作业：

B2.16， B2.17，B2.18

安装**MATLAB**并自学**2.4.5**节

§2.2 控制模型图示法：① 结构图及其绘制

结构图：

结构图是描述组成系统的各元部件之间信号传递关系的图形化模型，将方框图内标出该环节的输入输出关系式（传递函数）即可。

绘制原则：

①依据工作原理和特性划分环节

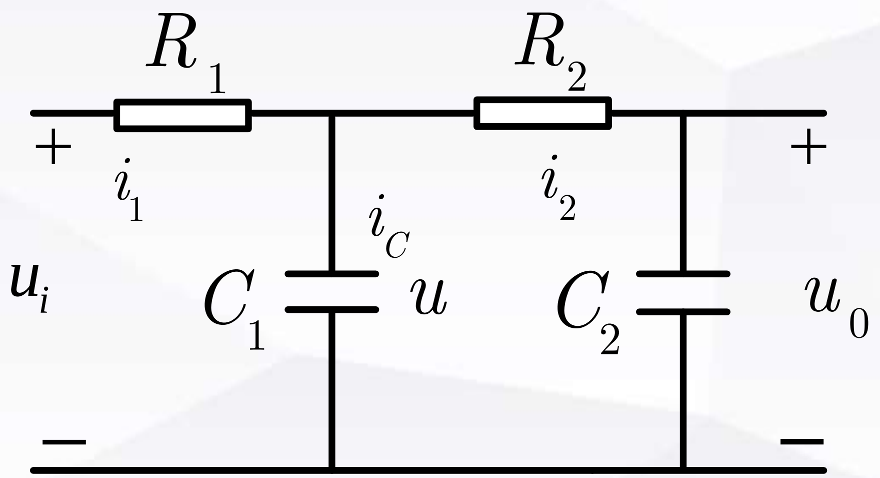
②建立各个环节传递函数并绘制其结构图（子结构图）

③根据信号的传递关系顺次连接

④注意：推导传递函数时，隐含假定环节的输出不受后面连接环节的影响，即无负载效应

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图及其绘制

例： 考虑如下的两级RC电路，试绘制该电路的系统结构图。



解： 绘制每个环节的子结构图后顺次连接即可。

$$\frac{I_1(s)}{U_i(s)-U(s)}=\frac{1}{R_1}$$

$$\frac{U(s)}{I_C(s)}=\frac{1}{C_1 s}$$

$$I_C(s)=I_1(s)-I_2(s)$$

$$\frac{U_0(s)}{I_2(s)}=\frac{1}{C_2 s}$$

$$\frac{I_2(s)}{U(s)-U_0(s)}=\frac{1}{R_2}$$

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图及其绘制

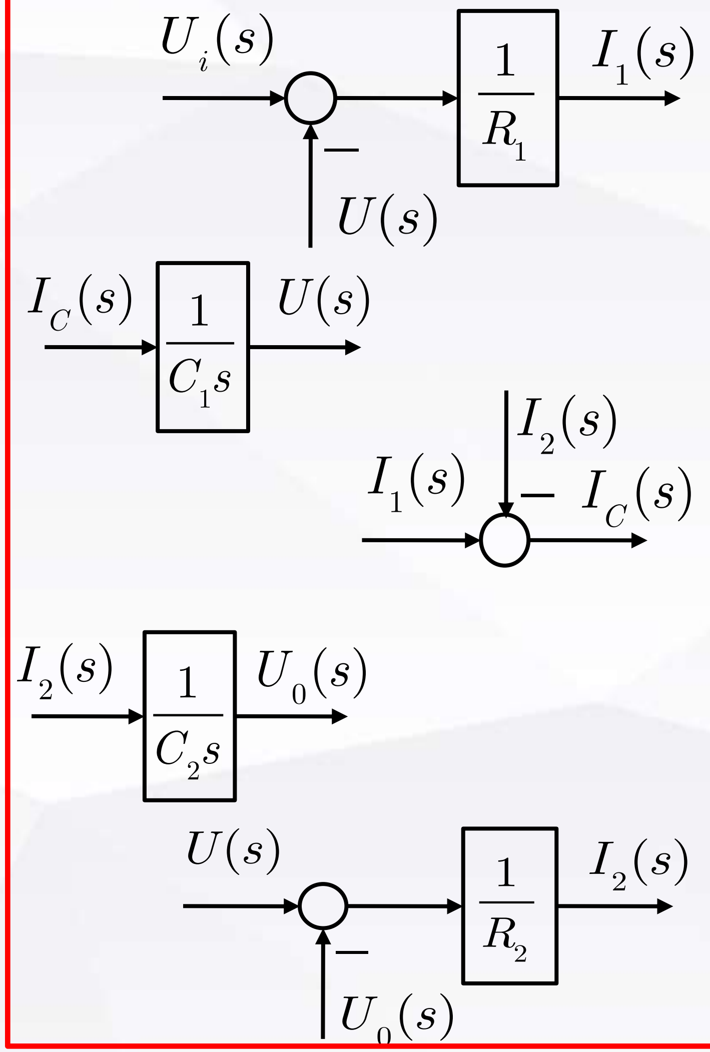
$$\frac{I_1(s)}{U_i(s)-U(s)}=\frac{1}{R_1}$$

$$\frac{U(s)}{I_C(s)}=\frac{1}{C_1 s}$$

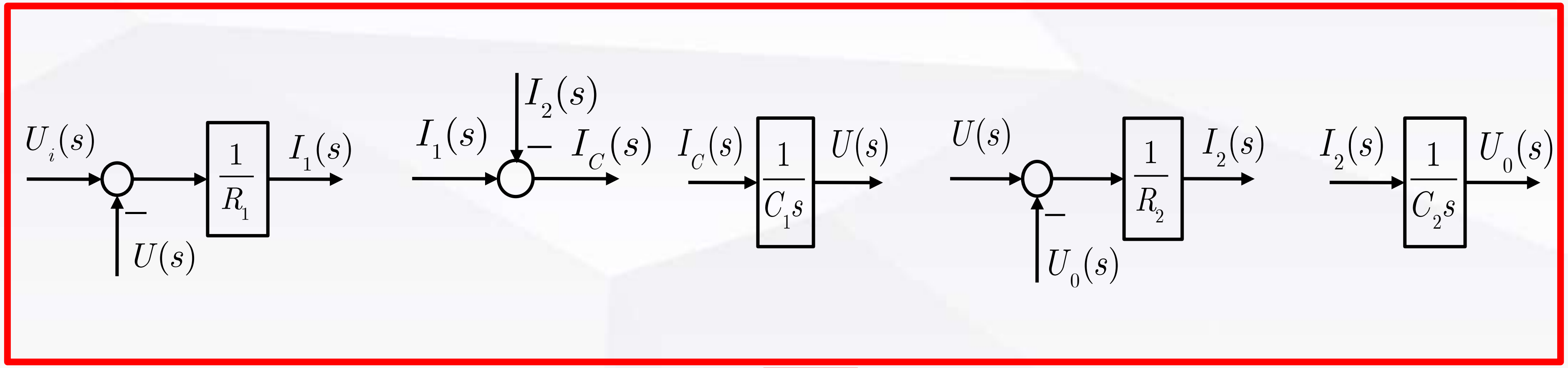
$$I_C(s)=I_1(s)-I_2(s)$$

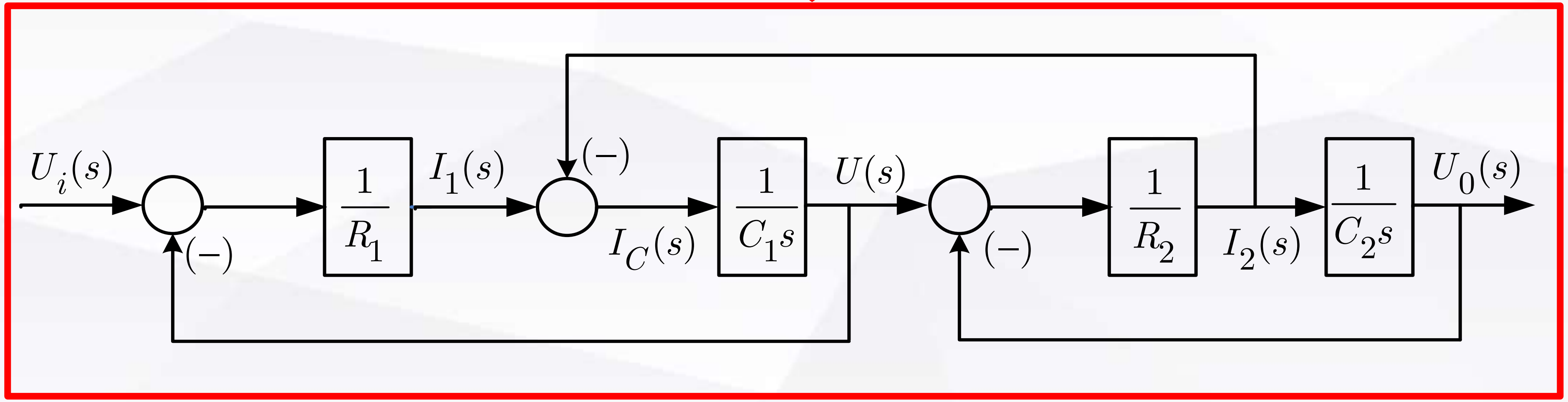
$$\frac{U_0(s)}{I_2(s)}=\frac{1}{C_2 s}$$

