

# 现代通信原理

*Modern Communication Principles*

---

时巧

**qiaoshi@swjtu.edu.cn**

信息科学与技术学院

# 第4章 数字基带传输

---

- **数字基带信号**：频谱集中在零频附近的数字信号，如计算机输出的二进制序列，模拟话音的**A/D**信号。
- **数字基带传输**：不使用调制和解调装置而直接传输数字基带信号的传输方式。相应的系统称为数字基带传输系统。
- **数字基带系统特点**：
  - (1) 信号是数字的并且是低通型的
  - (2) 系统的传递特性也是低通型的

## □ 研究数字基带传输系统的意义

- 来自数据终端的原始数据信号，往往包含丰富的低频分量，甚至直流分量，因而称为数字基带信号。对于某些有线信道（特别是近程有线信道）而言，信道具有低通特性，因此数字基带信号能够在这些信道中直接传输，我们将这样的传输称为数字基带传输（本章内容）
- 而大多数信道（如无线信道、光信道）则是带通型的，数字基带信号必须经过载波调制，把频谱搬移到高频处才能在这些信道中传输，我们把这种传输称为数字频带传输（第六章内容）
- 数字基带传输系统虽然不像数字频带传输系统那样广泛应用，但其研究的意义在于：
  - ✓ 利用对称电缆构成的近程数据通信系统广泛采用了这种传输方式（近程有线信道）
  - ✓ 数字基带传输中包含了频带传输的许多基本问题
  - ✓ 任何一个采用线性调制的频带传输系统可等效为基带传输系统来研究

# 第4章 数字基带传输

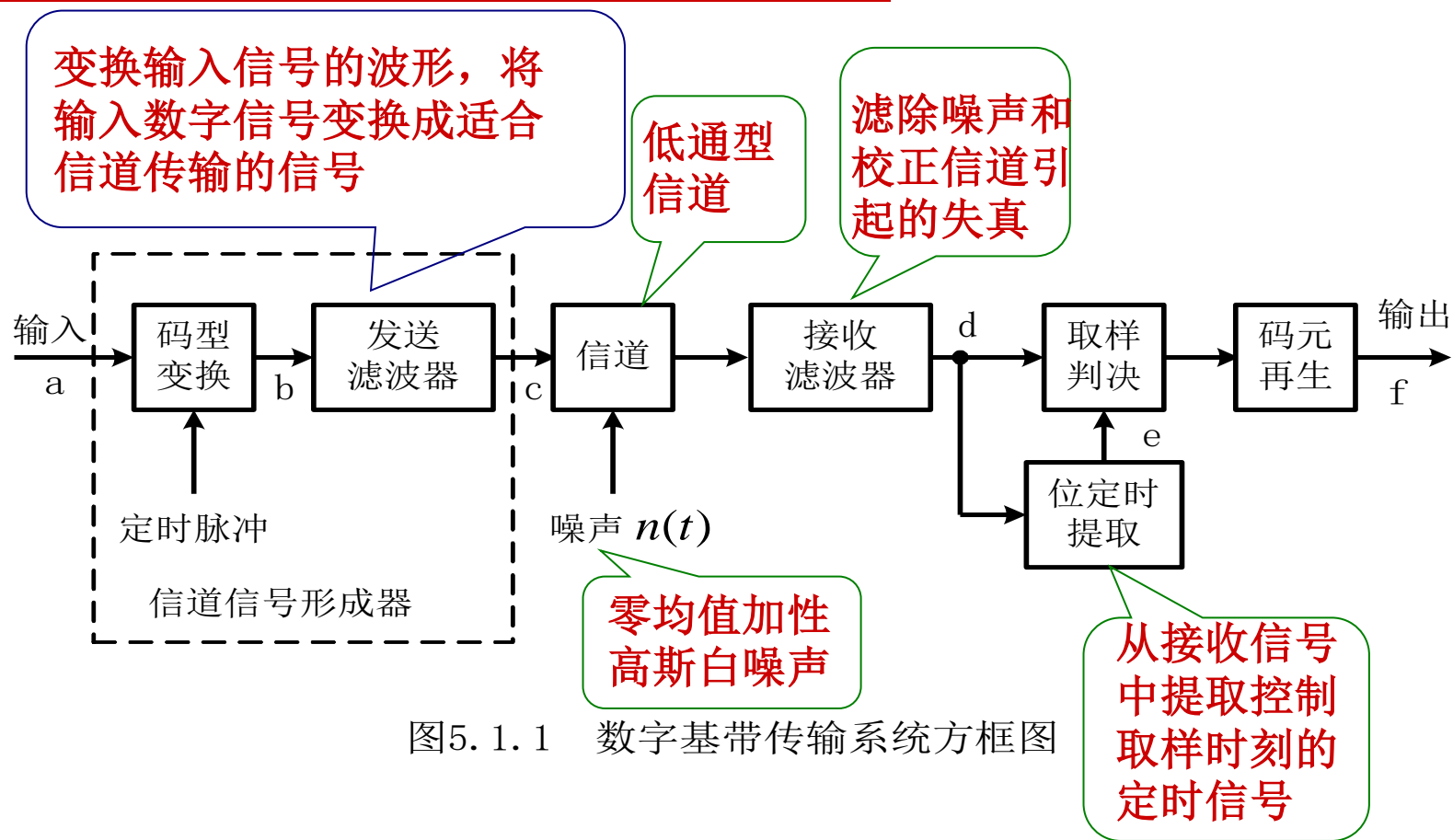
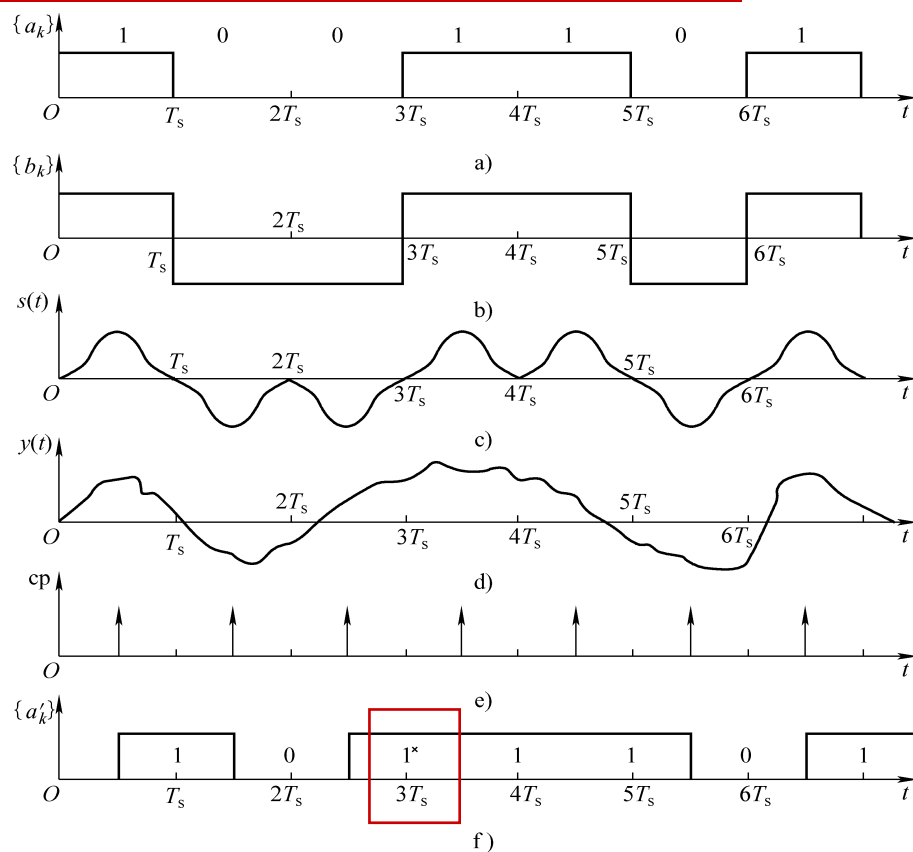


图5.1.1 数字基带传输系统方框图

# 第4章 数字基带传输



码型：单极性全占空码  
波形：矩形脉冲

码型转换器：双极性全占空码

发送滤波器：升余弦脉冲

经过信道与接收滤波器

取样时刻，间隔 $T_s$

判决

数字基带传输系统各点波形

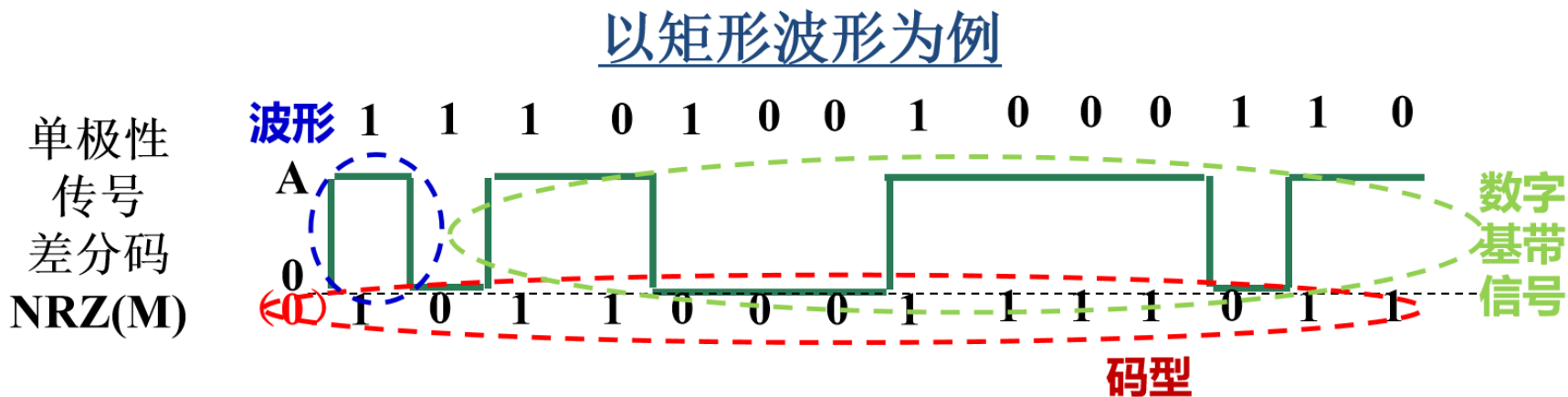
# 第4章 数字基带传输

---

- 数字基带信号码型和波形
- 数字基带信号的功率分析
- 码间干扰对数字基带传输系统的影响
- 信道噪声对数字基带传输系统的影响
- 如何用眼图评价数字基带传输系统的性能
- 提高数字基带传输系统可靠性的均衡技术

## 4.1 数字基带信号的码型和波形

- ❑ 数字基带信号是数字信息的电脉冲表示。
- ❑ 数字信息的表示方式称为数字基带信号的**码型**。
- ❑ 电脉冲形状称为数字基带信号的**波形**。
- ❑ 一个数字基带信号由码型和波形两个方面确定。



## 4.1.1 数字基带信号的码型

---

□ 数字基带传输系统对数字基带信号码型的要求：

- (1) 不含有直流分量，高低频分量小；
- (2) 含有位定时信息，便于位定时信号的提取；
- (3) 使数字基带信号占据较小的带宽，以提高频带利用率；
- (4) 使数字基带信号的功率谱特性不受信源统计特性的影响；
- (5) 要求编、译码设备尽量简单。



## 4.1.1 数字基带信号的码型

---

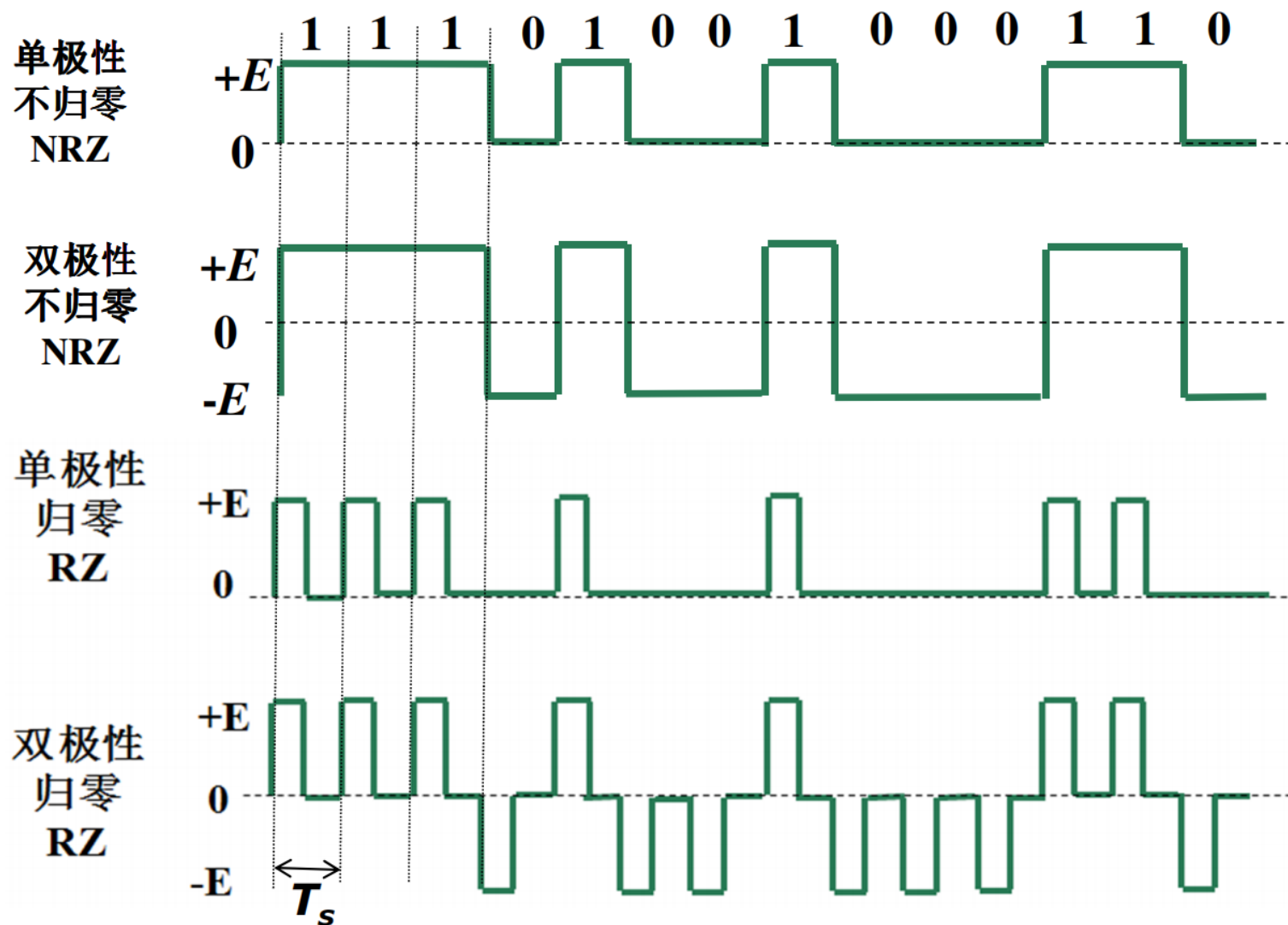
### □ 常用码型

- (1) 单极性全占空码（不归零码）
- (2) 双极性全占空码（不归零码）
- (3) 差分码
- (4) 极性交替码（**AMI**码）
- (5) **HDB3**码

### □ 常用波形

- (1) 升余弦脉冲（最常用）； (2) 矩形脉冲（方波）；
- (3) 三角形脉冲； (4) 钟型脉冲（高斯脉冲）

## ❑ 数字基带信号波形:



码元宽度:  $T_s$

不归零: Non-Return-to-Zero code (NRZ)  
归零: Return-to-Zero code (RZ)

