

第五讲

作业：

B3.23, B3.24, B3.25, B3.26, B3.27

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析

对于任意输入信号，分析线性定常系统的完全时间响应（即零输入响应和零状态响应）是一种对系统的完全和准确的分析方法，但计算量较大。从工程观点来看，有生命力的分析方法应能反映系统运动的基本规律和系统特性的主要方面，而不必牵扯过多的计算，简便而实用。

由于绝大多数系统的传递函数无零极相消，因此零状态响应蕴含有零输入响应特性的信息，所以仅需考察系统的零状态响应就足以反应系统的时间响应特性。

鉴于上述理由，可以发展一套工程上实用的分析方法：

- **若系统的传递函数无零极相消，则以输入输出模型（传递函数）为基础，忽略零输入响应（假设初始条件均为零）而仅以零状态响应来考察系统的时间响应特性。**

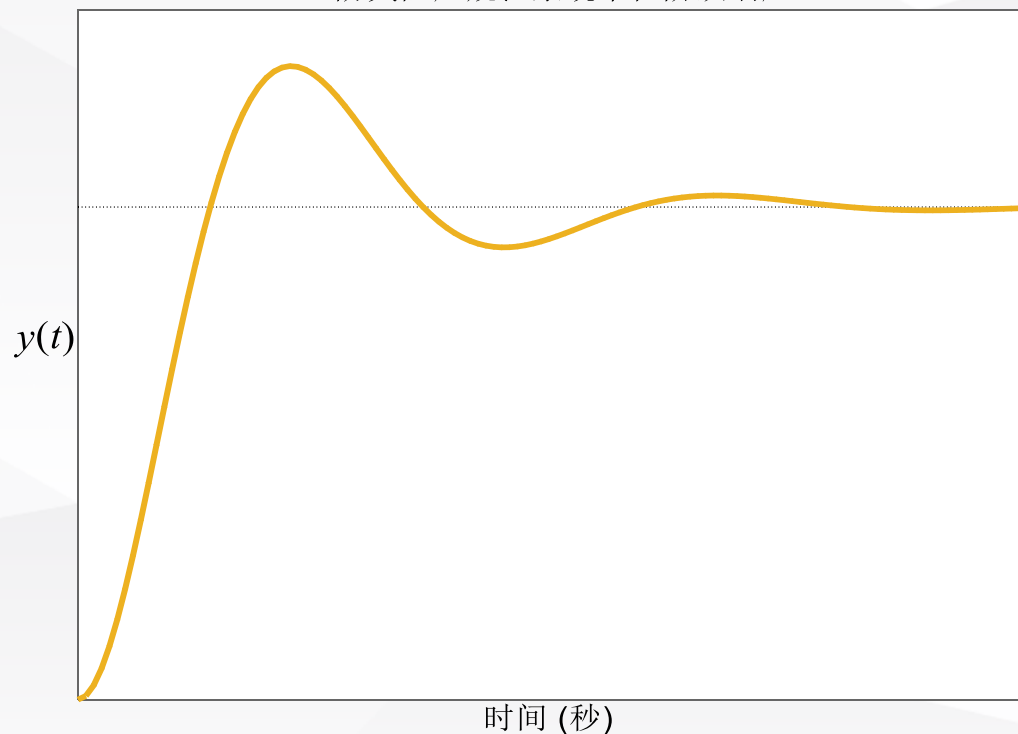
- 若系统的传递函数存在零极相消，则只能采用完全时间分析法。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析

暂态响应过程：

系统从初始状态到进入稳态之间的过渡过程。

二阶欠阻尼规范系统单位阶跃响应

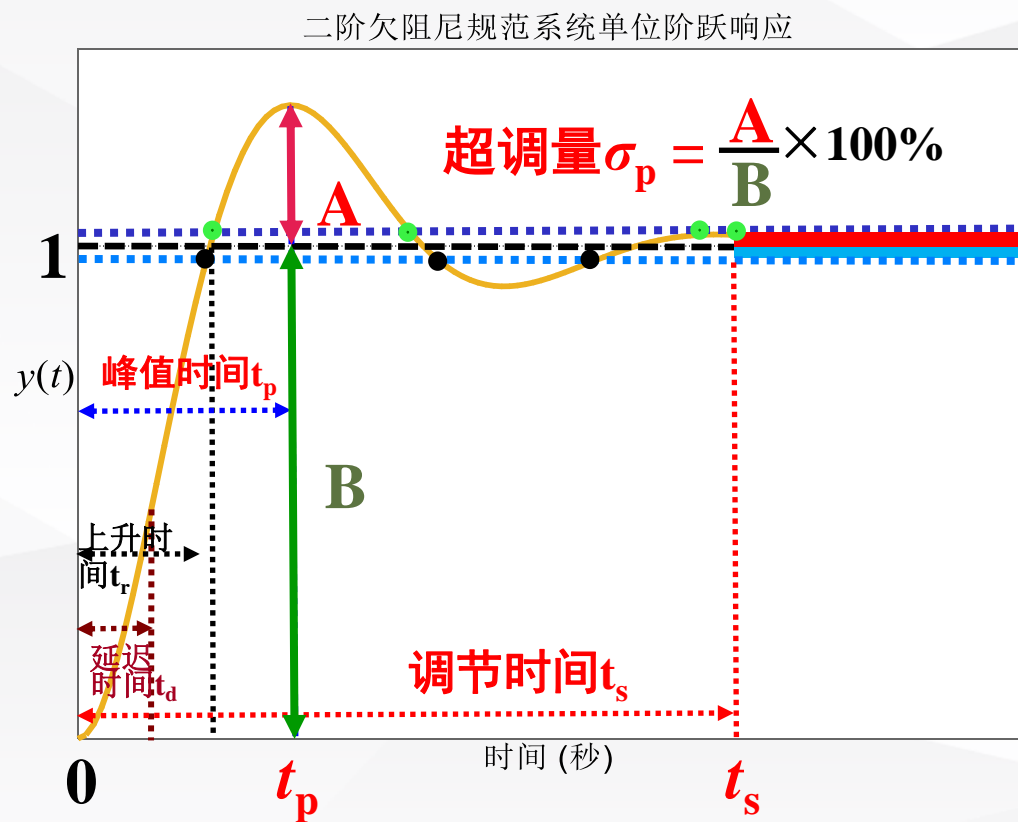


系统（零状态）响应暂态过程结束后进入稳态响应过程，系统的响应特性分为暂态响应特性和稳态响应特性。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析

暂态响应过程：

系统从初始状态到进入稳态之间的过渡过程。



系统（零状态）响应暂态过程结束后进入稳态响应过程，系统的响应特性分为暂态响应特性和稳态响应特性。

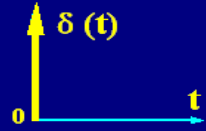
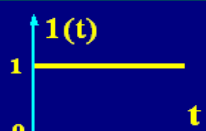
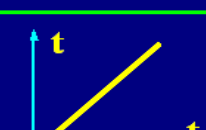
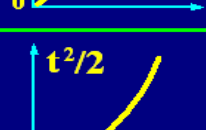
· 性能指标：

- ① 优化型：如二次型积分性能指标等；
- ② 非优化型：描述系统单位阶跃响应特性优良程度的一些特征量，如峰值时间、超调量和调节时间等。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：典型输入信号

典型输入信号

包括五种：单位脉冲信号、单位阶跃信号、单位速度信号、单位加速度信号和正弦信号。要比较系统性能的优劣，需要在同样的输入激励条件下比较系统的行为：

函数图象	像原函数	时域关系	像函数	复域关系	例
	单位脉冲 $f(t) = \delta(t)$	$\uparrow \frac{df}{dt}$	1	$\times s$	撞击后坐力电脉冲
	单位阶跃 $f(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$		$\frac{1}{s}$		开关量
	单位斜坡 $f(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$		$\frac{1}{s^2}$		等速跟踪
	单位加速度 $f(t) = \begin{cases} t^2/2 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$		$\frac{1}{s^3}$		