$$\frac{I_2(s)}{U(s)-U_0(s)}=\frac{1}{R_2}$$



§2.2 控制模型图示法：① 结构图及其绘制





§2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

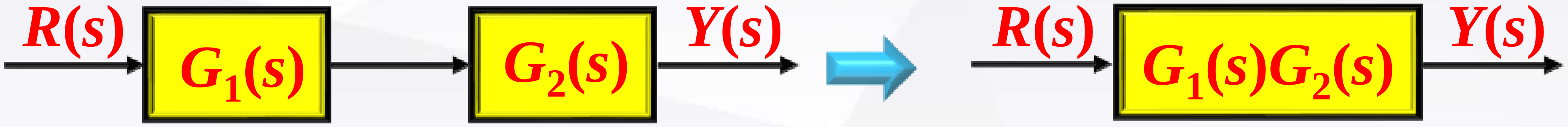
结构图是具体系统中抽象出来的数学图形，建立结构图的目的是为了求取系统的传递函数。当只讨论系统的输入输出特性而不考虑其具体结构时，完全可以对其进行必要的变换，当然这种**变换必须是等效的。**

等效变换基本原则：

变换前后结构图的等效性是输入输出关系保持不变，即系统的传递函数保持不变。

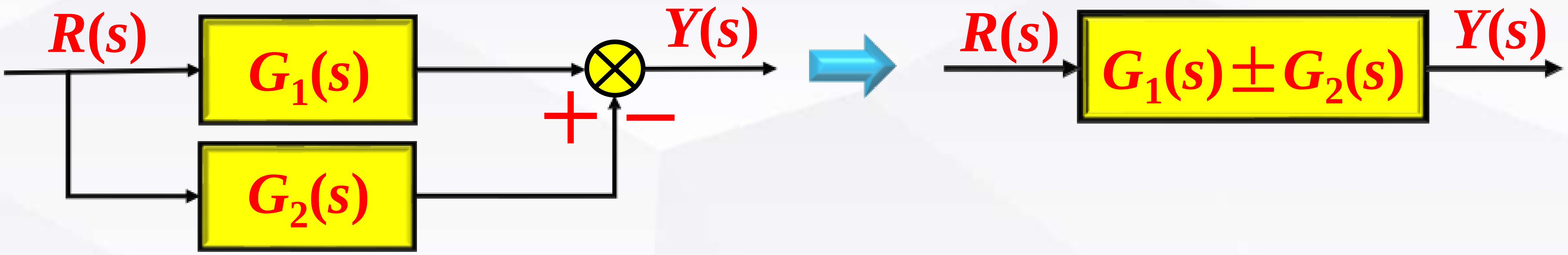
等效基本方式：

①串联等效：

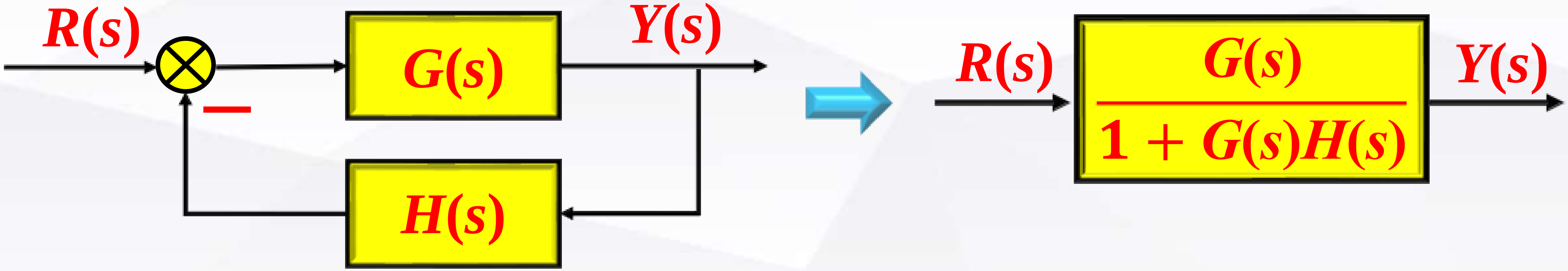


§2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

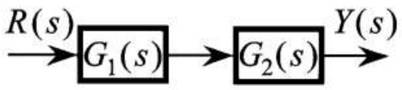
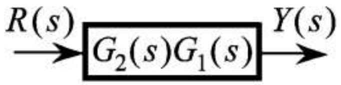
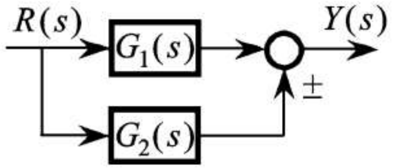
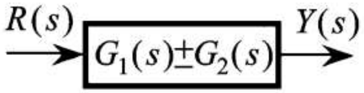
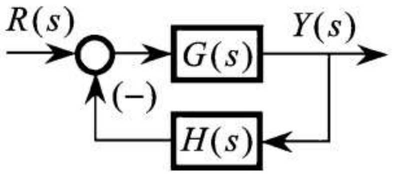
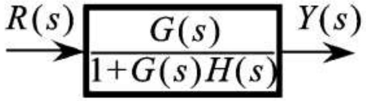
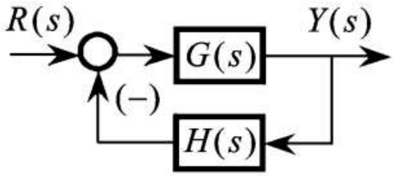
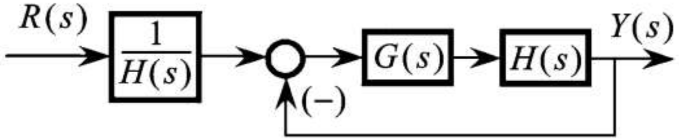
②并联等效：输入相同，输出相加减



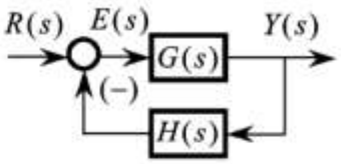
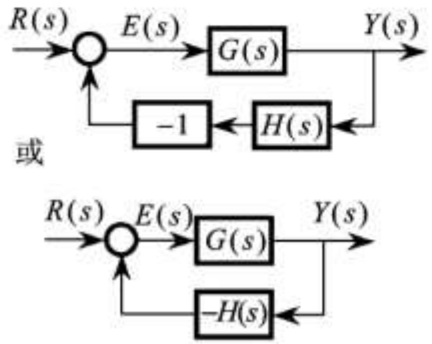
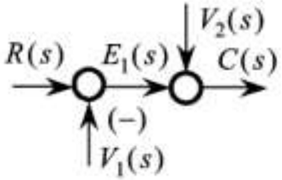
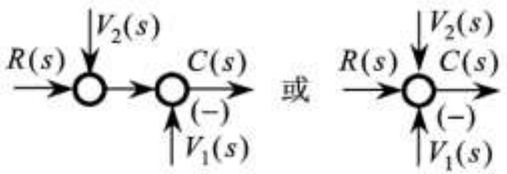
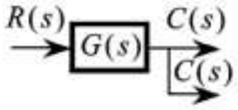
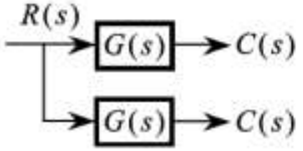
③反馈等效：输出端拉回到输入端相加减