- 单极性信号

- ✓ 优点：极性单一，因此可以使用单电源电路来实现
- ✓ 缺点：有直流分量

- 双极性信号

- ✓ 优点：当0、1符号等概出现时无直流分量
- ✓ 缺点：产生双极性信号的电路比较麻烦，需要正负两个电源
- ✓ 抗干扰能力强，因而适合稍远距离传输

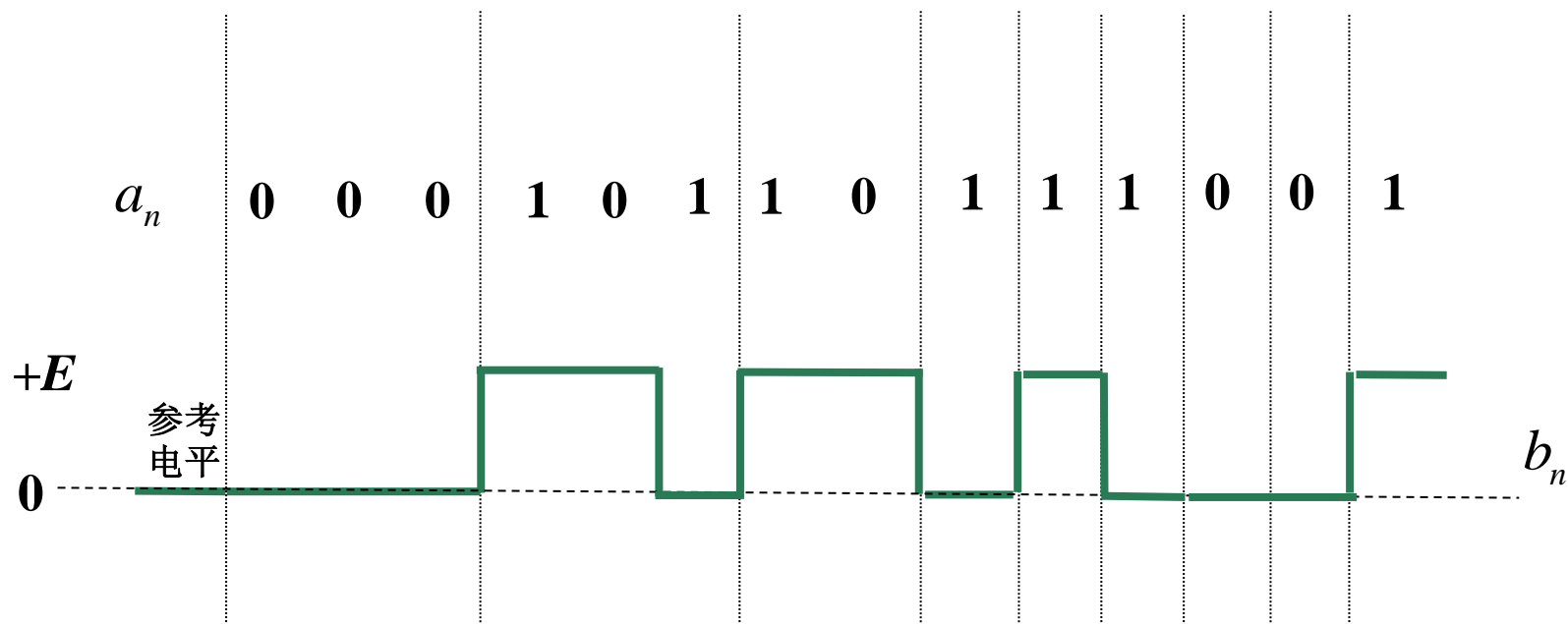
- 归零与不归零信号

- ✓ 不归零信号能量饱满，抗噪能力较强
- ✓ 归零信号的跳变边沿丰富，便于接收端定时同步
- ✓ 归零信号的带宽比不归零信号的带宽宽

判断有无直流分量。如果是两个电平均在0V以上（单极性），则有直流分量；如果两个电平一正一负（双极性），且正负数的绝对值相等、正负电平的持续时间相等（出现的概率相等=1/2），则无直流分量。

## □ 差分码：

差分  
单极性  
不归零  
NRZ



差分波形：

例如：电平不变表示“0”；电平跳变表示“1”

编码规则： $b_n = a_n \oplus b_{n-1}$   $a_n$  为绝对码， $b_n$  为相对码， $b_0$  为参考信号

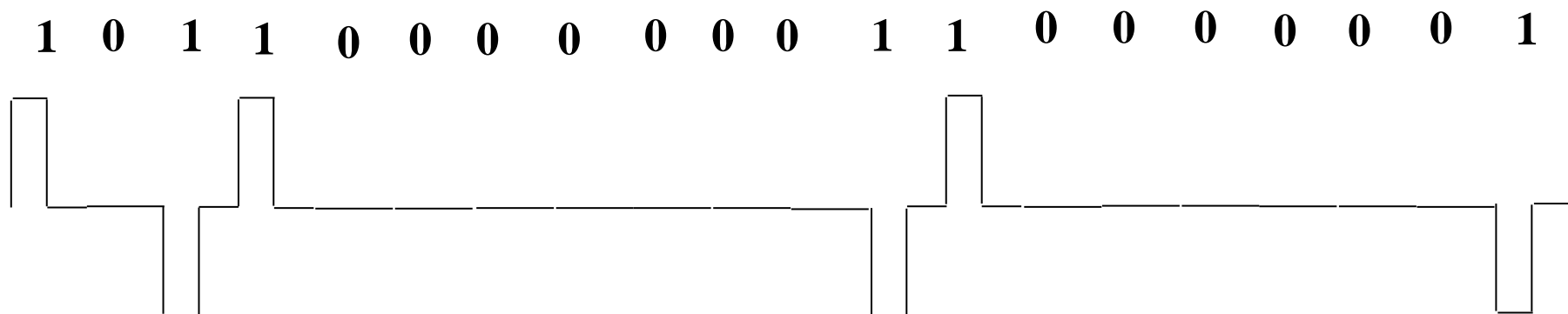
差分译码： $a_n = b_n \oplus b_{n-1}$

## □ 极性交替反转AMI码

- 编码规则

- ✓ 将消息代码“0”仍变换为0，并映射为相应的0电平

- ✓ 而把消息代码“1”交替地变换为传输码+1, -1, +1, -1, ..., 并将+1映射为+A, -1映射为-A;



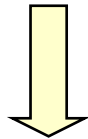
- 特征：经过AMI编码转换后，二进制数字信息序列变换为一个三进制符号序列

- **AMI码优点:**

- ✓ 没有直流成分，且零频附近低频分量小
- ✓ 编译码电路简单，便于利用极性交替反转变换这一规律观察误码情况；

- **AMI码缺点:**

- ✓ 当原始信源连续输出长连**0**串时，信号电平长时间不跳变，造成提取定时信号的困难。



**HDB<sub>3</sub>码**

## □ HDB<sub>3</sub>码

### • 编码规则

- ✓ 消息代码“1”交替地变换为传输码+1, -1（即，AMI码）；
- ✓ 当连续“0”的个数小于或等于3时，不作处理；
- ✓ 当连续“0”的个数大于或等于4时，将每4个连0串标注为一个小节，并将第4个0用破坏符号“V”取代，符号V的极性始终与其前一个非零符号极性相同；
- ✓ 若相邻两个V符号之间有偶数个非0符号，则将后一个“000V”用“B00V”代替，且B、V的极性均要与B的前一个非零符号的极性相反；且自V后的非零符号极性交替。

### • 译码规则

- ✓ 寻找与前一个非零符号极性相同的点，将其与前面的三个符号一起译为0000，再将所有-1变为+1

**注意：**实际基带传输过程中， $\pm V$ 、 $\pm B$  就是采用  $\pm 1$  传输。用V、B来表示只是为了示意原信号中的“0”被变成了“1”。

## □ HDB<sub>3</sub>码 (续)

当连续“0”的个数大于或等于4时，将每4个连0串标注为一个小节，并将第4个0用破坏符号“V”取代，符号V的极性始终与其前一个非零符号极性相同；

• 例1、

1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1

AMI: 1 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 1

HDB<sub>3</sub>: 1 0 -1 1 0 0 0 +V 0 0 0 -1 0 0 0 -V 0 0 0 1

1

-1

译码: 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1

若相邻两个V符号之间有偶数个非0符号，则将后一个“000V”用“B00V”代替，且B、V的极性均要与B的前一个非零符号的极性相反；且自V后的非零符号极性交替。

译码：寻找与前一个非零符号极性相同的点，将其与前面的三个符号一起译为0000，再将所有-1变为+1



## □ HDB<sub>3</sub>码

### • 例2、

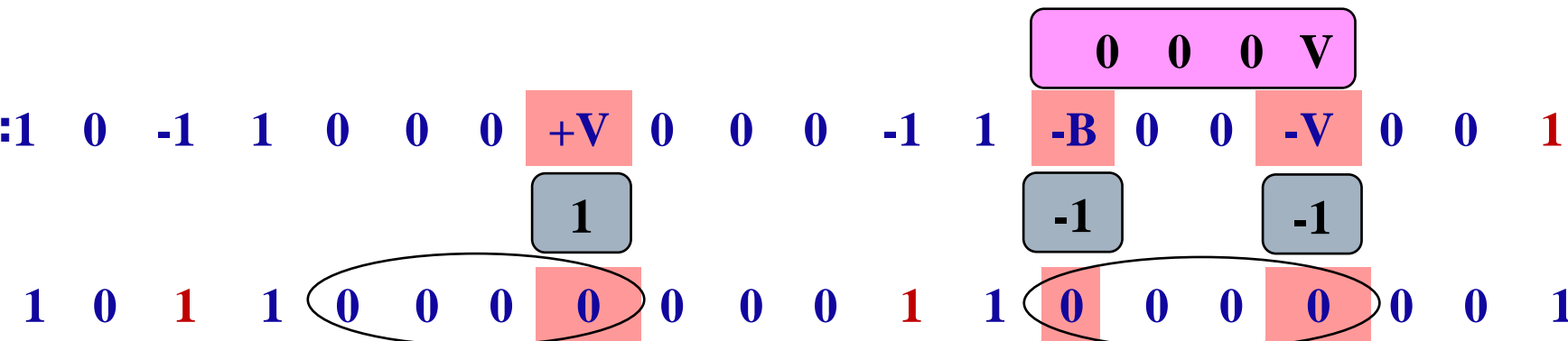
若相邻两个V符号之间有偶数个非0符号，则将后一个“000V”用“B00V”代替，且B、V的极性均要与B的前一个非零符号的极性相反；且自V后的非零符号极性交替。

1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1

AMI: 1 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 -1

HDB<sub>3</sub>: 1 0 -1 1 0 0 0 **+V** 0 0 0 -1 1 **-B** 0 0 **-V** 0 0 1

译码: 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1



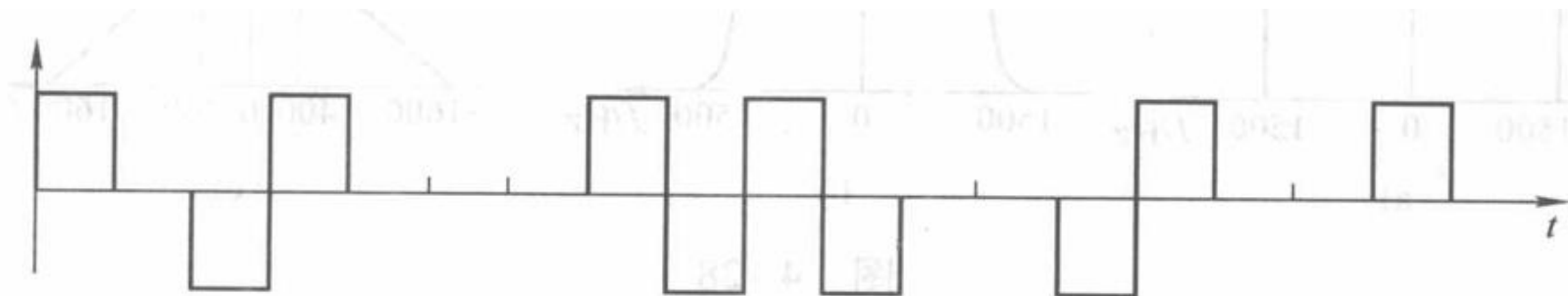
译码：寻找与前一个非零符号极性相同的点，将其与前面的三个符号一起译为0000，再将所有-1变为+1

**注意：**实际基带传输过程中， $\pm V$ 、 $\pm B$  就是采用  $\pm 1$  传输。用 **V**、**B** 来表示只是为了示意原信号中的“0”被变成了“1”。

### 4.1.1 数字基带信号的码型

## 随堂作业:

已知HDB3码波形如图所示，求原基带信息。



## 4.1.1 数字基带信号的码型

### 随堂作业:

3. 解:

这题涉及 HDB<sub>3</sub> 码的译码问题, 可分二步进行。

① 找出 V 码, 将 V 码与其前三位码 (100V 或 000V) 恢复成原信息 0000。根据编码规则, HDB<sub>3</sub> 码中如果出现连续两个同极性脉冲, 这两个同极性脉冲中的后一脉冲则为 V 码。如图 4-2 所示。

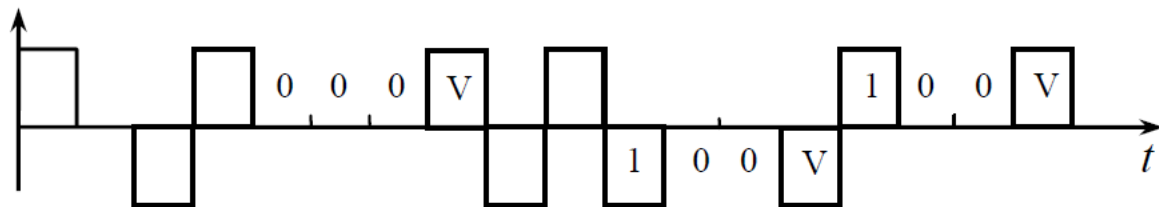


图 4-2

② 将正脉冲和负脉冲均恢复成“1”码, 零电平 (无脉冲) 恢复成“0”码。得译码后的信息序列为 101100001100000000。

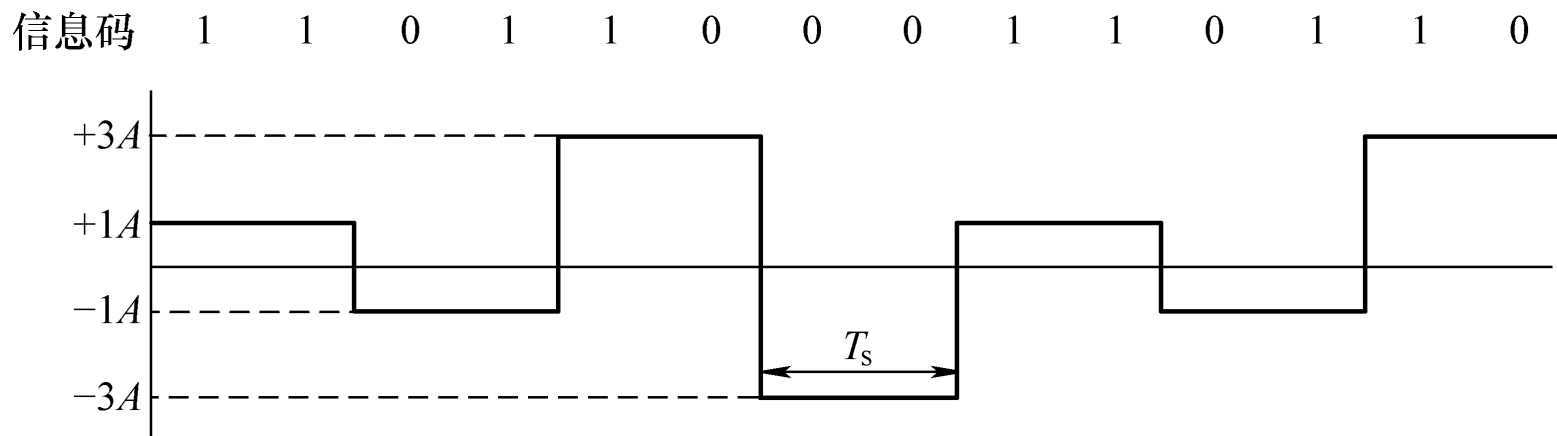
## □ HDB<sub>3</sub>码(续)

- 特点:

- ✓ 在没有4个或4个以上连0串时, 按照**AMI**码的编码规则; 在出现4个或4个以上连0串时, 则采用特定的码组来取代每4个连0小段信息序列;
- ✓ 编码复杂, 译码简单;
- ✓ 可以将编码输出的连0串控制在3个以下, 便于在出现连0串时提取位同步信息。

## 4.1.1 数字基带信号的码型

### (6) 多进制码（多元码）



4进制码示意图

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

---

□ 通过分析数字基带信号的功率谱，可以知道：

- (1) 数字基带信号的功率谱分布特性；
- (2) 数字基带信号的带宽；
- (3) 有无直流分量及大小；
- (4) 有无位定时分量等。

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

□ 功率谱分析公式（前后码元独立）：

$$P(f) = f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \quad \text{连续谱}$$

$$+ f_s^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |pG_1(nf_s) + (1-p)G_2(nf_s)|^2 \delta(f - nf_s) \quad \text{离散谱}$$

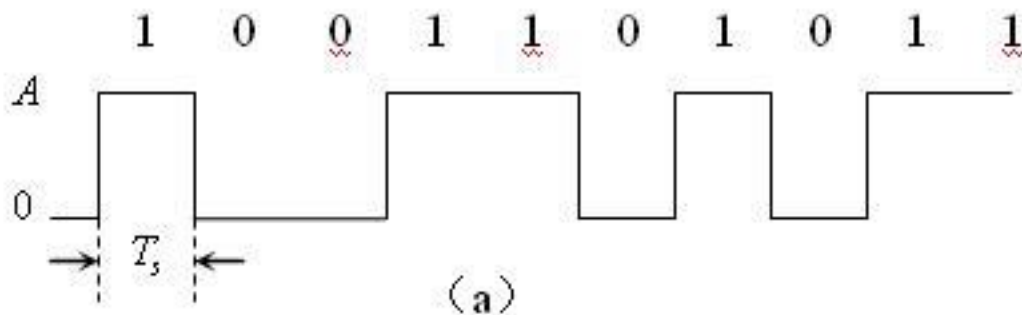
其中， $G_1(f)$ 为“**1**”码波形的频谱， $G_2(f)$ 为“**0**”码波形的频谱，

$p$  为“**1**”码概率， $1-p$ 为“**0**”码概率， $f_s = 1/T_s$ 。

□ 功率谱由连续谱和离散谱两部分组成，带宽由连续谱决定，直流分量（零频率处， $n=0$ ）和位定时分量（ $f_s$  频率处， $n=1$ ）由离散谱决定。

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

【例4-1】试分析下图所示的单极性全占空矩形脉冲序列的功率谱特性。功率谱中有直流分量吗？有位定时分量吗？若有，功率多大？幅度多大？设“1”、“0”等概。





## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

---

首先求出功率谱表达式。

$$P(f) = f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \\ + f_s^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |pG_1(nf_s) + (1-p)G_2(nf_s)|^2 \delta(f - nf_s)$$

