

实验六 基于 Matlab 的线性系统的频域分析

一、 实验目的

1. 熟练绘制系统的Nyquist和Bode图。
2. 熟练掌握频域法分析系统。

二、 实验设备

PC 机一台 Matlab 软件。

三、 Matlab 基础

频域分析法是应用频域特性研究控制系统的一种经典方法。它是通过研究系统对正弦信号下的稳态和动态响应特性来分析系统的。采用这种方法可直观的表达出系统的频率特性，分析方法比较简单，物理概念明确。

1. 频率曲线主要包括三种：Nyquist 图、Bode 图和 Nichols 图。

(1) Nyquist 图的绘制与分析

MATLAB 中绘制系统 Nyquist 图的函数调用格式为：

`nyquist(num,den)` 频率响应 w 的范围由软件自动设定

`nyquist(num,den,w)` 频率响应 w 的范围由人工设定

`[Re,Im]= nyquist(num,den)` 返回奈氏曲线的实部和虚部向量，不作图

例 6-1：已知系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{2s+6}{s^3+2s^2+5s+2}$ ，试绘制 Nyquist 图，并判断系统的稳定性。

```
num=[2 6];  
den=[1 2 5 2];  
[z,p,k]=tf2zp(num,den); p  
nyquist(num,den)
```

极点的显示结果及绘制的 Nyquist 图如图 6-1 所示。由于系统的开环右根数为零，系统的 Nyquist 曲线没有逆时针包围 $(-1, j0)$ 点，所以闭环系统稳定。

```
p =  
-0.7666 + 1.9227i  
-0.7666 - 1.9227i
```

-0.4668

若上例要求绘制 $\omega \in (10^{-2}, 10^3)$ 间的 Nyquist 图，则对应的 MATLAB 语句为：

```
num=[2 6];  
den=[1 2 5 2];  
w=logspace(-2, 3, 100); %即在  $\log 10^{-2}$  和  $\log 10^3$  之间，产生  
100 个等距离的点  
nyquist(num, den, w)
```

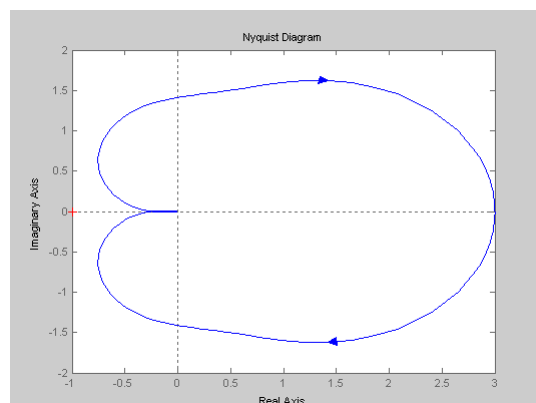


图 6-1 开环极点的显示结果及 Nyquist

(2) Bode 图的绘制与分析

系统的 Bode 图又称为系统频率特性的对数坐标图。Bode 图有两张图，分别绘制开环频率特性的幅值和相位与角频率 ω 的关系曲线，称为对数幅频特性曲线和对数相频特性曲线。

MATLAB 中绘制系统 Bode 图的函数调用格式为：

bode(num, den) 频率响应 w 的范围由软件自动设定

bode(num, den, w) 频率响应 w 的范围由人工设定

[mag, phase, w]=bode(num, den, w) 指定幅值范围和相角范围的
伯德图

例 6-2：已知开环传递函数为 $G(s) = \frac{30(0.2s + 1)}{s(s^2 + 16s + 100)}$ ，试绘制系统的伯德图。

```
num=[0 0 15 30];  
den=[1 16 100 0];  
w=logspace(-2, 3, 100);
```

```
bode(num, den, w)
```

```
grid
```

绘制的 Bode 图如图 6-2(a) 所示，其频率范围由人工选定，而伯德图的幅值范围和相角范围是自动确定的。当需要指定幅值范围和相角范围时，则需用下面的功能指令：

```
[mag, phase, w]=bode(num, den, w)
```

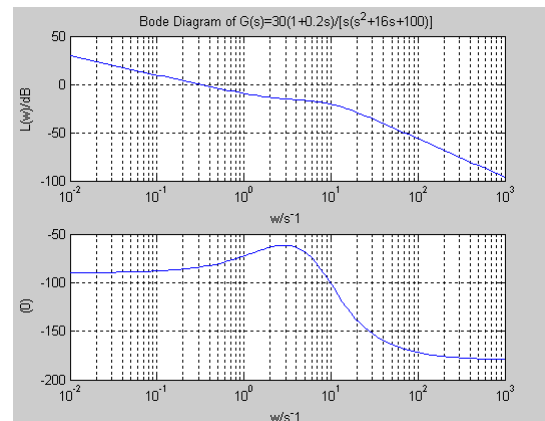
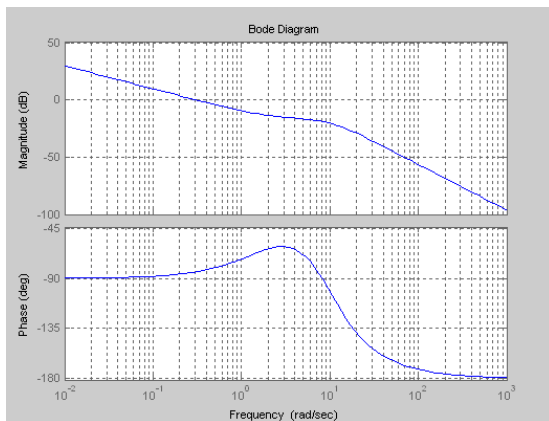


