器的关键, 而这一问题在常规滤波器设计中被广泛忽略.

上述两类方法关于未知参数的统计假设有所区别: 第一种方法基于参数平缓变化的假设 (不适用于强时变参数), 而第二种方法不受限于此. 实际问题中应根据参数统计属性而选择合适的估计方法.

4.2 多目标状态提取

稳定、精确、快速地提取多目标状态是多目标跟踪器中至关重要的环节, 直接关系到跟踪性能. 如

前述, 在单目标状态估计中, EAP 和 MAP 是最为常用的两种状态提取方法, 也易于计算. 但它们无法直接应用于多目标密度估计器, 除非能够将多目标联合密度分解为多个单目标的后验分布, 分别 EAP 或 MAP 估计才具有明确物理意义.

在多伯努利跟踪器或者高斯混合实现的 PHD/CPHD 滤波器模型中, 基于后验势分布的均值 (Mean) 或者众数 (Mode) 求得目标数 T 后, 可以基于最大模型权值的 T 个伯努利分布或者高斯项进行 MAP 计算. 然而, 在无标签化粒子 PHD/CPHD 滤波器中粒子没有任何区别, 这种方法难以直接实现. 基于标签化的多目标跟踪器^[174–176] 以标签形式将数据关联整合到滤波过程, 滤波过程进行航迹管理, 从而可以像传统基于数据关联的多目标跟踪器 (如 MHT) 一样进行 MAP 目标状态提取. 但是, “标签化” 面临和数据关联一样的困境.

当前粒子 PHD/CPHD 滤波器多目标状态提取的普遍方法是对粒子集进行聚类分析, 已有方法如 EM 和 k -means 聚类^[210]、模糊 c -means 和软聚类^[211]、FMM^[212]、CLEAN^[213–214]、蚁群聚类^[215] 以及改进方法^[216] 等. 然而, 聚类方法有以下几个缺点: 1) 聚类通常是一个迭代计算过程, 计算复杂而且容易不收敛; 作为例外, 文献 [217] 提出的聚类方法实质是最近邻关联, 不需要迭代. 2) 当类的个数和目标数目不一致时, 聚类结果将会很糟糕; 3) 多数聚类方法并不具有严格最优性 (有效性主要是基于仿真验证).

不同于聚类, 文献 [218–220] 分别基于观测独立性对粒子权值进行分解并计算状态估计, 避免了聚类分析, 大大提高了运算效率. 然而, 基于 PHD 的目标状态提取方法没有考虑目标间的关联与影响, 因此状态估计实际是有偏的^[221]. 这是密度滤波器 (无论 PHD 还是 JPAD) 一种先天缺陷: 当目标靠近时, 会出现密度估计聚结 (Coalescence) 现象 (往往造成目标状态估计相互偏近). 为减缓这种偏差, 文献 [82, 222] 发展了一种 MEAP (Multi-EAP) 多目标状态提取方法: 基于观测独立性将多目标状态提取分解为一组单目标状态提取问题, 屏蔽相互干扰. 每个单目标估计采用一个目标观测以及与其 NNN (Near and nearest neighbor) 关联的粒子子集进行似然后验 EAP 计算, 输出近似最小均方误差估计, 具有较高估计精度; 并且不需要迭代运算, 计算速度快, 结果稳定.

然而, 多目标状态估计仍然面临两类难点问题: 1) 漏检目标: 如果一个目标没有返回任何观测信息, 就无法形成一个完整的预测–更新信息融合过程, 也就无从形成该目标的后验估计. 一种解决思路是为漏检目标构建伪观测^[223], 从而形成伪后验. 2) 虚假估计: 假如杂波不幸出现在高先验密度区域, 那么

滤波器更新过程将不可避免的该区域后验概率密度, 从而很容易形成一个虚假目标估计. 实际应用中难以避免的漏检和虚假估计都会严重影响后续航迹估计和管理, 反之, 航迹信息也可反馈于目标探测来提高决策准确率, 见下节.

4.3 航迹管理

“滤波”(Filtering)主要是指状态估计过程, 而完整的“跟踪”(Tracking)则还包含为不同时刻状态建立时间关联性从而形成时空连续航迹, 包括: 航迹起始、维持、终止、分裂与合并等. 对于不存在目标消亡、杂波、漏报等现象的朴素单目标情形, 滤波输出的同时即完成了跟踪, 即连续航迹形成是自然而然的. 但对于随机有限集多目标跟踪器而言, 滤波输出是密度分布, 航迹管理非常困难. 上节所述由密度提取的状态估计前后没有直接关联性, 因此需要构建相邻帧多目标状态估计的相关性以实现航迹管理. 目前, 主要有两类解决思路:

1) 独立于滤波过程的单独模块^[146, 224–227]. 多目标提取算法基于滤波器估计结果输出单独的多目标状态估计, 而后的航迹管理模块对多帧状态估计进行关联和管理^[193]. 具体关联方法可选取经典的 MHT、NN、JPDA 以及一些特殊准则如基于交差熵优化连接图^[227]等. 这类方法的一个明显缺陷是存储空间和计算时间需求大; 另外, 对于航迹合并和分裂问题, 必须额外引入一系列启发式规则设计, 如通过一系列的阈值划定来区分航迹新生、分裂、消亡和合并等^[228].

2) “粒子标记方法”. 在滤波迭代过程中, 为每个粒子状态加入一个“标签”变量, 表示该粒子与某条航迹的隶属关系^[174–176], 其实质是关联粒子与航迹. 这类方法将航迹管理融入到滤波过程中, 多目标状态估计可基于边缘粒子分布(无标记状态)提取, 而标签变量则可基于最大化标签概率准则或者贝叶斯准则^[229]获得. 文献[230]提出了一种粒子染色(Dyeing)的“标签化”改进思路, 属于一种软决策, 其并不对每个粒子都标记/染色, 降低了运算复杂度. 更重要的是, 不标识那些远离航迹估计或杂乱分布的粒子, 这些粒子更大置信程度上是由于杂波而产生(基于假设 A2), 从而一定程度上降低杂波对航迹估计的干扰. 否则若将这些杂波粒子“错误”的隶属于目标航迹, 便会造成航迹关联偏差.

本质上, 航迹管理和状态提取是一对耦合问题, 相互影响也相互作用: 航迹管理的前提是多目标状态提取, 假如目标状态提取不正确或者不精确, 那么就难以保证高质量的航迹构建; 反过来航迹统计信息也可以反馈于目标估计过程, 典型的比如 MHT 跟踪中根据航迹得分可以改善估计. 提高航迹管理性能的主要思路是获取关于跟踪观测/目标的更多

信息(如多普勒、颜色、纹理等), 从而增强航迹/目标的区分性. 如图 2 中, 若传感器能观测到颜色和形状信息, 则可分辨航迹消亡(a 或 b)、合并(a 和 b 合并为 c)和新生(a 和 b 均消亡, c 为新生). 然而, 作为一个联合估计与决策问题, 航迹管理仍然面临许多决策上的不确定性问题, 需要引入更多的辅助信息或特定决策规则.

