

# 现代通信原理

*Modern Communication Principles*

---

时巧

**qiaoshi@swjtu.edu.cn**

信息科学与技术学院

# 第2章 预备知识

---

## 2.1 信号与系统的分类

## 2.2 确知信号分析

## 2.3 随机信号分析

## 2.4 通信系统中的噪声

## 2.5 匹配滤波器

## 2.6 信道

## 2.1 信号与系统的分类

---

### 1. 信号的分类

#### □ 数字信号与模拟信号

数字信号：携带信息的参量取值离散，如计算机输出的“1”“0”信号。

模拟信号：携带信息的参量取值连续，如语音信号。

#### □ 周期信号与非周期信号

周期信号：每隔一个固定时间重复出现的信号，如正弦信号或余弦信号。

非周期信号：不是周期重复出现的信号，如语音信号、单个的矩形脉冲信号等。

## 2.1 信号与系统的分类

---

### □ 确知信号与随机信号

确知信号：能用确定的数学表达式描述的信号。

$$S(t) = 10\cos(10\pi t + \pi/2)$$

随机信号：信号在发生之前无法预知的信号，即写不出确定的数学表达式，通常只知道它取某值的概率。

## 2.1 信号与系统的分类

---

### □ 能量信号与功率信号

信号 $x(t)$ 的能量（消耗在 $1\Omega$ 电阻上） $E$ 为

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$$

其平均功率 $S$ 为

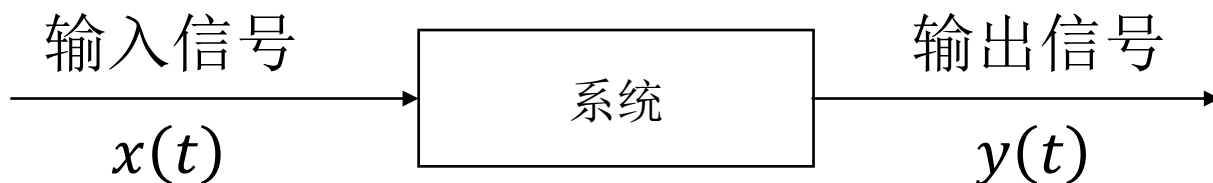
$$S = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$$