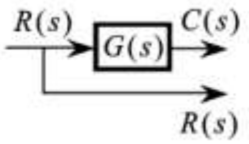
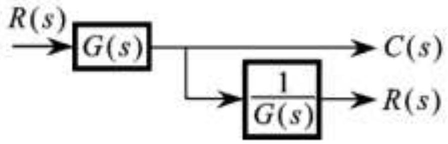
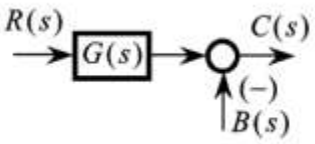
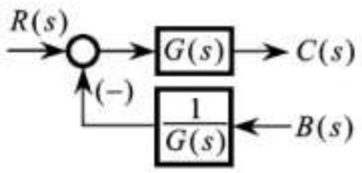
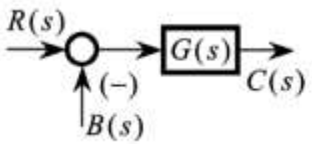
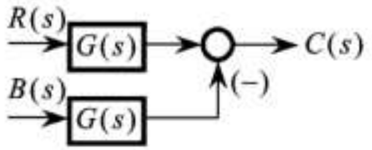
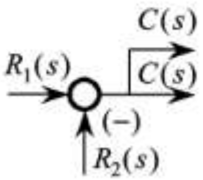
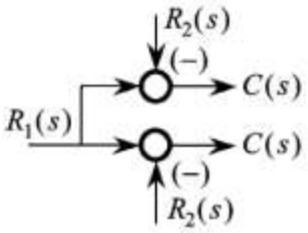
§2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

变换特点	原结构图	等效结构图
1. 串联等效变换 $Y(s)=G_2(s)G_1(s)R(s)$		
2. 并联等效变换 $Y(s)=G_1(s)R(s)\pm G_2(s)R(s)$ $=[G_1(s)\pm G_2(s)]R(s)$		
3. 反馈等效变换 $Y(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}R(s)$		
4. 等效为单位反馈系统 $Y(s)=\dfrac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}\cdot\dfrac{1}{H(s)}R(s)$		

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

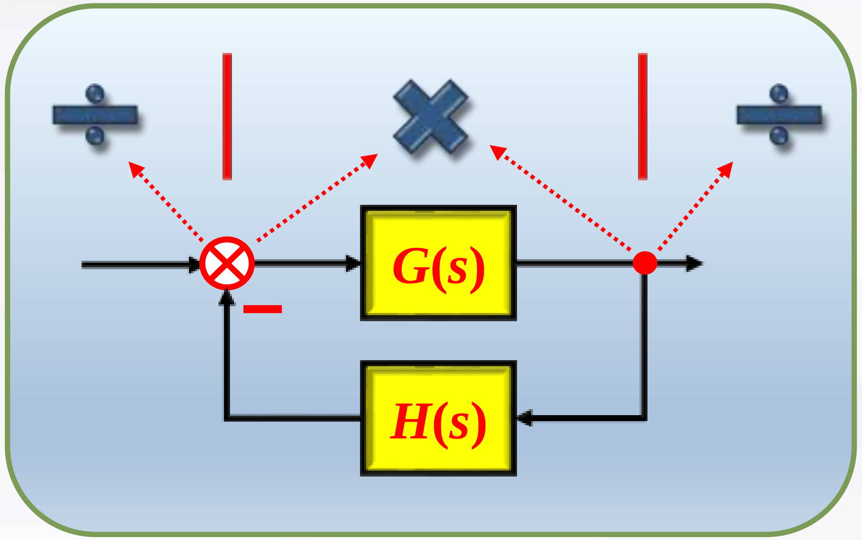
变 换 特 点	原 结 构 图	等效结构图
5. 负号可在支路上移动 $E(s)=R(s)-H(s)Y(s)$ $=R(s)+(-1)H(s)Y(s)$ $=R(s)+[-H(s)]Y(s)$		
6. 交换或合并相加点 $C(s)=E_1(s)+V_2(s)$ $=R(s)-V_1(s)+V_2(s)$ $=R(s)+V_2(s)-V_1(s)$		
7. 引出点前移 $C(s)=G(s)R(s)$		

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

8. 引出点后移 $R(s)=\frac{1}{G(s)}G(s)R(s)$		
9. 相加点前移 $C(s)=G(s)R(s)-B(s)$ $=G(s)\left[R(s)-\frac{1}{G(s)}B(s)\right]$		
10. 相加点后移 $C(s)=G(s)[R(s)-B(s)]$ $=G(s)R(s)-G(s)B(s)$		
11. 引出点移到相加点之前 $C(s)=R_1(s)-R_2(s)$		

§2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

- 串并反，要牢记；同类点，先尝试
- 相加点后移，跨过传递函数要做乘法
  相加点前移，跨过传递函数要做除法
- 引出点前移，跨过传递函数要做乘法
  引出点后移，跨过传递函数要做除法
- 相邻相加点之间可以互换或合并
  相邻引出点之间可以互换或合并
- 引出点和相加点能不互换尽量别互换