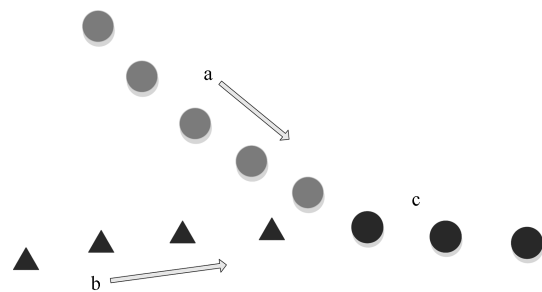


图 2 航迹消亡、合并或新生区分难点

Fig. 2 Confusion between track termination, merging and birth

1) 首先, 完备的航迹管理应该整合到贝叶斯估计框架^[231], 从而实现联合目标探测、状态估计和决策(目标状态提取、航迹管理)的整体贝叶斯估计, 尽量避免或减少一些特定规则或者启发式设计. 文献[232]定义轨迹随机集并在此基础上给出了跟踪目标完整轨迹的贝叶斯估计范式. 该滤波器状态不仅仅包含目标当前状态信息, 而且包含过去一个时间段上目标历史状态信息. 很显然, 记录和更新整个轨迹需要巨大的运算量和内存开销.

2) 除了前述目标分裂、合并、群体等扩展/群组目标问题, 多目标追踪也常常涉及到目标交叉、临近甚至连续帧的遮挡/漏检等更棘手的挑战^[115]. 如图 2, 仅基于状态信息很难区分跟踪 a 和跟踪 b 合并了, 还是分别消亡, 一个新航迹产生, 或者其中一个消亡而另一个继续存活. 区分这些情况需要特定评估决策方法, 如针对目标临近时出现的航迹靠近偏移, 文献[233]对临近两个目标给出航迹标记的同时给出了航迹标记的错误概率(表示标记的可信度). 另一方面, 人为制定一些航迹管理特定规则, 如: 对于存活不超过三帧时间的状态估计, 不创建单独的航迹; 孤立而不能与航迹关联的估计可认为是虚假估计; 首尾相近而动态特性/轨迹一致的两个航迹之间可能是因为一个漏检造成等. 这些需要基于特定环境和实际需要设计最优/合理决策规则. 本文认为联合跟踪与决策(Joint tracking and decision)是未来研究的一个重点.

一点讨论: 传统基于“观测-目标”关联的多目标跟踪方法相比于随机集滤波器的“观测-航迹”关联有其“劣势”也有“优势”: 先关联再滤波能够减少计算量, 在数据关联正确的情况下(比如目标相互

远离而容易区分,如图3中航迹c)有助于获得更为精确的滤波输出,反之会严重误导滤波.以图3所示跟踪场景为例,若是航迹a、b与观测的关系匹配较为准确,则能够较为准确的跟踪,更进一步若已知其正确的匹配关系,则可以完全简化为单目标跟踪.某种意义上可认为,传统多目标跟踪所需的“观测-航迹”关联被转移到了有限集多目标跟踪器的“估计-航迹”关联(滤波后需要处理的数据相对减少了).而标签化随机集的引入,正是如此思想.从这一点上讲,数据关联仍是MTT必需的部分;当多个传感器/滤波器并行存在时,进一步数据关联还包括传感器之间的信息融合乃至不同滤波器之间“航迹-航迹”关联.事实上,传感网一个核心问题就是数据关联/信息融合,这些关键在于适时、适度、合理利用各种信息以提高跟踪性能.这方面一个典型的例子是基于不同信息融合方案的MHT实现:边跟踪边融合、先跟踪再融合^[234]以及先融合再跟踪^[235]等.

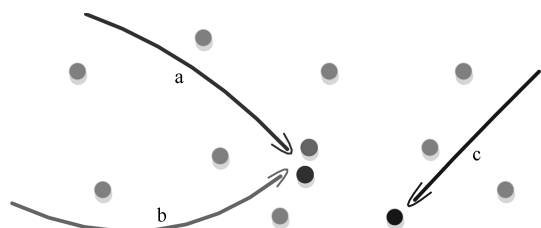


图3 “观测-航迹”关联

Fig. 3 Measurement-to-track association

4.4 多目标跟踪算法性能评价

多目标跟踪算法性能评价的目的是获取多目标状态估计与真实多目标状态之间的某种误差度量,它直接影响算法设计、参数优化以及跟踪结果评价等诸多环节.相比于常规估计器性能评价^[236],多目标跟踪器性能评价面临诸多难点:1)估计的目标数和真实目标数不一致(包括两者均可为零或者仅一方为零);2)估计的目标状态(包括虚假跟踪)和真实目标状态(包括漏检)关联关系不确定;3)状态估计进行航迹关联的不确定性.因此,多目标跟踪器性能评价指标需要满足以下要求:

- 1) 定义在随机有限集空间上的;
- 2) 可同时反映目标数估计误差代价和目标状态估计误差代价;
- 3) 具有合理的物理解释,且易于计算;
- 4) 满足非负性(Non-negativity)、一致性(Identity)、对称性(Symmetry)和三角不等式.

其中,非负性表示定义在有限集的任意两个元素之间的距离大于等于零;一致性表示当且仅当两个元素完全相同时,它们的距离才为零;对称性表示 x 到 y 的距离 $d(x, y)$ 等于 y 到 x 的距离 $d(y, x)$;三

角不等式表示对于任意定义在有限集的元素 x, y, z ,满足 $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$.

文献[237]提出的OSPA (Optimal subpattern assignment) 指标满足以上四个条件,成为一种标准的多目标状态估计性能评估指标.然而其仅考虑单帧状态输出,未考虑航迹关联误差,因此还不能够完全满足多目标跟踪器评价的需要.为此,文献[238]将航迹关联误差引入OSPA得到OSPA metric for track (OSPAT),文献[239]则为OSPA引入了航迹不确定性,两者均同时关注状态估计性能与航迹关联性能.然而,OSPAT的标签距离定义限定于航迹一对一关联原则并不合理(如一个真实目标航迹可能被估计出多段航迹,航迹关联时应该将他们全都关联到这一条航迹上),可能产生非最优的关联,从而测距不合理;另外,OSPAT定义的距离并不满足三角不等式,因此并不是严格的距离度量.为此,文献[240]提出OSPAMT (OSPA for multiple tracks) 允许真实目标轨迹可以和多个估计轨迹关联(而不限定过于一对一关联),从而克服了漏检造成的航迹断裂情况匹配错误;并定义了一个新的参数变量用于区分一对一的关联和一对多的关联.该方法所需指定的参数更多,因此计算偏复杂.

一旦确立了跟踪器的性能评价指标,就可以设计相应的损失函数,作为滤波器估计的最小化目标函数,从而实现最优估计输出.如文献[241-242]以MOSPA (Mean OSPA) 为最优化指标函数,提出了set-JPDA, set-MHT多目标滤波器.文献[243]给出了最小MOSPA下的未知目标数目最优估计.文献[244]提出了一种基于估计误差项的累积分布函数的联合跟踪与分类评价指标,综合考虑了跟踪误差、误分类以及两者的相互依赖关系.

根据具体评价指标需要,可在类似于OSPA的基础之上引入更多误差度量因素(如上述目标分类误差^[244],地图估计误差^[245])或者构建具有针对性的代价/损失函数(如航迹估计稳定性和关联可靠性等评价函数).但需要强调的是:对评估指标的改变和调整会影响到滤波器的选用和设计,如漏检一个目标和多检一个目标孰重孰轻(保守估计还是激进估计)?这恰是性能评估准则的重要性所在,也构成多目标跟踪问题的复杂性之一.

