

实验三 基于 Matlab 的线性系统时域响应分析

一、 实验目的

- 1、掌握一阶系统和二阶系统的非周期信号响应。
- 2、理解二阶系统的无阻尼、欠阻尼、临界阻尼和过阻尼响应，通过响应曲线观测特征参量 ζ 和 ω_n 对二阶系统性能的影响。
- 3、掌握分析系统的稳定性、瞬态过程和稳态误差。
- 4、理解高阶系统的主导极点对系统特性的影响。
- 5、理解系统的零点对系统动态特性的影响。

二、 实验设备

PC 机一台。

三、 Matlab 基础

1. 基础知识

时域分析法直接在时间域中对系统进行分析，可以提供系统时间响应的全部信息，具有直观、准确的特点。为了研究控制系统的时域特性，经常采用瞬态响应（如阶跃响应、脉冲响应和斜坡响应）。本次实验从分析系统的性能指标出发，给出了在 Matlab 环境下获取系统时域响应和分析系统的动态性能和稳态性能的方法。

用 Matlab 求系统的瞬态响应时，将传递函数的分子、分母多项式的系数分别以 s 的降幂排列写为两个数组 num、den。由于控制系统分子的阶次 m 一般小于其分母的阶次 n ，所以 num 中的数组元素与分子多项式系数之间自右向左逐次对齐，不足部分用零补齐，缺项系数也用零补上。

● 用 Matlab 求控制系统的瞬态响应

■ 阶跃响应

求系统阶跃响应的指令有：

`step(num, den)` 时间向量 t 的范围由软件自动设定，阶跃响应曲线随即绘出

`step(num, den, t)` 时间向量 t 的范围可以由人工给定（例如 $t=0:0.1:10$ ）

`[y, x]=step(num, den)` 返回变量 y 为输出向量， x 为状态向量

在 MATLAB 程序中，先定义 num, den 数组，并调用上述指令，即可生成单位阶跃输入信号下的阶跃响应曲线图。

例 3-1:考虑如下系统:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

该系统可以表示为两个数组，每一个数组由相应的多项式系数组成，并且以 s 的降幂排列。则 matlab 的调用语句:

```
num=[0 0 25]; %定义分子多项式
den=[1 4 25]; %定义分母多项式
step(num,den) %调用阶跃响应函数求取单位阶跃响应曲线
grid %画网格标度线
xlabel('t/s'),ylabel('c(t)') %给坐标轴加上说明
title('Unit-step Respinse of G(s)=25/(s^2+4s+25)') %给图形加上标题名
```

则该单位阶跃响应曲线如图 3-1 所示:

为了在图形屏幕上书写文本，可以用 text 命令在图上的任何位置加标注。例如:

```
text(3.4,-0.06,' Y1' ) 和 text(3.4,1.4,' Y2' )
```

第一个语句告诉计算机，在坐标点 x=3.4, y=-0.06 上书写出' Y1'。类似地，第二个语句告诉计算机，在坐标点 x=3.4, y=1.4 上书写出' Y2'。

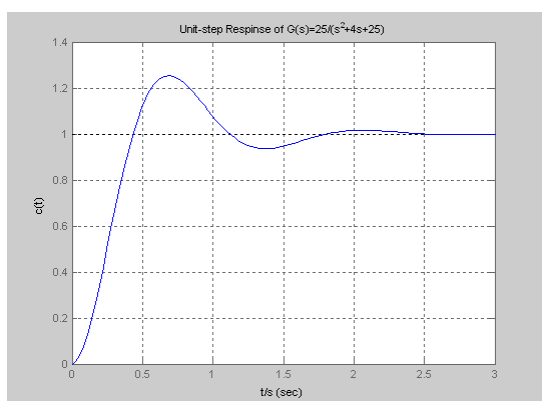


图 3-1 二阶系统的单位阶跃响应

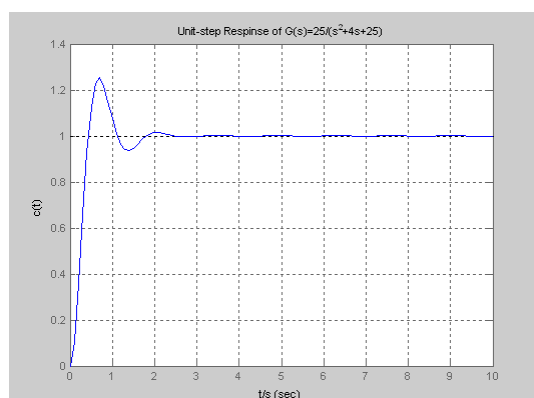


图 3-2 定义时间范围的单位阶跃响应

若要绘制系统 t 在指定时间（0-10s）内的响应曲线，则用以下语句:

```
num=[0 0 25];
den=[1 4 25];
```

```
t=0:0.1:10;
```

```
step(num, den, t)
```

