

实验八 线性系统校正研究（实验箱及 Matlab 仿真）

一、 实验目的

1. 掌握系统校正的方法，重点了解串联校正。
2. 根据期望的时域性能指标推导出二阶系统的串联校正环节的传递函数。
3. 熟练掌握用 MATLAB 语句绘制频域曲线。
4. 掌握控制系统频域范围内的分析校正方法。
5. 掌握用频率特性法进行串联校正设计的思路和步骤。

二、 实验仪器、设备及材料

1. PC 机一台
2. 澄科 7304 一台
3. 自动控制原理课程实验套件一套
4. 面包线若干

三、 Matlab 校正基础

控制系统设计的思路之一就是在原系统特性的基础上，对原特性加以校正，使之达到要求的性能指标。最常用的经典校正方法有根轨迹法和频域法。而常用的串联校正装置有超前校正、滞后校正和超前滞后校正装置。本实验主要讨论在 MATLAB 环境下进行串联校正设计。

1. 基于频率法的串联超前校正

超前校正装置的主要作用是通过其相位超前效应来改变频率响应曲线的形状，产生足够大的相位超前角，以补偿原来系统中元件造成的过大的相位滞后。因此校正时应使校正装置的最大超前相位角出现在校正后系统的开环截止频率 ω_c 处。

例 8-1：单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$ ，试确定串联校正装置的特性，使系统满足在斜坡函数作用下系统的稳态误差小于 0.1，相角裕度 $r \geq 45^\circ$ 。

解：根据系统静态精度的要求，选择开环增益

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{k}{s(s+1)}} < 0.1 \Rightarrow K > 10$$

取 $K=12$ ，求原系统的相角裕度。

```
>>num0=12;    den0=[2, 1, 0];    w=0.1:1000;

[gm1, pm1, wcg1, wcp1]=margin(num0, den0);

[mag1, phase1]=bode(num0, den0, w);

[gm1, pm1, wcg1, wcp1]

margin(num0, den0)    %计算系统的相角裕度和幅值裕度，并绘制出 Bode 图

grid;

ans =

    Inf    11.6548    Inf    2.4240
```

由结果可知，原系统相角裕度 $r=11.6^\circ$ ， $\omega_c=2.4\text{rad/s}$ ，不满足指标要求，系统的 Bode 图如图 8-1 所示。考虑采用串联超前校正装置，以增加系统的相角裕度。

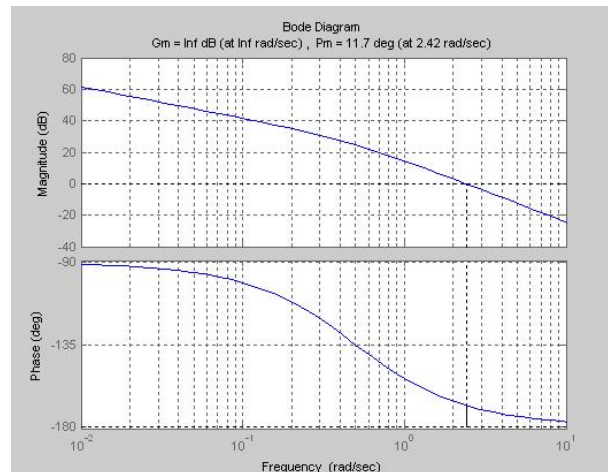


图 8-1 原系统的 Bode

确定串联装置所需要增加的超前相位角及求得的校正装置参数。

$\Phi_c = \gamma - \gamma_0 + \varepsilon$ ， $\gamma = 45^\circ$ ， γ_0 为原系统的相角裕度， ε 取 5° ，令 $\Phi_m = \Phi_c$ ，。

$\alpha = 1 + \sin \phi_m / (1 - \sin \phi_m)$ ，

```
>>e=5;    r=45;    r0=pm1;
```

```
phic=(r-r0+e)*pi/180;
```

```
alpha=(1+sin(phic))/(1-sin(phic));
```

将校正装置的最大超前角处的频率 ω_m 作为校正后系统的剪切频率 ω_c 。则有：

$$20\lg|G_c(j\omega_c)G_0(j\omega_c)|=0 \Rightarrow |G_0(j\omega_c)|=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