另外,多目标跟踪算法涉及到诸多可考量因素,而很多滤波性能之间往往存在冲突,比如计算精度与效率,漏检与虚警(避免漏检往往意味着增加虚警,反之亦然),这也需要基于实际问题 and 工程需要在具有冲突的指标之间进行权衡.

5 结论与展望

作为一种重要的非线性贝叶斯滤波方法和统计

信号处理工具, 粒子滤波以概率统计理论为指导, 对系统模型要求宽松, 特别适用于强非线性非高斯系统. 本文结合贝叶斯估计和有限集统计学, 系统地梳理了粒子滤波理论的基本内容、发展脉络与分支、面临的挑战与主流解决思路, 详细报道了其在多目标跟踪应用中的最新研究进展. 本文未深入探讨各类粒子滤波器的收敛性、稳定性等以及在其他领域中的应用, 而是仅仅围绕目标跟踪这一主题, 强调粒子滤波算法与思路层面的研究. 即便如此, 本文仍难免主观之见, 遗漏部分重要工作.

多目标跟踪作为一类最具挑战的复杂状态估计问题, 一方面需要可靠的系统建模和参数估计技术, 另一方面需要有效的信息融合及决策技术如传感器(如 Ground moving target indicator, GMTI 地面动目标指示雷达) 数据融合、航迹管理、目标分类以及性能评估等. 两者相辅相成, 近年来涌现出大量新理论、新方法, 但也都仍有巨大改进和待突破空间. 特别是更具实际应用价值的长距轨迹预测研究尚浅, 针对越来越复杂场景和不断升级的实际需求, 研究开发稳健、高效的随机集滤波器(以及平滑器和预测器) 仍是一项前景广阔且富有挑战性的工作. 本文英文缩写给出了部分当前研究重难点.

未来, 先进移动计算技术和无线传感网络技术的迅速发展, 为实现高性能、动态分布式、实时并行粒子滤波器提供了硬件基础. 在大数据和丰富传感器背景下, 以人的感知等为代表的“软数据”日益得到重视, 特别是对于开发完整的从目标探测到估计、分类再到航迹管理. 底层数据挖掘、信息处理与高层决策的融合(如复杂目标分类、态势评估、威胁等级判定、动作反馈) 带来了巨大挑战的同时, 也将为以粒子滤波为代表的强非线性滤波技术提供更大的应用空间和更丰富的研究课题.

致谢

本文作者感谢海军航空工程学院何友院士和西北工业大学潘泉教授对文稿的反馈意见. 李天成感谢美国新奥尔良大学李晓榕教授对于其所提出的基于 Clustering for filtering 范式的多目标探测与估计新方法的讨论.

References

- Gordon N J, Salmond D J, Smith A F N. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEEE Proceedings F Radar and Signal Processing*, 1993, **140**(2): 107–113
- Doucet A, Godsill S, Andrieu C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering. *Statistics and Computing*, 2000, **10**(3): 197–208
- Doucet A, de Freitas J, Gordon N. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. New York: Springer, 2001.
- Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, Clapp T. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 174–188
- Djuric P M, Kotecha J H, Zhang J Q, Huang Y F, Ghirmai T, Bugallo M F, Miguez J. Particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, **20**(5): 19–38
- Ristic B, Arulampalam S, Gordon N. *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*. Boston, Ma., London: Artech House, 2004.
- Cappe O, Godsill S J, Moulines E. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(5): 899–924
- Doucet A, Johansen A M. A tutorial on particle filtering and smoothing: fifteen years later. *Handbook of Nonlinear Filtering*. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- Gustafsson F. Particle filter theory and practice with positioning applications. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2010, **25**(7): 53–81
- Li T C, Sun S D, Sattar T P, Corchado J M. Fight sample degeneracy and impoverishment in particle filters: a review of intelligent approaches. *Expert Systems With Applications*, 2014, **41**(8): 3944–3954
- Pulford G W. Taxonomy of multiple target tracking methods. *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 2005, **152**(5): 291–304
- Dunik J, Straka O, Simandl M, Blasch E. Random-point-based filters: analysis and comparison in target tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, **51**(2): 1403–1421
- Isard M, MacCormick J. BraMBLe: a Bayesian multiple-blob tracker. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Computer Vision*. Vancouver, BC: IEEE, 2001. 34–41
- Orton M, Fitzgerald W. A Bayesian approach to tracking multiple targets using sensor arrays and particle filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, **50**(2): 216–223
- Avitzour D. Stochastic simulation Bayesian approach to multitarget tracking. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1995, **142**(2): 41–44
- Gordon N J. A hybrid bootstrap filter for target tracking in clutter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, **33**(1): 353–358
- Stano P, Lendek Z, Braaksma J, Babuska R, de Keizer C, den Dekker A J. Parametric Bayesian filters for nonlinear stochastic dynamical systems: a survey. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, **43**(6): 1607–1624
- Patwardhan S C, Narasimhan S, Jagadeesan P, Gopaluni B, Shah S L. Nonlinear Bayesian state estimation: a review of recent developments. *Control Engineering Practice*, 2012, **20**(10): 933–953
- Li X R, Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking, part VI: approximate nonlinear density filtering in discrete time. In: *Proceedings of the SPIE 8393, Signal and Data Processing of Small Targets 2012*, 83930V. Baltimore, Maryland, USA: SPIE, 2012.
- Mihaylova L, Carmi A Y, Septier F, Gning A, Pang S K, Godsill S. Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking. *Digital Signal Processing*, 2014, **25**: 1–16
- Yang Xiao-Jun, Pan Quan, Wang Rui, Zhang Hong-Cai. Development and prospect of particle filtering. *Control Theory & Applications*, 2006, **23**(2): 261–267
(杨小军, 潘泉, 王睿, 张洪才. 粒子滤波进展与展望. 控制理论与应用, 2006, **23**(2): 261–267)

