

第 4 课 EKF 在导弹制导中的应用

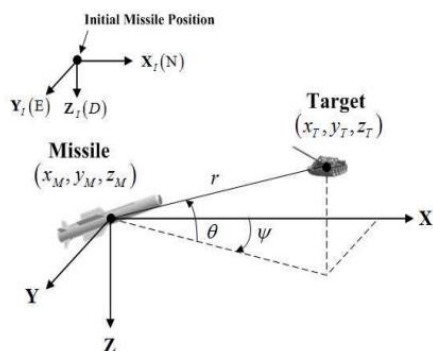
作者：范泽宣

钢铁侠盔甲要是真的像电影里一样以一敌百，还要具备发射导弹的功能，现在军工领域已经不再是简简单单的发射导弹那么简单了，具有跟踪功能的导弹比比皆是，导弹的自动导引制导是指导弹能够自主地搜索、捕获、识别、跟踪和攻击目标的制导方式，这是制导武器系统最主要的现代制导体制。

本节课就让我们揭开导弹在三维空间的制导算法。

今天下午天气晴朗，刚刚从松花江上划船回来，Dsy 就拿来了一本书周获著的《寻的导弹新型导引规律》（自动导引制导的导弹又叫寻的导弹），你兴奋的顾不得休息，把大神 Dsy 拉到书桌前，让他赶紧为你揭晓导弹制导的算法。

Dsy 笑着对你说，先别急，有了前几天的知识，理解导弹指导的内容并不难，先看下图，理解下导弹制导的原理，在笛卡尔坐标系下导弹 Missile 与打击物 Target 的距离为 r 。



由上图很容易发现导弹制导实际上就是在一个三维平面 $x-y-z$ 内运动的质点 $\text{Target}(x_t, y_t, z_t)$ 相对于 $\text{Missile}(x_m, y_m, z_m)$ 的位置检测和估计的问题，这类问题正符合 kalman 解决问题的范围。

把三维问题分解到二维空间，定义状态空间：

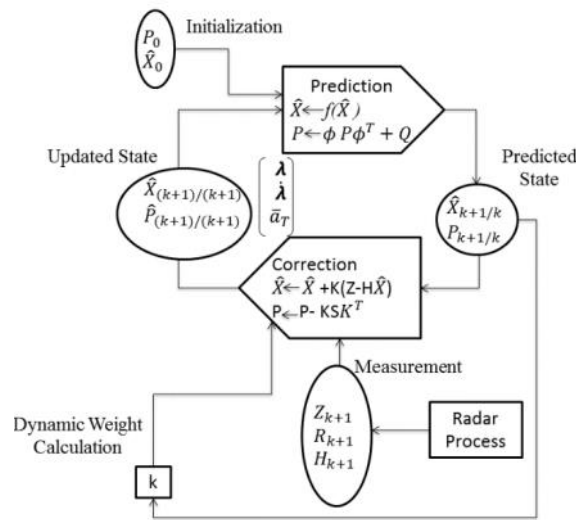
$$X = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ a \end{bmatrix}$$

状态转移矩阵如下：

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

上述两个矩阵，分别描述的状态空间与状态转移矩阵，乘到一起就是运动学入门的距离和速度加速度相关的公式。再看下图整个导弹制导的常规滤波流

程，有没有发现很熟悉。



虽然有些符号使用不同，但细心比对下就会发现，整个卡尔曼算法的流程和前几节课是一样的，下面我们通过实例化将 2D 空间扩展到 3D 空间，编写导弹制导的 kalman 滤波的 matlab 程序。

在笛卡尔坐标系下，目标的质点运动方程为：

$$X(k+1) = f_k(X(k), W(k))$$

在不考虑复杂干扰因子的情况下，该状态方程为线性：

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) + W(k)$$

其中：

$$A = \begin{bmatrix} I_3 & tI_3 & \frac{1}{\gamma^2}(e^{-\gamma t} + \gamma t - 1)I_3 \\ 0_3 & I_3 & \frac{1}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})I_3 \\ 0_3 & 0_3 & e^{-\gamma t}I_3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -(t^2/2)I_3 \\ -tI_3 \\ 0_3 \end{bmatrix}$$

观测方程为： $Z(k) = h[X(k)] + V(k)$

在导弹对目标方位的测量为俯仰角和水平方向偏向角。

按照上述方程编写核心的 matlab 程序为：

```
-----
A=[eye(3),delta_t*eye(3),(exp(-1*longa*delta_t)+...
longa*delta_t-1)/longa^2*eye(3);
zeros(3),eye(3),(1-exp(-1*longa*delta_t))/longa*eye(3);
zeros(3),zeros(3),exp(-1*longa*delta_t)*eye(3)];
-----

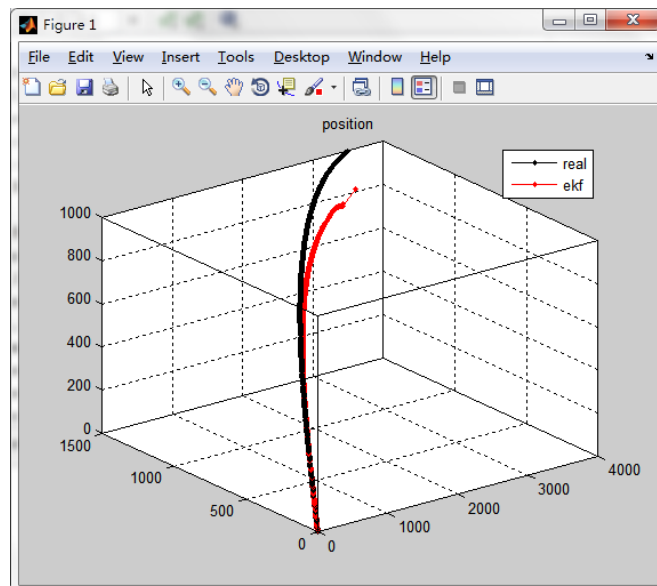
Xn=F*ex+G*u;
Zn=[atan(Xn(2)/sqrt(Xn(1)^2+Xn(3)^2),atan(-1*Xn(3)/Xn(1))]' ;
P=F*P0*F'+Q;
dh1_dx=-
```

```

1*Xn(1)*Xn(2)/(Xn(1)^2+Xn(2)^2+Xn(3)^2)/sqrt(Xn(1)^2+Xn(3)^2);
dh1_dy=sqrt(Xn(1)^2+Xn(3)^2)/(Xn(1)^2+Xn(2)^2+Xn(3)^2);
dh1_dz=-
1*Xn(2)*Xn(3)/(Xn(1)^2+Xn(2)^2+Xn(3)^2)/sqrt(Xn(1)^2+Xn(3)^2);
dh2_dx=Xn(3)/(Xn(1)^2+Xn(3)^2);
dh2_dy=0;
dh2_dz=-1*Xn(1)/(Xn(1)^2+Xn(3)^2);
H=[dh1_dx,dh1_dy,dh1_dz,0,0,0,0,0,0;dh2_dx,dh2_dy,dh2_dz,0,0,0,0,0,0]
;
K=P*H'/(H*P*H'+R);
ex=Xn+K*(z-Zn);
P0=(eye(9)-K*H)*P;

```

仿真结果如下：



了解的导弹制导的 kalman 滤波方式，相信你可以更加熟练的将 kalman 应用到各种相关的领域了。

本文参考： 1. EXTENDED KALMAN FILTER DESIGN USING BEARING AND TIME-TO-GO MEASUREMENT FOR A HOMING MISSILE GUIDANCE
2. 《寻的导弹新型导引规律》