由题意，“1”码波形 $g_1(t)$ 是宽度等于 $T_s$ 、幅度为 $A$ 的矩形脉冲，而“0”码波形 $g_2(t) = 0$ ，因此有

$$G_1(f) = F[g_1(t)] = AT_s \text{Sa}(\pi f T_s), \quad G_2(f) = 0$$

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

解 首先求出功率谱表达式。

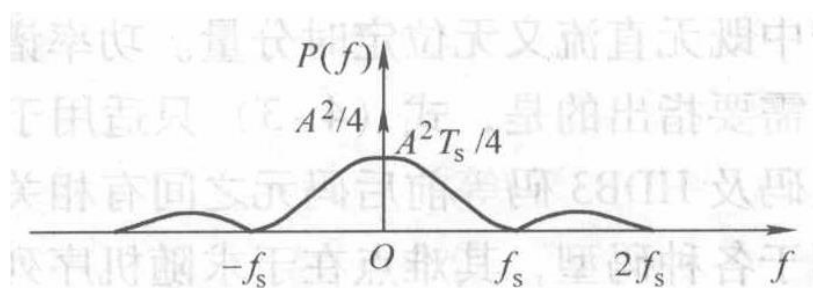
$$P(f) = f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \\ + f_s^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |pG_1(nf_s) + (1-p)G_2(nf_s)|^2 \delta(f - nf_s)$$

由第2章的例2-3可知，幅度为 $A$ 、宽度为 $T_s$ 的矩形脉冲其频谱在 $n/T_s = nf_s$  ( $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ) 处为零，而在 $f = 0$ 处有最大值 $AT_s$ ，故 $G_1(nf_s) = 0$  ( $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ )， $G_1(0) = AT_s$ 。将上述条件及 $p = 0.5$ 代入式(4-3)得

$$P(f) = \frac{A^2 T_s}{4} \text{sinc}^2(\pi f T_s) + \frac{A^2}{4} \delta(f)$$

式中， $f_s = 1/T_s$ 。功率谱示意图如图4-6b所示。

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析



由图4-6b可见，此数字信号的功率谱中有位于 $f = 0$ 处的离散谱，因此有直流分量，但在 $f = f_s$ 处没有离散谱线，说明此数字信号不含有位定时分量。

直流功率等于直流功率谱的积分，即

$$P_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A^2}{4} \delta(f) df = \frac{A^2}{4}$$

对直流功率开平方即为直流电压的幅度，由此可得直流电压幅度为 $\sqrt{P_0} = \frac{A}{2}$ ，即为数字基带信号的平均值。

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

【例4-1 (扩充)】试分析下图所示的单极性归零（占空比1/2）矩形脉冲序列的功率谱特性。功率谱中有直流分量吗？有位定时分量吗？若有，功率多大？幅度多大？设“1”、“0”等概。

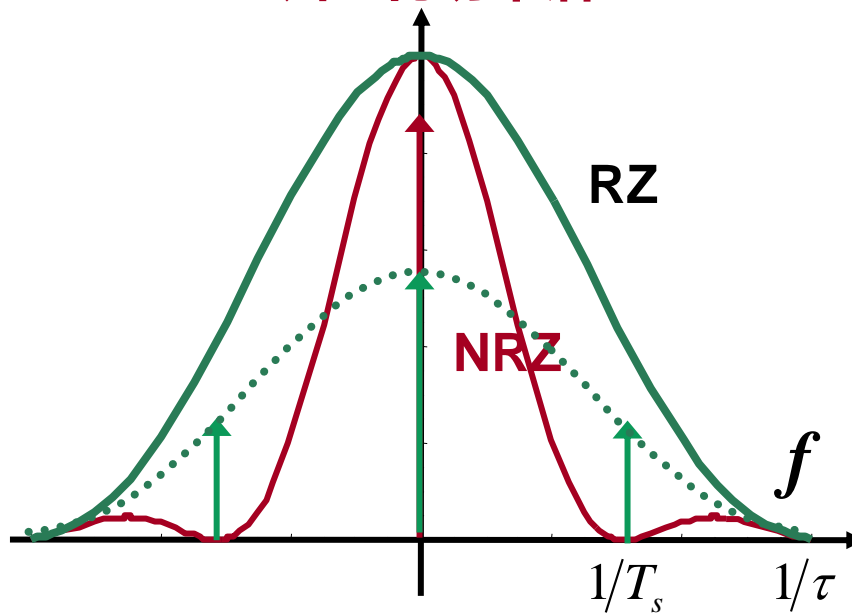


$$g_1(t) = A \text{Rect}\left(\frac{t}{T_s/2}\right) \quad g_2(t) = 0$$

$$G_1(f) = \frac{T_s}{2} A s_a\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right) \quad G_2(f) = 0$$

$$P_s(f) = \frac{A^2 T_s}{16} \left| S_a\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right) \right|^2 + \frac{A^2}{16} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| S_a\left(\frac{\pi m}{2}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T_s}\right)$$

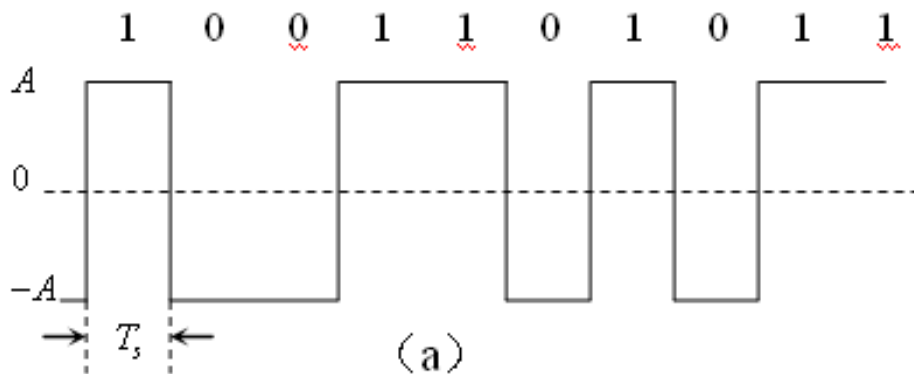
单极性NRZ/RZ二元码  
归一化功率谱



单极性NRZ：含直流分量，不含定时信息；  
单极性RZ：含直流分量，含定时信息。

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

**【例4-2】**试分析下图所示双极性全占空矩形脉冲序列的功率谱。设“1”、“0”等概。



## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

解

$$P(f) = f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \\ + f_s^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |pG_1(nf_s) + (1-p)G_2(nf_s)|^2 \delta(f - nf_s)$$

首先求出功率谱表达式。由题意，“1”码波形 $g_1(t)$ 是宽度等于 $T_s$ 、幅度为 $A$ 的矩形脉冲，而“0”码波形 $g_2(t)$ 是宽度等于 $T_s$ 、幅度为 $-A$ 的矩形脉冲，因此有

$$G_1(f) = F[g_1(t)] = AT_s \text{Sa}(\pi f T_s) \\ G_2(f) = F[g_2(t)] = -AT_s \text{Sa}(\pi f T_s)$$

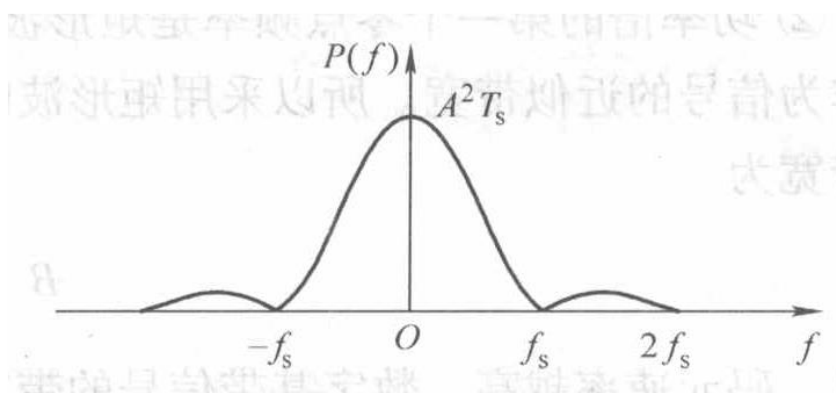
代入式（4-3），且 $p = 0.5$ 得

$$P(f) = A^2 T_s \text{Sa}^2(\pi f T_s)$$

## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

解

可见，“1”、“0”等概时双极性数字基带信号中无离散谱线，故“1”、“0”等概的双极性信号中既无直流又无位定时分量。功率谱示意图如图所示。

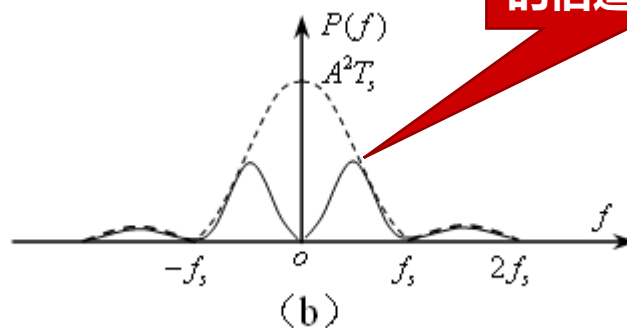
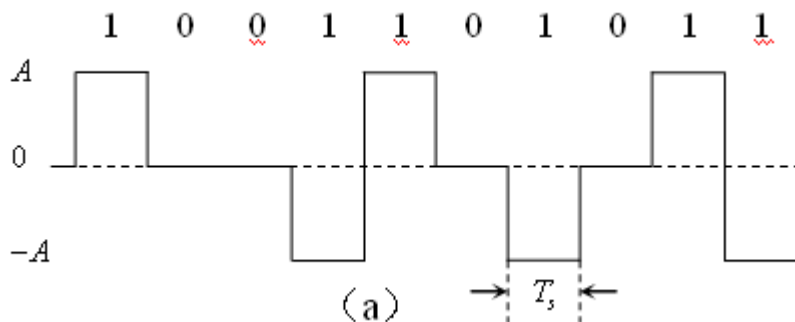


## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

□ **AMI**码数字基带信号如下图（**a**）所示，“**1**”、“**0**”等概，则其功率谱表达式为

$$P(f) = A^2 T_s S_a^2(\pi f T_s) \sin^2(\pi f T_s)$$

其功率谱示意图如图（**b**）中实线所示。



AMI码更适合在低频特性不好的信道上传输。



## 4.2 数字基带信号的功率谱分析

### □ 总结:

(1) 数字基带信号的功率谱形状取决于数字基带信号的波形及码型;

$$P(f) = A^2 T_s S_a^2(\pi f T_s) \sin^2(\pi f T_s)$$

- 波形确定功率谱，码型起到加权作用。

(2) 功率谱的第一个零点频率（近似带宽）是矩形波宽度的倒数，当宽度等于码元宽度时  $B = \frac{1}{T_s} = R_s$  ;

- 码元速率越高，数字基带信号的带宽就越宽。

(3) 凡是**0/1**等概的双极性信号均无离散谱，既无直流分量也无位定时分量。

作业:

---

**4-2 4-5**

# 半期考试

---

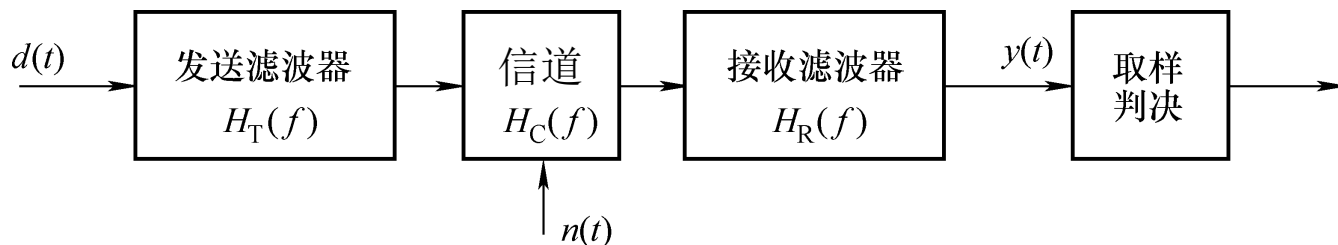
时间： **2024年4月26日（周五） 19:00-21:00**

地点： **X4358**

考试范围： **1-3章，全大题**

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 数字基带传输系统模化为



$d(t)$ 是码型变换器输出的数字基带信号，通常将 $d(t)$ 模型化为冲激脉冲序列：

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \delta(t - kT_s) \quad b_k \text{ 由码型决定。}$$

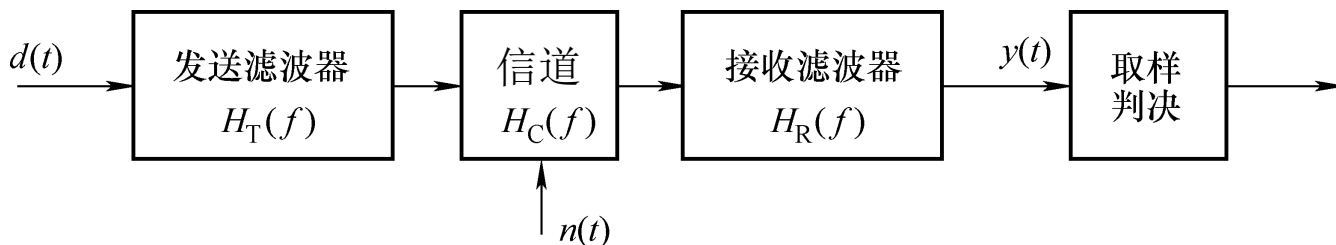
当一个冲激脉冲加入到 $H(f)$ 的系统时，输出则为这个系统的冲激响应

$h(t)$ ，它是 $H(f)$ 的傅里叶反变换。  $H(f) = H_T(f)H_C(f)H_R(f)$

$$h(t) = F^{-1}[H(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df$$

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 数字基带传输系统模化为



若输入为冲激脉冲序列，则输出为由 $h(t)$ 所组成的波形序列，波形之间的间隔为 $T_s$ 。所以当 $d(t)$ 输入系统，且信道受到噪声干扰时，用于

**取样判决的信号 $y(t)$** 的表达式为 
$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k h(t - kT_s) + n_R(t)$$

式中， $b_k$ 为第 $k$ 个输入脉冲的幅度，它是一个随机变量，与所传送的信息 $a_k$ 和所采用的码型都有关。 $n_R(t)$ 是接收滤波器输出端的噪声。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

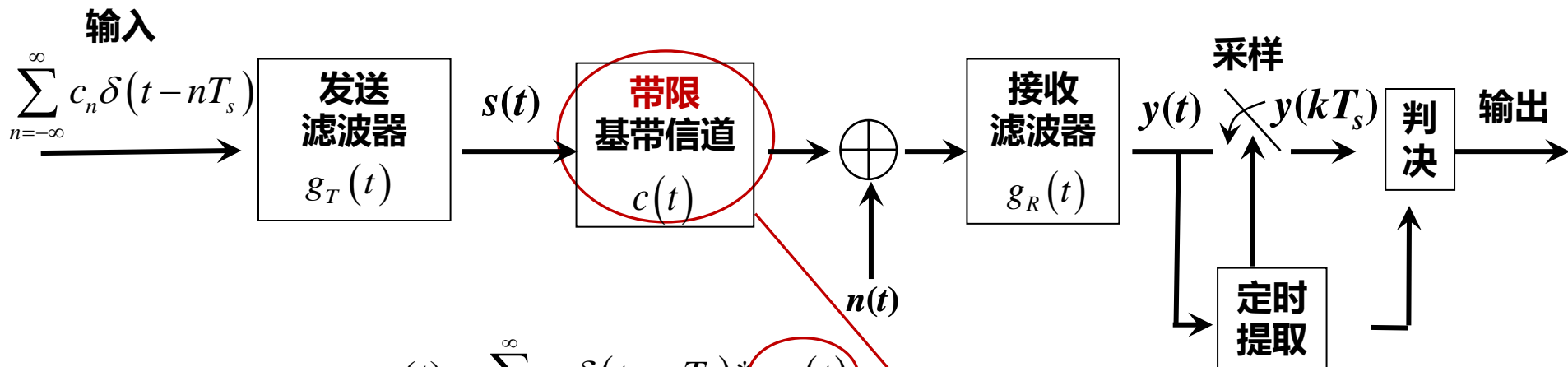
---

□ 研究表明，影响系统正确接收的因素有两个：

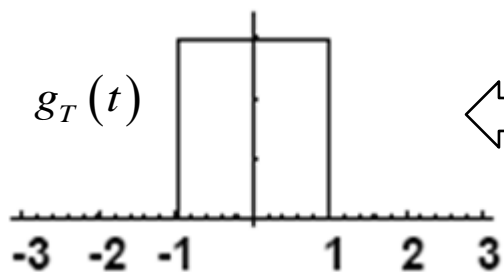
① 码间干扰（**Inter-Symbol Interference—ISI**）

② 信道中的噪声

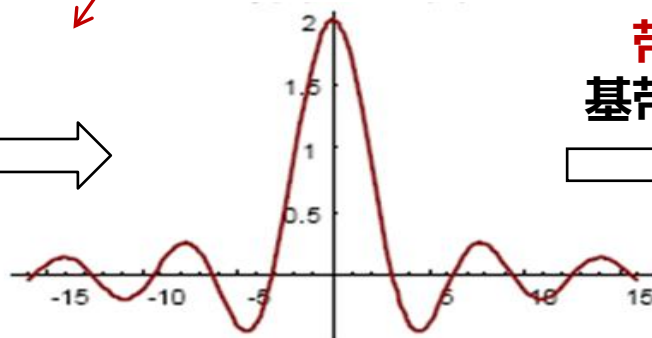
## ❑ 码间干扰的成因



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(t - nT_s) * g_T(t)$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n g_T(t - nT_s)$$



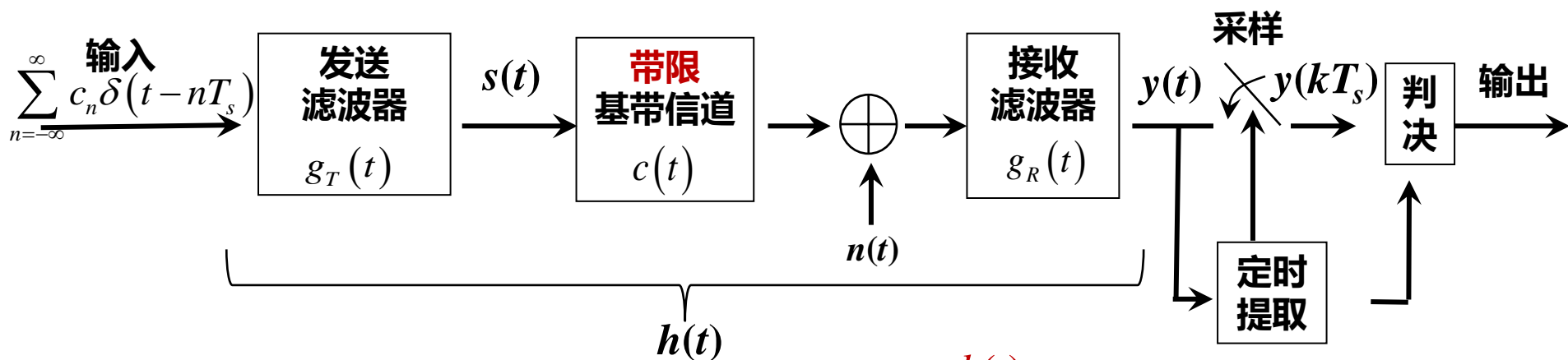
F.T.