- 22 Cheng Shui-Ying, Zhang Jian-Yun. Review on particle filters. *Journal of Astronautics*, 2008, **29**(4): 1109–1111
(程水英, 张剑云. 粒子滤波评述. 宇航学报, 2008, **29**(4): 1109–1111)
- 23 Wang Fa-Sheng, Lu Ming-Yu, Zhao Qing-Jie, Yuan Ze-Jian. Particle filtering algorithm. *Chinese Journal of Computers*, 2014, **37**(8): 1679–1694
(王法胜, 鲁明羽, 赵清杰, 袁泽剑. 粒子滤波算法. 计算机学报, 2014, **37**(8): 1679–1694)
- 24 Cheng Shui-Ying, Zou Ji-Wei, Tang Peng. Review on derivative-free nonlinear Bayesian filtering methods. *Journal of Astronautics*, 2009, **30**(3): 843–857
(程水英, 邹继伟, 汤鹏. 免微分非线性 Bayesian 滤波方法评述. 宇航学报, 2009, **30**(3): 843–857)
- 25 Creal D. A survey of sequential Monte Carlo methods for economics and finance. *Econometric Reviews*, 2012, **31**(3): 245–296
- 26 Lopes H F, Tsay R S. Particle filters and Bayesian inference in financial econometrics. *Journal of Forecasting*, 2011, **30**(1): 168–209
- 27 Van Leeuwen P J. Particle filtering in geophysical systems. *Monthly Weather Review*, 2009, **137**(12): 4089–4114
- 28 Kostanjčar Z, Jeren B, Cerovec J. Particle filters in decision making problems under uncertainty. *Automatika*, 2009, **50**(3–4): 245–251
- 29 Thrun S, Burgard W, Fox D. *Probabilistic Robotics*. Cambridge: MIT Press, 2005.
- 30 Andrieu C, Doucet A, Singh S S, Tadic V B. Particle methods for change detection, system identification, and control. *Proceedings of the IEEE*, 2004, **92**(3): 423–438
- 31 Johansen A M. Some Non-Standard Sequential Monte Carlo Methods and Their Applications [Ph.D. dissertation], University of Cambridge, Cambridge, UK, 2006
- 32 Kantas N, Doucet A, Singh S S, Maciejowski J. An overview of sequential Monte Carlo methods for parameter estimation on general state space models. In: Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification. Saint-Malo Convention Center, Saint-Malo, France: IFAC, 2009. 774–785
- 33 Gao M, Zhang H. Sequential Monte Carlo methods for parameter estimation in nonlinear state-space models. *Computers and Geosciences*, 2012, **44**: 70–77
- 34 Li T C, Bolic M, Djuric P M. Resampling methods for particle filtering: classification, implementation, and strategies. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2015, **32**(3): 70–86
- 35 Li T C, Villarrubia G, Sun S D, Corchado J M, Bajo J. Resampling methods for particle filtering: identical distribution, a new method, and comparable study. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering*, 2015, **16**(11): 969–984
- 36 Hlinka O, Hlawatsch F, Djuric P M. Distributed particle filtering in agent networks: a survey, classification, and comparison. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, **30**(1): 61–81
- 37 Hu X L, Schon T B, Ljung L. A general convergence result for particle filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(7): 3424–3429
- 38 Mbalawata I S, Särkkä S. Moment conditions for convergence of particle filters with unbounded importance weights. *Signal Processing*, 2016, **118**: 133–138
- 39 Crisan D, Li K. Generalised particle filters with Gaussian mixtures. *Stochastic Processes and their Applications*, 2015, **125**(7): 2643–2673
- 40 Whiteley N P. Stability properties of some particle filters. *The Annals of Applied Probability*, 2013, **23**(6): 2500–2537
- 41 Douc R, Moulines E, Olsson J. Long-term stability of sequential Monte Carlo methods under verifiable conditions. *The Annals of Applied Probability*, 2014, **24**(5): 1767–1802
- 42 Straka O, Simandl M. A survey of sample size adaptation techniques for particle filters. In: Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification. Saint-Malo Convention Center, Saint-Malo, France: IFAC, 2009. 1358–1363
- 43 Del Moral P, Doucet A. Particle methods: an introduction with applications. *ESAIM: Proceedings*, 2014, **44**: 1–46
- 44 Qiu C Z, Zhang Z Y, Lu H Z, Luo H W. A survey of motion-based multitarget tracking methods. *Progress in Electromagnetics Research B*, 2015, **62**: 195–223
- 45 Yang Wei, Fu Yao-Wen, Long Jian-Qian, Li Xiang. The FISST-based target tracking techniques: a survey. *Acta Electronica Sinica*, 2012, **40**(7): 1440–1448
(杨威, 付耀文, 龙建乾, 黎湘. 基于有限集统计学理论的目标跟踪技术研究综述. 电子学报, 2012, **40**(7): 1440–1448)
- 46 Yang Feng, Wang Yong-Qi, Liang Yan, Pan Quan. A survey of PHD filter based multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1944–1956
(杨峰, 王永齐, 梁彦, 潘泉. 基于概率假设密度滤波方法的多目标跟踪技术综述. 自动化学报, 2013, **39**(11): 1944–1956)
- 47 Pitt M K, Shephard N. Filtering via simulation: auxiliary particle filters. *Journal of the American Statistical Association*, 1999, **94**(446): 590–591
- 48 van der Merwe R, Doucet A, de Freitas N, Wan E. The unscented particle filter. *Natural Information Processing System*, 2000. 584–590
- 49 Yang T, Mehta P G, Meyn S P. Feedback particle filter. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(10): 2465–2480
- 50 Yu J X, Tang Y, Chen X C, Liu W J. Choice mechanism of proposal distribution in particle filter. In: Proceedings of the 2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Ji'nan, China: IEEE, 2010. 1051–1056
- 51 Li T C, Corchado J M, Bajo J, Sun S D, de Paz J F. Effectiveness of Bayesian filters: an information fusion perspective. *Information Sciences*, 2016, **329**: 670–689
- 52 Li T C. A gap between simulation and practice for recursive filters: on the state transition noise. 2013, arXiv: 1308. 1056
- 53 Crisan D, Míguez J. Particle-kernel estimation of the filter density in state-space models. *Bernoulli*, 2014, **20**(4): 1879–1929
- 54 Ades M, Van Leeuwen P J. An exploration of the equivalent weights particle filter. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2013, **139**(672): 820–840
- 55 Schon T, Gustafsson F, Nordlund P J. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, **53**(7): 2279–2289
- 56 Doucet A, de Freitas N, Murphy K, Russell S. Rao-Blackwellised particle filtering for dynamic Bayesian networks. In: Proceedings of the 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2000. 176–183
- 57 Chavali P, Nehorai A. Hierarchical particle filtering for multi-modal data fusion with application to multiple-target tracking. *Signal Processing*, 2014, **97**: 207–220