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：典型输入信号

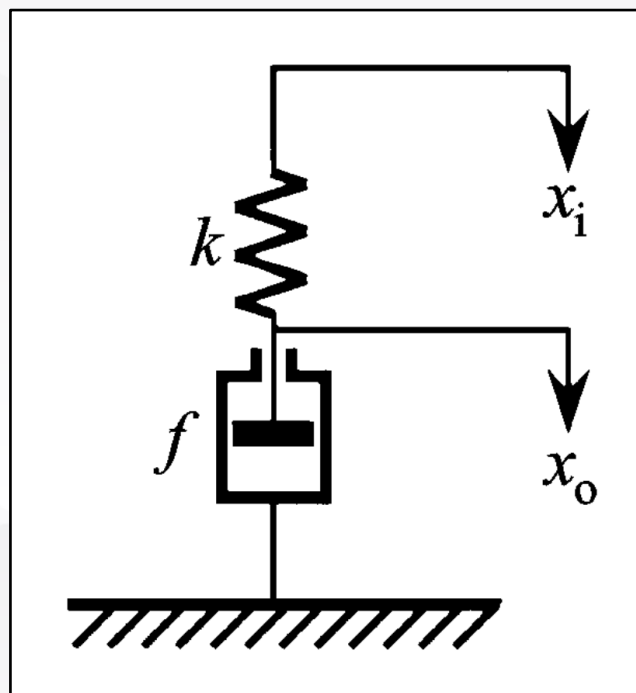
典型输入信号

包括五种：单位脉冲信号、单位阶跃信号、单位速度信号、单位加速度信号和正弦信号。要比较系统性能的优劣，需要在同样的输入激励条件下比较系统的行为：

- ①通常以单位阶跃响应来分析研究系统的暂态（动态）响应特性；一般认为，阶跃响应对系统而言是比较严峻的工作状态；
- ②线性定常系统对输入信号导数（积分）的响应，等于系统对该输入信号响应的导数（积分）；因此通过考察单位阶跃响应，可通过微分、积分运算得到其它典型输入信号响应；
- ③讨论系统的响应特性及其性能指标问题，其前提是系统必须稳定。不稳定的系统无实用价值，更谈不上性能指标问题。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：一阶系统

例：一个由弹簧-阻尼器组成的机械系统如图所示，其中 k 为弹簧的刚性系数， f 为黏性阻尼系数，弹簧受力后产生的位移 $x_i(t)$ 为输入量，阻尼器产生的位移 $x_o(t)$ 为输入量，给出系统的微分方程和传递函数。



弹簧-阻尼器系统

解：知阻尼器产生的黏性摩擦力和活塞杆与油缸之间的相对运动速度成正比，根据牛顿定律，弹簧力应与之平衡，故有：

$$f \frac{dx_o}{dt} - k(x_i - x_o) = 0$$

整理可得微分方程为：

$$f \frac{dx_o}{dt} + kx_o = kx_i$$

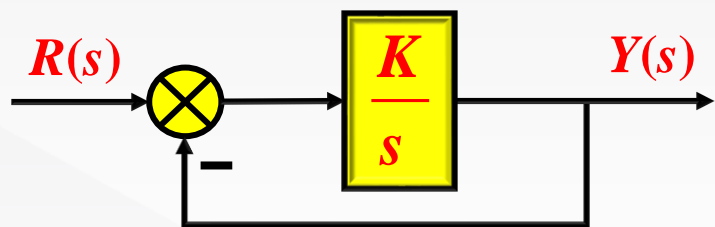
传递函数为：

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{k}{fs + k} = \frac{1}{Ts + 1}, \quad T = \frac{f}{k}$$

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：一阶系统

一阶系统传递函数标准形式

- 典型结构图：



- 闭环传递函数：

$$G(s) = \frac{K}{s + K} = \frac{1}{Ts + 1}, \quad T = \frac{1}{K}$$

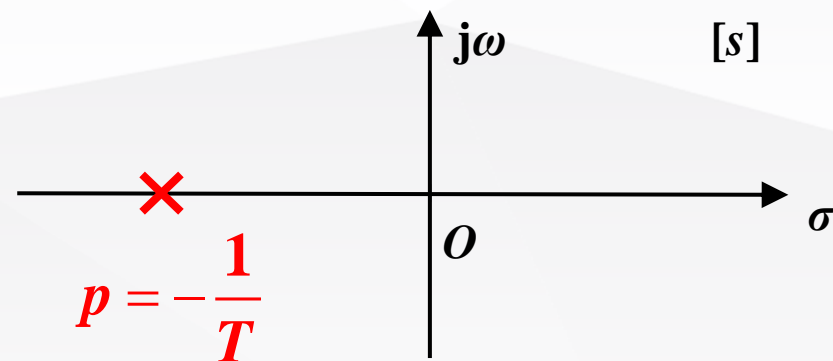
其中 T 叫做时间常数。

- 开环传递函数：

$$G_k(s) = \frac{K}{s}$$

其中 K 是开环增益。

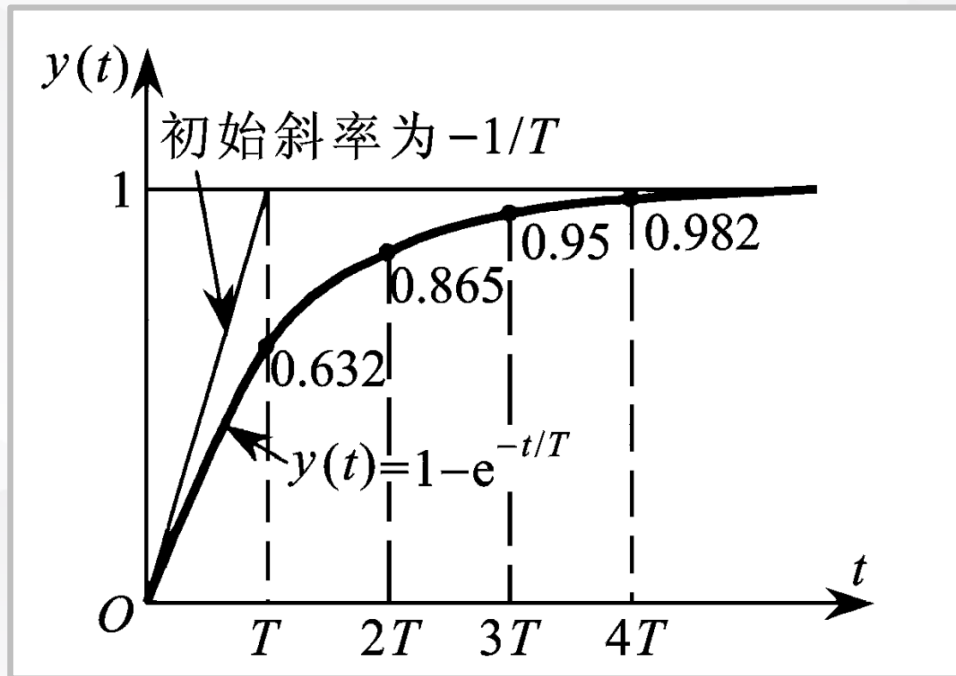
- 零极点分布图：



§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：一阶系统

一阶系统的单位阶跃响应

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T} \quad \Rightarrow \quad y(t) = \underbrace{1}_{\text{稳态分量}} - \underbrace{e^{-\frac{1}{T}t}}_{\text{暂态分量}}$$



一阶系统暂态响应曲线($K=1$)

- ① 系统暂态响应为**非周期响应**
- ② **时间常数 T** ：定义为阶跃响应由零上升到终值的**63%**所用时间；其反应系统的惯性，是表征输出响应的唯一特征参数。
- ③ 根据 $y(nT)$ ， $n=1,2,3,4$ 的值，工程中据此采用实验方法测取时间常数或判断所测系统是否为一阶系统，或利用初始斜率确定时间常数。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：一阶系统

一阶系统的暂态性能指标

- **调节时间 t_s** ：系统响应到达并不再越出稳态值的容许误差带 $\pm\Delta$ 所需的最短时间：

$$y(t_s) = 1 - e^{-\frac{t_s}{T}} = 0.95 \rightarrow t_s = 3T, \Delta = 5\% \text{ (5\%误差带)}$$

$$y(t_s) = 1 - e^{-\frac{t_s}{T}} = 0.98 \rightarrow t_s = 4T, \Delta = 2\% \text{ (2\%误差带)}$$

- **上升时间 t_r** ：响应波形由终值的10%到90%所用时间：

$$y(t_1) = 0.1 \rightarrow e^{-\frac{1}{T}t_1} = 0.9 \rightarrow t_1 = -T \ln(0.9) \approx 0.11T$$