即原系统幅频特性幅值等于 $-20\lg\sqrt{\alpha}$ 时的频率，选为 ω_c 。

根据 $\omega_m=\omega_c$ ，求出校正装置的参数 T 。即 $T=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}$ 。

```
[il,ii]=min(abs(mag1-1/sqrt(alpha)));
```

```
wc=w(ii); T=1/(wc*sqrt(alpha)); numc=[alpha*T,1]; denc=[T,1];
```

```
[num,den]=series(num0,den0,numc,denc); %原系统与校正装置串联
```

```
[gm,pm,wcg,wcp]=margin(num,den); %返回系统新的相角裕度和幅值裕度
```

```
printsys(numc,denc) %显示校正装置的传递函数
```

```
disp('校正之后的系统开环传递函数为:');
```

```
printsys(num,den) %显示系统新的传递函数
```

```
[mag2,phase2]=bode(numc,denc,w); %计算指定频率内校正装置的相角范  
围和幅值范围
```

```
[mag,phase]=bode(num,den,w); %计算指定频率内系统新的相角范围  
和幅值范围
```

```
subplot(2,1,1);semilogx(w,20*log10(mag),w,20*log10(mag1),'--',w,20*  
log10(mag2),'-');;
```

```
grid; ylabel('幅值(db)'); title('--Go,-Gc,GoGc');
```

```
subplot(2,1,2);
```

```
semilogx(w,phase,w,phase1,'--',w,phase2,'-',w,(w-180-w),' : ');
```

```
grid; ylabel('相位(0)'); xlabel('频率(rad/sec)');
```

```
title(['校正前: 幅值裕量=',num2str(20*log10(gm1)), ' db', ' 相位裕量  
=',num2str(pml), ' 0' );
```

```
' 校正后: 幅值裕量=',num2str(20*log10(gm)), ' db', ' 相位裕量  
=',num2str(pm), ' 0' ]);
```

```

num/den =
      0.50392 s + 1
-----
      0.11805 s + 1
校正之后的系统开环传递函数为：
num/den =
      6.0471 s + 12
-----
      0.2361 s^3 + 2.1181 s^2 + s

```

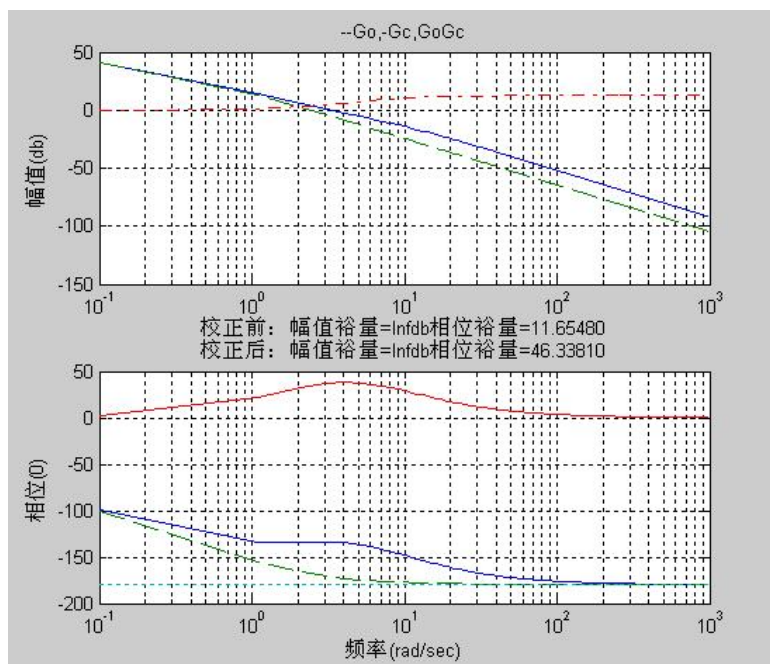


图 8-2 系统校正前后的传递函数及 Bode 图

2. 基于频率法的串联滞后校正

滞后校正装置将给系统带来滞后相角。引入滞后装置的真正目的不是为了提供一个滞后相角，而是要使系统增益适当衰减，以便提高系统的稳态精度。

滞后校正的设计主要是利用它的高频衰减作用，降低系统的截止频率，以便能使得系统获得充分的相位裕量。

例 8-2: 单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$ ，试确定串联校正

装置的特性，使校正后系统的静态速度误差系数等于 $30/s$ ，相角裕度 $r = 40^\circ$ ，幅值裕量不小于 10dB ，截止频率不小于 2.3rad/s 。

解：根据系统静态精度的要求，选择开环增益

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)} = 30 \Rightarrow K = 30$$

利用 MATLAB 绘制原系统的 bode 图和相应的稳定裕度。

```
num0=30;
den0=conv([1,0],conv([0.1,1],[0.2,1]));
w=logspace(-1,1.2);
[gm1,pm1,wcg1,wcpl]=margin(num0,den0);
[mag1,phase1]=bode(num0,den0,w);
[gm1,pm1,wcg1,wcpl]
margin(num0,den0)
grid;
ans =
    0.5000   -17.2390    7.0711    9.7714
```