- 58 Chen T S, Schon T B, Ohlsson H, Ljung L. Decentralized particle filter with arbitrary state decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(2): 465–478
- 59 Smidl V, Quinn A. Variational Bayesian filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(10): 5020–5030
- 60 Li T C, Sun S D, Corchado J M, Sattar T P, Si S B. Numerical fitting-based likelihood calculation to speed up the particle filter. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, arXiv: 1308.2401v3 (DOI: 10.1002/acs.2656)
- 61 Liu H P, Sun F C. Efficient visual tracking using particle filter with incremental likelihood calculation. *Information Sciences*, 2012, **195**: 141–153
- 62 Boers Y. On the number of samples to be drawn in particle filtering. In: *Proceedings of IEEE Colloquium on Target Tracking: Algorithms and Applications*. London: IET, 1999. 5/1–5/6
- 63 Straka O, Simandl M. Sample size adaptation for particle filters. In: *Proceedings of the 16th IFAC symposium on Automatic Control in Aerospace*. Saint Petersburg, Russia, 2004. 444–449
- 64 Fearnhead P, Liu Z. On-line inference for multiple change-point problems. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 2007, **69**(4): 589–605
- 65 Pan P, Schonfeld D. Dynamic proposal variance and optimal particle allocation in particle filtering for video tracking. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2008, **18**(9): 1268–1279
- 66 Fox D. Adapting the sample size in particle filters through KLD-sampling. *The International Journal of Robotics Research*, 2003, **22**(12): 985–1003
- 67 Soto A. Self adaptive particle filter. In: *Proceedings of the 19th International Joint Conferences on Artificial Intelligence*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2005. 1398–1403
- 68 Li T, Sun S, Sattar T P. Adapting sample size in particle filters through KLD-resampling. *Electronics Letters*, 2013, **49**(12): 740–742
- 69 Hassan W, Bangalore N, Birch P, Young R, Chatwin C. An adaptive sample count particle filter. *Computer Vision and Image Understanding*, 2012, **116**(12): 1208–1222
- 70 Elvira V, Míguez J, Djurić P M. Adapting the number of particles in sequential Monte Carlo methods through an online scheme for convergence assessment. 2015, arXiv: 1509.04879
- 71 Li Tian-Cheng, Sun Shu-Dong. Double-resampling based Monte Carlo localization for mobile robot. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(9): 1279–1286
(李天成, 孙树栋. 采用双重采样的移动机器人 Monte Carlo 定位方法. *自动化学报*, 2010, **36**(9): 1279–1286)
- 72 Lopez F, Zhang L X, Mok A, Beaman J. Particle filtering on GPU architectures for manufacturing applications. *Computers in Industry*, 2015, **71**: 116–127
- 73 Murray L. GPU acceleration of the particle filter: the Metropolis resampler. 2012, arXiv: 1202.6163
- 74 Andrieu C, Doucet A, Holenstein R. Particle Markov chain Monte Carlo methods. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 2010, **72**: 269–302
- 75 Chopin N, Jacob P E, Papaspiliopoulos O. SMC2: an efficient algorithm for sequential analysis of state space models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 2013, **75**(3): 397–426
- 76 Gu D B, Sun J X, Hu Z, Li H Z. Consensus based distributed particle filter in sensor networks. In: *Proceeding of the International Conference on Information & Automation*. Changsha, China: IEEE, 2008. 302–307
- 77 Dias S S, Bruno M G S. Cooperative target tracking using decentralized particle filtering and RSS sensors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(14): 3632–3646
- 78 Hlinka O, Hlawatsch F, Djuric P M. Consensus-based distributed particle filtering with distributed proposal adaptation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(12): 3029–3041
- 79 Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(1): 215–233
- 80 Sayed A H. Adaptive networks. *Proceedings of the IEEE*, 2014, **102**(4): 460–497
- 81 Li T C, Sun S D, Bolić M, Corchado J M. Algorithm design for parallel implementation of the SMC-PHD filter. *Signal Processing*, 2016, **119**: 115–127
- 82 Beaudeau J P, Bugallo M F, Djuric P M. RSSI-based multi-target tracking by cooperative agents using fusion of cross-target information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(19): 5033–5044
- 83 Uney M, Clark D E, Julier S J. Distributed fusion of PHD filters via exponential mixture densities. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 521–531
- 84 Mohammadi A, Asif A. Distributed consensus + innovation particle filtering for bearing/range tracking with communication constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(3): 620–635
- 85 Kong A, Liu J S, Wong W H. Sequential imputations and Bayesian missing data problems. *Journal of the American Statistical Association*, 1994, **89**(425): 278–288
- 86 Li T C, Sattar T P, Han Q, Sun S D. Roughening methods to prevent sample impoverishment in the particle PHD filter. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion*. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 17–22
- 87 Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian particle filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, **51**(10): 2592–2601
- 88 Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian sum particle filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, **51**(10): 2602–2612
- 89 Yuan Ze-Jian, Zheng Nan-Ning, Jia Xin-Chun. The Gauss-Hermite particle filter. *Acta Electronica Sinica*, 2003, **31**(7): 970–973
(袁泽剑, 郑南宁, 贾新春. 高斯-厄米特粒子滤波器. *电子学报*, 2003, **31**(7): 970–973)
- 90 Musso C, Oudjane N, Le Gland F. Improving regularised particle filters. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 2001. 247–271
- 91 Fan J Q, Yao Q W. *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*. New York: Springer-Verlag, 2003.
- 92 Gning A, Ristic B, Mihaylova L, Abdallah F. An introduction to box particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, **30**(4): 166–171
- 93 Stano P M, Lendek Z, Babuška R. Saturated particle filter: almost sure convergence and improved resampling. *Automatica*, 2013, **49**(1): 147–159
- 94 Zhao Z G, Huang B, Liu F. Constrained particle filtering methods for state estimation of nonlinear process. *AIChE Journal*, 2014, **60**(6): 2072–2082

- 95 Kyriakides I, Morrell D, Papandreou-Suppappola A. Sequential Monte Carlo methods for tracking multiple targets with deterministic and stochastic constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(3): 937–948
- 96 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Bayesian filtering with random finite set observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(4): 1313–1326
- 97 Ristic B, Vo B T, Vo B N, Farina A. A tutorial on Bernoulli filters: theory, implementation and applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(13): 3406–3430
- 98 Gning A, Ristic B, Mihaylova L. Bernoulli particle/box-particle filters for detection and tracking in the presence of triple measurement uncertainty. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(5): 2138–2151
- 99 Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: dynamic models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1333–1364
- 100 Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V: multiple-model methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1255–1321
- 101 Kreucher C, Bell K, Sobota D. A comparison of tracking algorithms for supermaneuverable targets. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC: IEEE, 2015. 534–541
- 102 McGinnity S, Irwin G W. Multiple model bootstrap filter for maneuvering target tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, **36**(3): 1006–1012
- 103 Driessen H, Boers Y. Efficient particle filter for jump Markov nonlinear systems. *IEEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 2005, **152**(5): 323–326
- 104 Wang Wei, Yu Yu-Kui. Multi-try and multi-model particle filter for maneuvering target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(6): 1201–1212
(王伟, 余玉葵. 多点测试的多模型机动目标跟踪算法. *自动化学报*, 2015, **41**(6): 1201–1212)
- 105 Boers Y, Driessen J N. Interacting multiple model particle filter. *IEEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 2003, **150**(5): 344–349
- 106 Bar-Shalom Y, Challa S, Blom H A P. IMM estimator versus optimal estimator for hybrid systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(3): 986–991
- 107 Blom H A P, Bloem E A. Exact Bayesian and particle filtering of stochastic hybrid systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(1): 55–70
- 108 Godsill S J, Vermaak J, Ng W, Li J F. Models and algorithms for tracking of maneuvering objects using variable rate particle filters. *Proceedings of the IEEE*, 2007, **95**(5): 925–952
- 109 Nemeth C, Fearnhead P, Mihaylova L. Sequential Monte Carlo methods for state and parameter estimation in abruptly changing environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(5): 1245–1255
- 110 Orguner U, Gustafsson F. Target tracking with particle filters under signal propagation delays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(6): 2485–2495
- 111 Berntorp K, Robertsson A, Arzen K E. Rao-Blackwellized particle filters with out-of-sequence measurement processing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(24): 6454–6467
- 112 Hlinka O, Hlawatsch F, Djuric P M. Distributed sequential estimation in asynchronous wireless sensor networks. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, **22**(11): 1965–1969
- 113 Maiz C S, Molanes-Lopez E M, Miguez J, Djuric P M. A particle filtering scheme for processing time series corrupted by outliers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(9): 4611–4627
- 114 Su Y Y, Zhao Q J, Zhao L J, Gu D B. Abrupt motion tracking using a visual saliency embedded particle filter. *Pattern Recognition*, 2014, **47**: 1826–1834
- 115 Bhaskar H, Dwivedi K, Dogra D P, Al-Mualla M, Mihaylova L. Autonomous detection and tracking under illumination changes, occlusions and moving camera. *Signal Processing*, 2015, **117**: 343–354
- 116 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston, Ma., London: Artech House, 2007.
- 117 Mahler R P S. *Advances in Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston, Ma., London: Artech House, 2014.
- 118 Bernardo J T. Cognitive and functional frameworks for hard/soft fusion for the condition monitoring of aircraft. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC: IEEE, 2015. 287–294
- 119 Li X R, Bar-Shalom Y. Tracking in clutter with nearest neighbor filters: analysis and performance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, **32**(3): 995–1010
- 120 Reid D B. An algorithm for tracking multiple targets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, **24**(6): 843–854
- 121 Streit R L, Luginbuhl T E. A probabilistic multi-hypothesis tracking algorithm without enumeration and pruning. In: Proceedings of the 6th Joint Service Data Fusion Symposium. Laurel, Maryland, 1993. 1015–1024
- 122 Fortmann T E, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1983, **8**(3): 173–184
- 123 Vermaak J, Godsill S J, Perez P. Monte Carlo filtering for multi-target tracking and data association. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(1): 309–332
- 124 Oh S, Russell S, Sastry S. Markov chain Monte Carlo data association for multi-target tracking. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(3): 481–497
- 125 Särkkä S, Vehtari A, Lampinen J. Rao-Blackwellized particle filter for multiple target tracking. *Information Fusion*, 2007, **8**(1): 2–15
- 126 Chavali P, Nehorai A. Concurrent particle filtering and data association using game theory for tracking multiple maneuvering targets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(20): 4934–4948
- 127 Silbert M E, Agate C S. New metrics for quantifying data association performance. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 128 Stone L D, Barlow C A, Corwin T L. *Bayesian Multiple Target Tracking*. Boston, Ma., London: Artech House, 1999.
- 129 Kreucher C, Kastella K, Hero A O III. Multitarget tracking using the joint multitarget probability density. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1396–1414