图 6-2(a) 幅值和相角范围自动确定的 Bode 图 图 6-2(b) 指定幅值和相角范围的 Bode

mag, phase 是指系统频率响应的幅值和相角，由所选频率点的 w 值计算得出。其中，幅值的单位为 dB，它的算式为 $\text{magdB}=20\lg_{10}(\text{mag})$ 。

指定幅值范围和相角范围的 MATLAB 调用语句如下，图形如图 6-2(b) 所示。

```
num=[0 0 15 30];
den=[1 16 100 0];
w=logspace(-2, 3, 100);
[mag, phase, w]=bode(num, den, w); %指定 Bode 图的幅值范围和相角范围
subplot(2, 1, 1); %将图形窗口分为 2*1 个子图，在第 1 个子图处绘制图形
semilogx(w, 20*log10(mag)); %使用半对数刻度绘图，X 轴为 log10 刻度，Y 轴
为线性刻度
grid on
xlabel('w/s^-1'); ylabel('L(w)/dB');
title('Bode Diagram of G(s)=30(1+0.2s)/[s(s^2+16s+100)]');
subplot(2, 1, 2); %将图形窗口分为 2*1 个子图，在第 2 个子图处绘制图形
semilogx(w, phase);
```

grid on

xlabel('w/s⁻¹'); ylabel('(0)');

注意：半 Bode 图的绘制可用 semilogx 函数实现，其调用格式为 semilogx(w,L)，其中 $L=20*\log_{10}(\text{abs}(\text{mag}))$ 。

2. 幅值裕量和相位裕量

幅值裕量和相位裕量是衡量控制系统相对稳定性的指标，需要经过复杂的运算求取。应用 MATLAB 功能指令可以方便地求解幅值裕量和相位裕量。

其 MATLAB 调用格式为：

$[Gm, Pm, Wcg, Wcp]=\text{margin}(\text{num}, \text{den})$

其中，Gm, Pm 分别为系统的幅值裕量和相位裕量，而 Wcg, Wcp 分别为幅值裕量和相位裕量处相应的频率值。

另外，还可以先作 bode 图，再在图上标注幅值裕量 Gm 和对应的频率 Wcg，相位裕量 Pm 和对应的频率 Wcp。其函数调用格式为：

$\text{margin}(\text{num}, \text{den})$

例 6-3：单位负反馈的开环传递函数为 $G(s) = \frac{10}{s^3 + 3s^2 + 9s}$ ，求其稳定裕度，对应的 MATLAB 语句如下：

```
num=10; den=[1 3 9 0];  
[gm, pm, wcg, wcp]=margin(num, den);  
gm, pm, wcg, wcp  
gm = 2.7000  
pm = 64.6998  
wcg = 3.0000  
wcp = 1.1936
```

如果已知系统的频域响应数据，还可以由下面的格式调用函数：

$[Gm, Pm, Wcg, Wcp]=\text{margin}(\text{mag}, \text{phase}, w)$

其中 (mag, phase, w) 分别为频域响应的幅值、相位与频率向量。

四、实验内容

1、已知单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{(3s+1)(5s+1)}$ ，当 $K=1$ 和 $K=10$ 时，绘制其Bode图和Nyquist曲线，观察其区别。

2、已知单位负反馈系统的开环传递函数为 $G_1(s) = \frac{K}{(3s+1)}$ ， $K=1$ ，串联一环节 $G_2(s) = \frac{1}{s}$ ，观察串联前、串联后，绘制其Bode图和Nyquist曲线，观察其区别。

3、已知单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{24000(s+3)^2}{s(s+1)(s+2)(s+100)(s+200)}$

(1) 绘制开环对数幅频特性曲线，判断系统稳定性并求增益裕量以及相位裕量；

(2) 求当系统有一延迟环节 $e^{-\tau s}$ 时， τ 取何值才能使系统稳定。

(根据计算出的相位裕量(单位为 $^\circ$)，计算出相位裕量的以弧度为单位时的数值(例如 180° 对应3.14弧度)，然后再除以相位裕量时的角频率 ω_{cp} ，得到时间，即为 τ)

(3) 求当输入为 $1(t)$, t , t^2 时系统的稳态误差。

4、典型二阶系统

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

绘制 $\omega_n=6$ 时、 $\xi=0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1$ 时的Bode图。

(根据自然振荡频率及阻尼比，写出传递函数，绘制Bode图)

5、负反馈系统开环传递函数为 $G(s) = \frac{k}{(3s+1)(5s+1)}$ ，当 $k=1, 3, 5, 10, 15$ 时，系统的奈氏曲线形状如何变化，分析 k 对系统的稳定性有什么影响。

6、已知单位负反馈系统开环传递函数为

$$G_k(s) = \frac{64(s+2)}{s(s+0.5)(s^2+6.4s+256.1)}$$

求系统的幅值裕度、相位裕度、和相应的交界频率，并判断稳定性。

五、 实验报告

1. 根据内容要求，写出调试好的 MATLAB 语言程序，及对应的结果。
2. 记录显示的图形，根据实验结果与各典型环节的频率曲线对比分析。
3. 记录并分析 ζ 对二阶系统 Bode 图的影响。

4. 写出实验的心得与体会。

六、 预习要求

1. 预习实验中的基础知识，运行编制好的 MATLAB 语句，熟悉绘制频率曲线的三种图形函数 `nyquist()`、`bode()` 和 `nichols()`。
2. 掌握控制系统的频域分析方法，理解系统绝对稳定性和相对稳定性的判断方法。