由结果可知，原系统不稳定，且截止频率远大于要求值。系统的 Bode 图如图 8-3 所示，考虑采用串联超前校正无法满足要求，故选用滞后校正装置。

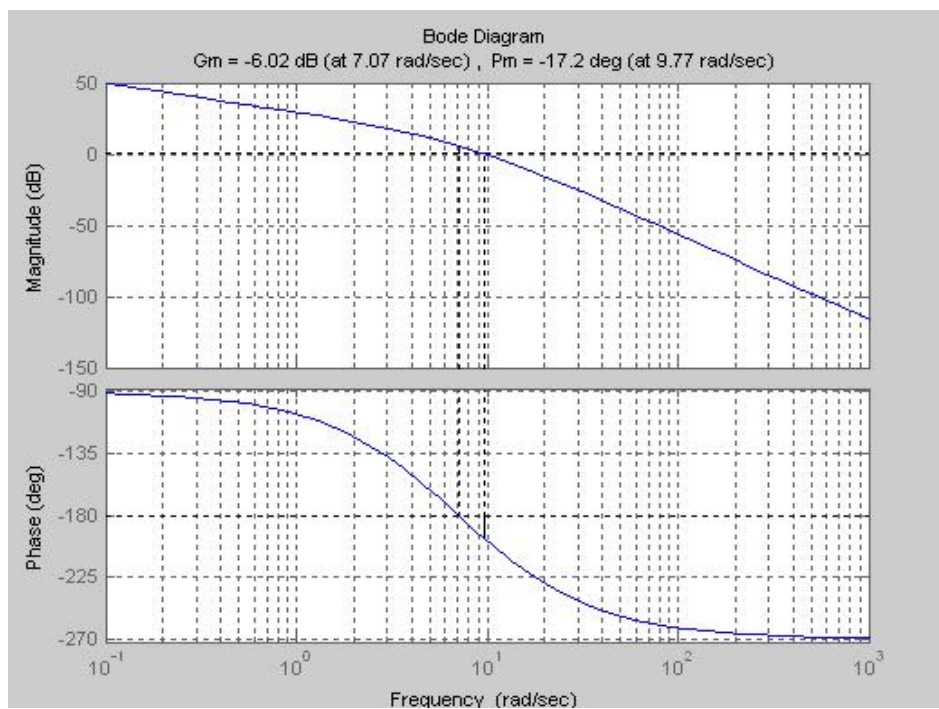


图 8-3 原系统的 Bode 图

根据对相位裕量的要求，选择相角为 $\varphi = -180^\circ + \gamma + \varepsilon (\varepsilon = 5^\circ \sim 10^\circ, \gamma = 40^\circ)$ 处的频率作为校正后系统的截止频率 ω_c 。确定原系统在新 ω_c 处的幅值衰减到 0dB 时所需的衰减量为 $-20\lg\beta$ 。一般取校正装置的转折频率分别为 $\frac{1}{T} = (\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10})\omega_c$ 和 $\frac{1}{\beta T}$ 。

```
e=10; r=40; r0=pml; phi=(-180+r+e);
[il,ii]=min(abs(phasel-phi));wc=w(ii); be1t=magl(ii); T=10/wc;
numc=[ T,1]; denc=[ be1t*T,1];
[num,den]=series(num0,den0,numc,denc); %原系统与校正装置串联
[gm,pm,wcg,wcp]=margin(num,den); %返回系统新的相角裕度和幅值裕度
printsys(numc,denc) %显示校正装置的传递函数
disp(' 校正之后的系统开环传递函数为: ');
printsys(num,den) %显示系统新的传递函数
[mag2,phase2]=bode(numc,denc,w); %计算指定频率内校正装置的相角范围和幅值范围
[mag,phase]=bode(num,den,w); %计算指定频率内系统新的相角范围和幅值范围
subplot(2,1,1);semilogx(w,20*log10(mag),w,20*log10(mag1),'--',w,20*log10(mag2),'-');
grid; ylabel(' 幅值(db) '); title(' --Go, -Gc, GoGc ');
subplot(2,1,2);
semilogx(w,phase,w,phasel,'--',w,phase2,'-',w,(w-180-w),' : ');
grid; ylabel(' 相位(0) '); xlabel(' 频率(rad/sec) ');
title([' 校正前: 幅值裕量=',num2str(20*log10(gm1)),' db ', ' 相位裕量=' ,num2str(pml),' 0' ;' 校正后: 幅值裕量=' ,num2str(20*log10(gm)),' db ', ' 相位裕量=' ,num2str(pm),' 0' ]);
```

```

num/den =
      4.0566 s + 1
-----
      42.9922 s + 1
校正之后的系统开环传递函数为：
num/den =
      121.6983 s + 30
-----
0.85984 s^4 + 12.9177 s^3 + 43.2922 s^2 + s

```

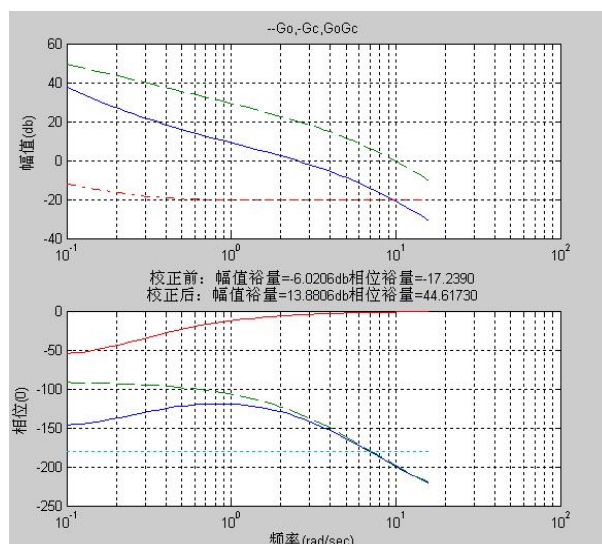


图 8-4 系统校正前后的传递函数及 Bode 图

3. 基于频率法的串联滞后-超前校正

滞后-超前校正装置综合了超前校正和滞后校正的优点，从而改善了系统的性能。

例 8-3：单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.4s+1)}$ ，若要求相角裕度 $r = 45^\circ$ ，幅值裕量大于 10dB， $K_v = 10(1/s)$ ，试确定串联校正装置的特性。