带限基带信道

频域截断  
时域展宽  
——码间串扰

## □ 码间干扰的成因



$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(t - nT_s) * \underbrace{g_T(t) * c(t) * g_R(t)}_{=h(t)} + n(t) * g_R(t) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(t - nT_s) * h(t) + n(t) * g_R(t) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h(t - nT_s) + n_R(t)
 \end{aligned}$$

位定时采样第k时刻的输出：

$$\begin{aligned}
 y(kT_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h(kT_s - nT_s) + n_R(kT_s) \\
 &= \underbrace{c_k h(0)}_{\text{有用信号}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} c_n h(kT_s - nT_s)}_{\text{码间干扰(ISI)}} + \underbrace{n_R(kT_s)}_{\text{加性噪声}}
 \end{aligned}$$

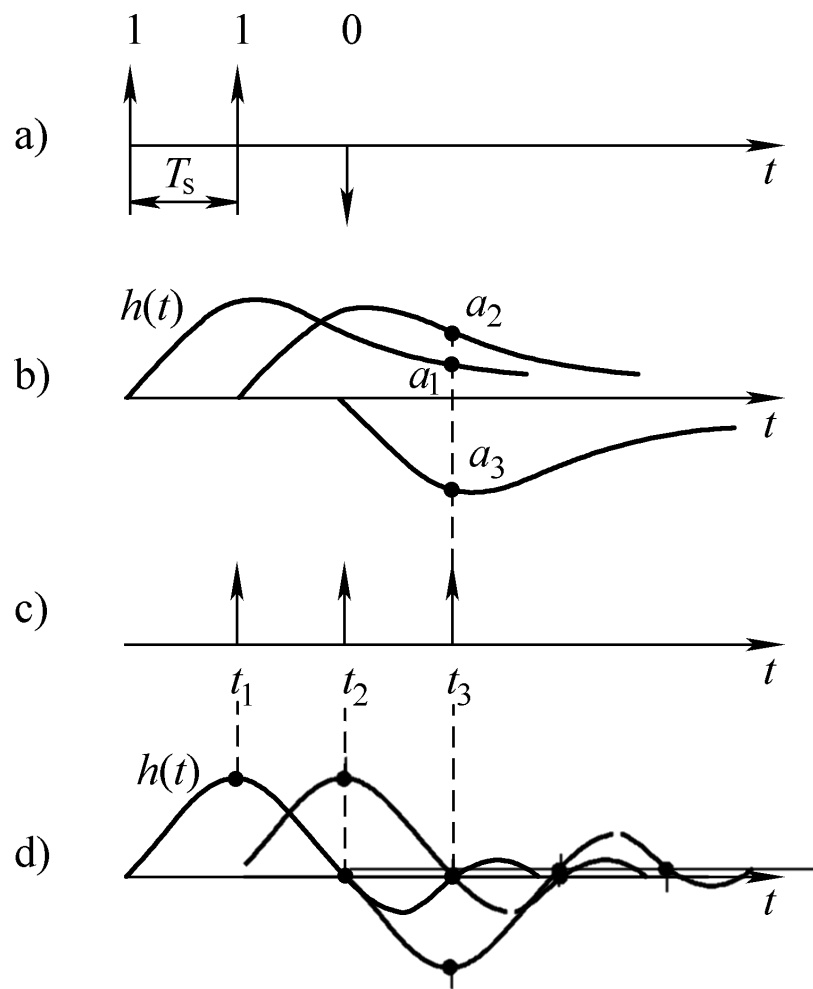
有用信号

码间干扰(ISI)

加性噪声



- ❑ 码间干扰是指前面码元的接收波形蔓延到后续码元的时间区域，从而对后续码元的取样判决产生干扰，如图 (b) 所示。
- ❑ 当  $a_1 + a_2 + a_3 > 0$  时，第三个码元引起错判。
- ❑ 码间干扰产生的根本原因是系统总传输特性  $H(f)$  不理想，导致接收码元波形畸变、展宽和拖尾。如果前一码元的波形到达后一码元的取样时刻已经衰减到零，就不会产生码间干扰。



## □ 消除码间干扰的条件

$$\begin{aligned} y(kT_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h(kT_s - nT_s) + n_R(kT_s) \\ &= \underbrace{c_k h(0)}_{\text{有用信号}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} c_n h((k-n)T_s)}_{\text{码间干扰(ISI)}} + n_R(kT_s) \end{aligned}$$

本码元取样时刻  
不为0，其他码  
元取样时刻为0.

$$\begin{aligned} c_k h(0) \neq 0 \\ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} c_n h((k-n)T_s) = 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad h(mT_s) = \begin{cases} \text{常数 } C \neq 0, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases}$$

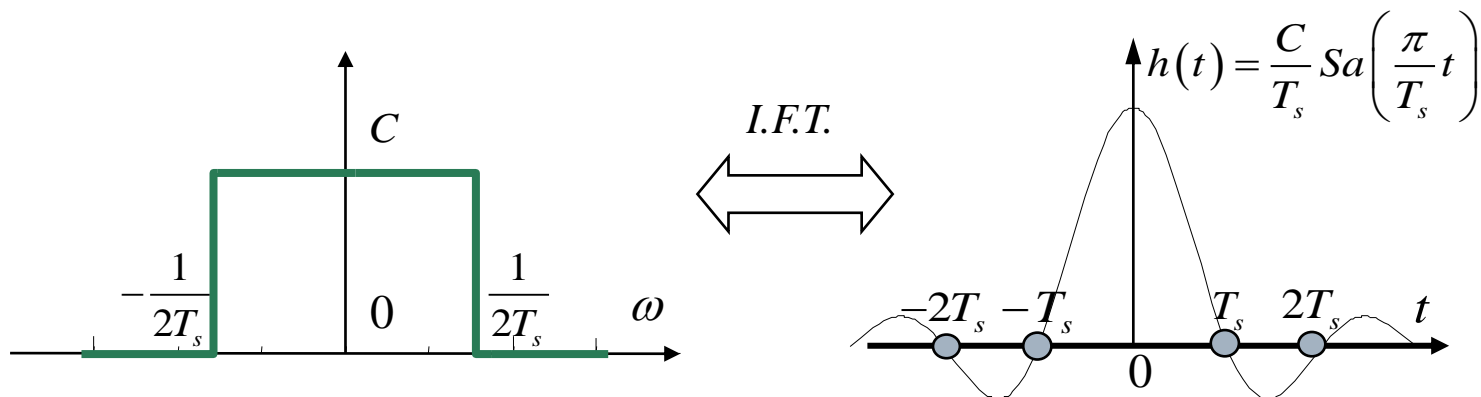
消除码间干扰  
时域条件

□ 无码间干扰波形  $h(t)$

□ 无码间干扰系统

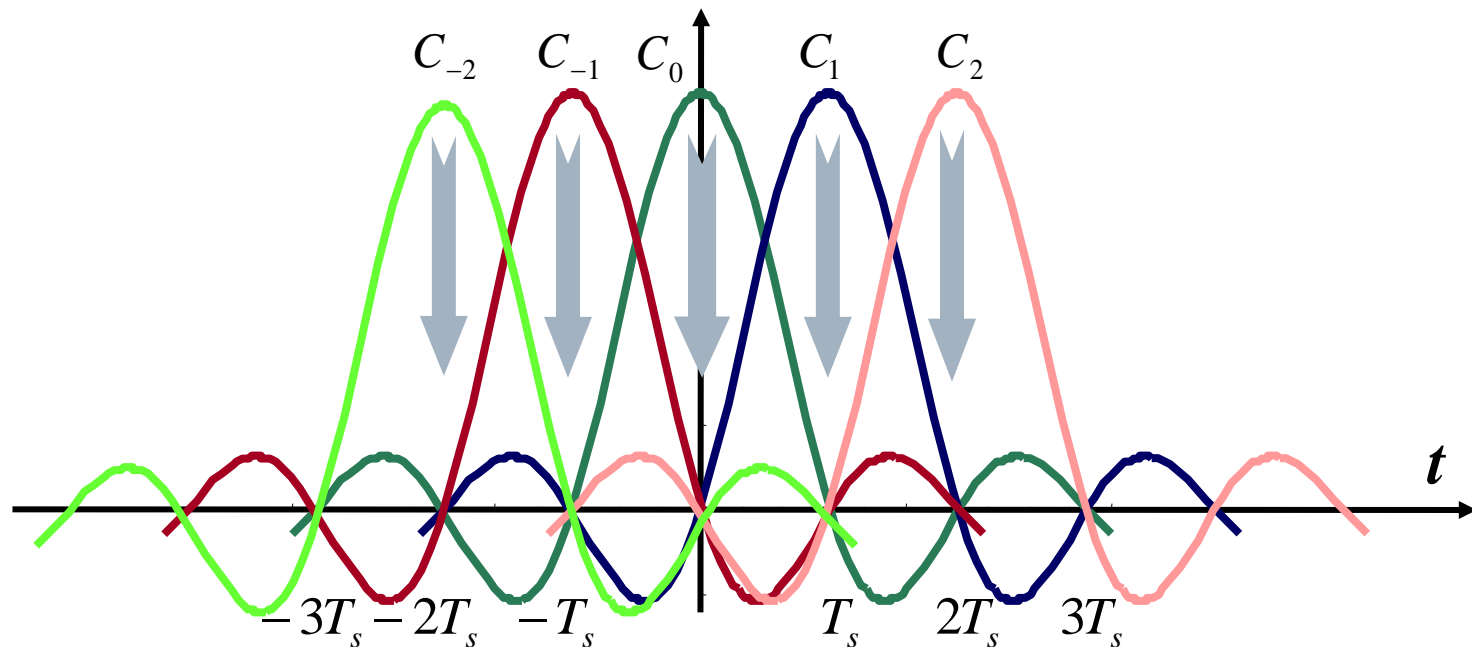
## □ 几种典型的无码间干扰基带传输系统:

### 一、理想低通传输型:



$$h(mT_s) = \begin{cases} \text{常数 } C \neq 0, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases}$$

## 一、理想低通传输特性(续):



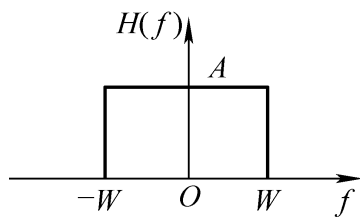
$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h(t - nT_s) + n_R(t) \\ &= c_0 h(t) + c_1 h(t - T_s) + c_2 h(t - 2T_s) + \dots + c_k h(t - kT_s) + \dots + n_R(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(kT_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h(kT_s - nT_s) + n_R(kT_s) \\ &= c_k h(0) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} c_n h(kT_s - nT_s) + n_R(kT_s) \end{aligned}$$

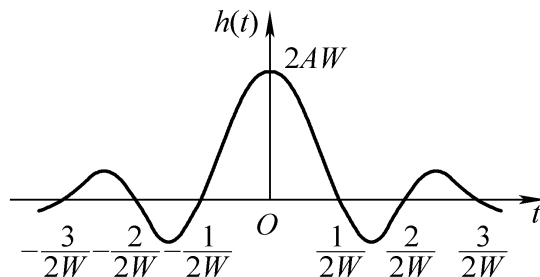
## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 无码间干扰传输波形

#### (1) 理想低通系统及其冲激响应



a)



b)

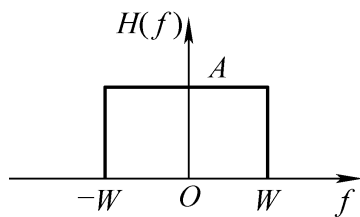
理想低通传输特性: 
$$H(f) = \begin{cases} A, & -W < f < W \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

理想低通传输特性的冲激响应: 
$$h(t) = 2AW \text{Sa}(2\pi Wt)$$

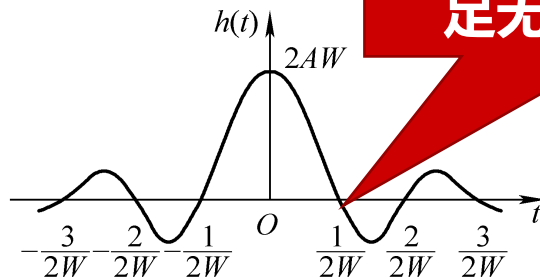
## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 无码间干扰传输波形

#### (1) 理想低通系统及其冲激响应



a)



b)

发送码元间隔  $T_s = \frac{k}{2W}$  ( $k = 1, 2, 3 \dots$ ) 能满足无码间干扰条件

其无码间干扰速率为:  $R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{2W}{k}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) Baud

最大无码间干扰速率为:  $R_{s \max} = 2W$  Baud 奈奎斯特速率

最大频带利用率为:  $\eta_{\max} = \frac{R_{s \max}}{W} = \frac{2W}{W} = 2$  Baud/Hz 奈奎斯特频带利用率

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

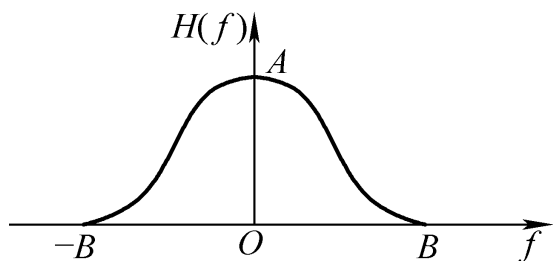
### □ 无码间干扰传输波形

#### (1) 理想低通系统及其冲激响应

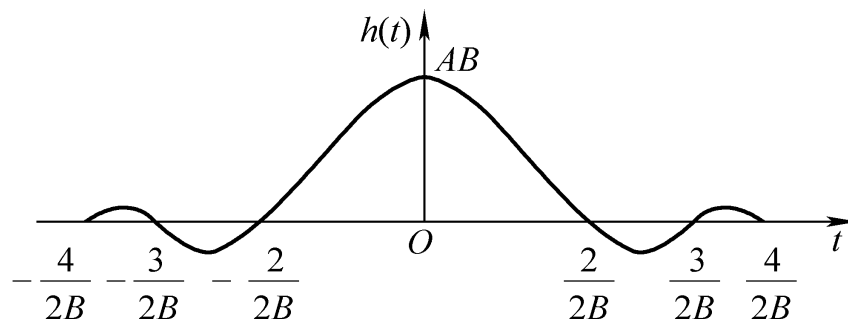
- 理想低通传输特性是一种无码间干扰传输特性，且可达到**最大频带利用率**。
- 理想低通传输系统在实际应用中存在两个问题
  - 一是理想低通传输系统是**物理不可实现**的；
  - 二是即使近似实现，其冲激响应 $h(t)$ 的拖尾振荡大、衰减慢（与 $t$ 成反比），这就要求接收端的**取样定时脉冲必须准确无误**，若稍有偏差，就会引入较大的码间干扰。
- 尽管如此，上面得到的结论仍然是很有意义的，因为它给出了数字基带传输系统在理论上所能达到的极限频带利用率，可作为评估各种数字基带传输系统有效性的标准。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### (2) 升余弦传输特性系统及其冲激响应



a)



b)

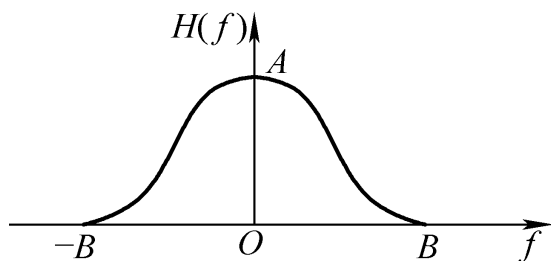
升余弦传输特性: 
$$H(f) = \begin{cases} \frac{A}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{B} f \right), & |f| \leq B \\ 0, & |f| \geq B \end{cases}$$