- 130 Yi W, Morelande M R, Kong L J, Yang J Y. A computationally efficient particle filter for multitarget tracking using an independence approximation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(4): 843–856
- 131 García-Fernández Á F. Detection and Tracking of Multiple Targets Using Wireless Sensor Networks [Ph.D. dissertation], Universidad Politécnica de Madrid, Spain, 2011
- 132 García-Fernández Á F, Grajal J, Morelande M R. Two-layer particle filter for multiple target detection and tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, **49**(3): 1569–1588
- 133 Georgy J, Noureldin A, Mellema G R. Clustered mixture particle filter for underwater multitarget tracking in multistatic active sonobuoy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2012, **42**(4): 547–560
- 134 Morelande M R, Kreucher C M, Kastella K. A Bayesian approach to multiple target detection and tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(5): 1589–1604
- 135 Bugallo M F, Djuric P M. Target tracking by symbiotic particle filtering. In: Proceedings of the 2010 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, Montana: IEEE, 2010. 1–7
- 136 Houssineau J, Delande E, Clark D. Notes of the summer school on finite set statistics. 2013, arXiv: 1308.2586
- 137 Streit R, Degen C, Koch W. The pointillist family of multitarget tracking filters. 2015, arxiv: 1505.08000
- 138 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 139 Mahler R P S. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523–1543
- 140 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 141 Vo B, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo implementation of the PHD filter for multi-target tracking. In: Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion. Cairns, Queensland, Australia: IEEE, 2003. 792–799
- 142 Zajic T, Mahler R P S. A particle-systems implementation of the PHD multitarget tracking filter. In: Proceedings of the SPIE 5096, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XII. Orlando, FL: SPIE, 2003. 291–299
- 143 Sidenbladh H. Multi-target particle filtering for the probability hypothesis density. In: Proceedings of the 6th International Conference of Information Fusion. Cairns, Queensland, Australia: IEEE, 2003. 800–806
- 144 Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1224–1245
- 145 Houssineau J, Laneuville D. PHD filter with diffuse spatial prior on the birth process with applications to GM-PHD filter. In: Proceedings of the 13th Conference on Information Fusion. Edinburgh: IEEE, 2010. 1–8
- 146 Johansen A M, Singh S S, Doucet A, Vo B N. Convergence of the SMC implementation of the PHD filter. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2006, **8**(2): 265–291
- 147 Clark D E, Bell J. Convergence results for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(7): 2652–2661
- 148 Braca P, Marano S, Matta V, Willett P. Asymptotic efficiency of the PHD in multitarget/multisensor estimation. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 553–564
- 149 Nandakumaran N, Punithakumar K, Kirubarajan T. Improved multi-target tracking using probability hypothesis density smoothing. In: Proceedings of the SPIE 6699, Signal and Data Processing of Small Targets. San Diego, CA: SPIE, 2007
- 150 Mahler R P S, Vo B N, Vo B T. Forward-backward probability hypothesis density smoothing. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(1): 707–728
- 151 Punithakumar K, Kirubarajan T, Sinha A. Multiple-model probability hypothesis density filter for tracking maneuvering targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(1): 87–98
- 152 Lian Feng, Han Chong-Zhao, Liu Wei-Feng, Yuan Xiang-Hui. Multiple-model probability hypothesis density smoother. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(7): 939–950 (连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 元向辉. 多模型概率假设密度平滑器. 自动化学报, 2010, **36**(7): 939–950)
- 153 Petetin Y, Desbouvries F. Bayesian multi-object filtering for pairwise Markov chains. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(18): 4481–4490
- 154 Pace M, Del Moral P. Mean-field PHD filters based on generalized Feynman-Kac flow. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 484–495
- 155 Mahler R. Tracking targets with pairwise-Markov dynamics. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC: IEEE, 2015. 280–286
- 156 Streit R L, Stone L D. Bayes derivation of multitarget intensity filters. In: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne: IEEE, 2008. 1–8
- 157 Streit R. The probability generating functional for finite point processes, and its application to the comparison of PHD and intensity filters. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2013, **8**(2): 119–132
- 158 Whiteley N, Singh S, Godsill S. Auxiliary particle implementation of probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(3): 1437–1454
- 159 Schikora M, Gning A, Mihaylova L, Cremers D, Koch W. Box-particle PHD filter for multi-target tracking. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore: IEEE, 2012. 106–113
- 160 Vihola M. Rao-Blackwellised particle filtering in random set multitarget tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(2): 689–705
- 161 Clark D, Vo B T, Vo B N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters. In: Proceedings of the 2007 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, Montana: IEEE, 2007. 1–11
- 162 Li T C, Sun S D, Sattar T P. High-speed sigma-gating SMC-PHD filter. *Signal Processing*, 2013, **93**(9): 2586–2593
- 163 Shi Z G, Liu Y K, Hong S H, Chen J M, Shen X M. POSE: design of hardware-friendly particle-based observation selection PHD filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(4): 1944–1956