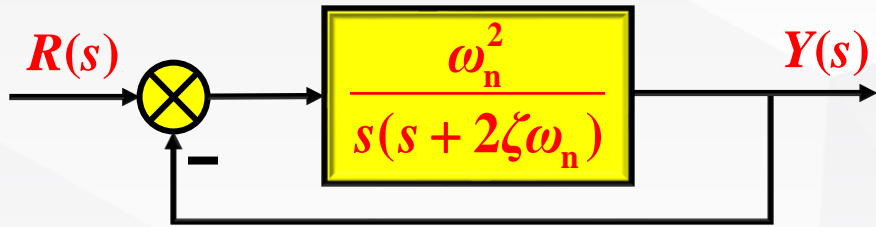
$$y(t_2) = 0.9 \rightarrow e^{-\frac{1}{T}t_2} = 0.1 \rightarrow t_2 = -T \ln(0.1) \approx 2.31T$$

$$\text{故上升时间为： } t_r = 2.2T$$

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：二阶系统

二阶规范系统传递函数

- 典型结构图：



其中：

ω_n 称为（闭环）系统的无阻尼自然振荡角频率或自然频率（rad/s）；

ζ 称为（闭环）系统的阻尼比（无量纲）

- 开环传递函数：

$$G_k(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

- 闭环传递函数：

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

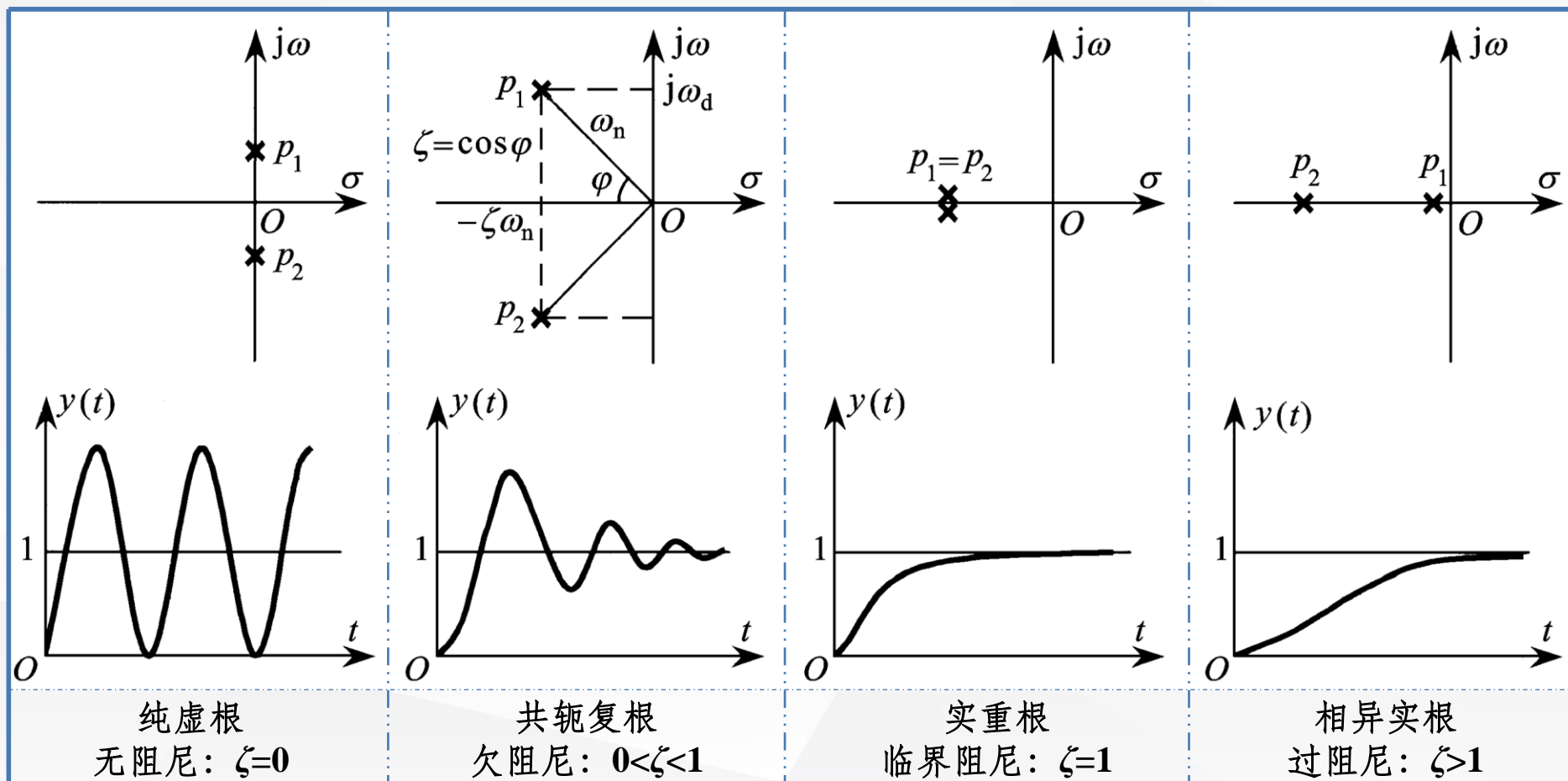
- 闭环极点及系统响应分类：

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

阻尼比	极点类型	系统响应类型
$\zeta = 0$	$p_{1,2} = \pm j\omega_n$	周期性等幅简谐振荡
$0 < \zeta < 1$	$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$	周期性阻尼衰减振荡
$\zeta = 1$	$p_{1,2} = -\omega_n$	非周期单调上升
$\zeta > 1$	$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$	非周期单调上升（迟缓）

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：二阶系统

二阶规范系统闭环极点分布与对应的单位阶跃响应图示



§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

欠阻尼二阶规范系统的单位阶跃响应

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{s} - \frac{\frac{s + \zeta\omega_n}{\underbrace{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \sqrt{(1 - \zeta^2)}^2}_{\boxed{\frac{\tilde{s}}{\tilde{s}^2 + \tilde{\omega}^2}}}}}{\underbrace{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \sqrt{(1 - \zeta^2)}^2}_{\boxed{\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{s}^2 + \tilde{\omega}^2}}}} - \frac{\frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \left(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \right)}{\underbrace{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2 \sqrt{(1 - \zeta^2)}^2}_{\boxed{\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{s}^2 + \tilde{\omega}^2}}}}$$

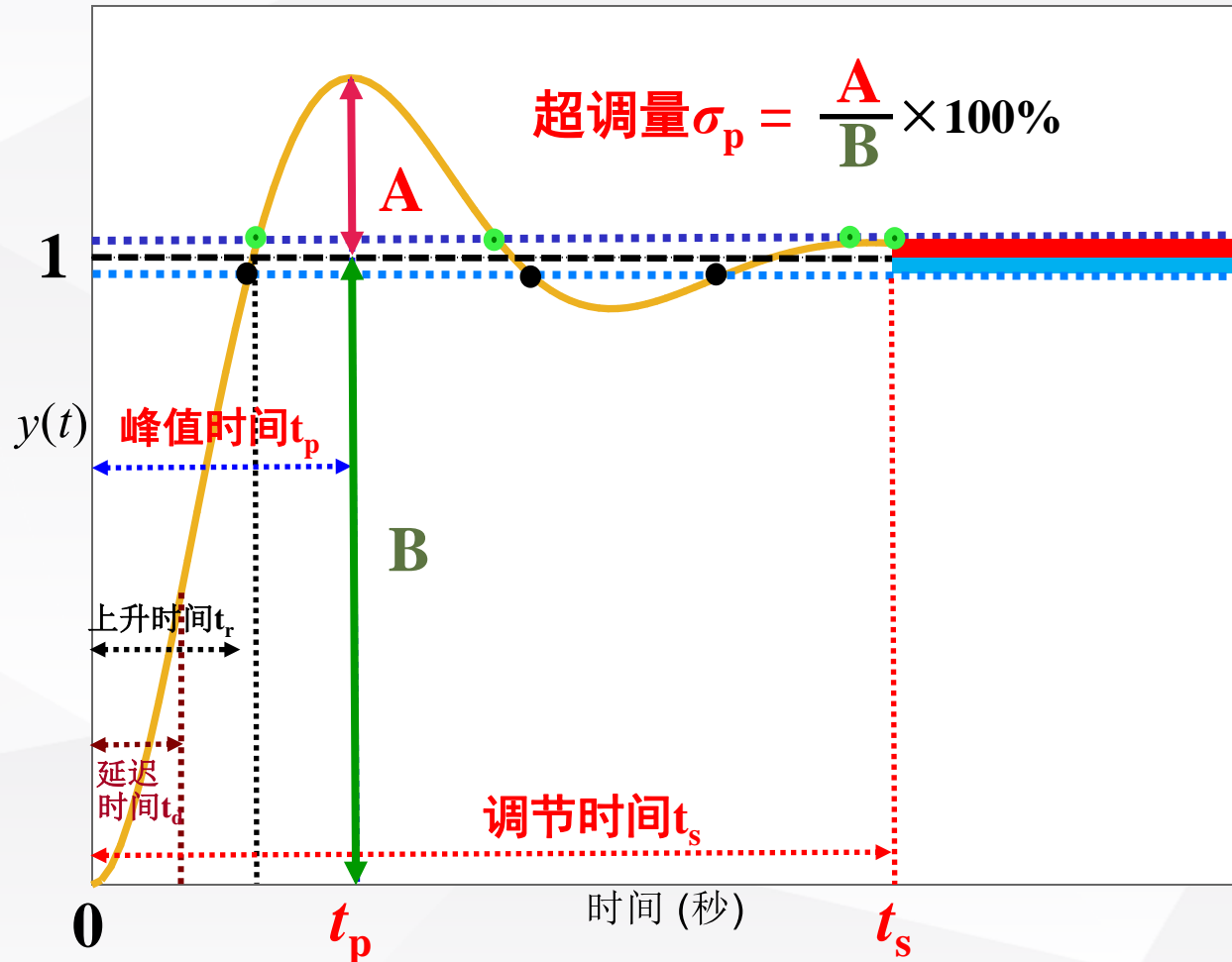
注意频移特性和三角公式，利用拉氏反变换可得单位阶跃响应为：

$$y(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t \right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