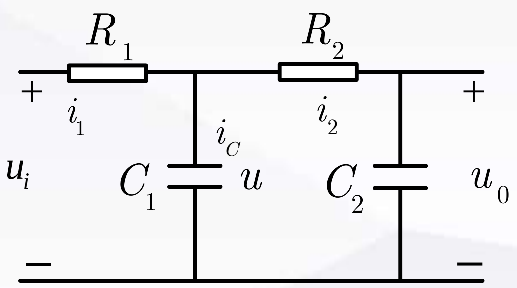


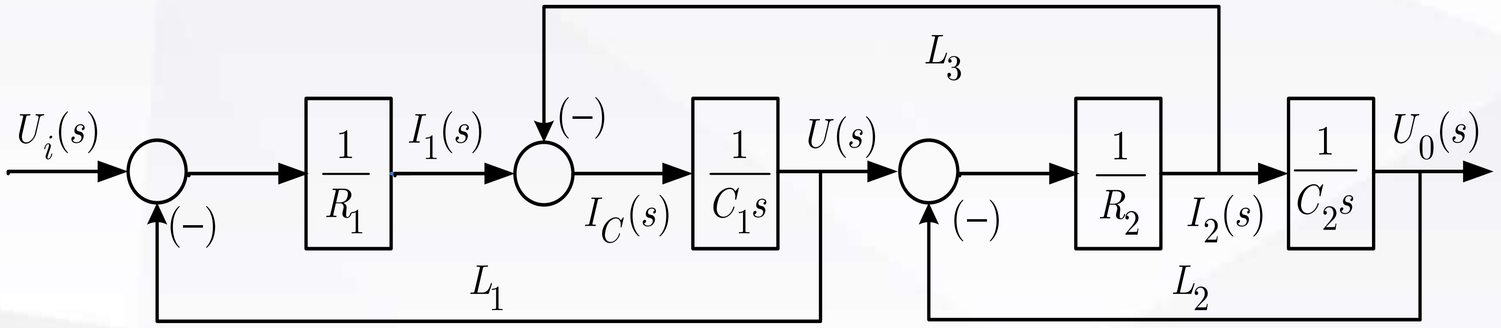
一个简单的图形记法

注： 一般地，沿着信号流动方向，系统结构图的相加点相对在左，引出点相对在右

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

例： 考虑前面的两级RC电路，其结构图如下所示。试通过等效变换求该电路的系统传递函数。

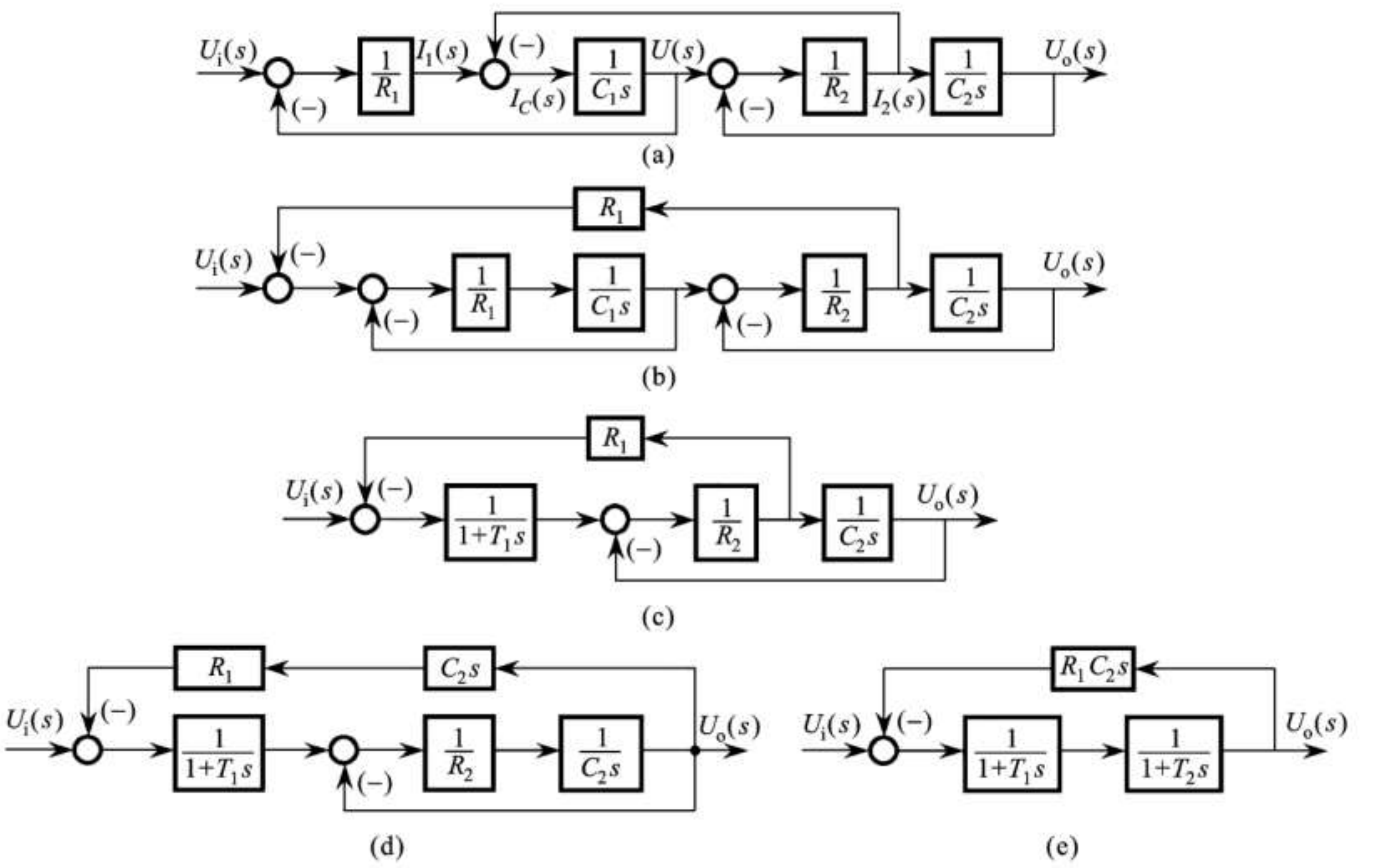




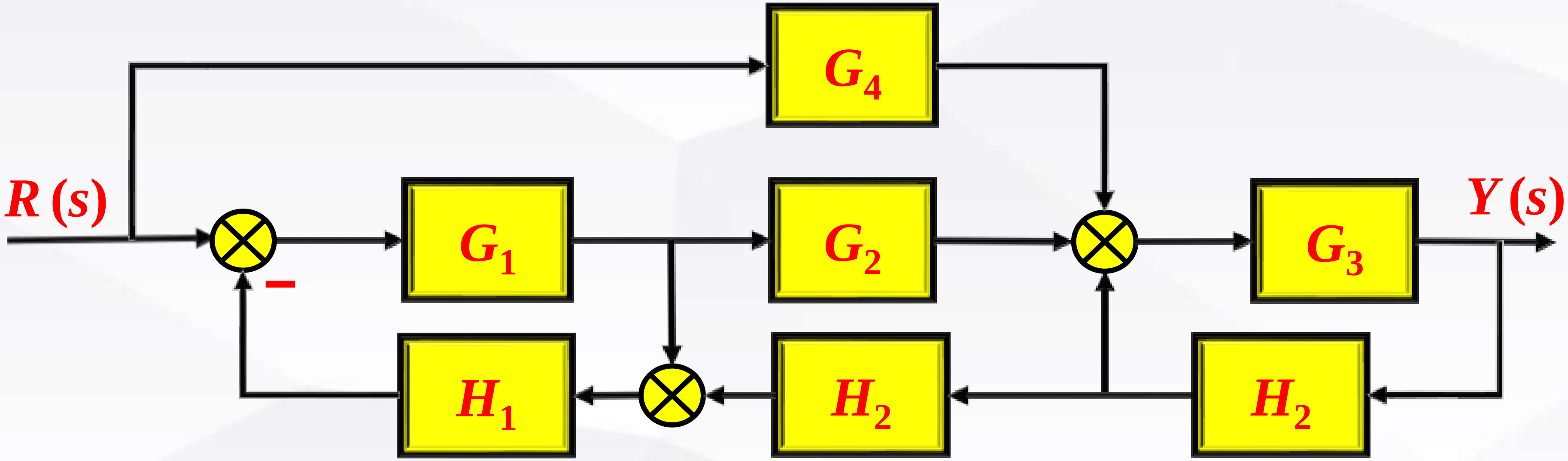
分析：结构图中出现了相加点和引出点交替出现的情况，尽量先不考虑互换的等效变换方式，应先考虑两端相邻的相加点和引出点的移动与合并，然后根据变换之后的结构再做打算。