即可得到系统的单位阶跃响应曲线在 0-10s 间的部分，如图 6-2 所示。

● 脉冲响应

① 求系统脉冲响应的指令有：

`impulse (num, den)` 时间向量 t 的范围由软件自动设定，阶跃响应曲线随即绘出

`impulse (num, den, t)` 时间向量 t 的范围可以由人工给定（例如 $t=0:0.1:10$ ）

`[y, x]=impulse (num, den)` 返回变量 y 为输出向量， x 为状态向量

`[y, x, t]=impulse (num, den, t)` 向量 t 表示脉冲响应进行计算的时间

例 3-2：试求下列系统的单位脉冲响应：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

在 matlab 中可表示为

```
num=[0 0 1]; den=[1 0.2 1];
```

```
impulse(num, den)
```

```
grid
```

```
title('Unit-impulse Response of  $G(s)=1/(s^2+0.2s+1)$ ')
```

由此得到的单位脉冲响应曲线如图 3-3 所示。

② 求脉冲响应的另一种方法

应当指出，当初始条件为零时， $G(s)$ 的单位脉冲响应与 $sG(s)$ 的单位阶跃响应相同。考虑在上例题中求系统的单位脉冲响应，因为对于单位脉冲输入量， $R(s)=1$ 所以

$$\frac{C(s)}{R(s)} = C(s) = G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1} = \frac{s}{s^2 + 0.2s + 1} \times \frac{1}{s}$$

因此，可以将 $G(s)$ 的单位脉冲响应变换成 $sG(s)$ 的单位阶跃响应。

向 MATLAB 输入下列 `num` 和 `den`，给出阶跃响应命令，可以得到系统的单位脉冲响应曲线如图 6-4 所示。

```
num=[0 1 0]; den=[1 0.2 1];
```

```

step(num, den)

grid

title( 'Unit-step Response of sG(s)=s/(s^2+0.2s+1)' )

```

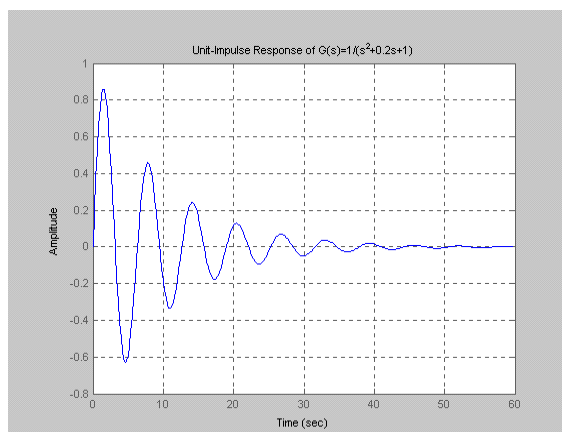


图 3-3 二阶系统的单位脉冲响应图

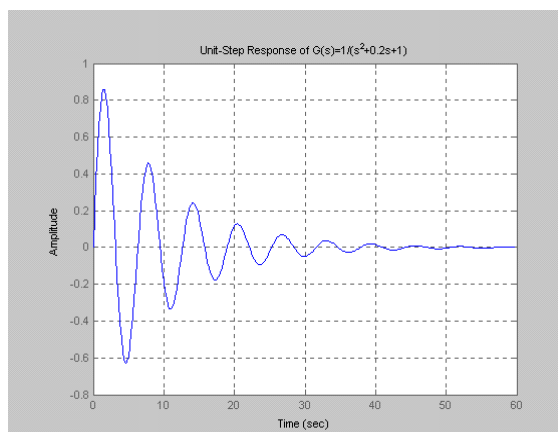


图 3-4 单位脉冲响应的另一种表示法

tf 函数用来建立实部或复数传递函数模型或将状态方程、或零级增益模型转化成传递函数形式。sys = tf(num, den) 命令可以建立一个传递函数，其中分子和分母分别为 num 和 den。输出 sys 是储存传递函数数据的传递函数目标。

```
sys = tf(num, den); %传递函数
```

```
step(sys); %传递函数 sys 的阶跃响应
```