其中： $\zeta\omega_n$ 称为阻尼系数； $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ 称为阻尼振荡（角）频率； $\varphi = \arctan \sqrt{1 - \zeta^2} / \zeta = \arcsin \sqrt{1 - \zeta^2} = \arccos \zeta$ 称为阻尼角。

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：工程常用性能指标

二阶欠阻尼规范系统单位阶跃响应



· 峰值时间 t_p :

阶跃响应越过终值 $y(+\infty)$ 达到第一个峰值所需要的时间

· 调节时间 t_s : “快”

阶跃响应到达并保持在终值 $y(+\infty)$ 的 $\Delta = \pm 2\%$ (或 $\Delta = \pm 5\%$) 容许误差内所需要的最短时间

· 超调量 σ_p : “匀”

系统在暂态过程中输出响应超过稳态值的最大偏离量，采用峰值 $y(t_p)$ 超出稳态值 $y(+\infty)$ 的百分比表示：

$$\sigma_p = \frac{y(t_p) - y(+\infty)}{y(+\infty)} \times 100\%$$

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

▪ 峰值时间 t_p 的计算

对系统的单位阶跃响应取微分运算：

$$\begin{aligned} sY(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \\ &= \frac{\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \end{aligned}$$

进行拉氏反变换可得输入的导数为：

$$\dot{y}(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t$$

令导数为零，可取的极值，故：

$$\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t = n\pi$$

即：

$$t = \frac{n\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

由于峰值时间发生在 $n=1$ 处，故：

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

▪ 超调量 σ_p 的计算

由定义知系统的超调量：

$$\sigma_p = \frac{y(t_p) - y(+\infty)}{y(+\infty)} \times 100\%$$

系统响应在峰值时间 t_p 处和无穷远处的值分别为：

$$\begin{aligned} y(t_p) &= 1 - e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \left(\cos \pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \pi \right) = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \\ y(+\infty) &= 1 \end{aligned}$$

故系统的超调量为：

$$\sigma_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

· 调节时间 t_s 的估算

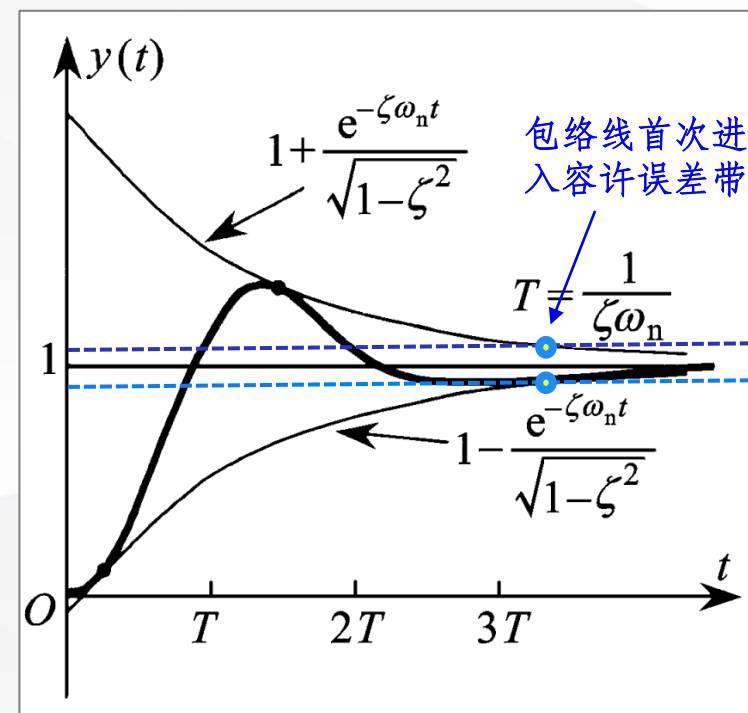
简单起见，将欠阻尼二阶规范系统的调节时间定义为包络线首次进入容许误差带的所用时间：

$$e^{-\zeta\omega_n t} \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \Delta \Rightarrow t_s = \frac{-\ln(\Delta\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}$$

当 $0 < \zeta < 0.9$ 时，估算对数 $-\ln(\Delta\sqrt{1-\zeta^2})$ 近似地取：

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}, \Delta = 2\%$$

$$t_s \approx \frac{3}{\zeta\omega_n}, \Delta = 5\%$$

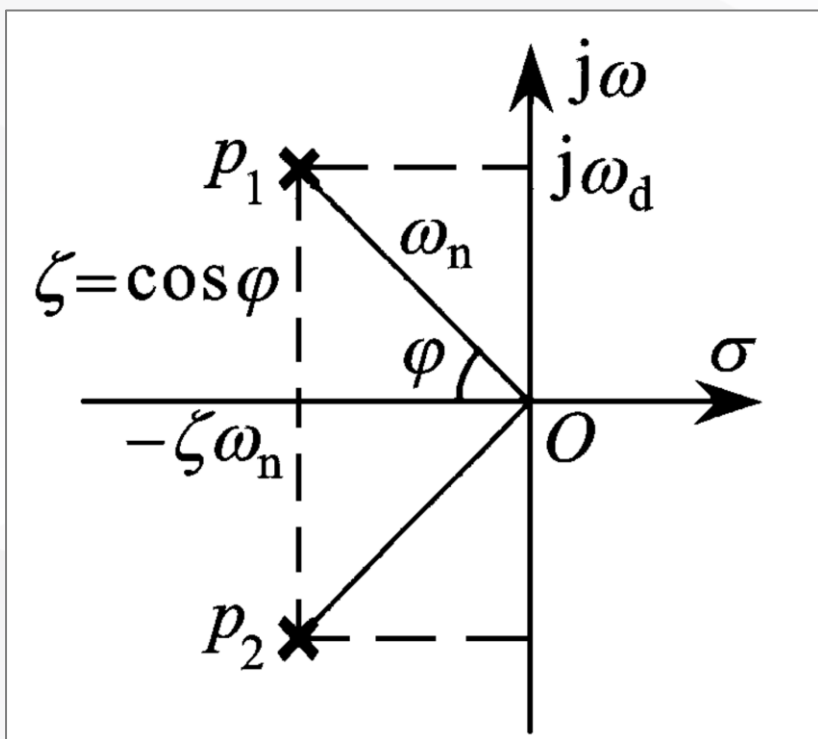


欠阻尼二阶规范系统的单位阶跃响应及其包络线

§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

欠阻尼二阶规范系统的极点与指标定量关系

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$



欠阻尼二阶规范系统的极点与特征量示意图

- 峰值时间由闭环极点的虚部决定

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

- 调节时间由闭环极点的实部决定

$$t_s \approx \frac{3 \sim 4}{\zeta\omega_n}$$

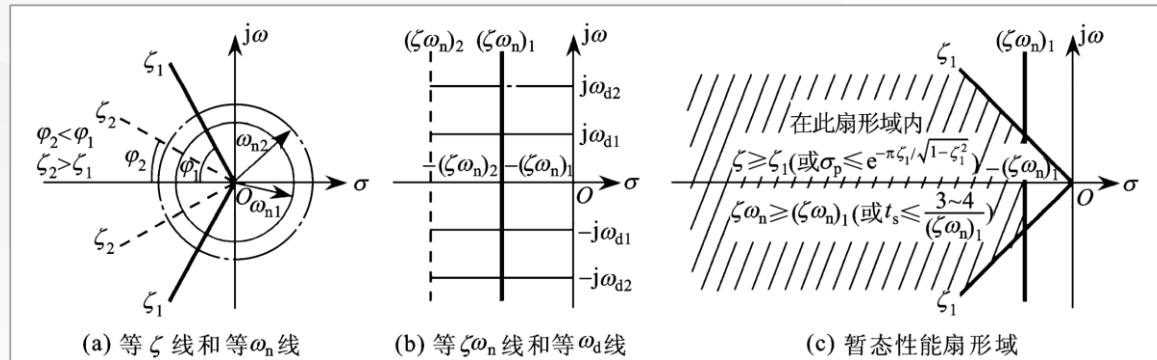
- 超调量由阻尼比（实部虚部之比）决定

$$\sigma_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% = e^{-\pi \cdot \frac{\zeta\omega_n}{\omega_d}} \times 100\%$$