§ 2.2 控制模型图示法：① 结构图等效变换

解：



例： 等效变换法求如下结构图表示控制系统传递函数。



§2.2 控制模型图示法：② 信号流图

信号流图中的常用术语

信号流图的基本组成要素：节点和支路

节点：

表示信号，等于该节点各输入支路增益与相应输入信号乘积的代数和；可分为输入节点、输出节点与混合节点。

支路及支路增益：

支路是表示信号间因果关系的有向线段，起着乘法器的作用；支路上信号间的因果关系称为支路增益，即环节的传递函数。

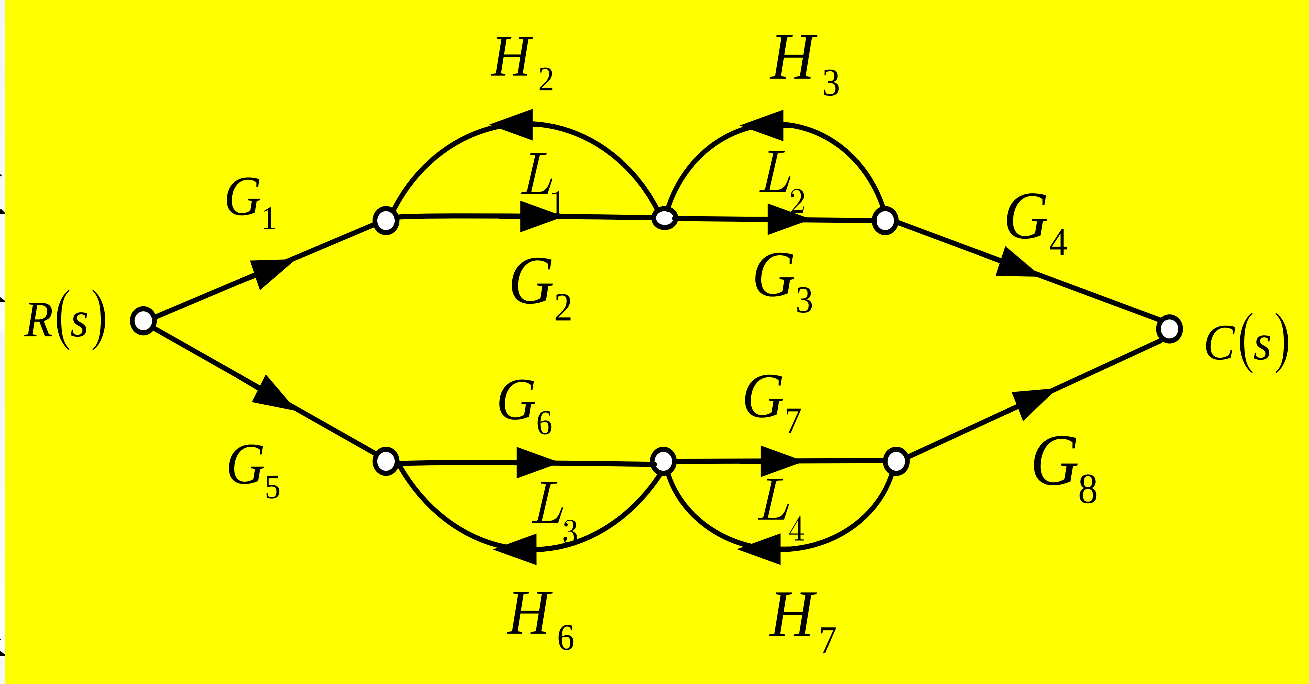
§ 2.2 控制模型图示法：② 信号流图

信号流图中的常用术语

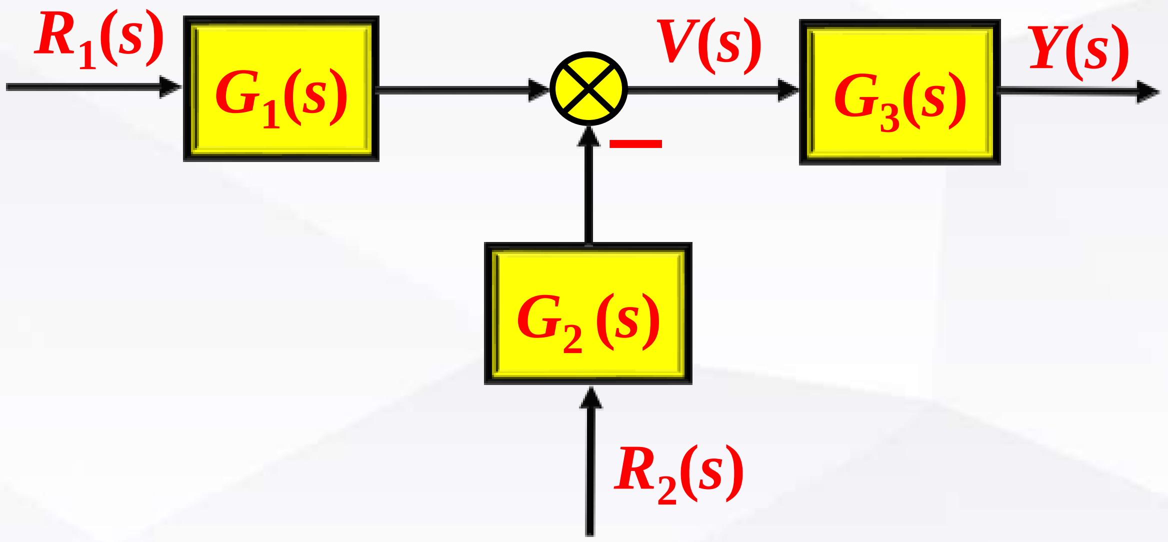
- **通路：** 沿着信号流动方向所连续经过的支路的有序集合称为通路
- **前向通路：** 输入节点到输出节点，顺着信号流动方向，且与其他节点相交不多于一次的通路
- **前向通路增益：** 前向通路中各增益的乘积
- **回路：** 从同一节点出发，顺着信号流动方向回到该节点，且与其他节点相交不多于一次的通路
- **回路增益：** 回路中各增益的乘积
- **不接触回路：** 信号流图中没有公共节点的回路

信号流图中的常用术语

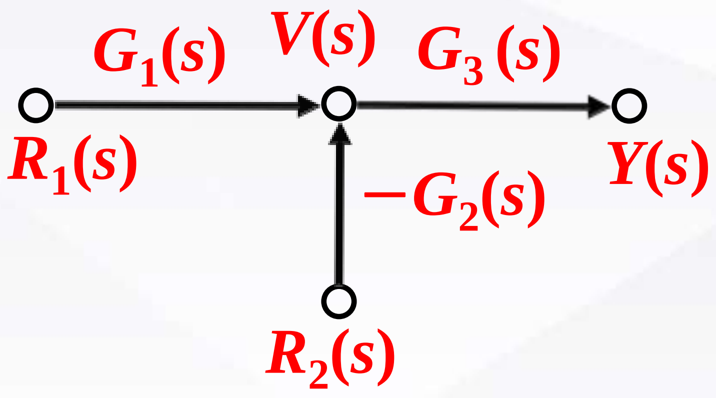
- **通路：** 沿着信号流动方向所连续经过的支路的有序集合称为通路
- **前向通路：** 输入节点到输出节点，顺着信号流动方向，且与其他节点相交不多于一次的通路
- **前向通路增益：** 前向通路中各增益
- **回路：** 从同一节点出发，顺着信号……于一次的通路
- **回路增益：** 回路中各增益的乘积
- **不接触回路：** 信号流图中没有公共



信号流图与结构图的相互转化

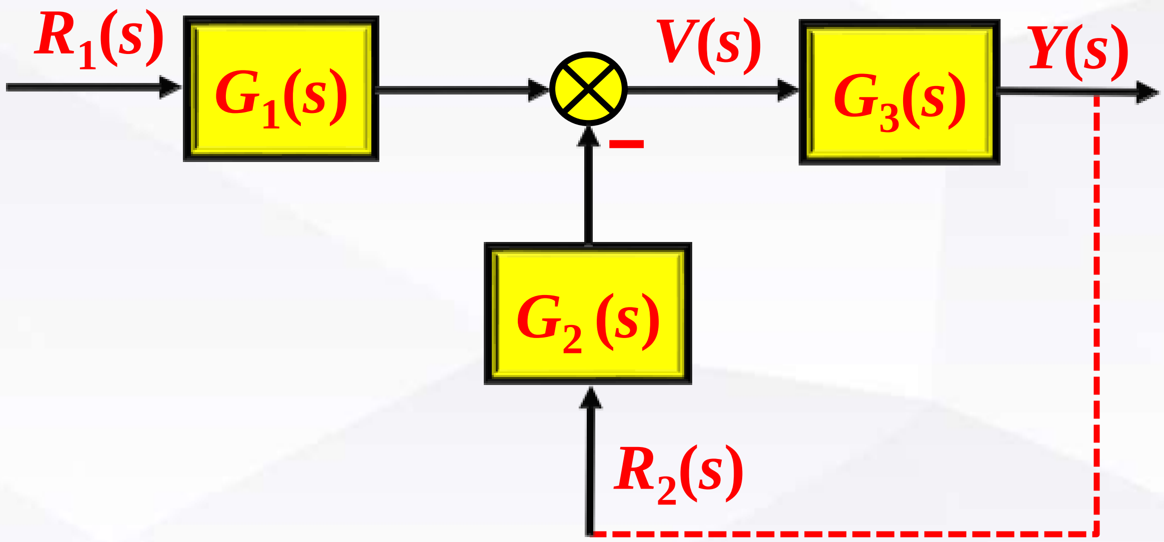


结构图

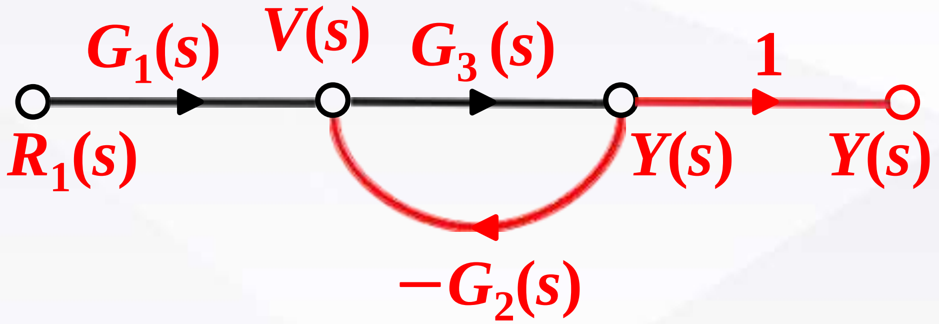


信号流图

信号流图与结构图的相互转化



结构图



信号流图

注：为将系统输出信号所在节点表示为输出节点，可添加增益为1的支路。

§2.2 控制模型图示法：③ 梅森增益公式

梅森增益公式： 通过观察和简单计算而不必进行繁琐的化简工作

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{\sum_{k}P_k\Delta_k}{\Delta}$$