在 MATLAB 中，可用函数命令 feedback 来实现两个系统模型的反馈连接，其调用格式为：sys=feedback (sys1, sys2), sys=feedback (sys1, sys2, sign), sys1 为输入环节模型，sys2 为反馈环节模型，sign 为反馈极性，取-1 时，为负反馈，默认值为负反馈。取 1 时，表示正反馈。

● 斜坡响应

MATLAB 没有直接调用求系统斜坡响应的功能指令。在求取斜坡响应时，通常利用阶跃响应的指令。基于单位阶跃信号的拉氏变换为 $1/s$ ，而单位斜坡信号的拉氏变换为 $1/s^2$ 。因此，当求系统 $G(s)$ 的单位斜坡响应时，可以先用 s 除 $G(s)$ ，再利用阶跃响应命令，就能求出系统的斜坡响应。

例 3-3：试求下列闭环系统的单位斜坡响应。

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

对于单位斜坡输入量， $R(s)=1/s^2$ ，因此

$$C(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \times \frac{1}{s^2} = \frac{1}{(s^2 + s + 1)s} \times \frac{1}{s}$$

在 MATLAB 中输入以下命令，得到如图 3-5 所示的响应曲线：

```
num=[0 0 0 1]; den=[1 1 1 0];  
step(num, den)  
title( 'Unit-Ramp Response Cuve for System G(s)=1/(s^2+s+1)' )
```

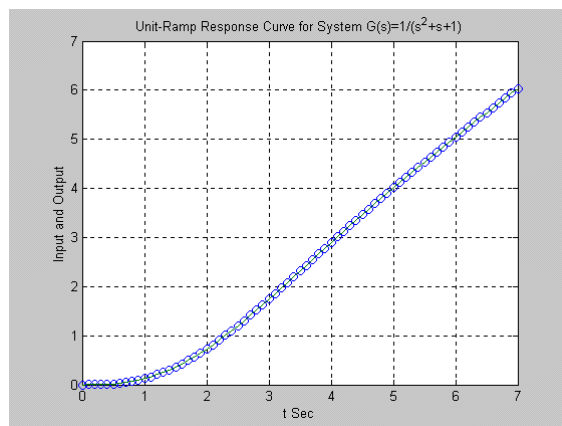


图 3-5 单位斜坡响应

2. 特征参量 ζ 和 ω_n 对二阶系统性能的影响

标准二阶系统的闭环传递函数为：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

二阶系统的单位阶跃响应在不同的特征参量下有不同的响应曲线。

● ζ 对二阶系统性能的影响

设定无阻尼自然振荡频率 $\omega_n = 1(\text{rad/s})$ ，考虑 5 种不同的 ζ 值： $\zeta = 0, 0.25, 0.5, 1.0$ 和 2.0 ，利用 MATLAB 对每一种 ζ 求取单位阶跃响应曲线，分析参数 ζ 对系统的影响。

为便于观测和比较，在一幅图上绘出 5 条响应曲线(采用“hold”命令实现)。

```
num=[0 0 1]; den1=[1 0 1]; den2=[1 0.5 1];  
den3=[1 1 1]; den4=[1 2 1]; den5=[1 4 1];  
t=0:0.1:10; step(num, den1, t)  
grid  
text(4, 1.7, 'Zeta=0'); hold  
step(num, den2, t)
```

```

text(3.3, 1.5, '0.25')
step(num, den3, t)
text(3.5, 1.2, '0.5')
step(num, den4, t)
text(3.3, 0.9, '1.0')
step(num, den5, t)
text(3.3, 0.6, '2.0')

title('Step-Response Curves for G(s)=1/[s^2+2(zeta)s+1]')