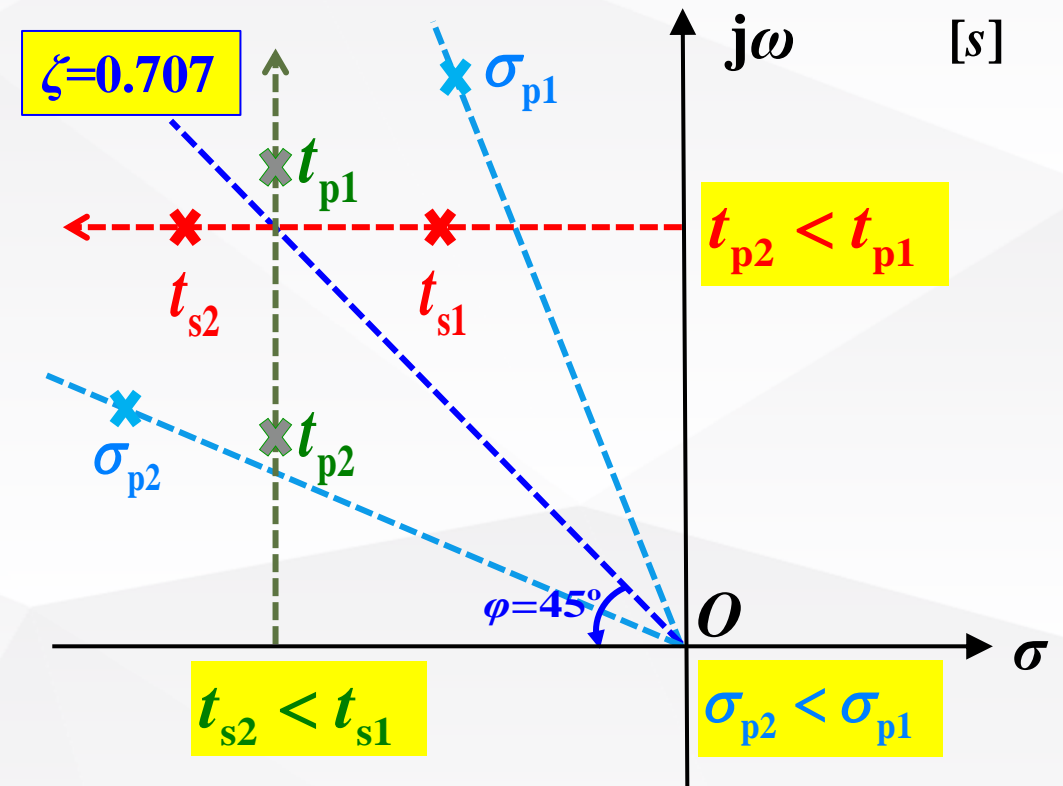
§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：欠阻尼二阶系统

欠阻尼二阶规范系统的极点分布与性能指标的定性关系

暂态性能区域划分



系统的暂态性能和参数之间的关系是密切相关的，但关系较为复杂，甚至矛盾。构建实际系统时，往往既需要响应的快速性，也要改善其平稳性，故需采取折衷方法统筹兼顾两方面的要求。



欠阻尼二阶规范系统的闭环极点位置与指标关系示意图

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析

在实际工程中，遇到的系统都是三阶及以上的高阶系统，通常采用matlab软件分析并辅以主导极点分析法来分析其暂态特性。

(稳定) n 阶系统的传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)}$$

不失一般性，假设极点都是单根，则系统的单位阶跃响应为：

$$y(t) = \frac{b_0}{a_0} + \sum_{j=1}^q r_j e^{p_j t} + \sum_{k=1}^l A_k e^{-\zeta_k \omega_{nk} t} \cos(\omega_{nk} \sqrt{1 - \zeta_k^2} t + \theta_k)$$

其中 $q + 2l = n$ ，系数 r_j 和 $A_k = 2|r_k|$ 由增益 K 和零极点确定，记 $i \in \{all\ j, k\}$ ，则有：

$$r_i = \lim_{s \rightarrow p_i} (s - p_i) Y(s) = K \frac{(p_i - z_1)(p_i - z_2) \cdots (p_i - z_m)}{p_i (p_i - p_1) \cdots (p_i - p_{i-1})(p_i - p_{i+1}) \cdots (p_i - p_n)}$$

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析

分析可得如下重要结论：

① 系统响应的暂态基本特性（响应类型）取决于极点的分布

- 若极点为负实数，则暂态响应分量为指数衰减的非周期响应：

- ▲ 衰减的快慢取决于极点 to 虚轴的距离，近则慢，远则快。

- 若极点为具有负实部的共轭复数，暂态响应分量为衰减振荡：

- ▲ 衰减的快慢取决于极点的实部到虚轴的距离，近则慢，远则快；

- ▲ 振荡的频率取决于极点的虚部。

② 系统响应的完整暂态特性取决于整个系统零、极点的分布

- 各系数 r_j 和 A_k 的相对大小决定了各暂态相应分量的相对重要性，进而影响整个响应曲线的形状。

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析

主导极点分析法

在系统零极点分布中，与各极点对应的暂态分量对系统响应的影响有主次之分。与极点 p_i 对应的暂态响应项的系数为：

$$r_i = K \frac{(p_i - z_1) \cdots (p_i - z_l) \cdots (p_i - z_m)}{p_i (p_i - p_1) \cdots (p_i - p_{i-1}) (p_i - p_{i+1}) \cdots (p_i - p_n)}$$

①偶极子：若 $p_i - z_l$ 的绝对值较小，则系数 r_i 的绝对值也较小，像这类靠得很近的一对极点和零点称为偶极子。此时极点 p_i 对应的暂态响应分量在单位阶跃响应中的比重较小，可在保持系统放大倍数不变的情况下近似相消，传递函数可简化为：

注：两个数的差小但比值不一定小，故放大倍数必须要保持不变！

$$\Phi(s) \approx K \frac{z_l}{p_i} \frac{(s - z_1) \cdots (s/z_l - 1) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1) \cdots (s/p_i - 1) \cdots (s - p_n)} = K \frac{z_l}{p_i} \frac{\prod_{k=1, k \neq l}^m (s - z_k)}{\prod_{h=1, h \neq i}^n (s - p_h)}$$

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析

主导极点分析法

$$r_i = K \frac{(p_i - z_1) \cdots (p_i - z_l) \cdots (p_i - z_m)}{p_i (p_i - p_1) \cdots (p_i - p_{i-1}) (p_i - p_{i+1}) \cdots (p_i - p_n)}$$

②主导极点：若极点 p_i 距离虚轴很远，其实部绝对值相较于其他零极点要大很多，则 p_i 、 $p_i - z_k$ 和 $p_i - p_h$ 的绝对值都较大。由于 $m < n$ ，此时系数 r_i 的绝对值较小。因此，远离虚轴和其他零极点的极点（工程上认为到虚轴距离比在4~5倍为相对较远）对暂态特性影响可忽略不计，将这样的极点称为非主导极点。

反之，若系统极点满足：

1. 左半 s 平面上距虚轴最近极点是一对共轭复数极点；因高阶系统往往具有振荡性
2. 这一对共轭复数极点的附近没有零点；故无法发生近似相消
3. 系统的其他极点，或恰有相邻零点与之相消，或在这一对极点左方相对较远

则将这样的一对共轭复数极点称为系统的**主导极点**。

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析：系统降阶

主导极点分析法：高阶系统降阶为低阶系统进行暂态分析

高阶系统可以降阶为其主导极点所对应的低阶系统来处理，并可用低阶系统的公式估算高阶系统的暂态性能，误差取决于其主导极点的主导性有多强。

例：设单位负反馈系统开环传递函数为：

$$G_k(s) = \frac{10}{s(s+4.28)(s+2.22)}$$

解：系统闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{G_k(s)}{1+G_k(s)} = \frac{10}{(s+5)(s^2+1.5s+2)}$$