升余弦传输特性的冲激响应: 
$$h(t) = AB \frac{\text{Sa}(2B\pi t)}{1 - 4B^2 t^2}$$

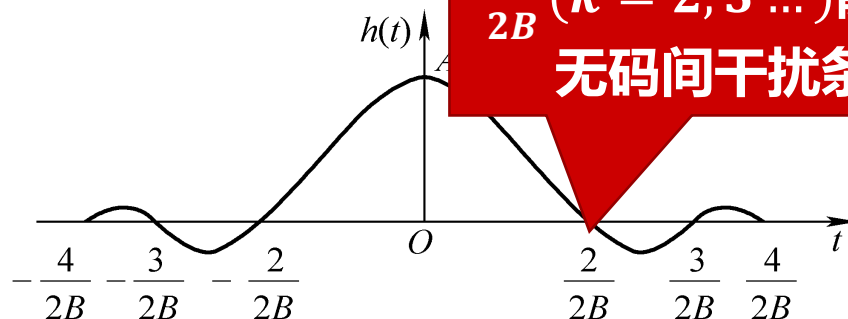


## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### (2) 升余弦传输特性系统及其冲激响应



a)



b)

发送码元间隔  $T_s = \frac{k}{2B}$  ( $k = 2, 3 \dots$ ) 能满足  
无码间干扰条件

其无码间干扰速率为:  $R_s = \frac{1}{T_s} = \frac{2B}{k}$  ( $k = 2, 3, 4, \dots$ ) Baud

最大无码间干扰速率为:  $R_{s \max} = B$  (Baud)

最大频带利用率为:  $\eta_{\max} = \frac{R_{s \max}}{B} = \frac{B}{B} = 1$  (Baud/Hz)

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

### (2) 升余弦传输特性系统及其冲激响应

#### □ 升余弦传输特性系统的优缺点

- **优点：**物理可实现，且冲激响应拖尾振荡小、衰减快（与 $t^2$ 成反比），故对位定时精度要求低；
- **缺点：**与理想低通传输特性系统相比，频带利用率低。

#### □ 理想低通传输特性和升余弦传输特性的共同特点是它们的冲激响应都具有**周期性的零点**，所以，它们均能满足无码间干扰。

#### □ 是否还有其他的传输特性，它们的冲激响应也具有周期性的零点，也能满足无码间干扰条件呢？

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 具有滚降传输特性的系统

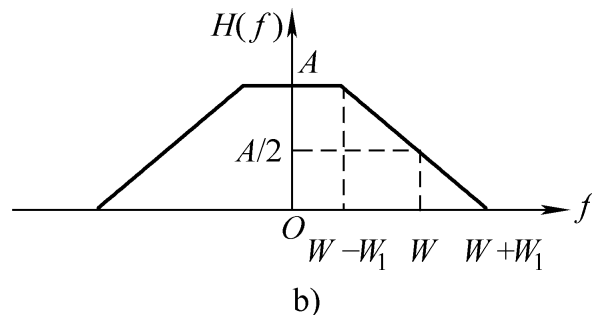
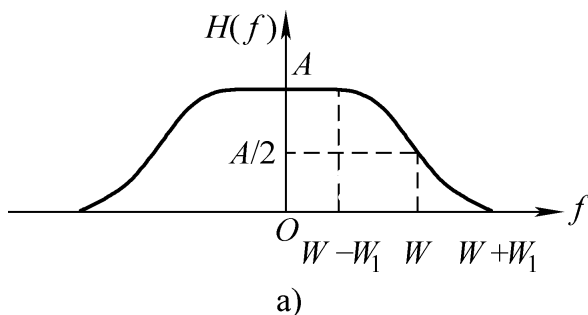
数学上可以证明，具有**中心对称滚降传输特性**的系统都是无码间干扰的，即它们的冲激响应均能满足无码间干扰条件，具有**周期性的零点**。

### □ 滚降传输特性为：

$$H(f) = \begin{cases} A, & |f| \leq W - W_1 \\ \text{滚降曲线}, & W - W_1 \leq |f| \leq W + W_1 \\ 0, & |f| \geq W + W_1 \end{cases}$$

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

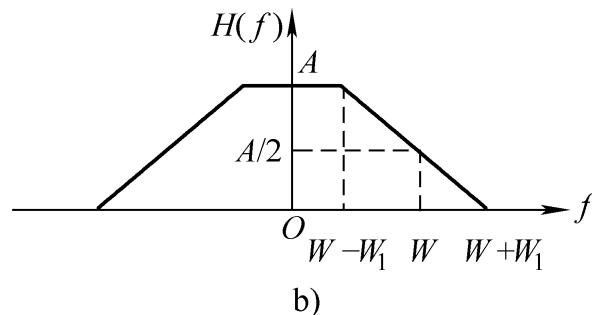
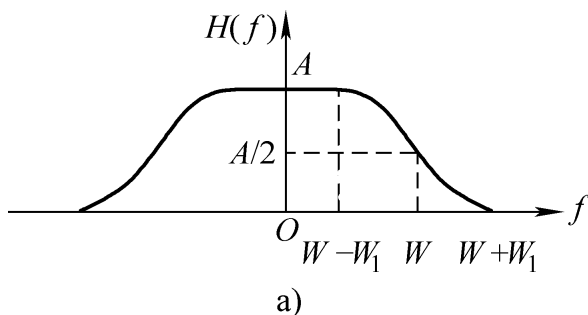
### □ 具有滚降传输特性的系统



- $W$ 是滚降曲线的中心频率， $W - W_1$ 和 $W + W_1$ 分别表示滚降曲线的开始点和结束点的频率。滚降的快慢用滚降系数来表示，滚降系数定义为 $\alpha = W_1/W$ ，显然 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。
- 滚降开始点的频率表示为 $W - W_1 = (1 - \alpha)W$
- 滚降结束点的频率（即系统的带宽）表示为 $B = W + W_1 = (1 + \alpha)W$ 。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 具有滚降传输特性的系统



- 所谓中心对称是指滚降曲线对于点  $(W, A/2)$  呈现中心对称。
- 可见，图中的升余弦滚降曲线和直线滚降曲线都是中心对称的。  
所以，升余弦滚降和直线滚降系统都是无码间干扰系统。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 具有滚降传输特性的系统

无码间干扰速率由滚降曲线的中心频率 $W$ 确定。

其无码间干扰速率为： $R_s = \frac{2W}{k} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{Baud}$

$$R_s = \frac{2B}{(1+\alpha)k} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{Baud}$$

**W为等效理想  
低通带宽**

最大无码间干扰速率为： $R_{s\max} = \frac{2B}{(1+\alpha)} \quad \text{Baud}$

最大频带利用率为： $\eta_{\max} = \frac{R_{s\max}}{B} = \frac{2}{(1+\alpha)} \quad \text{Baud/Hz}$

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

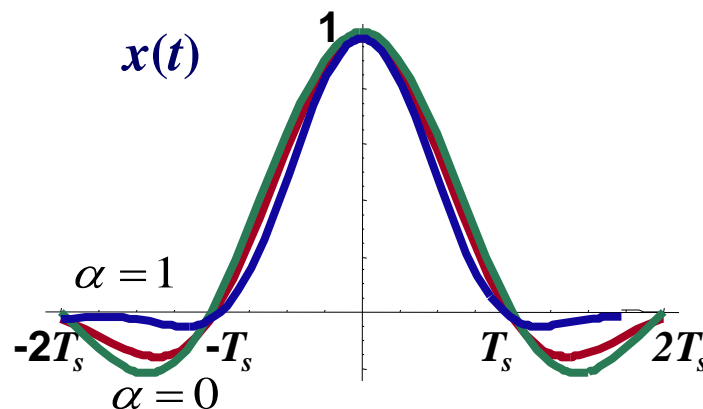
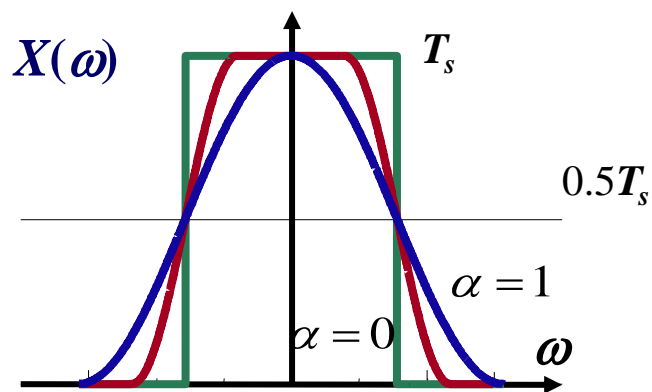
### □ 具有滚降传输特性的系统

最大频带利用率为： $\eta_{\max} = \frac{R_{s\max}}{B} = \frac{2}{(1+\alpha)}$  Baud/Hz

显然，当 $\alpha = 0$ 时，频带利用率为2Baud/Hz，对应于理想低通传输特性；当 $\alpha = 1$ 时，频带利用率为1Baud/Hz，对应于升余弦传输特性。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### □ 具有滚降传输特性的系统



- 当 $\alpha = 0$ 时，理想低通传输特性；当 $\alpha = 1$ 时，对应于升余弦传输特性。
- 由此可见，滚降系数 $\alpha$ 越小，系统的频带利用率越高，但其冲激响应拖尾的振荡幅度越大、衰减越慢；反之 $\alpha$ 越大，系统的频带利用率越低，但其冲激响应拖尾的振荡幅度越小、衰减越快。



## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

**【例4-3】** 设某数字基带传输系统的带宽  $B = 5\text{MHz}$ 。试问：

- (1) 采用理想低通传输特性时的最大无码间干扰速率为多少？
- (2) 采用  $\alpha = 0.25$  的升余弦滚降传输特性时的最大无码间干扰速率为多少？
- (3) 采用  $\alpha = 0.25$  的升余弦滚降传输特性时能否传输 **16Mb/s** 的信息？

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

解

(1) 当理想低通传输特性时,  $B = W = 5\text{MHz}$ , 由式 (4-15) 得,

$$R_{smax} = 2W = 2 \times 5\text{MBaud} = 10\text{MBaud}$$

(2) 当  $\alpha = 0.25$  时, 由式 (4-26) 得,

$$R_{smax} = \frac{2B}{(1 + \alpha)} = \frac{2 \times 5}{1 + 0.25} \text{MBaud} = 8\text{MBaud}$$

(3) 当  $\alpha = 0.25$  时,  $R_s = 8\text{MBaud}$ , 由  $R_b = R_s \log_2 M$  得,

$$M = 2^{R_b/R_s} = 4$$

可见, 采用四进制即可传输  $16\text{Mbit/s}$  的信息。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

**【例4-4】**数字基带传输系统以**48kb/s**的速率传输二进制信号，传输系统具有升余弦滚降特性。计算滚降系数分别等于**0.5**和**1**时所要求系统的最小传输带宽。

解 对于二进制信号有 $R_b = R_s$ ，即 $R_s = 48kB$ 。

根据式（4-26）有

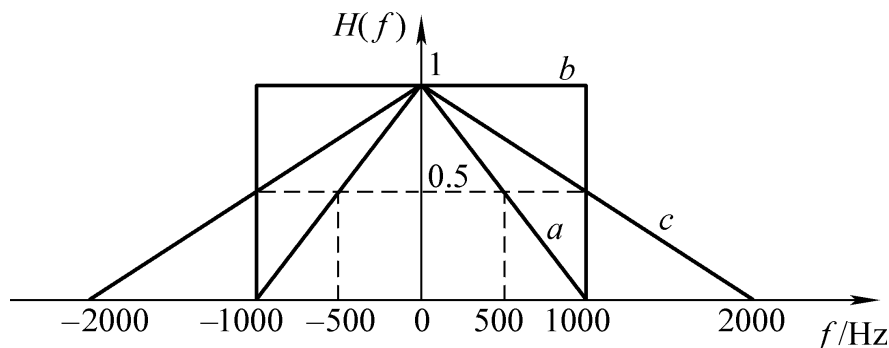
$$\text{当}\alpha = 0.5\text{时，} B = \frac{(1+\alpha)}{2} R_s = \frac{1+0.25}{2} \times 48kHz = 36kHz$$

$$\text{当}\alpha = 1 \text{ 时，} B = \frac{(1+\alpha)}{2} R_s = \frac{1+1}{2} \times 48kHz = 48kHz$$

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

【例4-5】设有三种数字基带传输系统的传输特性，如图4-15（a）、（b）、（c）所示。

- （1）在传输码元速率为 $R_s = 1000\text{Baud}$ 的数字基带信号时，三种系统是否存在码间干扰？
- （2）若无码间干扰，则频带利用率分别为多少？
- （3）若取样时刻（位定时）存在偏差，哪种系统会引起较大的码间干扰？
- （4）选用哪种系统更好？简要说明理由。



## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

解 (1) 对于a传输特性, 它的等效低通带宽为

$$W_a = 500\text{Hz}$$

其最大无码间干扰速率为

$$R_s = 2W_a = 1000\text{Baud}$$

对于b传输特性, 它是理想低通特性, 无码间干扰速率为

$$R_s = \frac{2W_b}{k} = \frac{2000}{k}$$

对于c传输特性, 其等效低通带宽为

$$W_c = 1000\text{Hz}$$

无码间干扰速率有

$$R_s = \frac{2W_c}{k} = \frac{2000}{k}$$

可见, 当传输速率为 $R_s = 1000\text{Baud}(k = 2)$ 时, 上述三种系统均无码间干扰。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

---

(2) 可得三种系统的频带利用率分别为

$$\alpha: \eta_{\alpha} = \frac{R_s}{B_a} = \frac{1000}{1000} \text{ Baud/Hz} = 1 \text{ Baud/Hz}$$

$$b: \eta_b = \frac{R_s}{B_b} = \frac{1000}{1000} \text{ Baud/Hz} = 1 \text{ Baud/Hz}$$

$$c: \eta_c = \frac{R_s}{B_c} = \frac{1000}{2000} \text{ Baud/Hz} = 0.5 \text{ Baud/Hz}$$

其中,  $B_a$ 、 $B_b$ 和 $B_c$ 分别是三个系统的带宽。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

(3) 取样时刻偏差引起的码间干扰取决于系统冲激响应“尾部”的收敛速率。“尾部”收敛速度越快，时间偏差引起的码间干扰就越小，反之，则越大。

传输特性***b***是理想低通特性，其冲激响应为 $h_b(t) = 2000Sa(2000\pi t)$ ，与时间***t***成反比，“尾部”收敛速率慢，故时间偏差会引起较大的码间干扰。

传输特性***a***和传输特性***c***是三角形特性，查表2-1的第12项可得三角形频谱的傅里叶反变换的表达式，代入带宽和幅度，得

$$h_a(t) = 1000Sa^2(1000\pi t)$$

$$h_b(t) = 2000Sa^2(2000\pi t)$$

可见，它们均与时间***t***<sup>2</sup>成反比，“尾部”收敛快，故时间偏差引起的码间干扰较小。

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

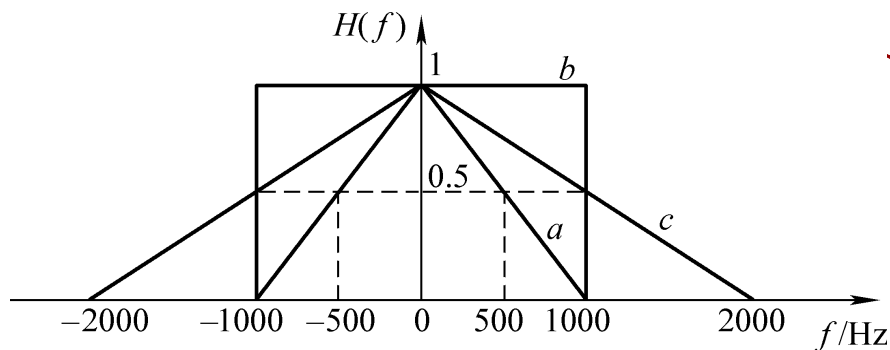
---

	a	b	c
有无码间干扰	无	无	无
频带利用率	1	1	0.5
取样偏差码间干扰	小	大	小



## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

(4) 选用何种特性的系统传输数字基带信号，需要考虑可实现性、频带利用率及定时偏差引起的码间干扰的大小。系统***b***是理想系统，难以实现；系统***a***和系统***c***都是物理可实现的，且位定时引起的码间干扰较小，但系统***a***的频带利用率较高，故选用系统***a***较好。



如果数字基带信号的传输码元速率为 $R_s = 2000B$ ?

## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### 随堂作业:

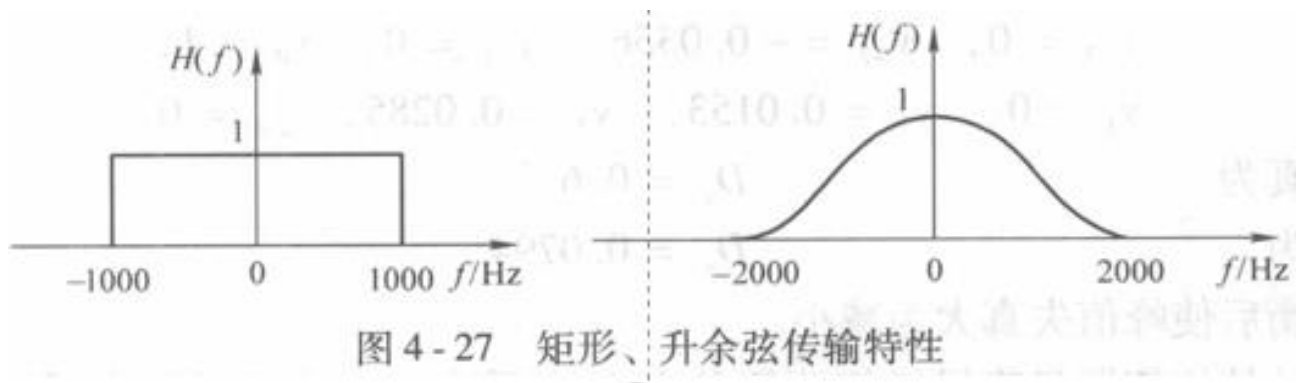
已知矩形、升余弦传输特性如图所示。当采用以下速率传输时，指出哪些是无码间干扰的，哪些会引起码间干扰？

(1)  $R_s=1000\text{Baud}$

(2)  $R_s=2000\text{Baud}$

(3)  $R_s=1500\text{Baud}$

(4)  $R_s=3000\text{Baud}$



## 4.3 数字基带传输系统及码间干扰

### 随堂作业:

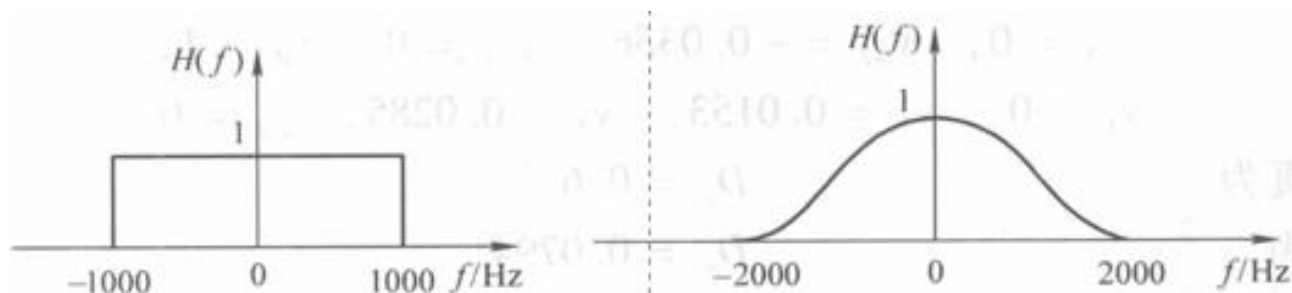


图 4-27 矩形、升余弦传输特性

8. 解:

(1) 理想低通滤波器的带宽为  $1000\text{Hz}$ ，此系统所有的无码间干扰速率有  $\frac{2 \times 1000}{n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，当  $n = 1, 2$  时得无码间干扰速率为  $2000\text{Baud}$  和  $1000\text{Baud}$ 。所以这两个速率无码间干扰， $1500\text{Baud}$  和  $3000\text{Baud}$  则有码间干扰。

(2) 当升余弦特性的带宽为  $2000\text{Hz}$  时，其所有无码间干扰速率为  $\frac{2 \times 2000}{n} (n = 2, 3, 4, \dots)$ ，故  $2000\text{Baud}$  和  $1000\text{Baud}$  是无码间干扰的，而  $1500\text{Baud}$  和  $3000\text{Baud}$  则有码间干扰。

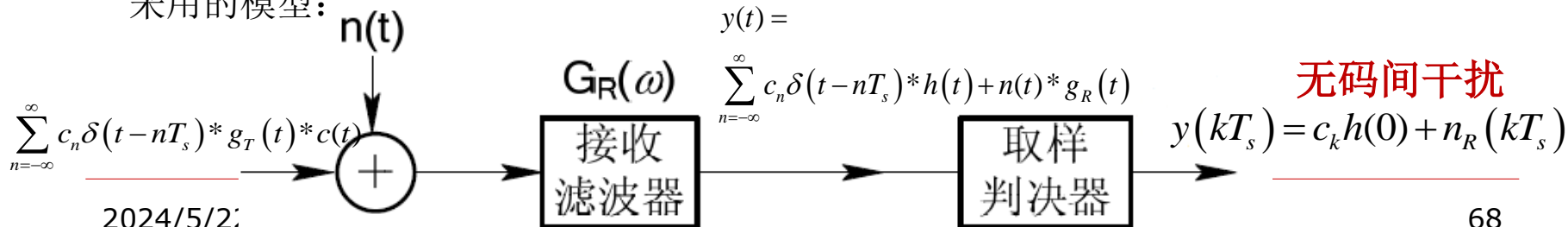
## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

- ❑ 码间干扰和信道噪声是影响接收端正确判决而造成误码的两个因素：
- ❑ 上节讨论不考虑噪声影响时，能够消除码间干扰的基带传输特性；
- ❑ 本节讨论在无码间干扰的条件下，噪声对基带信号传输的影响，即计算噪声引起的误码率。

位定时采样输出：

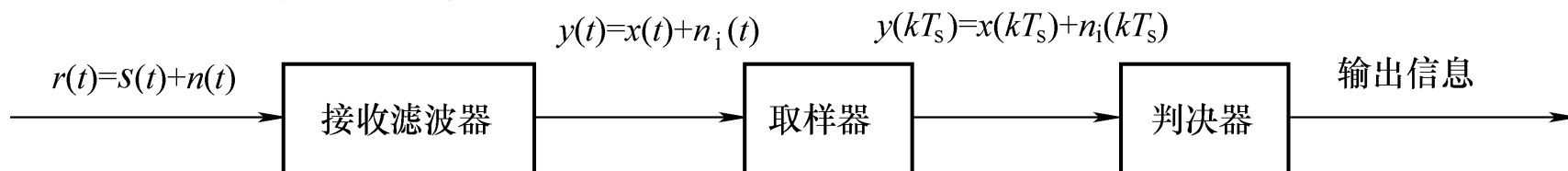
$$y(kT_s) = \underbrace{c_k h(0)}_{\text{有用信号}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} c_n h(t_s - nT_s)}_{\text{码间干扰(ISI)}} + \underbrace{n_R(kT_s)}_{\text{加性噪声}}$$

分析噪声影响时  
采用的模型：



## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

□ 误码率分析模型如下图：



其中， $x(t)$ 、 $n_i(t)$ 分别是 $s(t)$ 和 $n(t)$ 通过接收滤波器后的输出。 $n_i(t)$ 是平稳高斯噪声，其均值为0，功率谱密度为

$$P_{ni}(f) = \frac{n_0}{2} |G_R(f)|^2$$

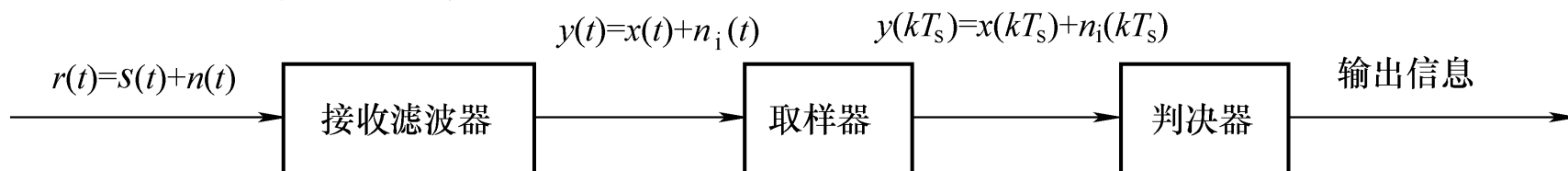
方差为（均值为0时，方差等于功率）

$$\sigma_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_0}{2} |G_R(f)|^2 df$$

式中， $G_R(f)$ 是接收滤波器的传输特性。

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

□ 误码率分析模型如下图：



在第 $k$ 个码元的最佳取样时刻 $t = kT_s$ 对 $y(t)$ 取样，取样值表示为

$$y(kT_s) = x(kT_s) + n_i(kT_s)$$

其中， $n_i(kT_s)$ 是高斯随机变量，其均值为0、方差为 $\sigma_n^2$ ， $x(kT_s)$ 的取值与发送信号有关。

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

对于二进制双极性信号，假设它在取样时刻的取值 $x(kT_s)$ 为 $a$ 或 $-a$ （分别对应发送信号“1”和“0”码），则用于判决的取样值为

$$y(kT_s) = \begin{cases} a + n_i(kT_s), & \text{发“1”码} \\ -a + n_i(kT_s), & \text{发“0”码} \end{cases}$$

发送“1”码时，取样值 $y(kT_s)$ 是个均值为 $a$ 、方差为 $\sigma_n^2$ 的高斯随机变量，其概率密度函数为

$$f_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-(y-a)^2/2\sigma_n^2}$$

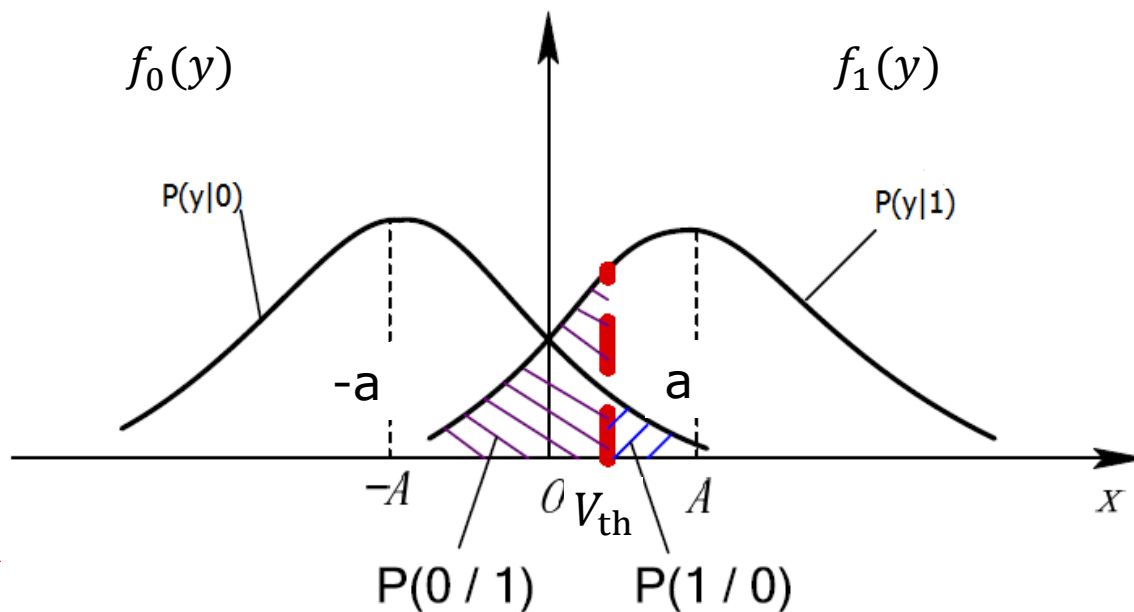
发送“0”码时， $y(kT_s)$ 是个均值为 $-a$ 、方差为 $\sigma_n^2$ 的高斯随机变量，其概率密度函数为

$$f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-(y+a)^2/2\sigma_n^2}$$

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

$f_1(y)$ 和 $f_0(y)$ 如图所示。在 $-a$ 和 $a$ 之间选择一个适当的门限电平 $V_{th}$ ，取样值 $y(kT_s)$ 送至比较器与给定门限电平 $V_{th}$ 进行比较判决，判决规则为

$$\begin{cases} y(kT_s) > V_{th}, & \text{判为“1”码} \\ y(kT_s) < V_{th}, & \text{判为“0”码} \end{cases}$$





## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

---

由此可见，判决器在判决过程中，由于噪声干扰引起的误码有两种。

设“0”码错判为“1”码的概率为 $P(1/0)$ ，此概率为

$$P(1/0) = P(y \geq V_{th}) = \int_{V_{th}}^{\infty} f_0(y) dy$$

它对应 $V_{th}$ 右边阴影的面积。

设“1”码错判为“0”码的概率为 $P(0/1)$ ，此概率为

$$P(0/1) = P(y < V_{th}) = \int_{-\infty}^{V_{th}} f_1(y) dy$$

它对应 $V_{th}$ 左边阴影的面积。

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

假设信源发“0”码和“1”码的概率分别为 $P(0)$ 和 $P(1)$ ，则系统平均误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= P(0)P(1/0) + P(1)P(0/1) \\ &= P(0) \int_{V_{th}}^{\infty} f_0(y) dy + P(1) \int_{-\infty}^{V_{th}} f_1(y) dy \end{aligned}$$

可见，误码率与判决门限电平 $V_{th}$ 有关。能使误码率最小的判决门限电平称为**最佳判决门限**。

通常 $P(0) = P(1) = 1/2$ ，于是最佳门限为 $V_{th} = 0$ ，代入得

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n} \right)$$

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

---

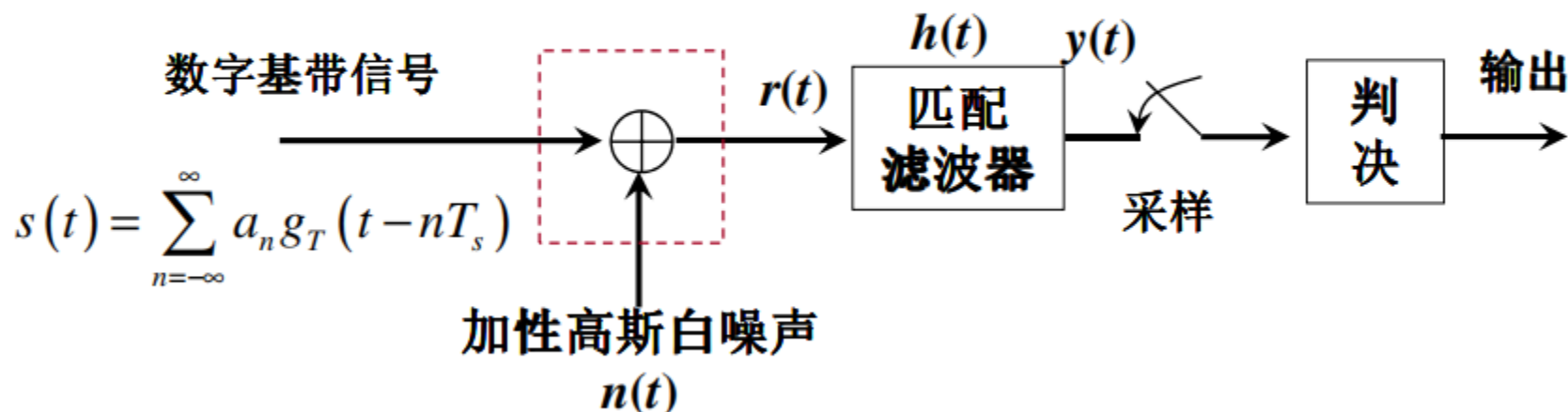
对于二进制单极性信号，发“0”码和“1”码时，判决器输入端的信号值 $x(kT_s)$ 分别为0和 $a$ ，高斯噪声功率仍为 $\sigma_n^2$ ，按上述相同的推导方法，可得最佳门限电平为

$$V_{th} = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_n^2}{a} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

“1”、“0”等概时， $V_{th} = a/2$ ，此时系统平均误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right)$$

## □ 基于匹配滤波的数字基带传输系统误码率分析



匹配滤波器:  $h(t) = g_T(T_s - t)$

$$y(t) = r(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) g_T(T_s - t + \tau) d\tau$$

$$\Rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(\tau - nT_s) + n(\tau) \right] g_T(T_s - t + \tau) d\tau$$

$\Rightarrow$  抽样时刻  $T_s$  处的判决变量:

$$y(T_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(\tau - nT_s) + n(\tau) \right] g_T(\tau) d\tau$$

$$\begin{aligned}
y(T_s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(\tau - nT_s) + n(\tau) \right] g_T(\tau) d\tau \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a_n g_T(\tau - nT_s) g_T(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) g_T(\tau) d\tau \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} a_0 g_T(\tau) g_T(\tau) d\tau + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a_n g_T(\tau - nT_s) g_T(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) g_T(\tau) d\tau \\
&= a_0 \int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) g_T(\tau) d\tau \xrightarrow[\int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) g_T(\tau) d\tau = n_z]{\int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(\tau) d\tau = E_b \text{ (发送一个码元波形所携带的能量)}} a_0 E_b + n_z
\end{aligned}$$

讨论 $n_z$ 的均值和方差：

$n_z$ 由 $n_i(t) = n(t) * g_T(T_s - t)$ 采样而得

$\therefore n_i(t)$ 高斯随机过程，

$n_i(t)$ 均值为0

$n_i(t)$ 方差= $n_i(t)$ 功率（零均值时）

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_0}{2} |G_T(f)|^2 df \text{ (输出过程的功率谱密度计算公式, P35 公式2-74)}$$

$$= \frac{n_0}{2} E_b \text{ (帕斯瓦尔定理, P21 公式2-27)}$$

## (1) 二进制双极性信号

$$y(T_s) = \begin{cases} E_b + n_z, & \text{发送1} \\ -E_b + n_z, & \text{发送0} \end{cases}, \quad n_z \sim \left(0, \sigma_n^2 = \frac{n_0}{2} E_b\right)$$

## (2) 二进制单极性信号

$$y(T_s) = \begin{cases} E_b + n_z, & \text{发送1} \\ 0 + n_z, & \text{发送0} \end{cases}, \quad n_z \sim \left(0, \sigma_n^2 = \frac{n_0}{2} E_b\right)$$

$$\text{二进制双极性系统的误码率 } P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right)$$

$$\text{二进制单极性系统的误码率 } P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{4n_0}}\right)$$