**能量信号：**能量有限的信号。如宽度和幅度有限的单个矩形脉冲。

**功率信号：**功率有限的信号。如正弦或余弦信号。

## 2.1 信号与系统的分类

### 2. 系统的分类



#### □ 线性系统与非线性系统

**线性系统：**满足线性叠加原理的系统。

输入为  $[x_1(t) + x_2(t)]$  **→** 系统响应为  $[y_1(t) + y_2(t)]$

**非线性系统：**不满足线性叠加原理的系统。

## 2.1 信号与系统的分类

---

### 2. 系统的分类

#### □ 时不变与时变系统

**时不变系统：**系统的参数不随时间变化。也称为恒参系统。

**时变系统：**系统的参数随时间变化，也称为变（随）参系统。

对于时不变系统，只要输入信号相同，不管何时输入，其输出均相同；而对于时变系统，不同时刻输入信号，即使输入相同，也会得到不同的输出。

## 2.1 信号与系统的分类

---

### 2. 系统的分类

#### □ 物理可实现与物理不可实现系统

**物理可实现系统：**实际系统都是物理可实现系统，其特点是系统的输出信号不可能在输入信号之前出现。

**物理不可实现系统：**理想系统都是物理不可实现的系统，如理想低通滤波器。



# 第2章 预备知识

---

**2.1** 信号与系统的分类

**2.2** 确知信号分析

**2.3** 随机信号分析

**2.4** 通信系统中的噪声

**2.5** 匹配滤波器

**2.6** 信道

## 2.2 确知信号分析

---

2.2.1 周期信号的频谱分析

2.2.2 非周期信号的频谱分析

2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

2.2.4 波形的相关与卷积

2.2.5 信号带宽

**通过对信号的频谱分析，可以弄清楚信号所包含的频率成分以及各个频率成分的大小。**

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

---

❖ **功率信号的频谱：** 设一个周期性功率信号  $x(t)$  的周期为  $T_0$ , 则该信号的频谱为

$$v(n) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi f_0$$

- 周期性功率信号的频率特性只在离散的各次谐波  $nf_0$  上取值，信号  $x(t)$  可以根据其频谱，展开为傅立叶级数表达式

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V(n) e^{jn\omega_0 t}$$

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

【例2-1】图2-2所示为一个周期矩形脉冲信号，脉冲宽度为 $\tau$ ，高度为 $A$ ，周期为 $T_0$ ，记为 $AD_{T_0\tau}(t)$ 。

- (1) 求此周期矩形脉冲信号的傅里叶级数表达式。
- (2) 画出 $\tau = T_0/4$ 时的 $V_n \sim f$ 频谱图。

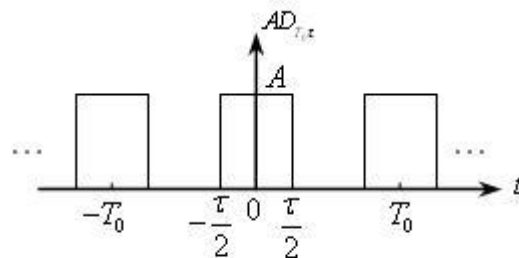


图 2-2 周期矩形脉冲信号

解 (1) 由式 (2-3) 求得傅里叶级数的系数为

$$\begin{aligned} V_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} AD_{T_0\tau} e^{-j2\pi n f_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j2\pi n f_0 t} dt \\ &= \frac{A\tau}{T_0} \left( \frac{\sin n\pi f_0 \tau}{n\pi f_0 \tau} \right) = \frac{A\tau}{T_0} Sa(n\pi f_0 \tau) \end{aligned}$$

**信号的基频**

其中 $f_0 = 1/T_0$ 。

将系数 $V_n$ 代入式 (2-2) 得周期矩形脉冲信号的傅里叶级数为

$$AD_{T_0\tau}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi f_0 t} = \frac{A\tau}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa(n\pi f_0 \tau) e^{j2\pi f_0 t}$$

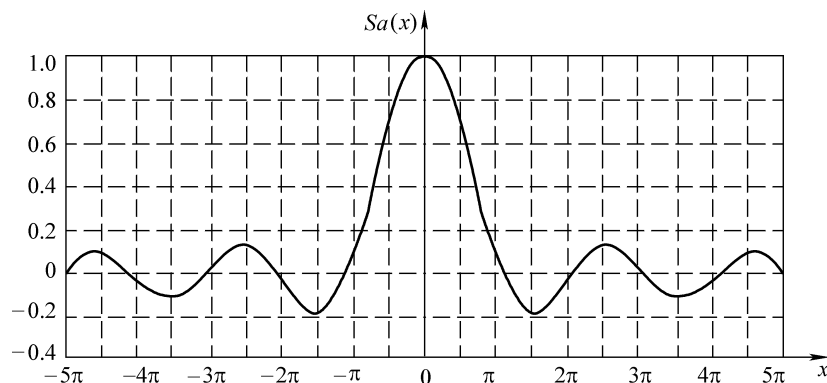
## 2.2.1 周期信号的频谱分析

$$V_n = \frac{A\tau}{T_0} \text{Sa}(n\pi f_0 \tau)$$

(2)  $V_n$ 是离散的, 当 $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , 且 $\tau = T_0/4$ 时

$$V_0 = \frac{A}{4}, V_{\pm 1} = \frac{A}{4} \text{Sa}\left(\frac{\pi}{4}\right), V_{\pm 2} = \frac{A}{4} \text{Sa}\left(\frac{2\pi}{4}\right), V_{\pm 3} = \frac{A}{4} \text{Sa}\left(\frac{3\pi}{4}\right), V_{\pm 4} = \frac{A}{4} \text{Sa}(\pi), \dots$$

故 $V_n$ 与 $f$ 的关系曲线如图2-4所示。



**抽样函数**

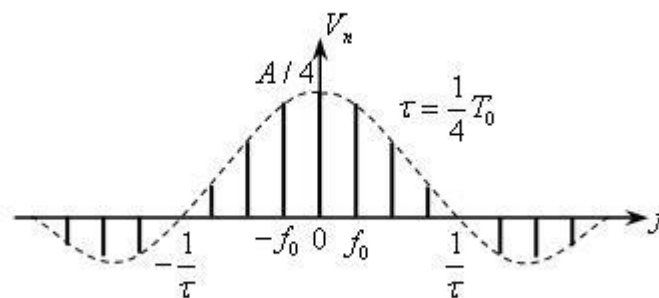


图 2-4 周期矩形信号频谱

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

【例2-2】幅度为 $A$ 周期 $T_0$ 的冲激脉冲信号如图2-5所示，记为 $A\delta_{T_0}(t)$ 。

(1) 求其傅里叶级数展开式。

(2) 画出 $V_n \sim f$ 关系图。

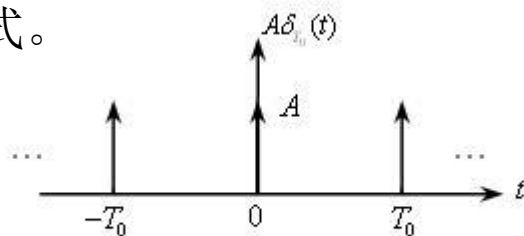


图 2-5 周期冲激脉冲信号

解 (1) 根据式 (2-3)

$$V_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} A\delta_{T_0}(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} A\delta(t) dt = \frac{A}{T_0}$$