其闭环极点为：-5，-0.7502±j1.1989。由于

$$\frac{\text{Re}(5)}{\text{Re}(-0.7502 \pm j1.1989)} = 6.67$$

§ 3.4 高阶系统的暂态特性分析：系统降阶

主导极点分析法：高阶系统降阶为低阶系统进行暂态分析

高阶系统可以降阶为其主导极点所对应的低阶系统来处理，并可用低阶系统的公式估算高阶系统的暂态性能，误差取决于其主导极点的主导性有多强。

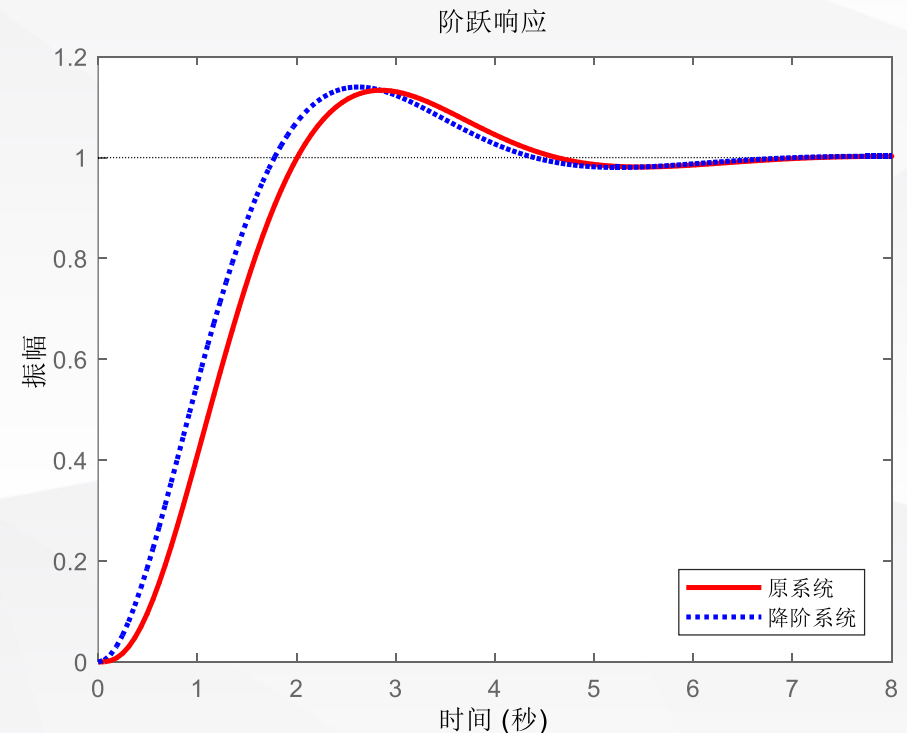
故系统存在一对主导极点： $-0.7502 \pm j1.1989$ 。
系统可降阶为如下的二阶（闭环）系统来处理：

$$\tilde{\Phi}(s) = \frac{2}{s^2 + 1.5s + 2}$$

降阶后闭环系统的自然频率 $\omega_n = 1.41 \text{ rad/s}$ ，阻尼比 $\zeta = 0.53$ ，则可估算系统的暂态性能为：

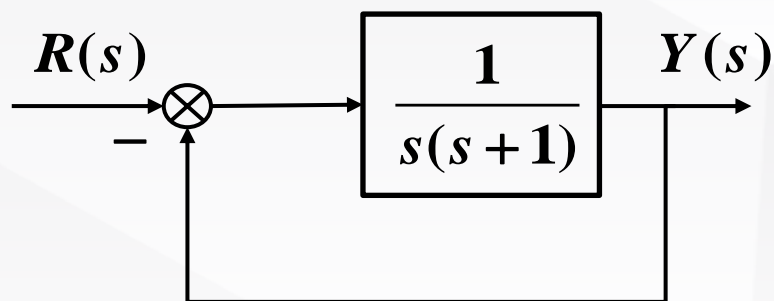
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = 2.62 \text{ s} \quad t_s \approx \frac{3}{\zeta \omega_n} = 4 \text{ s} (\Delta = 5\%)$$

$$\sigma_p = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \times 100\% = 14\%$$



§ 3.5 控制系统时域校正初步

引入测速反馈：使得系统等效阻尼比增加，超调量减小，响应速度变快；开环增益减小，导致稳态误差增大。

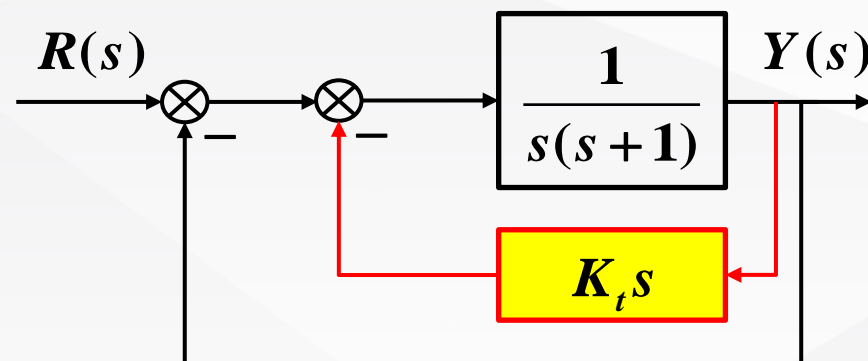


开环传递函数：

$$G_k(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$



开环传递函数：

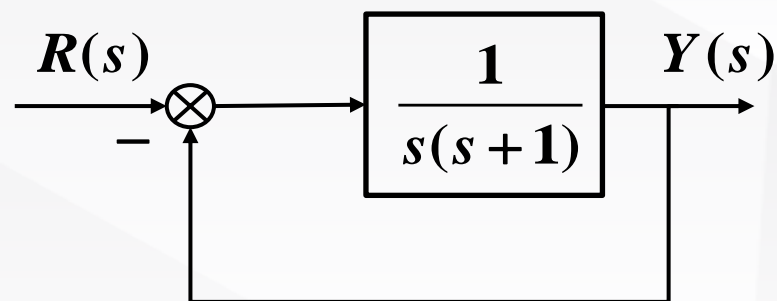
$$G_k(s) = \frac{1}{s(s+1+K_t)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{1}{s^2 + (1+K_t)s + 1}$$

§ 3.5 控制系统时域校正初步

添加开环零点： 使等效阻尼比增加，超调量减小，响应速度变快；
开环增益不变，稳态误差不变；放大输入噪声。

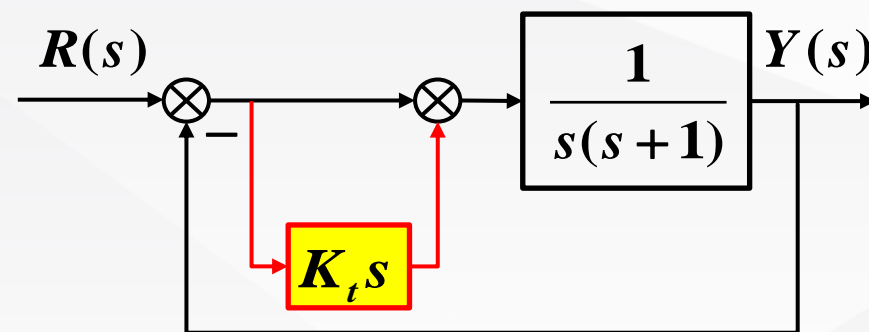


开环传递函数：

$$G_k(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$



开环传递函数：

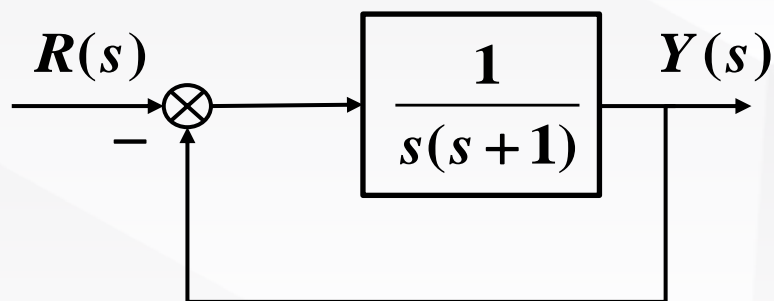
$$G_k(s) = \frac{K_t s + 1}{s(s+1)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{K_t s + 1}{s^2 + (1 + K_t)s + 1}$$