```

由此得到的响应曲线如图 3-6 所示。

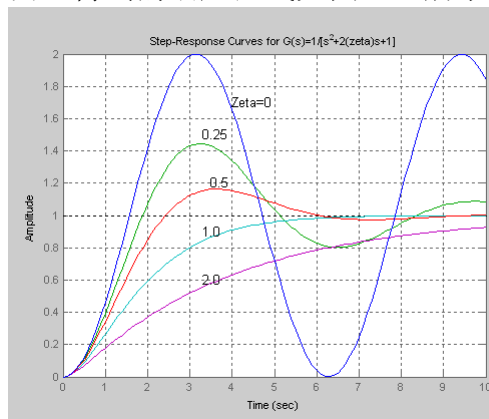


图 3-6 ζ 不同时系统的响应曲线

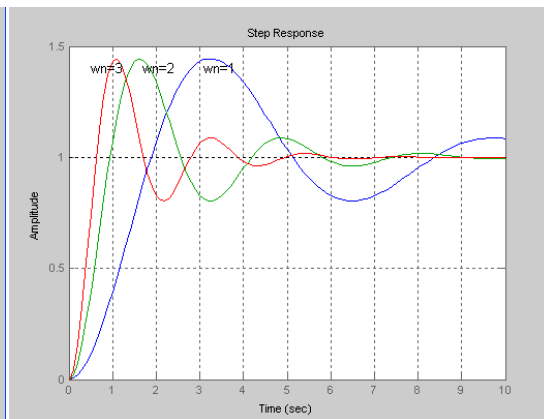


图 3-7 ω_n 不同时系统的响应曲线

● ω_n 对二阶系统性能的影响

同理，设定阻尼比 $\zeta = 0.25$ 时，当 ω_n 分别取 1, 2, 3 时，利用 MATLAB 求取单位阶跃响应曲线，分析参数 ω_n 对系统的影响。

```

num1=[0 0 1]; den1=[1 0.5 1];
t=0:0.1:10;
step(num1, den1, t);
grid; hold on
text(3.1, 1.4, 'wn=1')
num2=[0 0 4]; den2=[1 1 4];

```

```

step(num2,den2,t); hold on
text(1.7,1.4,' wn=2' )
num3=[0 0 9]; den3=[1 1.5 9];
step(num3,den3,t); hold on
text(0.5,1.4,' wn=3' )

```

由此得到的响应曲线如图 3-7 所示。

注意 hold on, hold off 的恰当应用。

3. 系统稳定性判断

(1) 直接求根判稳 roots()

控制系统稳定的充要条件是其特征方程的根均具有负实部。因此,为了判别系统的稳定性,就要求出系统特征方程的根,并检验它们是否都具有负实部。Matlab 中对多项式求根的函数为 roots() 函数。

若求以下多项式的根 $s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24$, 则所用的 Matlab 指令为:

```

>> roots([1,10,35,50,24])

ans =

    -4.0000
    -3.0000
    -2.0000
    -1.0000

```

特征方程的根都具有负实部,因而系统为稳定的。

四、实验内容

- 1、系统的闭环传递函数为: $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$, 分别调节 K 、 T , 仿真系统的阶跃响应, 得出不同的系统参数对系统性能的影响。
- 2、单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{8}{s(s+2)}$, 求闭环系统的单位阶跃响应, 标出系统的 t_r 、 t_p 、 t_s , 并计算最大超调量和稳态误差。
- 3、典型二阶系统的自然频率 $\omega_n = 8$, 仿真当 $\zeta = 0, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0$ 时的单位阶跃响应, 并得出参数变化时对系统性能的影响。

4、已知二单位负反馈系统的开环系统的传递函数分别为 $G(s) = \frac{20000}{s(s+5)(s+200)}$ 和 $G(s) = \frac{100}{s(s+5)}$ ，求二闭环系统的单位阶跃响应，并比较二者的差别，得出相应的结论。

5、判断系统的传递函数如下，判断其稳定性：

$$(1) \quad G(s) = \frac{s^3 + 7s^2 + 24s + 24}{s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{s^3 + 7s^2 + 24s + 24}{s^8 + 2s^7 + 3s^6 + 4s^5 + 5s^4 + 6s^3 + 7s^2 + 8s + 9}$$

6、比较下面两单位负反馈系统的单位阶跃响应，分析零点对系统动态响应的影响。

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2.5)} \quad G(s) = \frac{10(s+5)}{s(s+2.5)}$$

四、 实验报告

1. 根据内容要求，写出调试好的 MATLAB 语言程序，及对应的 MATLAB 运算结果。
2. 记录各种输出波形，根据实验结果分析参数变化对系统的影响。
3. 写出实验的心得与体会。

五、 预习要求

1. 预习实验中基础知识，运行编制好的 MATLAB 语句，熟悉 MATLAB 指令及 `step()` 和 `impulse()` 函数。
2. 思考特征参量 ζ 和 ω_n 对二阶系统性能的影响。
3. 熟悉闭环系统稳定的充要条件及学过的稳定判据。