k： 前向通路的条数；

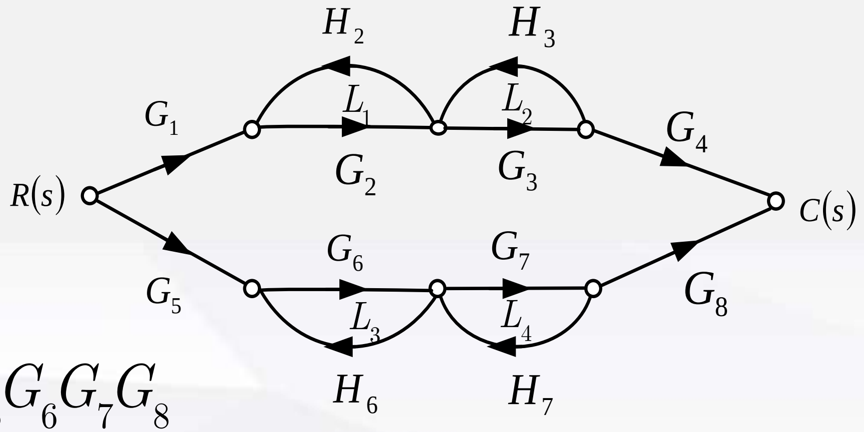
P_k： 第k条前向通路的增益；

Δ：系统的特征式： $\Delta=1+(-1)^1\underbrace{\sum_{i}L_i}_{\text{所有回路}}+(-1)^2\underbrace{\sum_{i,j}L_iL_j}_{\text{两两不相接触回路}}+(-1)^3\underbrace{\sum_{i,j,h}L_iL_jL_h}_{\text{三个互不接触回路}}+\cdots\cdots$

L_m： 第m个回路的增益；

Δ_k： 余子式，即除去与第k条前向通路相接触的回路后系统的特征式

例1：



前向通路2个：$P_1 = G_1G_2G_3G_4$，$P_2 = G_5G_6G_7G_8$

回路4个：$L_1 = G_2H_2$，$L_2 = G_3H_3$，$L_3 = G_6H_6$，$L_4 = G_7H_7$

互不接触回路：L_1和L_3、L_4，L_2和L_3、L_4

特征式：$\Delta = 1-(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_3 + L_2L_4)$

通路1余子式：$\Delta_1 = 1-(\cancel{L_1 + L_2} + L_3 + L_4) + \cancel{(L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_3 + L_2L_4)}$

$\Rightarrow \Delta_1 = 1-(L_3 + L_4)$

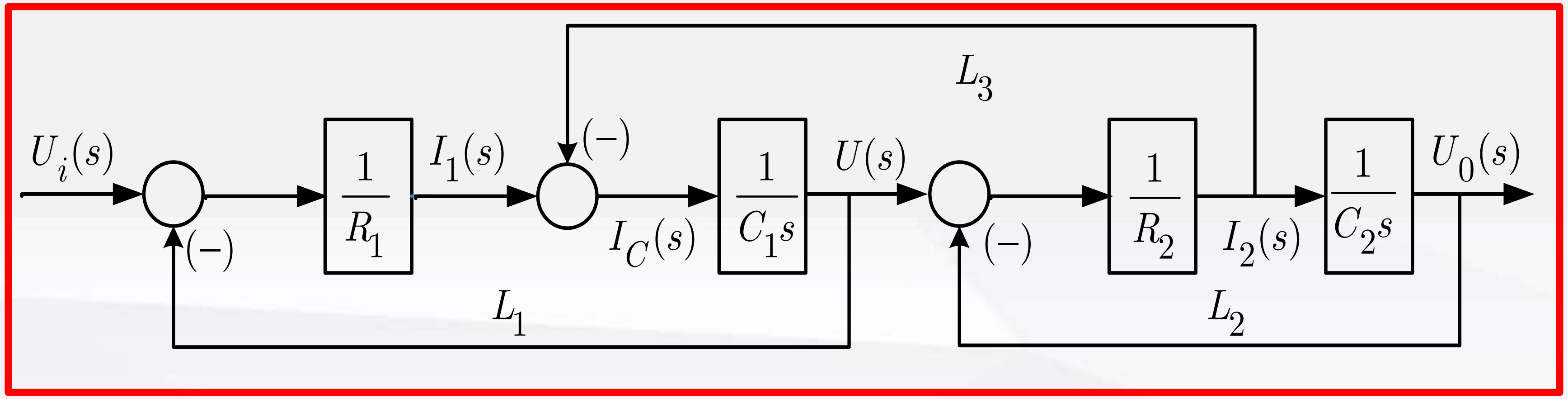
通路2余子式：$\Delta_2 = 1-(L_1 + L_2 \cancel{+ L_3 + L_4}) + \cancel{(L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_3 + L_2L_4)}$

$\Rightarrow \Delta_2 = 1-(L_1 + L_2)$

由梅逊公式 $G(s) = \dfrac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}$，得传递函数

$$G(s) = \frac{G_1G_2G_3G_4(1-G_6H_6 - G_7H_7) + G_5G_6G_7G_8(1-G_2H_2-G_3H_3)}{1-(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_3 + L_2L_4)}$$

例2：



前向通路1个： $P_1=\frac{1}{R_1}\frac{1}{C_1 s}\frac{1}{R_2}\frac{1}{C_2 s}$

回路3个： $L_1=\frac{1}{R_1}\frac{1}{C_1 s}\times(-1)$， $L_2=\frac{1}{R_2}\frac{1}{C_2 s}\times(-1)$， $L_3=\frac{1}{R_2}\frac{1}{C_1 s}\times(-1)$

互不接触回路： L_1和L_2

特征式： $\Delta=1-(L_1+L_2+L_3)+L_1L_2$

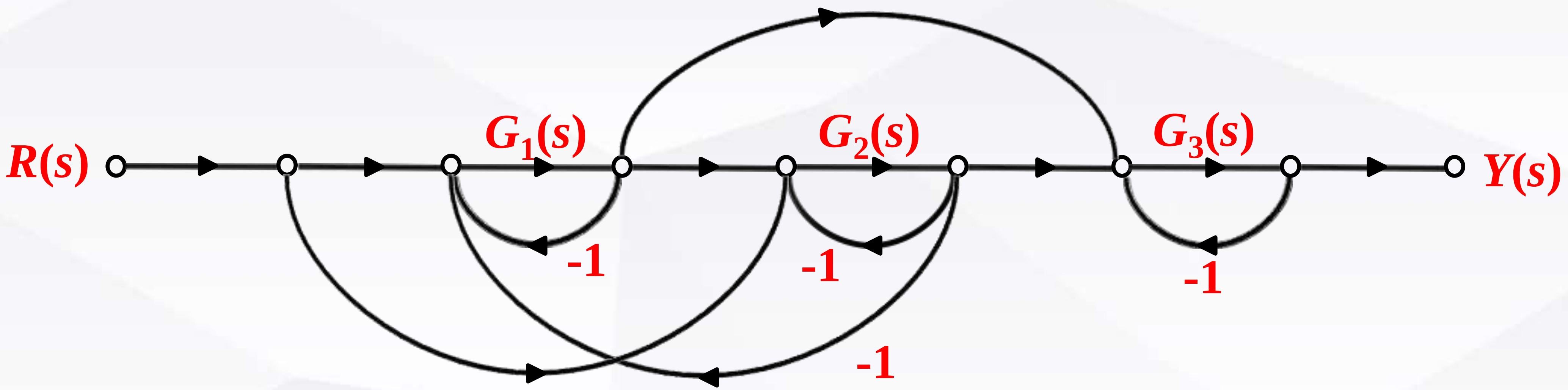
通路1余子式： $\Delta_1=1-\cancel{(L_1+L_2+L_3)+L_1L_2} \quad \Rightarrow \Delta_1=1$