§ 3.5 控制系统时域校正初步

添加闭环零点： 使得系统的等效阻尼比不变，响应速度变快，振荡加剧，超调量增大；放大输入噪声。

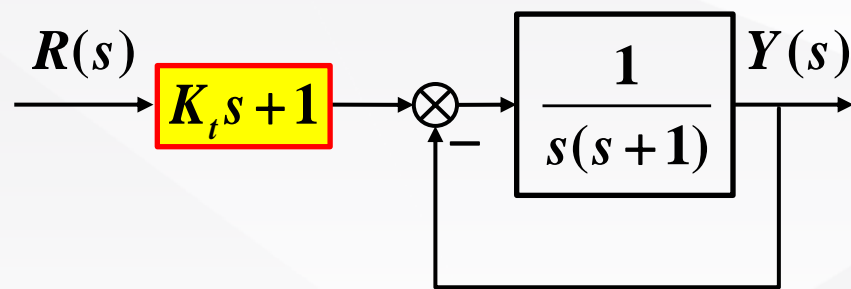


开环传递函数：

$$G_k(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$



开环传递函数：

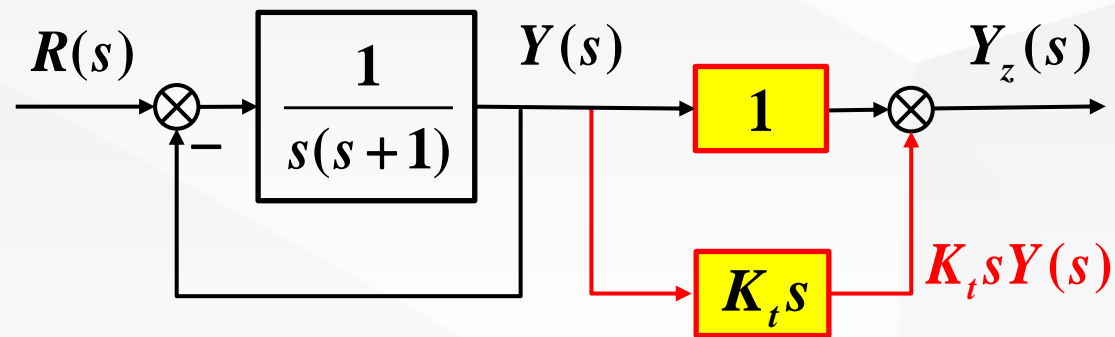
$$G_k(s) = \frac{K_t s + 1}{s(s+1)}$$

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{K_t s + 1}{s^2 + s + 1}$$

§ 3.5 控制系统时域校正初步

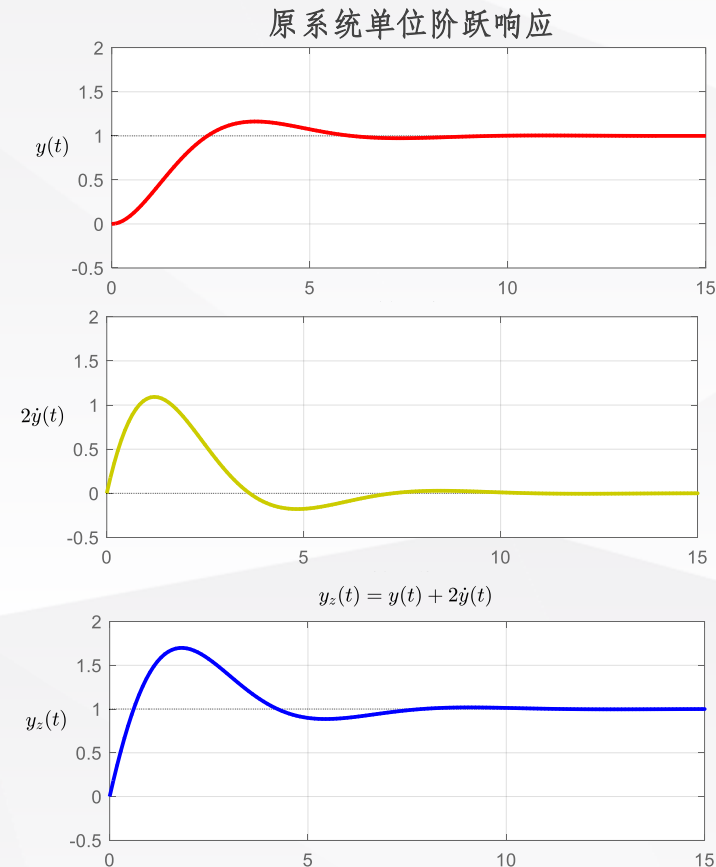
添加闭环零点：使得系统的等效阻尼比不变，响应速度变快，振荡加剧，超调量增大；放大输入噪声。