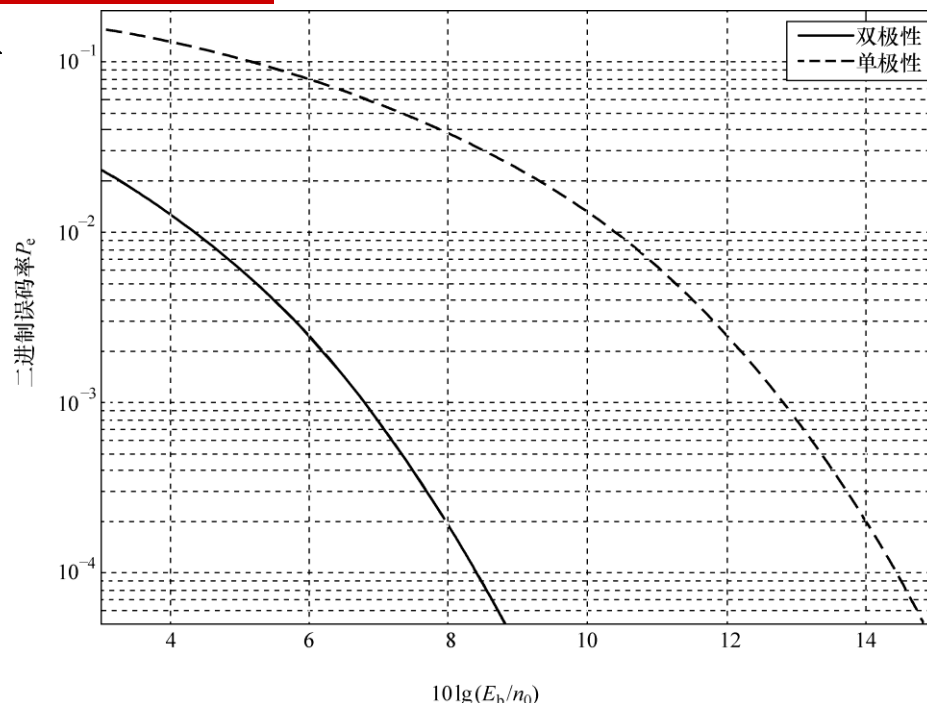
## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

当接收滤波器为匹配滤波器时  
发送双极性信号时：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right)$$

发送单极性信号时：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right)$$



在给定 $\frac{E_b}{n_0}$ 时，双极性数字基带传输系统的平均误码率比单极性的小。

单极性系统的最佳判决门限易受到信道特性的影响，而双极性系统的判决门限则是稳定的0电平。因此，**实际系统大多采用双极性信号传输。**

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

**【例4-5】**一个二进制数字基带传输系统，二进制码元序列中“**1**”码判决时刻的信号值为**1 V**，“**0**”码判决时刻的信号值为零，已知噪声均值为零，方差  $\sigma_n^2$  为**80 mW**。求系统误码率  $P_e$ 。

解 由题意，系统传输的是二进制单极性信号，且

$$a = 1$$
$$\sigma_n = \sqrt{80 \times 10^{-3}} = 2\sqrt{2} \times 10^{-1}$$

得

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n} \right) = 3.855 \times 10^{-2}$$



## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

**【例4-6】** 有一数字基带传输系统，匹配滤波器输入端的信号是二进制双极性矩形信号，“1”码幅度为**1 mV**，码元速率为**2000**波特，加性高斯白噪声的单边功率谱密度  $n_0 = 1.25 \times 10^{-10} \text{ W/Hz}$ ，求此数字基带传输系统的误码率  $P_e$ 。

解 由题意，发“1”时，接收信号为矩形脉冲，其幅度为  $A = 1 \text{ mV} = 1 \times 10^{-3} \text{ V}$ ，宽度为  $T_b = \frac{1}{2000} \text{ s} = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$ 。故有

$$E_b = A^2 T_b = (1 \times 10^{-3})^2 \times 5 \times 10^{-4} \text{ J} = 5 \times 10^{-10} \text{ J}$$

求得系统误码率

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(2) = 2.34 \times 10^{-3}$$

## 4.4 无码间干扰时噪声对传输性能的影响

### 随堂作业:

已知某二进制数字基带传输系统，取样判决时刻信号电压的绝对值为0.8V，噪声的方差为 $\sigma_n^2 = 20mW$ ，分别求出传输单极性码和双极性码时的系统误码率。

由题已知  $a = 0.8 V$ ， $\sigma_n = \sqrt{20 \times 10^{-3}} = \sqrt{2} \times 10^{-1}$ 。

代入式教材 (4-44)，得单极性码时系统的误码率为

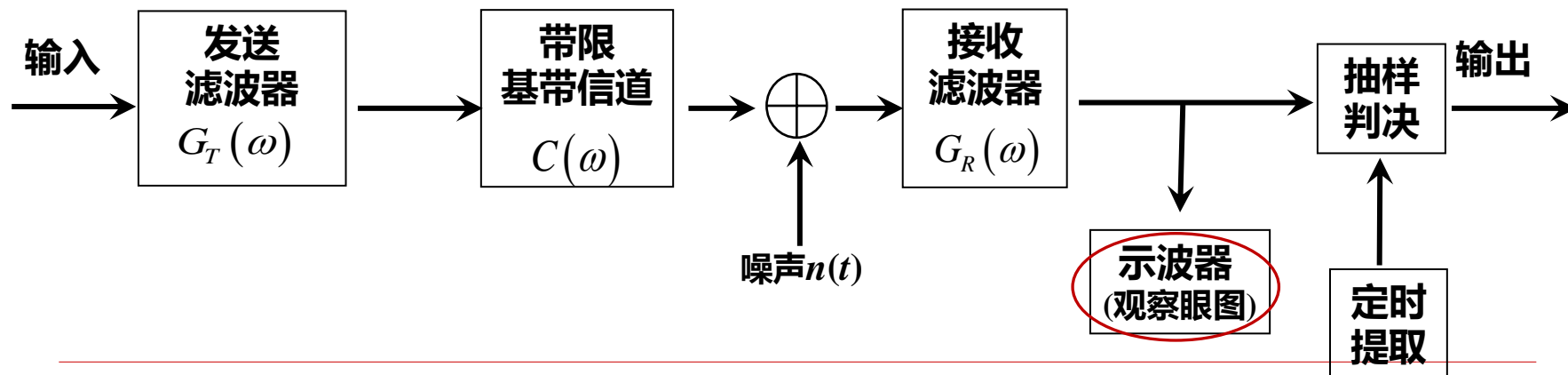
$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(2) \approx \frac{1}{2} \times 0.00468 = 2.34 \times 10^{-3}$$

代入式 (4-42)，可得双极性码时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(4) \approx \frac{1}{2} \times 1.6 \times 10^{-8} = 8 \times 10^{-9}$$

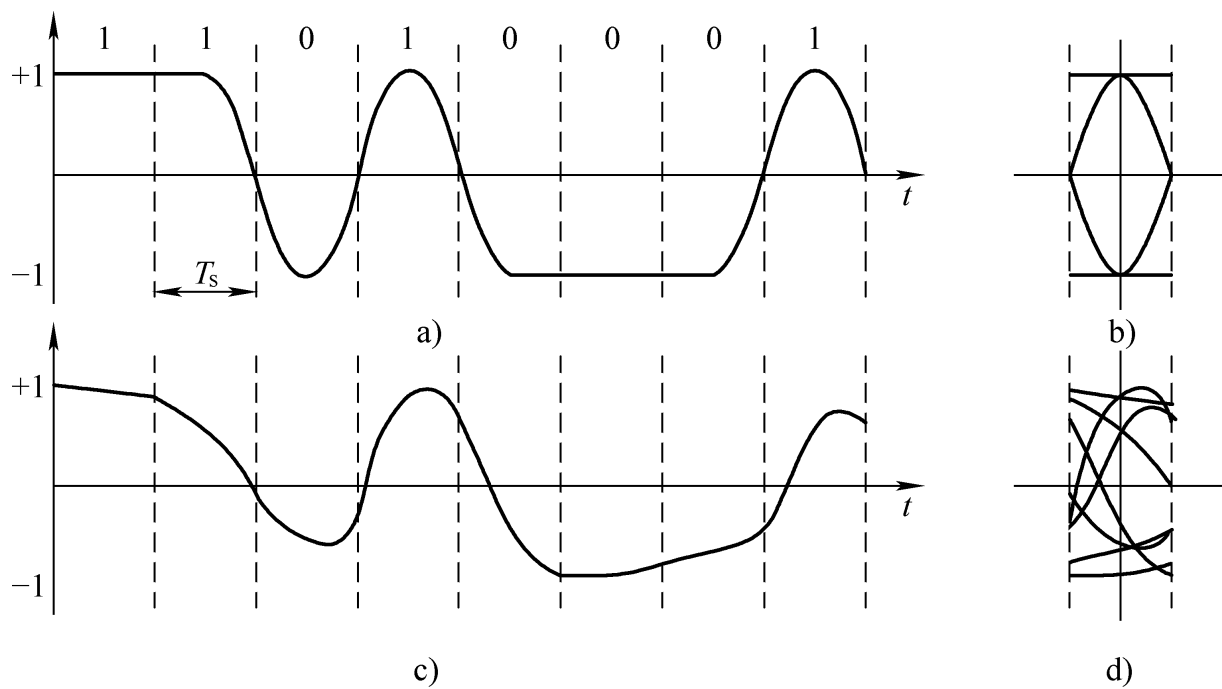
## 4.5 眼图

- 通过“眼图”来定性估计码间干扰及噪声对接收性能的影响，并借助眼图对电路进行调整。
- **眼图的形成：**将取样前的接收波形接到示波器的Y轴上，设置示波器水平扫描周期等于码元宽度，再调整示波器的扫描开始时刻，使它与接收波形同步。由于示波器的余辉作用，各个码元的接收波形就会在示波器的显示屏上重叠起来，显示出像眼睛一样的图形，这个图形称为“眼图”。

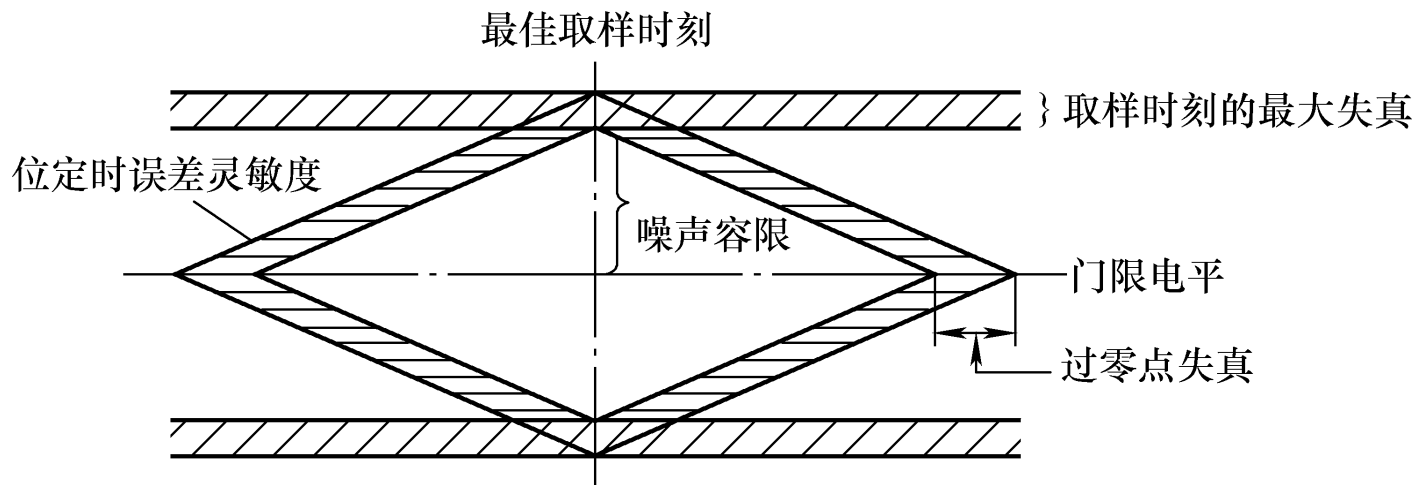


## 4.5 眼图

### □ 眼图形成示意图



## 4.5 眼图

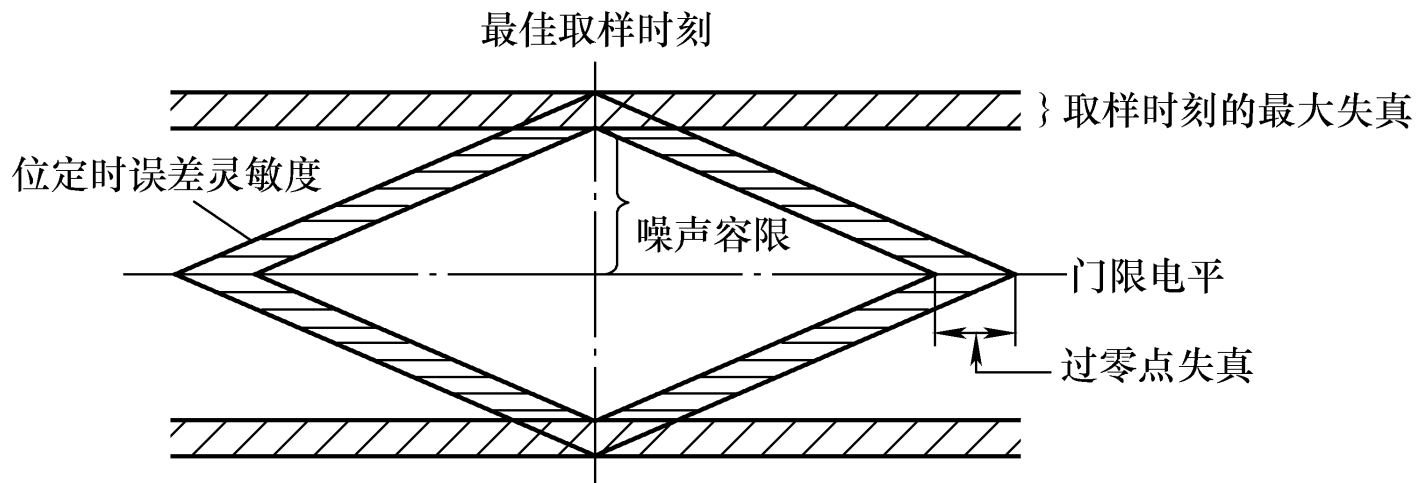


### □ 眼图模型

### □ 眼图模型得到：

- ① 最佳取样时刻应当在眼睛张开最大的时刻。
- ② 眼图的斜率表示对位定时误差的灵敏度，斜率越陡，对位定时误差越灵敏。
- ③ 取样时刻阴影区的垂直高度表示信号的最大失真，它是噪声和码间干扰叠加的结果。

## 4.5 眼图

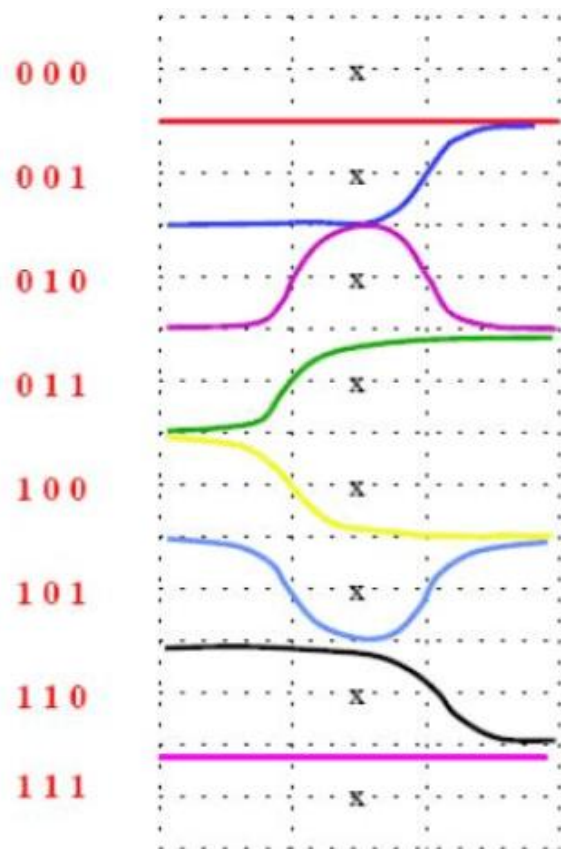


### □ 眼图模型

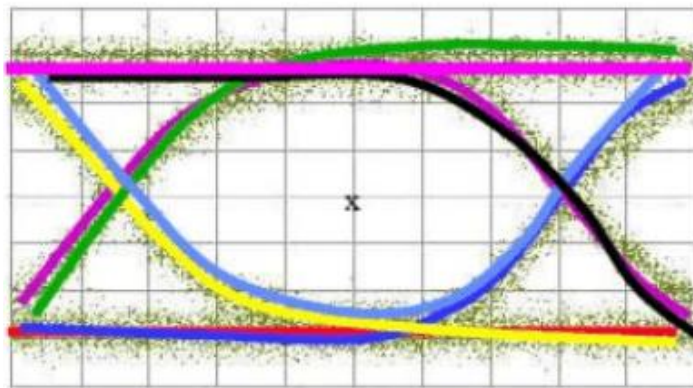
### □ 眼图模型得到：

- ④ 眼图中央的横轴位置对应判决门限电平，图中为**0**电平。
- ⑤ 在取样时刻，上、下阴影区间隔距离之半为噪声容限，噪声瞬时值超过它就可能发生错判。
- ⑥ 眼图左右角阴影部分的水平宽度表示信号过零点失真