由梅逊公式 $G(s)=\frac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}$，得传递函数

$$G(s)=\frac{1}{(R_1C_1 s+1)(R_2C_2 s+1)+R_1C_2 s}$$

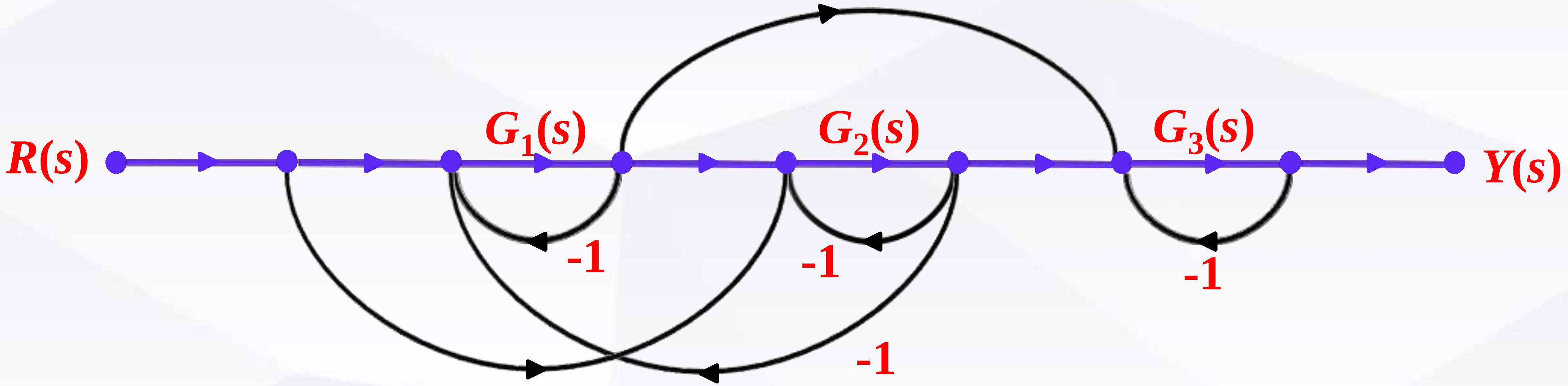
§2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。



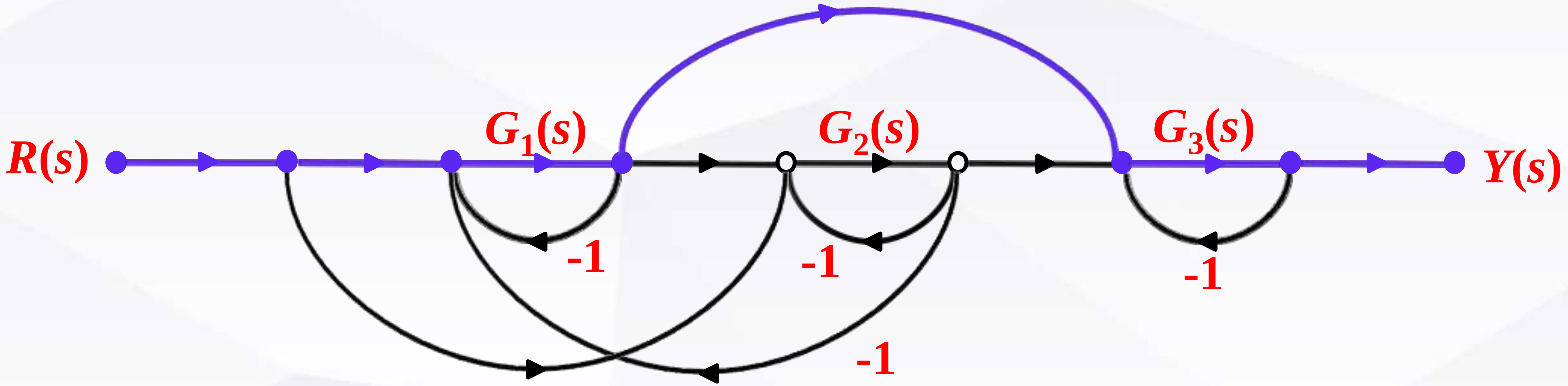
§ 2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3： 利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。



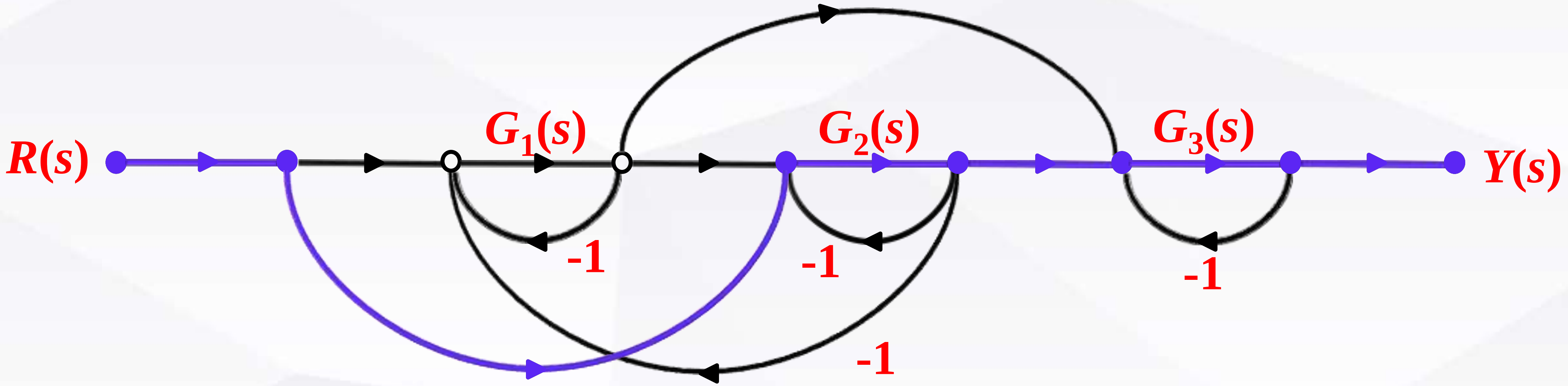
§2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。