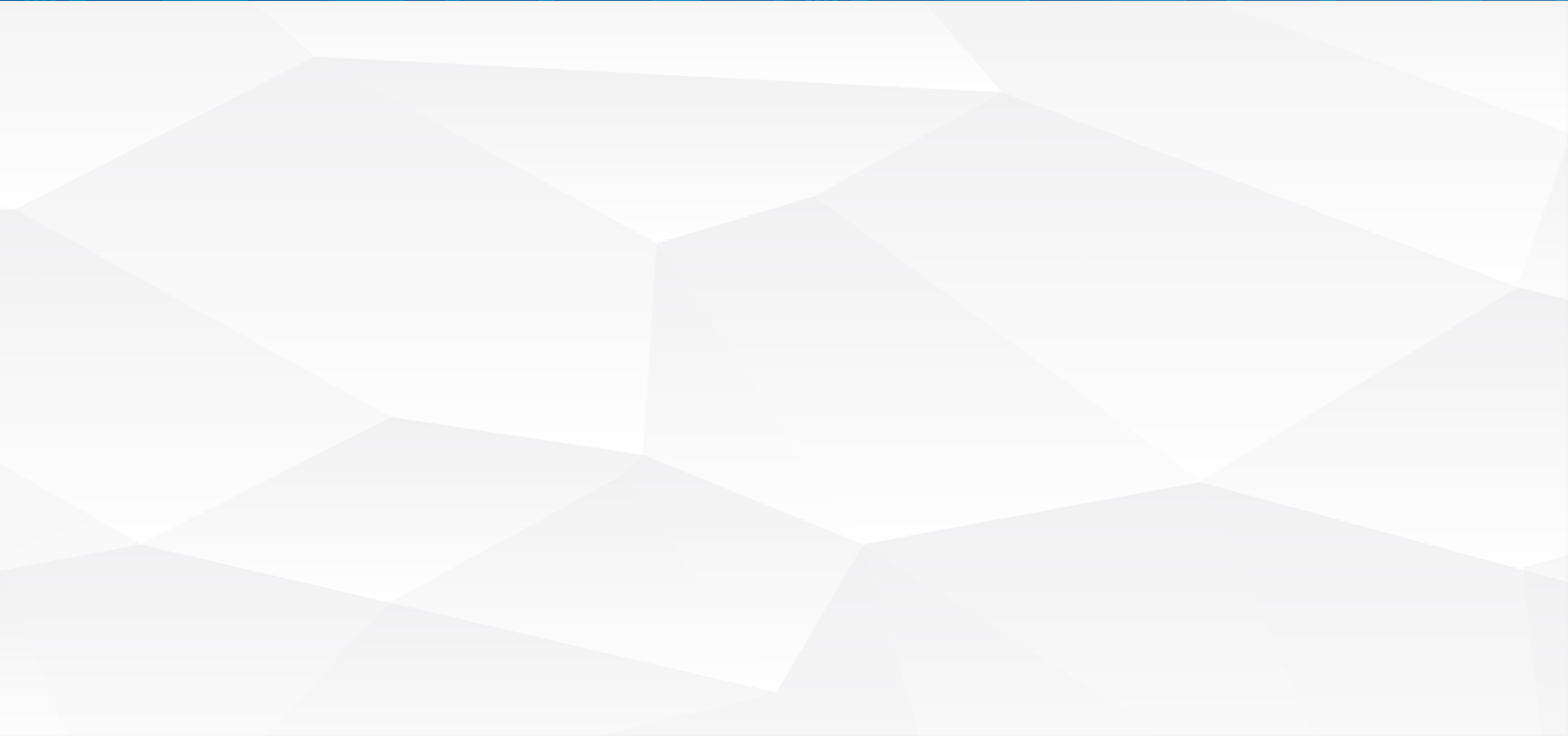
系统的输出响应为：

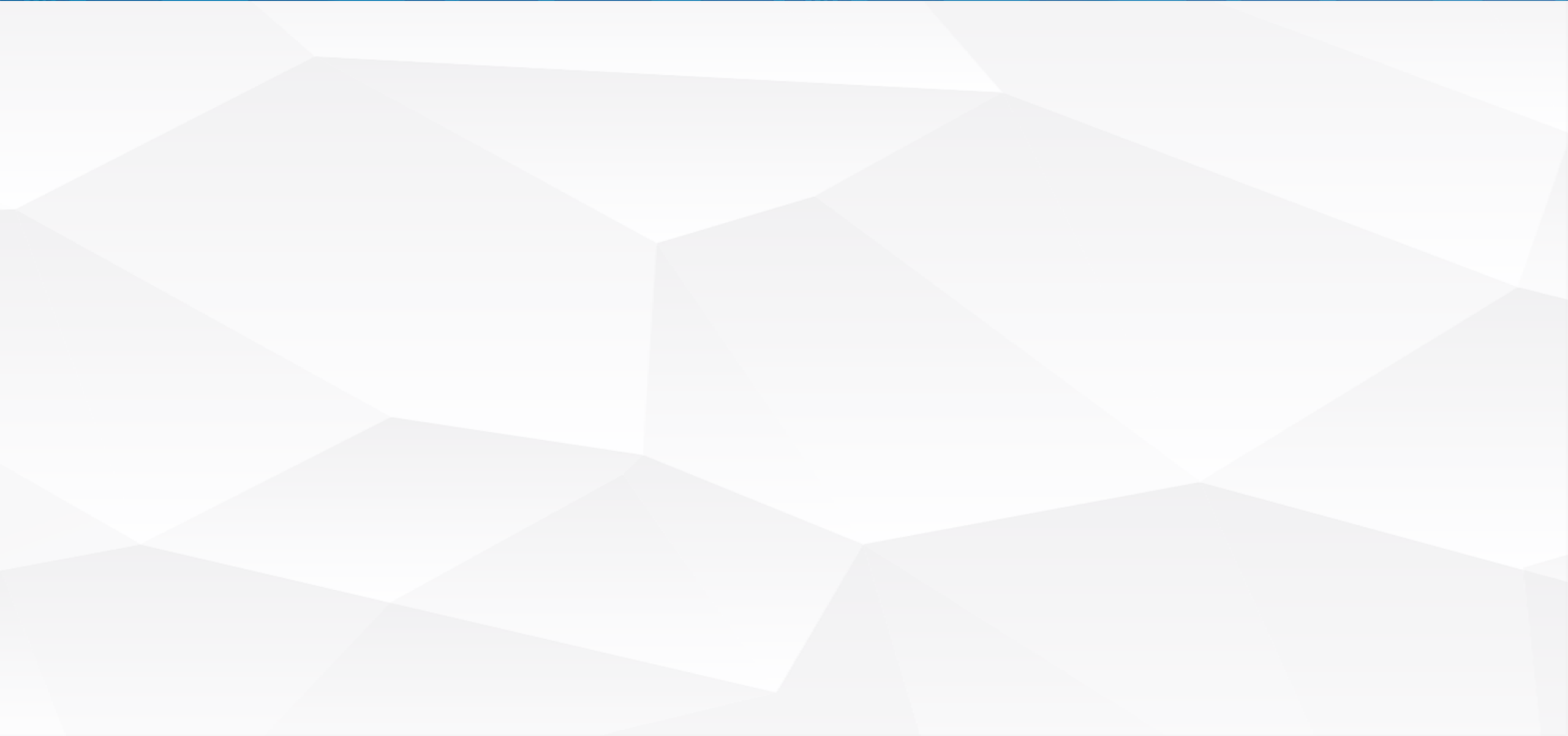
$$y_z(t) = y(t) + K_t \dot{y}(t)$$

取 $K_t=2$ ，则引入一个闭环极点 $z = -0.5$ 。
利用matlab软件绘制系统的单位阶跃响应 $y_z(t)$ 以及中间信号 $y(t)$, $2\dot{y}(t)$ ：



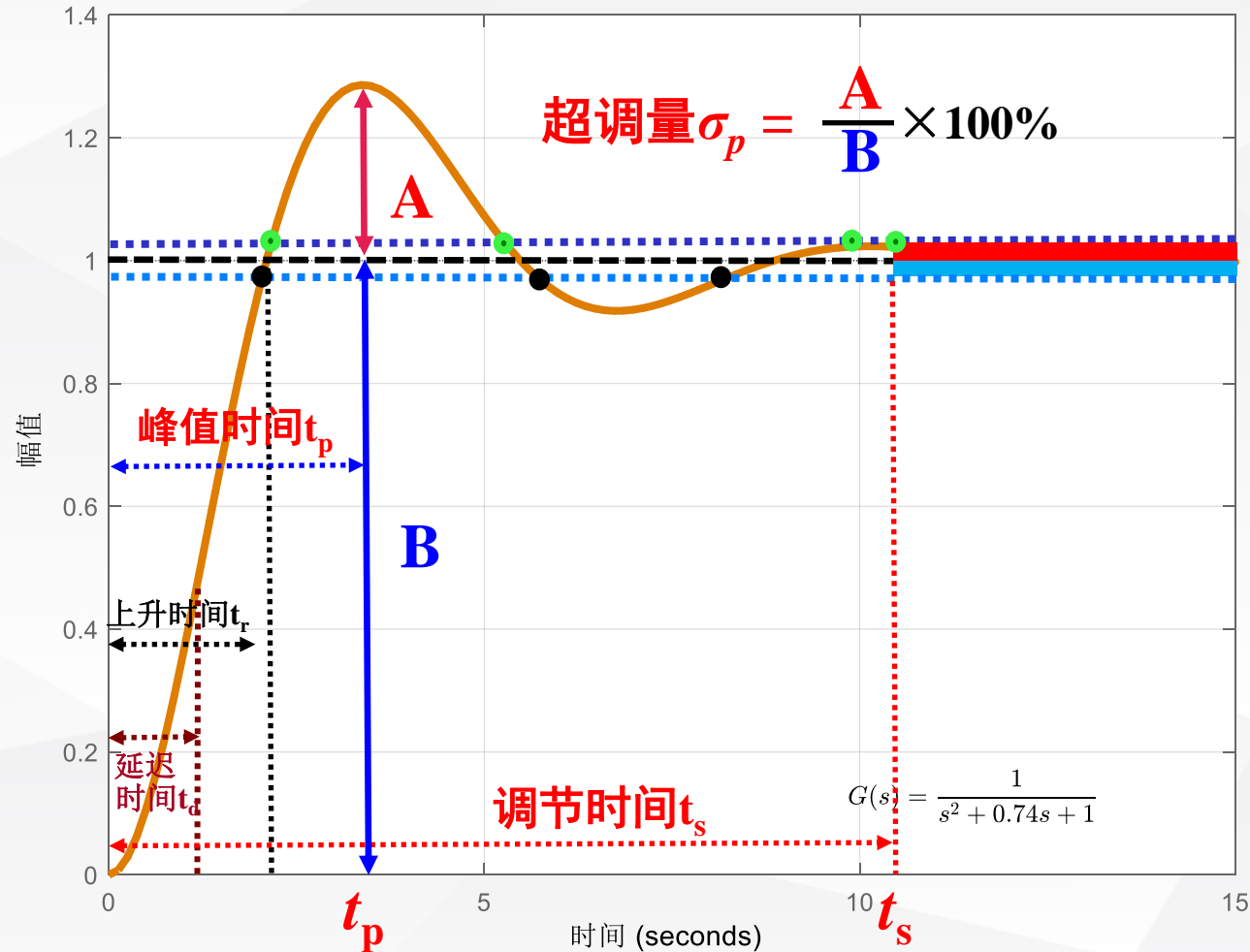






§ 3.3 控制系统的暂态特性分析：工程常用性能指标（备用）

二阶欠阻尼系统阶跃响应



· 峰值时间 t_p :

阶跃响应越过终值 $y(+\infty)$ 达到第一个峰值所需要的时间

· 调节时间 t_s : “快”

阶跃响应到达并保持在终值 $y(+\infty)$ 的 $\Delta = \pm 2\%$ (或 $\Delta = \pm 5\%$) 容许误差内所需要的最短时间

· 超调量 σ_p : “匀”

系统在暂态过程中输出响应超过稳态值的最大偏离量，采用峰值 $y(t_p)$ 超出稳态值 $y(+\infty)$ 的百分比表示：

$$\sigma_p = \frac{y(t_p) - y(+\infty)}{y(+\infty)} \times 100\%$$