## 4.5 眼图

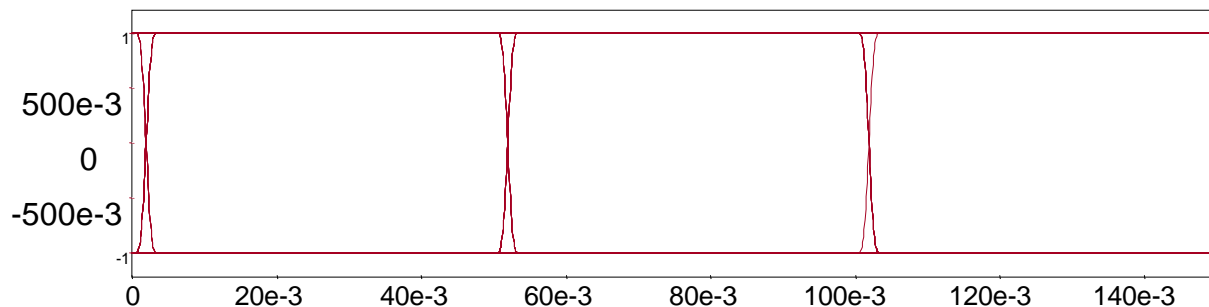


□ 利用眼图观察码间干扰的影响：

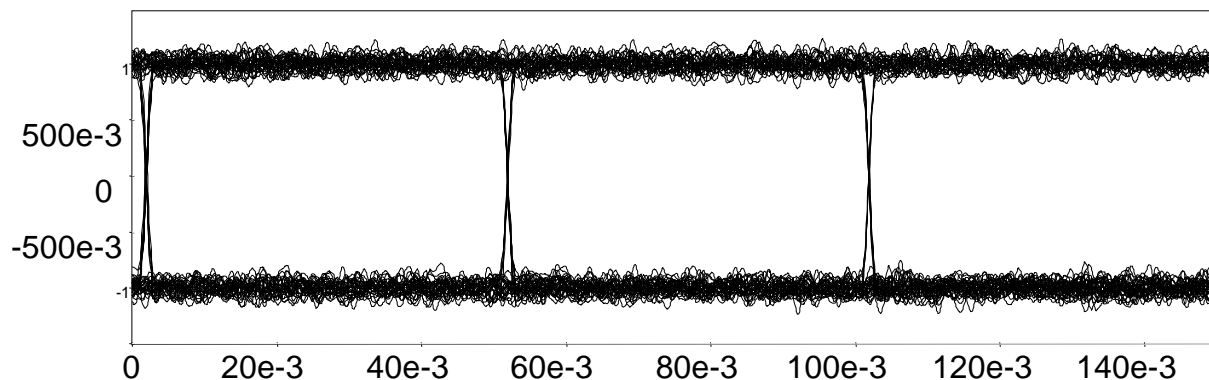


存在码间干扰 (ISI) 时，眼睛睁开度比较小，线迹粗且杂乱，眼图不端正

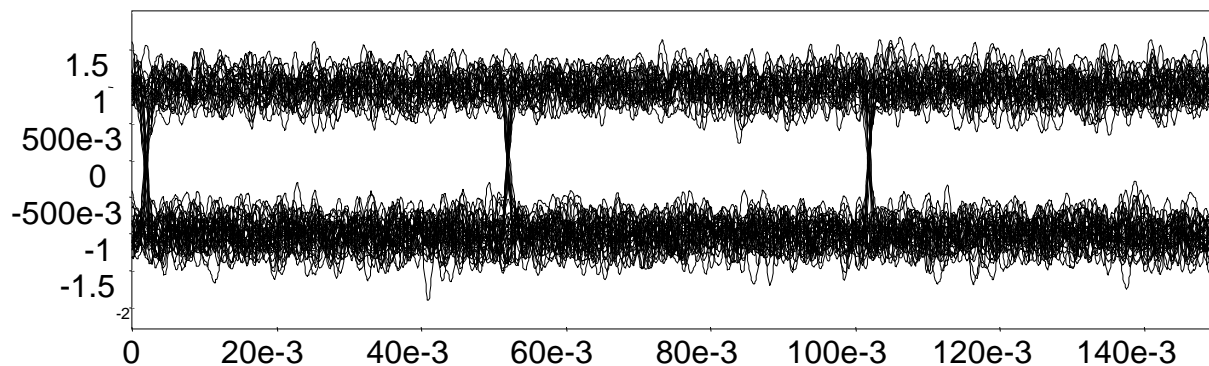
## □ 利用眼图观察噪声的影响：



噪声  $n_0 = 0$



噪声  $n_0 = 10^{-5} \text{ W/Hz}$



噪声  $n_0 = 10^{-4} \text{ W/Hz}$

当存在噪声时，眼图的线迹变成了比较模糊的带状的线。噪声越大，线条越宽，越模糊，“眼睛”张开得越小。



## 4.5 眼图

---

- **“大眼睛，单眼皮”**：眼图张开度大，迹线细而清晰，表明基带系统码间干扰和噪声小，系统信息传输可靠性高
- **“小眼睛，多眼皮”**：眼图张开度小，迹线粗而模糊，表明基带系统码间干扰和噪声大，系统信息传输可靠性低

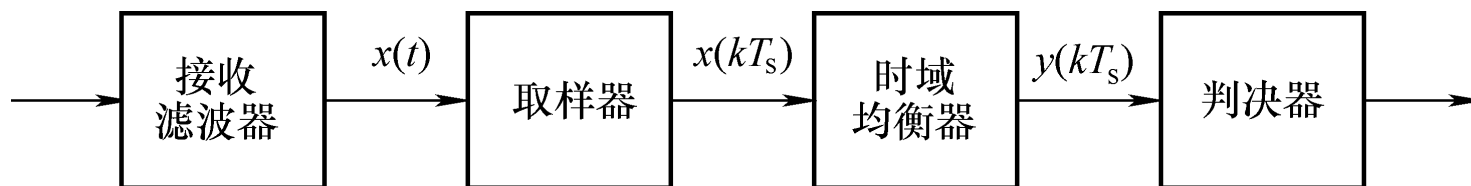
## 4.6 均衡

---

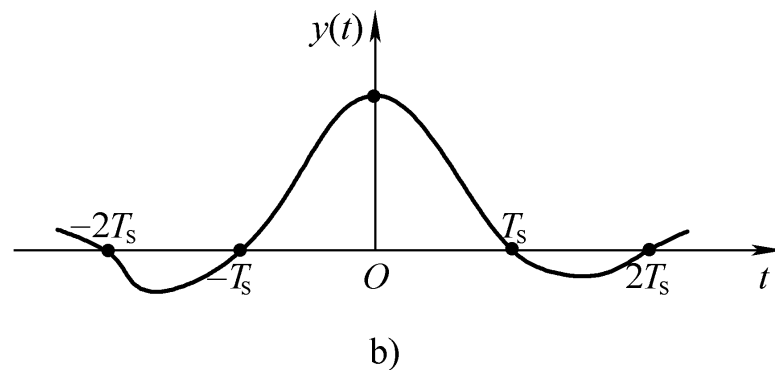
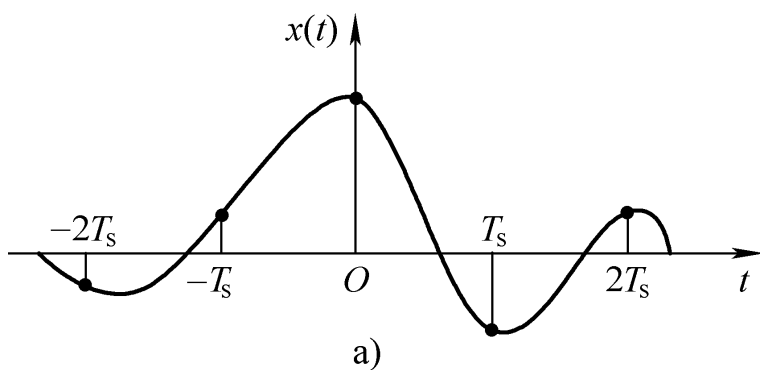
- 实际系统总是存在码间干扰。
- 用均衡器对接收波形进行校正，以减小取样点上的码间干扰。
- 均衡器的实现有频域和时域两种。
  - 频域均衡的目标是校正系统的传输特性，使得包含均衡器在内的整个系统的传输特性满足无码间干扰条件。
  - 时域均衡的目标是校正系统的冲激响应，使其在取样点上无码间干扰。
- 时域均衡已成为如今高速数据传输中所使用的主要方法

## 4.6.1 时域均衡原理

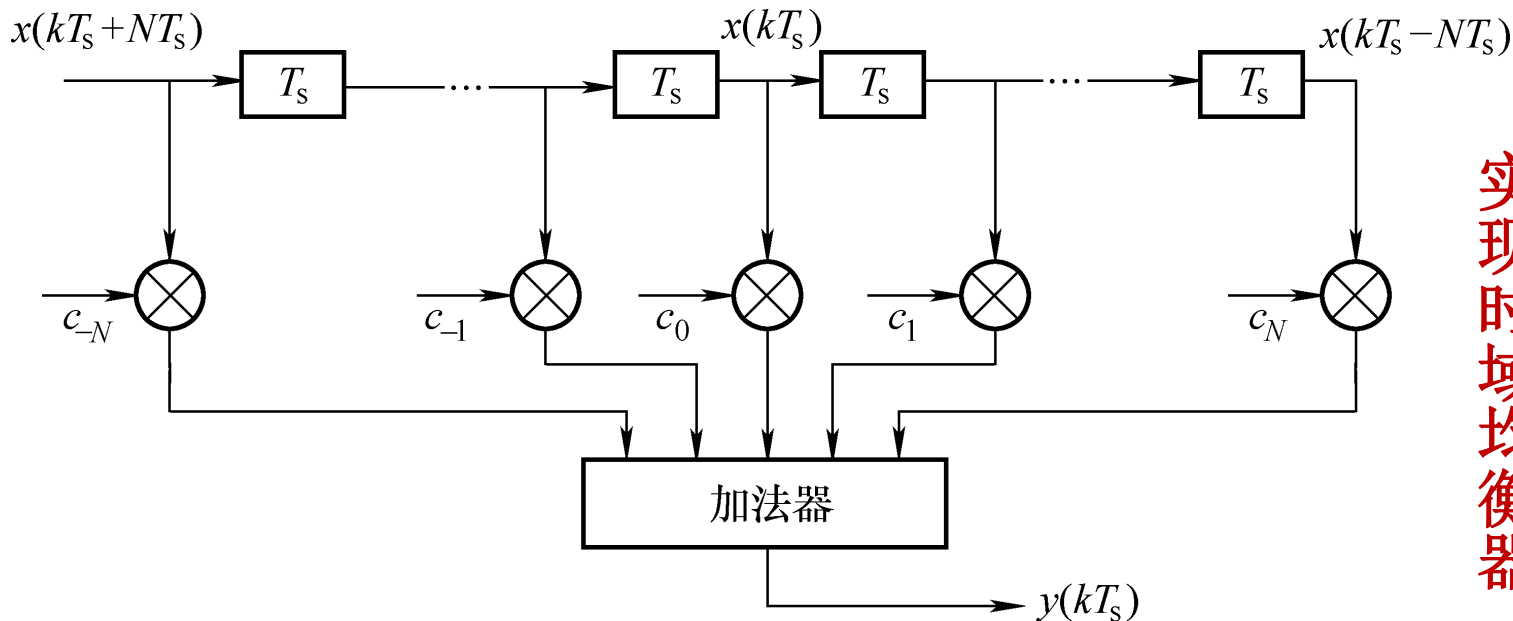
### □ 带有均衡器的数字基带系统



### □ 均衡器作用



## 4.6.1 时域均衡原理



用横向滤波器可  
实现时域均衡器

□ 均衡器输出表达式  $y(kT_s) = \sum_{n=-N}^N c_n x[(k-n)T_s]$

可简写为  $y_k = \sum_{n=-N}^N c_n x_{k-n}$

## 4.6.1 时域均衡原理

---

$y_k$ 由 $2N + 1$ 个输入样值和抽头系数确定，对于有码间干扰的输入样值，可以选择适当的加权系数，使均衡器输出 $y_k$ 的码间干扰在一定程度上得到减小。

可以证明，由 $2N$ 个延迟单元组成的横向滤波器，可以消除前后各 $N$ 个取样时刻上的码间干扰。因此，要想消除所有取样时刻上的码间干扰，需要使用无限长横向滤波器，这是物理不可实现的。故有限长时域均衡器只能降低码间干扰的程度，不能完全消除码间干扰。

## 4.6.1 时域均衡原理

---

□ 输出峰值畸变表示系统码间干扰的大小，此值越小越好。

□ 输入峰值畸变定义为

$$D_x = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k|$$

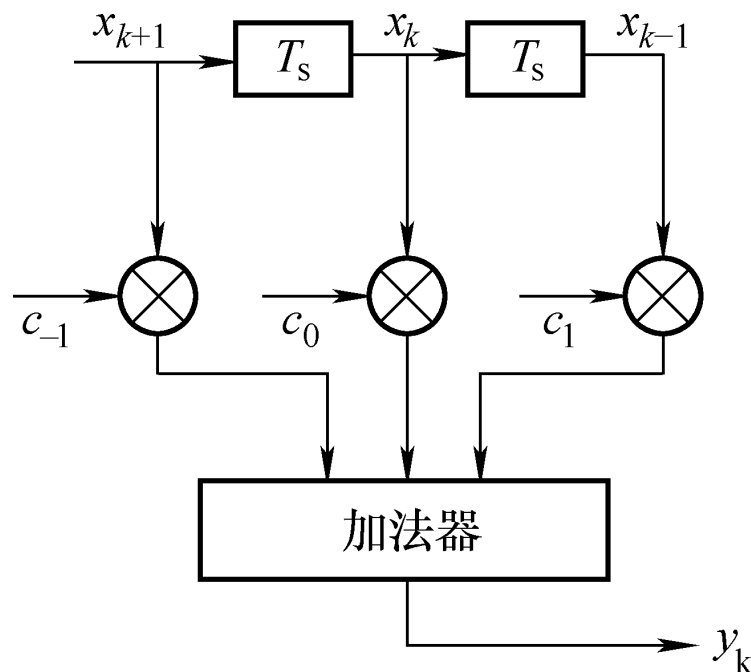
□ 输出峰值畸变定义为

$$D_y = \frac{1}{y_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |y_k|$$

□ 输出峰值畸变与输入峰值畸变之差表示均衡效果。

## 4.6.1 时域均衡原理

【例4-7】设有一个三抽头的均衡器，如图下图所示。  $c_{-1} = -1/4$  ,  $c_0 = 1$  ,  $c_{+1} = -1/2$  ; 设均衡器输入的样值序列分别为:  $x_{-1} = 1/4$  ,  $x_0 = 1$  ,  $x_{+1} = 1/2$  , 其余都为**0**。试求均衡器输出的样值序列及均衡前后信号的峰值畸变。



## 4.6.1 时域均衡原理

解 求得均衡器输出的样值序列为

$$y_{-2} = x_{-1}c_{-1} = -1/16$$

$$y_{-1} = x_0c_{-1} + x_{-1}c_0 = 0$$

$$y_0 = x_{+1}c_{-1} + x_0c_0 + x_{-1}c_{+1} = 3/4$$

$$y_{+1} = x_{+1}c_0 + x_0c_1 = 0$$

$$y_{+2} = x_{+1}c_{+1} = -1/4$$

可见,  $y_{-1}$ 和 $y_{+1}$ 被校正到0,  $y_{-2}$ 和 $y_{+2}$ 不为0, 故均衡器的输出仍有码间干扰。

求得均衡前信号的峰值畸变为

$$D_x = \frac{1}{x_0} (|x_{-1}| + |x_{+1}|) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

求得均衡后信号的峰值畸变为

$$D_y = \frac{1}{y_0} (|y_{-2}| + |y_{-1}| + |y_{+1}| + |y_{+2}|) = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{12}$$

显然经过均衡补偿后峰值畸变减小, 相应的码间干扰也减小了。



## 4.6.2 均衡器抽头系数的确定

- 要想得到最小的输出峰值失真，输出  $y_k$  应满足下式要求：

$$y_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{cases}$$

- 由此列出  $2N + 1$  个联立方程，解出均衡器抽头系数。
- 按此方法设计的均衡器称为“迫零”均衡器。
- 若抽头系数的调整是随信道特性变化自动调整的，称为自适应均衡器。

## 4.6.2 均衡器抽头系数的确定

**【例4-8】** 已知均衡器输入信号的样值序列

为  $x_{-1} = 0.2$  ,  $x_0 = 1$  ,  $x_1 = -0.3$  ,  $x_2 = 0.1$  , 其它  $x_k = 0$  。试设计三抽头的“迫零”均衡器。求三个抽头的系数, 并计算均衡前后的峰值失真。

解 由  $2N + 1 = 3$  , 得由  $N = 1$  , 根据式 (4-57) 和 (4-54) , 列出方程组

$$\begin{cases} x_0 c_{-1} + x_{-1} c_0 + x_{-2} c_1 = 0 \\ x_1 c_{-1} + x_0 c_0 + x_{-1} c_1 = 1 \\ x_2 c_{-1} + x_1 c_0 + x_0 c_1 = 0 \end{cases}$$

## 4.6.2 均衡器抽头系数的确定

将均衡器输入样值代入，得

$$\begin{cases} c_{-1} + 0.2c_0 = 0 \\ -0.3c_{-1} + c_0 + 0.2c_1 = 1 \\ 0.1c_{-1} - 0.3c_0 + c_1 = 0 \end{cases}$$

联立求得  $c_{-1} = -0.1779$ ,  $c_0 = 0.8897$ ,  $c_1 = 0.2847$   
再利用计算均衡器的输出响应为

$$y_{-3} = 0, \quad y_{-2} = -0.0356, \quad y_{-1} = 0, \quad y_0 = 1,$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0.0153, \quad y_3 = 0.0285, \quad y_4 = 0$$

故输入峰值失真为  $D_x = 0.6$

输出峰值失真为  $D_y = 0.0794$

由此可见，均衡后使峰值失真大为减小。

# 本章小结

---

## □ 数字基带信号的码型

- 单极性、双极性
- 差分波形
- AMI、HDB3

## □ 数字基带信号的功率谱密度

## □ 码间干扰

- 抽样点上无码间干扰的条件（时域、频域）
- 几种典型的无码间干扰的基带传输系统

## □ 无码间干扰时数字基带系统的误码率特性

- 最佳判决门限
- 最小平均误码率

## □ 眼图

## □ 时域均衡

---

作业:

---

**4-9 4-10 4-12**