- 164 Del Cocco M, Cavallaro A. Parallel particle-PHD filter. In: Proceedings of the 2014 International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Florence, Italy: IEEE, 2014. 6578–6582
- 165 Clark D, Mahler R. Generalized PHD filters via a general chain rule. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore: IEEE, 2012. 157–164
- 166 Delande E, Uney M, Houssineau J, Clark D. Regional variance for multi-object filtering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(13): 3415–3428
- 167 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the Cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(7): 3553–3567
- 168 Mahler R. “Statistics 102” for multisource-multitarget detection and tracking. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 376–389
- 169 Mahler R. Linear-complexity CPHD filters. In: Proceedings of the 13th Conference on Information Fusion. Edinburgh, Scotland, United Kingdom: IEEE, 2010. 1–8
- 170 Nannuru S, Coates M, Mahler R. Computationally-tractable approximate PHD and CPHD filters for superpositional sensors. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 410–420
- 171 Ouyang C, Ji H, Li C. Improved multi-target multi-Bernoulli filter. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2012, **6**(6): 458–464
- 172 Dunne D, Kirubarajan T. Multiple model multi-Bernoulli filters for manoeuvring targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, **49**(4): 2679–2692
- 173 Lian F, Li C, Han C Z, Chen H. Convergence analysis for the SMC-MeMber and SMC-CBMeMber filters. *Journal of Applied Mathematics*, 2012, **2012**: Article ID 584140
- 174 Reuter S, Vo B T, Vo B N, Dietmayer K. The labeled Multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(12): 3246–3260
- 175 Vo B N, Vo B T, Phung D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(24): 6554–6567
- 176 Papi F, Vo B N, Vo B T, Fantacci C, Beard M. Generalized labeled multi-Bernoulli approximation of multi-object densities. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(20): 5487–5497
- 177 Papi F, Du Y K. A particle multi-target tracker for superpositional measurements using labeled random finite sets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(16): 4348–4358
- 178 Vo B T, Vo B N, Hoseinnezhad R, Mahler R P S. Robust multi-Bernoulli filtering. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 399–409
- 179 Wang B L, Yi W, Li S Q, Morelande M R, Kong L J, Yang X B. Distributed multi-target tracking via generalized multi-Bernoulli random finite sets. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC: IEEE, 2015. 253–261
- 180 Koch W, van Keuk G. Multiple hypothesis track maintenance with possibly unresolved measurements. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, **33**(3): 883–892
- 181 Lian F, Han C Z, Liu W F, Liu J, Sun J. Unified cardinalized probability hypothesis density filters for extended targets and unresolved targets. *Signal Processing*, 2012, **92**(7): 1729–1744
- 182 Drummond O E, Blackman S S, Petrisor G C. Tracking clusters and extended objects with multiple sensors. In: Proceedings of the SPIE 1305, Signal and Data Processing of Small Targets. Los Angeles, CA, 1990. 362–375
- 183 Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(3): 1042–1059
- 184 Lan J, Li X R. Tracking of maneuvering non-ellipsoidal extended object or target group using random matrix. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(9): 2450–2463
- 185 Granstrom K, Orguner U. On Spawning and combination of extended/group targets modeled with random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(3): 678–692
- 186 Mahler R. PHD filters for nonstandard targets, I: extended targets. In: Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Seattle WA: IEEE, 2009. 915–921
- 187 Li Y X, Xiao H T, Song Z Y, Hu R, Fan H Q. A new multiple extended target tracking algorithm using PHD filter. *Signal Processing*, 2013, **93**(12): 3578–3588
- 188 Hammarstrand L, Lundgren M, Svensson L. Adaptive radar sensor model for tracking structured extended objects. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(3): 1975–1995
- 189 Clark D E, Houssineau J. Faa di Bruno’s formula for Gateaux differentials and interacting stochastic population processes. 2012, arXiv: 1202.0264
- 190 Swain A, Clark D. The single-group PHD filter: an analytic solution. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, Illinois, USA: IEEE, 2011. 1–8
- 191 Gning A, Mihaylova L, Maskell S, Pang S K, Godsill S. Group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1383–1395
- 192 Li Zhen-Xing, Liu Jin-Mang, Li Song, Bai Dong-Ying, Ni Peng. Group targets tracking algorithm based on box particle filter. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(4): 785–798 (李振兴, 刘进忙, 李松, 白东颖, 倪鹏. 基于箱式粒子滤波的群目标跟踪算法. *自动化学报*, 2015, **41**(4): 785–798)
- 193 Sathyan T, Chin T J, Arulampalam S, Suter D. A multiple hypothesis tracker for multitarget tracking with multiple simultaneous measurements. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 448–460
- 194 Vo B N, Vo B T, Pham N T, Suter D. Joint detection and estimation of multiple objects from image observations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(10): 5129–5141
- 195 Lian Feng, Lv Ning, Han Chong-Zhao. The recursive form of error bound for joint detection and estimation of groups. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(12): 1990–1999 (连峰, 吕宁, 韩崇昭. 群目标联合检测与估计误差界的递推形式. *自动化学报*, 2015, **41**(12): 1990–1999)
- 196 Li X R. Optimal Bayes joint decision and estimation. In: Proceedings of the 10th International Conference on Information Fusion. Quebec City, Canada: IEEE, 2007. 1–6

- 197 Davey S J, Rutten M G, Cheung B. A comparison of detection performance for several track-before-detect algorithms. In: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne: IEEE, 2008. 1–8
- 198 Fritsche C, Ozkan E, Svensson L, Gustafsson F. A fresh look at Bayesian Cramér-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 199 Tulsyan A, Huang B, Gopaluni R B, Forbes J F. Performance assessment, diagnosis, and optimal selection of nonlinear state filters. *Journal of Process Control*, 2014, **24**(2): 460–478
- 200 Caron F, Del Moral P, Doucet A, Pace M. Particle approximation of the intensity measures of a spatial branching point process arising in multitarget tracking. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2011, **49**(4): 1766–1792
- 201 Datta Gupta S, Coates M, Rabbat M. Error propagation in Gossip-based distributed particle filters. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2015, **1**(3): 148–163
- 202 Zhou Y, Li J X, Wang D L. Posterior Cramér-Rao lower bounds for target tracking in sensor networks with quantized range-only measurements. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, **17**(2): 157–160
- 203 Carvalho C M, Johannes M S, Lopes H F, Polson N G. Particle learning and smoothing. *Statistical Science*, 2010, **25**(1): 88–106
- 204 Yang J L, Ge H W. An improved multi-target tracking algorithm based on CBMeMber filter and variational Bayesian approximation. *Signal Processing*, 2013, **93**(9): 2510–2515
- 205 Mahler R P S, Vo B T, Vo B N. CPHD Filtering with unknown clutter rate and detection profile. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(8): 3497–3513
- 206 Lian F, Han C Z, Liu W F. Estimating unknown clutter intensity for PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(4): 2066–2078
- 207 Yan Xiao-Xi, Han Chong-Zhao. Multiple target tracking algorithm based on online estimation of target birth intensity. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(8): 963–972
(闫小喜, 韩崇昭. 基于目标出生强度在线估计的多目标跟踪算法. 自动化学报, 2011, **37**(8): 963–972)
- 208 Ristic B, Clark D, Vo B N, Vo B T. Adaptive target birth intensity for PHD and CPHD filters. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(2): 1656–1668
- 209 Li T C, Sun S D, Corchado J M, Siyau M F. Random finite set-based Bayesian filters using magnitude-adaptive target birth intensity. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 210 Clark D E, Bell J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1441–1453
- 211 Dunne D, Ratnasingham T, Lang T, Kirubarajan T. SMC-PHD-based multi-target tracking with reduced peak extraction. In: Proceedings of the SPIE 7445, Signal and Data Processing of Small Targets. San Diego, CA: SPIE, 2009. 74450F-1–74450F-12
- 212 Liu W F, Han C Z, Lian F, Zhu H Y. Multitarget state extraction for the PHD filter using MCMC approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, **46**(2): 864–883
- 213 Tobias M, Lanterman A D. Techniques for birth-particle placement in the probability hypothesis density particle filter applied to passive radar. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2008, **2**(5): 351–365
- 214 Tang X, Wei P. Multi-target state extraction for the particle probability hypothesis density filter. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2011, **5**(8): 877–883
- 215 Xu B L, Xu H G, Zhu J H. Ant clustering PHD filter for multiple-target tracking. *Applied Soft Computing*, 2011, **11**(1): 1074–1086
- 216 Zhao L L, Ma P J, Su X H. An improved peak extraction algorithm for probability hypothesis density particle filter. *Advanced Science Letters*, 2012, **6**(1): 88–95
- 217 Lin L K, Xu H, Sheng W D, An W. Multi-target state-estimation technique for the particle probability hypothesis density filter. *Science China Information Sciences*, 2012, **55**(10): 2318–2328
- 218 Zhao L L, Ma P J, Su X H, Zhang H T. A new multi-target state estimation algorithm for PHD particle filter. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 219 Ristic B, Clark D, Vo B N. Improved SMC implementation of the PHD filter. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 220 Schikora M, Koch W, Streit R, Cremers D. A sequential Monte Carlo method for multi-target tracking with the intensity filter. *Advances in Intelligent Signal Processing and Data Mining: Theory and Applications*. Berlin Heidelberg: Springer, 2013, **410**: 55–87
- 221 Bozdogan A O, Efe M, Streit R. Reduced palm intensity for track extraction. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1243–1250
- 222 Li T, Corchado J M, Sun S. Multi-EAP: Extended EAP for Multiple Estimate Extraction for the SMC-PHD Filter. Technical report, Spain: University of Salamanca, 2014
- 223 Degen C, Govaers F, Koch W. Track maintenance using the SMC-intensity filter. In: Proceedings of the 2012 Workshop on Sensor Data Fusion: Trends, Solutions, Applications (SDF). Bonn, Germany: IEEE, 2012. 7–12
- 224 Lin L, Bar-shalom Y, Kirubarajan T. Track labeling and PHD filter for multitarget tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, **42**(3): 778–795
- 225 Panta K, Vo B N, Singh S. Novel data association schemes for the probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(2): 556–570
- 226 Danu D G, Lang T, Kirubarajan T. Assignment-based particle labeling for PHD particle filter. In: Proceedings of the SPIE 7445, Signal and Data Processing of Small Targets. San Diego, CA: SPIE, 2009.
- 227 Yang J L, Ji H B. A novel track maintenance algorithm for PHD/CPHD filter. *Signal Processing*, 2012, **92**(10): 2371–2380
- 228 Lin L K, Xu H, An W, Sheng W D, Xu D. Tracking a large number of closely spaced objects based on the particle probability hypothesis density filter via optical sensor. *Optical Engineering*, 2011, **50**(11): 6401
- 229 Garcia-Fernandez A F, Morelande M R, Grajal J. Bayesian sequential track formation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(24): 6366–6379