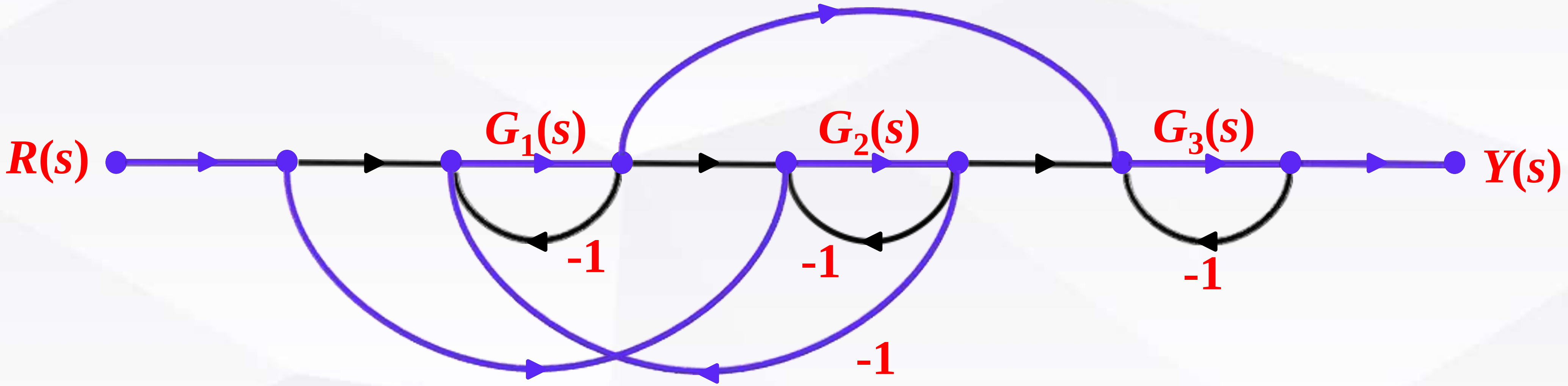


§2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。

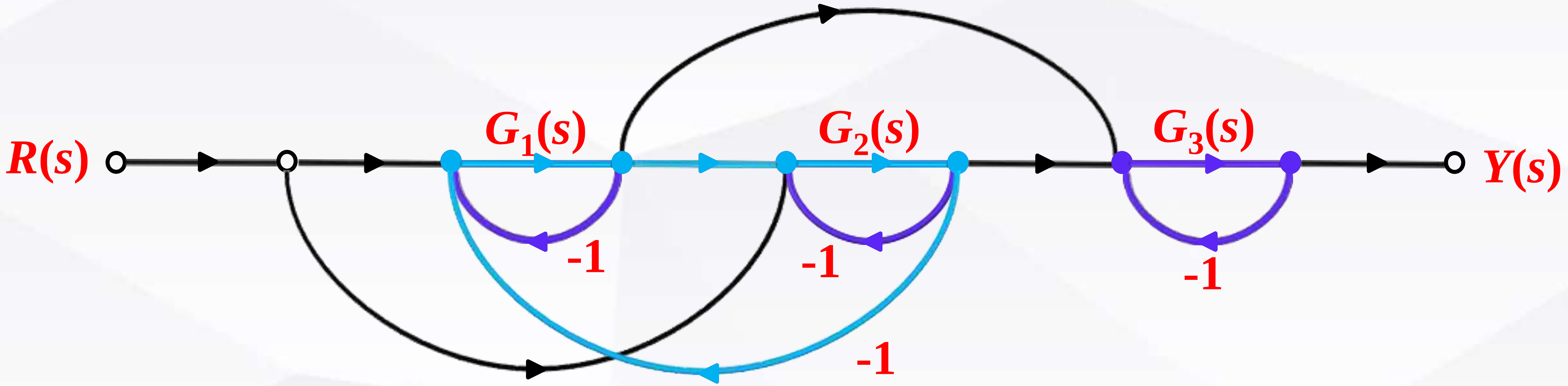


例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。



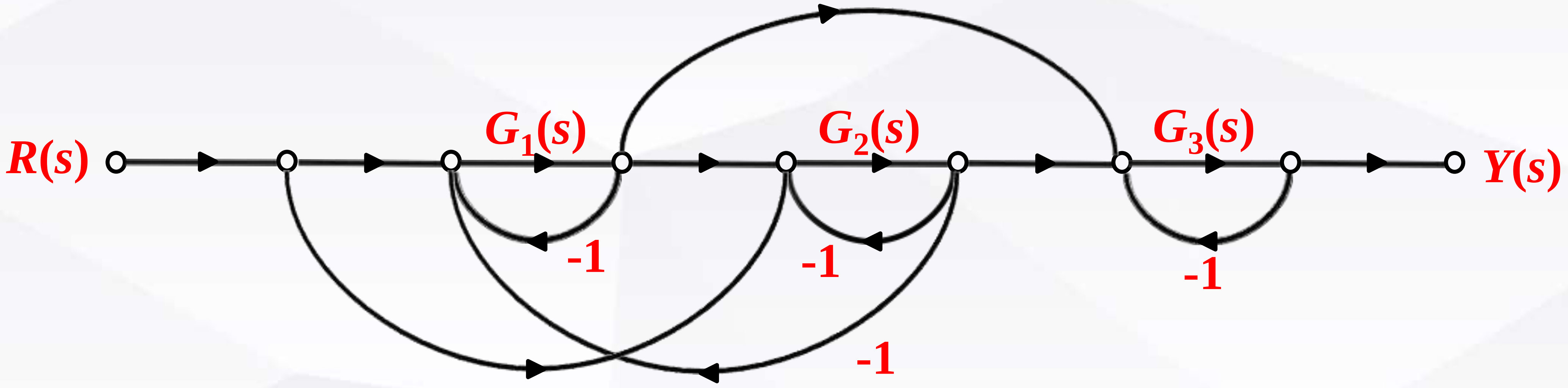
§2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。



§2.2 控制模型图示法：③梅森增益公式

例3：利用梅森增益公式求取如下系统信号流图的传递函数。



解：前向通路4条：

$P_1 = G_1G_2G_3K$ $\quad \Delta_1 = 1$

$P_2 = G_2G_3K$ $\quad \Delta_2 = 1 + G_1$

$P_3 = G_1G_3K$ $\quad \Delta_3 = 1 + G_2$

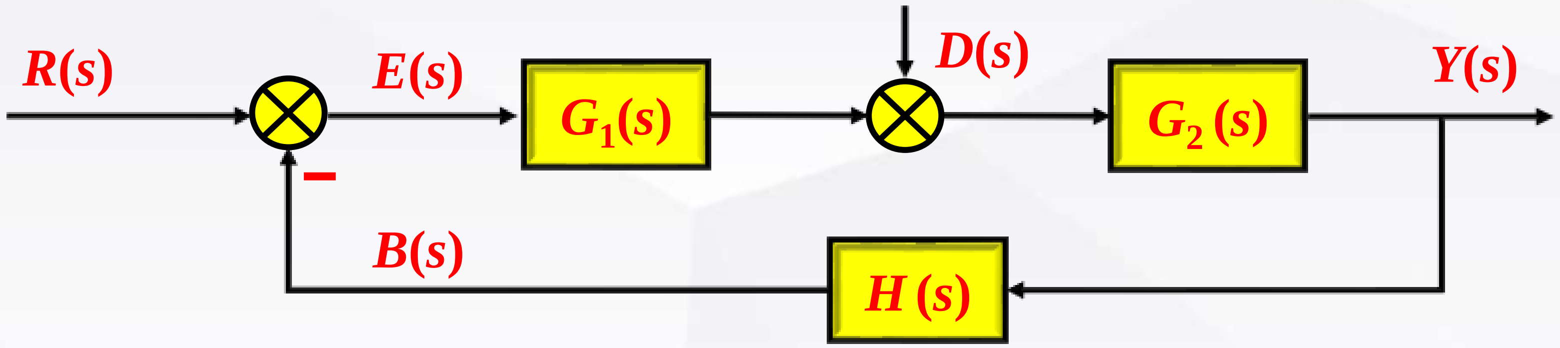
$P_4 = -G_2G_1G_3K$ $\quad \Delta_4 = 1$

根据梅森增益公式，其传递函数为：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{4} P_4\Delta_4$$

§ 2.3 反馈控制系统的传递函数

典型反馈控制系统中重要几个传递函数:



- 输入作用下闭环传递函数: $\Phi(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 干扰作用下闭环传递函数: $\Phi_d(s)=\dfrac{Y(s)}{D(s)}=\dfrac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环系统的开环传递函数: $G_k(s)=\dfrac{Y(s)}{B(s)}=G_1(s)G_2(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}=\dfrac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$

§ 2.3 反馈控制系统的传递函数

重要观察：

1）特征方程 $\Delta=1+G_{\mathrm{k}}(s)=0$ 是反应系统结构特性的不变量

2）反馈的引入导致闭环系统的零极点分布发生变化：

$$G_{\mathrm{k}}(s)=G_1(s)G_2(s)H(s)=\frac{N_1(s)N_2(s)N_H(s)}{M_1(s)M_2(s)M_H(s)}$$

$$\Phi(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_{\mathrm{k}}(s)}=\frac{N_1(s)N_2(s)M_H(s)}{N_1(s)N_2(s)N_H(s)+M_1(s)M_2(s)M_H(s)}$$

·闭环传递函数的零点由前向通道和反馈通道的传递函数零点组成；
·闭环特征多项式由开环传递函数的分子和分母之和组成。

§ 2.3 反馈控制系统的传递函数

3）输入和干扰同时作用下的输出：

$$Y(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}R(s)+\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}D(s)$$

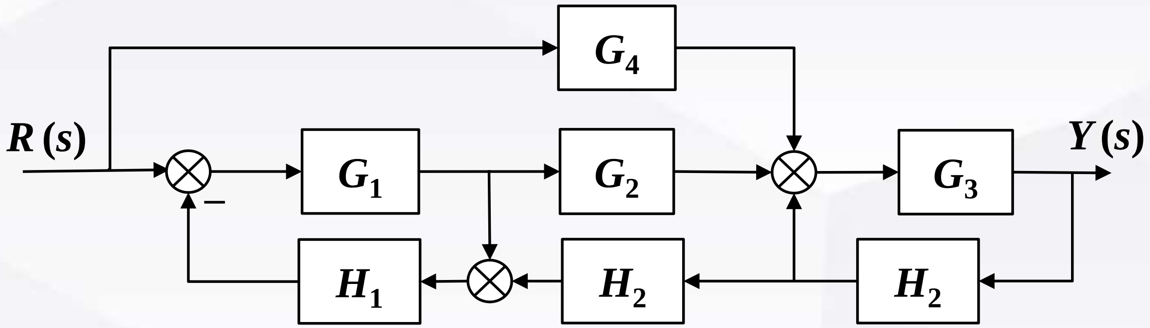
如果满足下列条件：

$$\begin{cases}\left|G_1(s)G_2(s)H(s)\right|\gg 1\\ \left|G_1(s)H(s)\right|\gg 1\end{cases}$$

则必然有：

$$Y(s)\approx\frac{1}{H(s)}R(s)$$

因此，如果是单位反馈系统 **H(s)=1**，此时输出信号可以完全复现输入信号。



G_4
$R(s)$
G_1
G_2
G_3
$Y(s)$
$-$
H_1
H_2
H_2