解：根据系统静态精度的要求，选择开环增益

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = K = 10$$

利用 MATLAB 绘制原系统的 bode 图和相应的稳定裕度，如图 8-5 所示。

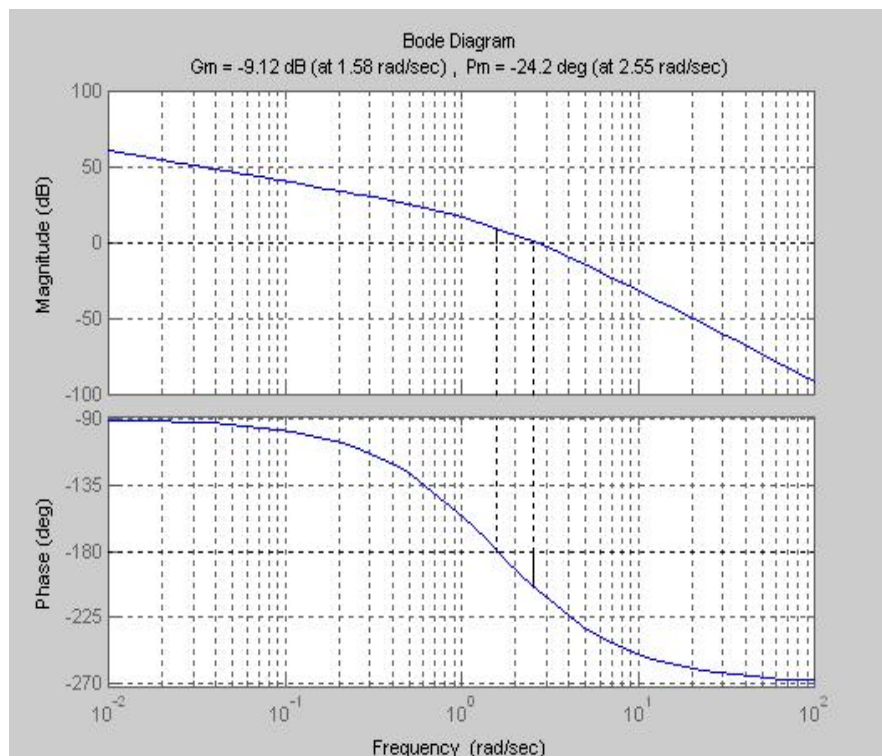


图 8-5 原系统的 Bode 图

```
>>num0=10; den0=conv([1,0],conv([1,1],[0.4,1]));
w=logspace(-1,1.2);
```

```
[gm1,pm1,wcg1,wcp1]=margin(num0,den0);
```

```
[mag1,phase1]=bode(num0,den0,w);
```

```
[gm1,pm1,wcg1,wcp1]
```

```
margin(num0,den0)
```

```
grid;
```

```
ans =
```

```
0.3500 -24.1918 1.5811 2.5520
```

由结果可以看出，单级超前装置难以满足要求，故设计一个串联滞后-超前装置。

选择原系统 -180° 的频率为新的截止频率 ω_c ，则可以确定滞后部分的 T_2 和 β 。其中 $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{10} \omega_c \Rightarrow T_2 = \frac{1}{0.1\omega_c}$ ， $\beta = 10$ 。由原系统， $\omega_c = 1.58 \text{ rad/s}$ ，此时的幅值为 9.12dB。

根据校正后系统在新的幅值交接频率处的幅值必须为 0dB，确定超前校正部分的 T_1 。在原系统 $(\omega_c, -20\lg G_0(j\omega_c))$ ，即 (1.58, -9.12) 处画一条斜率为 20dB/dec 的直线，此直线与 0dB 线及 -20dB 线的交点分别为超前校正部分的两个转折频率。

```
wc=1.58; beit=10; T2=10/wc;lw=20*log10(w/1.58)-9.12;
```

```
[il,ii]=min(abs(lw+20)); w1=w(ii);
```

```
numc1=[1/w1,1];denc1=[1/(beit*w1),1];
```

```
numc2=[ T2,1];denc2=[ beit*T2,1];
```

```
[numc,denc]=series(numc1,denc1,numc2,denc2);
```

```
[num,den]=series(num0,den0,numc,denc);printsys(numc,denc)
```

```
disp('校正之后的系统开环传递函数为:');printsys(num,den)
```

```
[mag2,phase2]=bode(numc,denc,w);
```

```
[mag,phase]=bode(num,den,w);
```

```
[gm,pm,wcg,wcp]=margin(num,den);
```

```
subplot(2,1,1);semilogx(w,20*log10(mag),w,20*log10(mag1),'--',w,20*log10(mag2),'-');;
```

```
grid; ylabel('幅值(db)'); title('--Go,-Gc,GoGc');
```



```
subplot(2,1,2);
semilogx(w, phase, w, phase1, ' --', w, phase2, ' -', w, (w-180-w), ' :');

grid;   ylabel(' 相位(0)'); xlabel(' 频率(rad/sec)');

title([' 校正后: 幅值裕量=', num2str(20*log10(gm)), ' db', ' 相位裕量= ', num2str(pm), ' 0' ]);
```

num/den =

$$13.4237 s^2 + 8.4501 s + 1$$

$$13.4237 s^2 + 63.5032 s + 1$$

校正之后的系统开环传递函数为:

num/den =

$$134.2374 s^2 + 84.5006 s + 10$$

$$5.3695 s^5 + 44.1945 s^4 + 102.7283 s^3 + 64.9032 s^2 + s$$

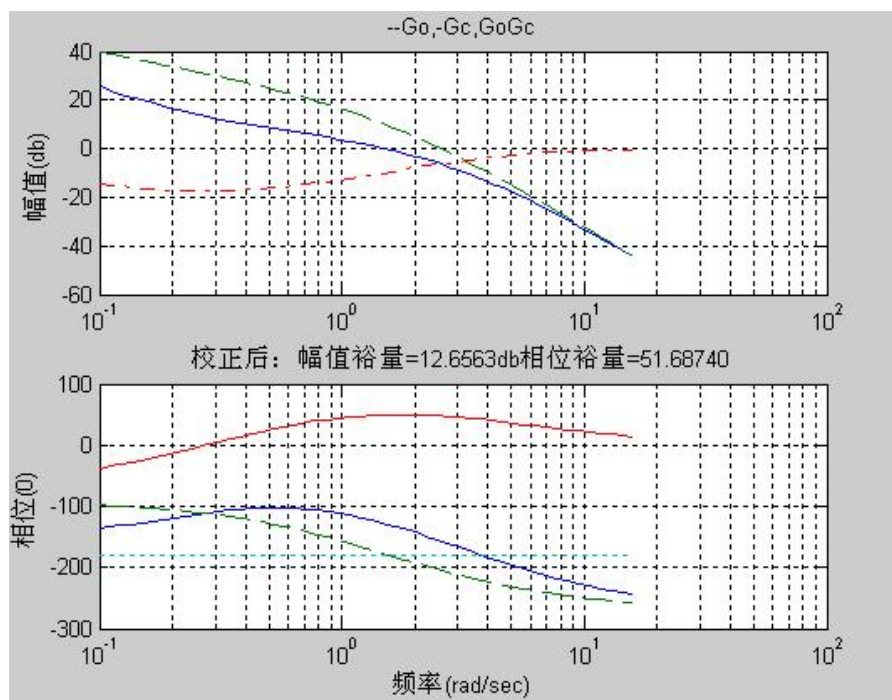


图 8-6 系统校正前后的传递函数及 Bode 图

四、 实验箱原理

(一) 观测未校正系统的稳定性和动态特性

实验用未加校正二阶闭环系统的方块图和模拟电路，分别如图 8-7 和图 8-8 所示：

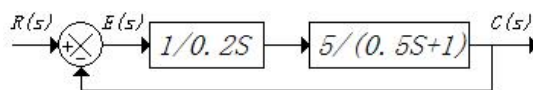


图 8-7

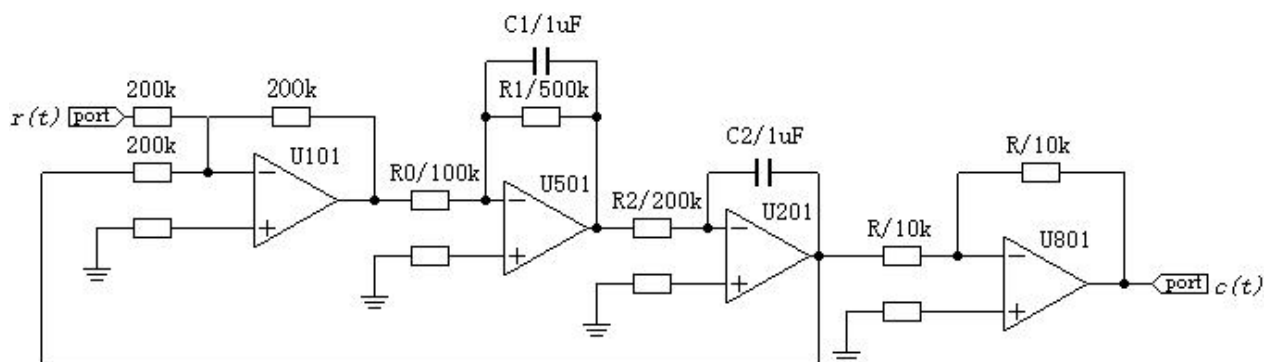


图 8-8

其开环传递函数为：
$$G(s) = \frac{5}{0.2S(0.5S+1)} = \frac{25}{s(0.5s+1)}$$

其闭环传递函数为：
$$W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{50}{s^2+2s+50} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

式中 $\omega_n = \sqrt{50} = 7.07$, $\xi = 1/\omega_n = 0.141$,

故未加校正时系统超调量为：
$$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0.63 = 63\%$$
 ,