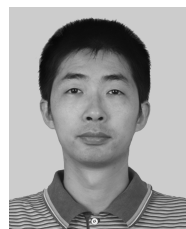
- 230 Li T C, Sun S D, Corchado J M, Siyau M F. A particle dyeing approach for track continuity for the SMC-PHD filter. In: Proceedings of the 2014 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 231 Aoki E H, Boers Y, Svensson L, Mandal P, Bagchi A. A Bayesian look at the optimal track labelling problem. In: Proceedings of the 9th IET Data Fusion & Target Tracking Conference: Algorithms Applications. London: IET, 2012. 1–6
- 232 Svensson L, Morelande M. Target tracking based on estimation of sets of trajectories. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 233 Georgescu R, Willett P, Svensson L, Morelande M. Two linear complexity particle filters capable of maintaining target label probabilities for targets in close proximity. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore: IEEE, 2012. 2370–2377
- 234 Coraluppi S, Carthel C. Multi-stage multiple-hypothesis tracking. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2011, 6(1): 57–67
- 235 Coraluppi S, Guerriero M, Willett P, Carthel C. Fuse-before-track in large sensor networks. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2010, 5(1): 18–31
- 236 Li X R, Zhao Z L. Evaluation of estimation algorithms Part I: Incomprehensive measures of performance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(4): 1340–1358
- 237 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447–3457
- 238 Ristic B, Vo B N, Clark D, Vo B T. A Metric for performance evaluation of multi-target tracking algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3452–3457
- 239 Nagappa S, Clark D E, Mahler R. Incorporating track uncertainty into the OSPA metric. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1–8
- 240 Vu T, Evans R. A new performance metric for multiple target tracking based on optimal subpattern assignment. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 241 Svensson L, Svensson D, Guerriero M, Willett P. Set JPDA filter for multitarget tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(10): 4677–4691
- 242 Crouse D F, Willett P, Svensson L, Svensson D, Guerriero M. The set MHT. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1–8
- 243 Balasingam B, Baum M, Willett P. MMOSPA estimation with unknown number of objects. In: Proceedings of the 2015 IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing. Chengdu, China: IEEE, 2015. 706–710
- 244 Zhang L, Lan J, Li X R. A method for evaluating performance of joint tracking and classification. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC, USA: IEEE, 2015. 499–506
- 245 Barrios P, Naqvi G, Adams M, Leung K, Inostroza F. The cardinalized optimal linear assignment (COLA) metric for multi-object error evaluation. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, DC, USA: IEEE, 2015. 271–279



李天成 西班牙萨拉曼卡大学科学院 BISITE 组博士后, 2008 年获得哈尔滨工程大学工学与管理学(辅)双学士学位, 2013 年获得英国伦敦南岸大学电气工程专业博士学位, 2015 年获得西北工业大学机械电子工程专业博士学位。主要研究方向为统计信号处理、信息融合与分布式计算, 特别是粒子滤波以及多目标跟踪。本文通信作者。

E-mail: t.c.li@usal.es, t.c.li@mail.nwpu.edu.cn

(**LI Tian-Cheng** Postdoctoral researcher with the BISITE Group, Faculty of Sciences, University of Salamanca, Spain. He received his bachelor's degree in mechanical and electrical engineering, with a minor in business administration, from Harbin Engineering University, China in 2008, his Ph.D. degree in electrical and electronic engineering from London South Bank University, United Kingdom in 2013 and his second Ph.D. degree in mechanical and electrical engineering from Northwestern Polytechnical University, China in 2015. His research interests covers general area of statistical signal processing, information fusion and distributed computing, with an emphasis on particle filtering and multiple target tracking. Corresponding author of this paper.)



范红旗 国防科学技术大学自动目标识别重点实验室副教授。2008 年获得国防科学技术大学信息与通信工程博士学位。主要研究方向为雷达信号与数据处理, 目标跟踪与信息融合, 多智能体系统。

E-mail: fhongqi@gmail.com

(**FAN Hong-Qi** Associate professor at the Automatic Target Recognition, National University of Defense Technology. He received his Ph.D. degree in information and communication engineering from National University of Defense Technology in 2008. His research interest covers radar signal and data processing, target tracking and information fusion, and multi-agent systems.)



孙树栋 西北工业大学机电工程学院教授。1989 年获得南京航空航天大学机械工程博士学位。主要研究方向为移动机器人及其智能控制, 现代集成制造系统和工业工程。

E-mail: sdsun@nwpu.edu.cn

(**SUN Shu-Dong** Professor at the School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University. He received his Ph.D. degree in mechanical engineering from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 1989. His research interest covers intelligent robot, modern integrated manufacturing system, and industrial engineering.)