调节时间为：
$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 4s$$
 ,

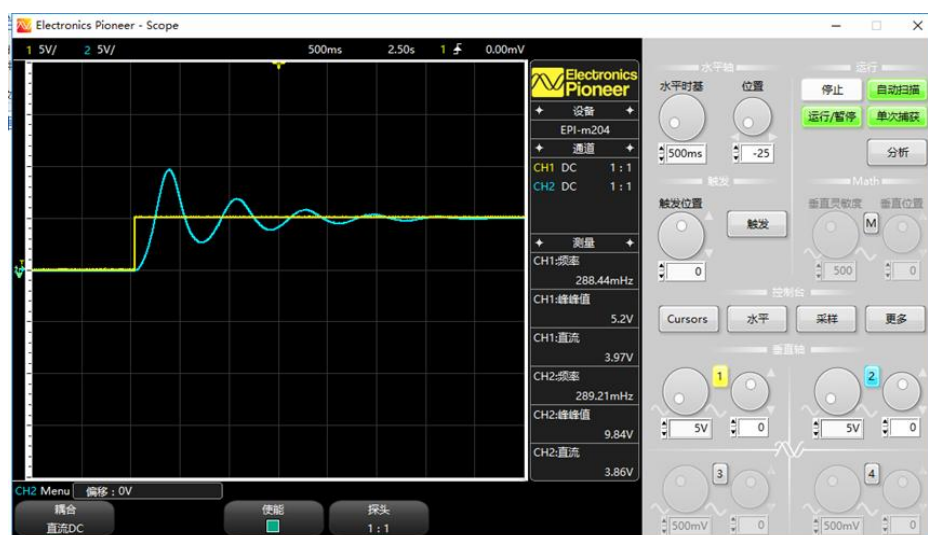
静态速度误差系数 K_V 等于该 I 型系统的开环增益 $K_V = 25 \text{ 1/s}$ 。

实验步骤

1. 利用 1#、5#、2#和 8A#（或 8B#）模块搭建图 8-8 所需的电路。其中， $r(t)$ 输入阶跃信号， $c(t)$ 为输出信号。输入信号 $r(t)$ 连接实验电路板的下方【模拟信号输入】区域的 **AI 1** 接线柱，输出信号 $c(t)$ 连接实验电路板的下方【模拟信号输入】区域的 **AI 2** 接线。

2. 启动【Electronics Pioneer】仪器工具栏。

3. 打开【Electronics Pioneer—Power】程控电源软件面板，设置【+/-5V 3.3V】为【开启】状态，设置【正电源】值为【+15V】和【负电源值为【-15V】，电流【I】均设置为 100mA。
4. 打开【Electronics Pioneer—Scope】示波器软件面板，设置示波器【运行】状态为【启动】，设置启用【CH 1】和【CH2】通道。
5. 将实验电路板【0#】区域【阶跃信号类型】拨动开关拨至【+5V】侧（即左侧）。
6. 确认实验电路连接无误，按下实验电路板【0#】区域【电源开关】按钮。正常情况下，实验电路板右上方的+V、-V、+5V、-5V 指示灯会相应点亮。
7. 按下实验电路板【0#】区域【按下输出阶跃信号】按钮（保持 1 秒以上）后松开，观察示波器实验程序中 CH 1 和 CH 2 通道波形的情况。



(实验参考结果)

(二) 按动态特性要求设计串联校正装置

1. 串联校正的目标

要求加串联校正装置后系统满足以下性能指标：

- (1) 超调量 $M_p \leq 25\%$
- (2) 调节时间（过渡过程时间） $t_s \leq 1s$
- (3) 校正后系统开环增益（静态速度误差系数） $K_v \geq 25 \text{ 1/s}$

2. 串联校正装置的时域设计

从对超调量要求可以得到 $M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \leq 25\%$, 于是有 $\xi > 0.4$ 。

由 $t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \leq 1\text{s}$ 可以得到 $\omega_n \geq \frac{4}{\xi}$ 。

因为要求 $Kv \geq 25 \text{ 1/s}$, 故令校正后开环传递函数仍包含一个积分环节, 且放大系数为 25。

设串联校正装置的传递函数为 $D(s)$, 则加串联校正后系统的开环传递函数为:

$$D(s)G(s) = D(s) \frac{25}{s(0.5s+1)}$$

采用相消法, 令 $D(s) = \frac{0.5s+1}{Ts+1}$ (其中 T 为待确定参数), 可以得到加串联校正后的开环传递函数:

$$D(s)G(s) = \frac{0.5s+1}{Ts+1} \cdot \frac{25}{s(0.5s+1)} = \frac{25}{s(Ts+1)}$$

这样, 加校正后系统的闭环传递函数为: $W(s) = \frac{D(s)G(s)}{1+D(s)G(s)} = \frac{25/T}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{25}{T}}$

对校正后二阶系统进行分析, 可以得到: $\omega_n^2 = 25/T$

$$2\xi\omega_n = 1/T$$

综合考虑校正后的要求, 取 $T=0.05\text{s}$, 此时 $\omega_n = 22.36 \text{ 1/s}$, $\xi = 0.45$, 它们都能满足校正目标要求。最后得到校正环节的传递函数为:

$$D(s) = \frac{0.5s+1}{0.05s+1}$$

从串联校正装置的传递函数可以设计其模拟电路。有关电路设计与校正效果请参见后面的频域设计。

3. 串联校正装置的频域设计

根据对校正后系统的要求, 可以得到期望的系统开环传递函数的对数频率特性, 见图 8-9。

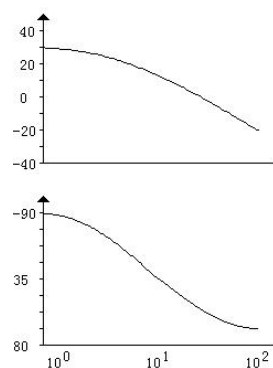


图 8-9

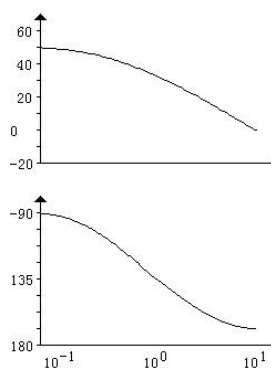


图 8-10

根据未加校正系统的开环传递函数，可画出其相应的对数频率特性，如图 8-10 所示。

从期望的系统开环传递函数的对数幅频特性，减去未加校正系统开环传递函数的对数幅频特性，可以得到串联校正装置的对数幅频特性，见图 8-11。

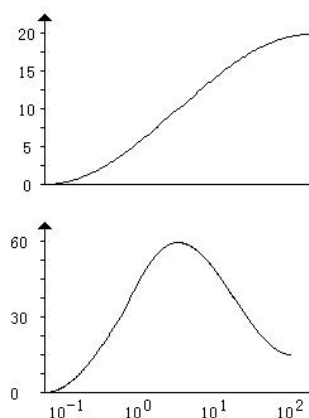


图 8-11

从串联校正装置的对数幅频特性，可以得到它的传递函数：

$$G_c(s) = \frac{0.5s + 1}{0.05s + 1}$$

从串联校正装置的传递函数可以设计其模拟电路。图 8-12 给出已加入串联校正装置的系统模拟电路。

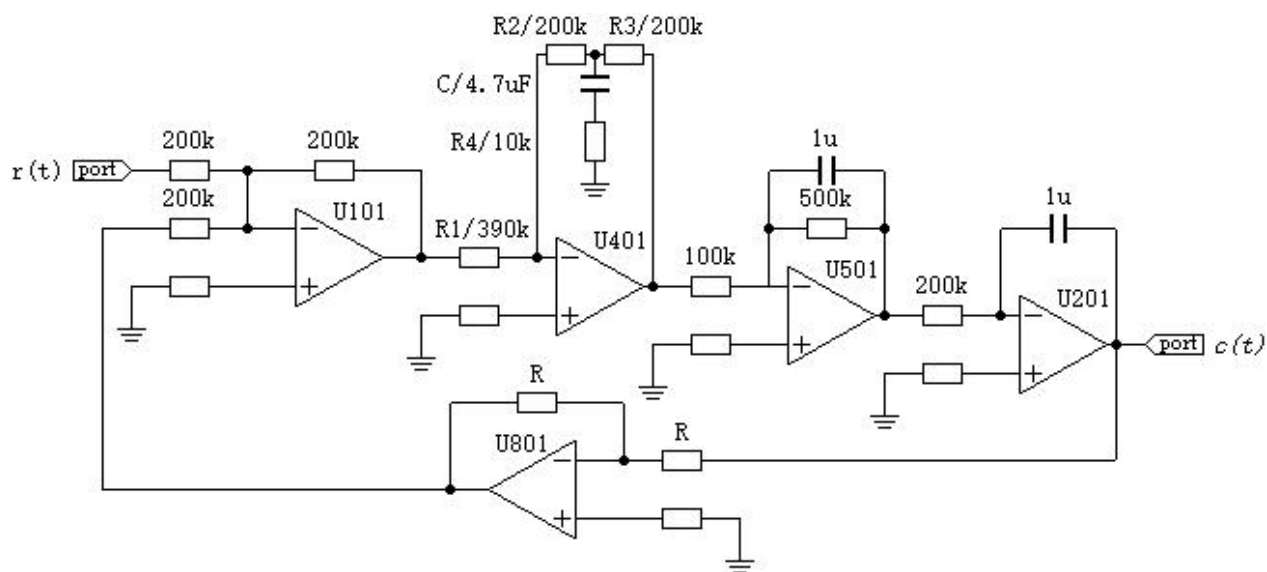


图 8-12

在图 4-6 中，串联校正装置电路的参数可取 $R_1 = 390k$ ， $R_2 = R_3 = 200k$ ， $R_4 = 10k$ ， $C = 4.7uF$ 。校正前后系统的阶跃响应曲线如图 8-13、8-14 所示：

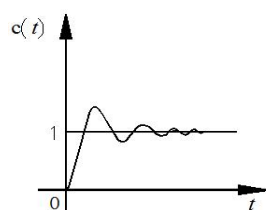


图 8-13

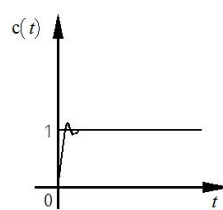


图 8-14

实验步骤

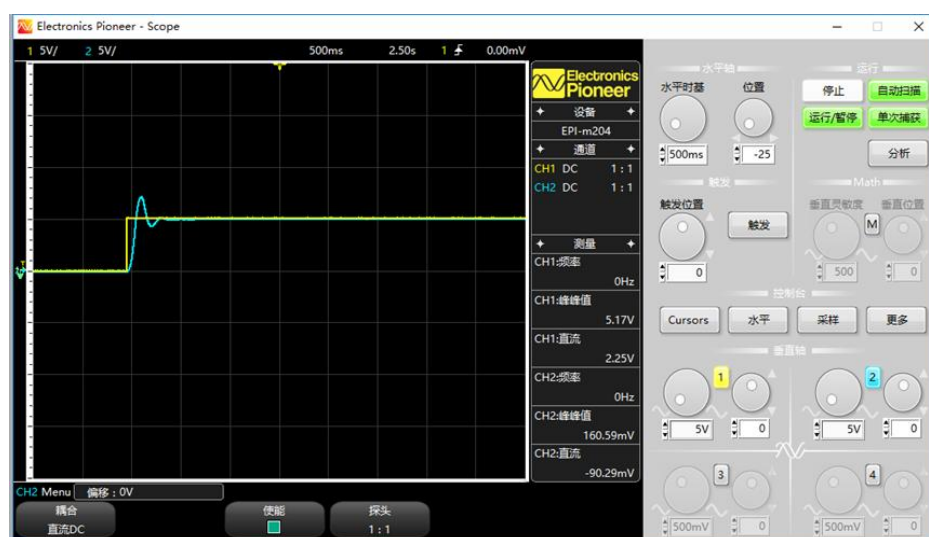
1. 利用 1#、4#、5#、2#和 8A#（或 8B#）模块搭建图 8-12 所需的电路。其中， $r(t)$ 输入阶跃信号， $c(t)$ 为输出信号。输入信号 $r(t)$ 连接实验电路板的下方【模拟信号输入】区域的 **AI 1** 接线柱，输出信号 $c(t)$ 连接实验电路板的下方【模拟信号输入】区域的 **AI 2** 接线柱。

2. 启动【Electronics Pioneer】仪器工具栏。

3. 打开【Electronics Pioneer—Power】程控电源软件面板，设置【+/-5V 3.3V】为【开启】状态，设置【正电源】值为【+15V】和【负电源值为【-15V】，电流【I】均设置为 100mA。

4. 打开【Electronics Pioneer—Scope】示波器软件面板，设置示波器【运行】状态为【启动】，设置启用【CH 1】和【CH2】通道。

5. 将实验电路板【0#】区域【阶跃信号类型】拨动开关拨至【+5V】侧（即左侧）。
6. 确认实验电路连接无误，按下实验电路板【0#】区域【电源开关】按钮。正常情况下，实验电路板右上方的+V、-V、+5V、-5V 指示灯会相应点亮。
7. 按下实验电路板【0#】区域【按下输出阶跃信号】按钮（保持 1 秒以上）后松开，观察示波器实验程序中 CH 1 和 CH 2 通道波形的情况。



实验参考结果

实验注意事项

1. 按实验电路原理图连接实验线路时，请仔细连线，并反复确认连线关系是否正确。
2. 【Electronics Pioneer—Power】程控电源软件面板中的某些电源设置若出现提示过载情况，可能的原因是电路连接错误造成了短路，或者电流值设置不合理（过小）。
3. 【Electronics Pioneer—Power】程控电源软件面板中的+V、-V 若输出不正常，表现为+V、-V 面板指示灯不亮，请检查是否可靠连接仪器底座背板的圆形外接电源扩展接口。
4. 实验电路板【0#】区域【按下输出阶跃信号】按钮是一个无锁的按下式按钮，松手后阶跃信号随即停止输出。同时，该按下时还同步释放锁零信号。
5. 反相器位于 8A#区域和 8B#区域，两者功能相同，实验中使用其中一个即可。
6. 部分典型环节包含电容元件，若奈奎斯特图实验效果不理想，需要考虑锁零对实验测量结果的影响问题。

五、 基于 Matlab 校正的实验内容

1. 某单位负反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{4}{s(s+1)}$ ，试设计一超前校正装置，使校正后系统的静态速度误差系数 $K_v = 20s^{-1}$ ，相位裕量 $\gamma = 50^\circ$ ，增益裕量 $20\lg K_g = 10dB$ 。
2. 某单位负反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{k}{(s+1)^3}$ ，试设计一个合适的滞后校正网络，使系统阶跃响应的稳态误差约为 0.04，相角裕量约为 45° 。
3. 某单位负反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$ ，试设计一滞后-超前校正装置，使校正后系统的静态速度误差系数 $K_v = 10s^{-1}$ ，相位裕量 $\gamma = 50^\circ$ ，增益裕量 $20\lg K_g \geq 10dB$ 。

六、 实验报告

1.实验箱部分：

- 1) 画出未校正系统的 Bode 图。
- 2) 画出校正装置的 Bode 图。
- 3) 画出校正后系统的 Bode 图。
- 4) 指出该类校正装置属于哪种校正（超前、滞后、滞后-超前），并说明其特点。

2.基于 Matlab 的校正部分：

- 1) 用 MATLAB 绘制原系统的 Bode 图，求出原系统的相位及幅值裕量。
- 2) 根据求出的稳定裕度情况，判定采用何种校正网络来校正原有系统。
- 3) 根据采用的校正网络类型，求出各校正环节的传递函数。
- 4) 利用 MATLAB 程序校验校正后系统的稳定裕度，检验设计是否满足要求。

3. 写出实验的心得与体会。

七、 预习要求

1. 熟悉基于频率法的串联校正装置的特点及校正设计过程。
2. 熟练利用 MATLAB 绘制系统频域特性的语句。

八、 思考题

1. PD 校正的实质是什么?
2. 超前校正对待校正二阶系统有哪些影响?
3. 什么情况下加入滞后校正效果较好?
4. 反馈校正的优缺点?