得周期冲激脉冲信号的傅里叶级数展开式为

$$A\delta_{T_0}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi f_0 t} = \frac{A}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f_0 t}$$

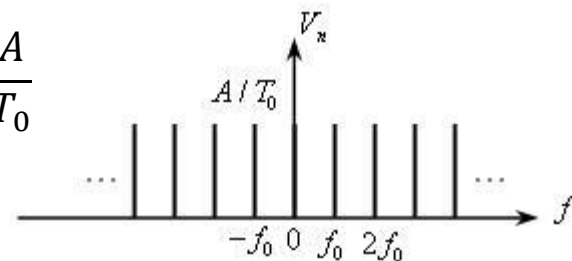


图 2-6 周期冲激脉冲信号的频谱

(2) 由式 (2-6) 可见,  $V_n$  不随  $n$  变化, 有  $V_0 = V_{\pm 1} = V_{\pm 2} = V_{\pm 3} = V_{\pm 4} = \dots = \frac{A}{T_0}$ , 故  $V_n \sim f$  关系图如图2-6所示。

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

周期信号频谱特点：

1. 离散性  $V_n$  只在  $f = nf_0$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  整数) 时才有值，因此周期信号的频谱由离散的谱线组成，谱线间隔为  $f_0 = 1/T_0$ 。
2. 谐波性 谱线位置都在  $f = nf_0$  处， $nf_0$  称为基波  $f_0$  的  $n$  次谐波，故称周期信号的频谱具有谐波性。

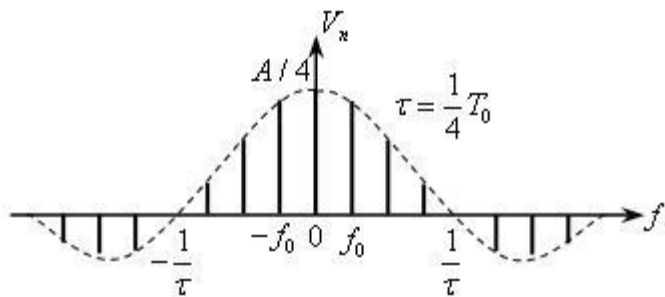


图 2-4 周期矩形信号频谱

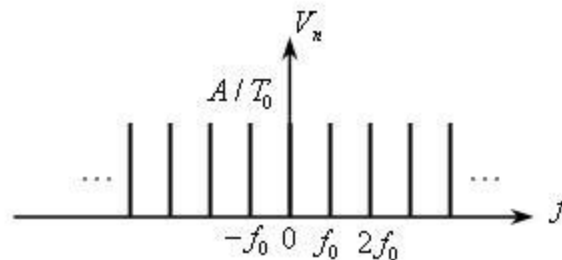
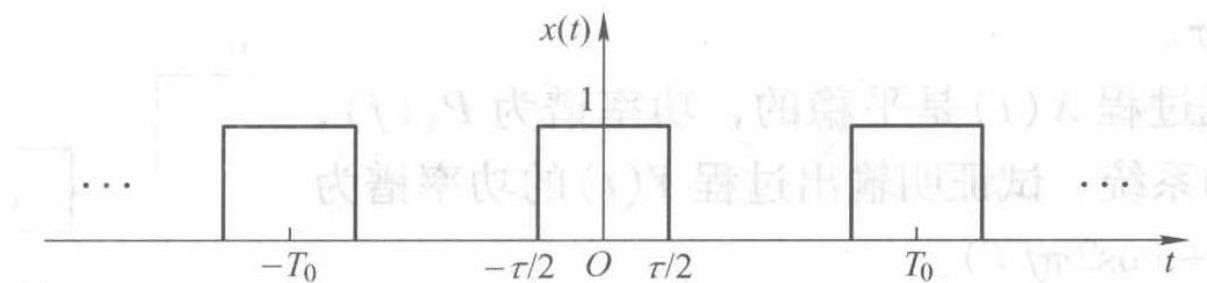


图 2-6 周期冲激脉冲信号的频谱

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

1. 已知 $x(t)$ 为如图2-44所示的周期函数，且 $\tau = 2\text{ms}$ ， $T_0 = 8\text{ms}$ 。
  - (1) 写出 $x(t)$ 的指数型傅里叶级数展开式。
  - (2) 画出振幅频谱图 $|V_n| \sim f$ 。





## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

(1) 指数型傅里叶级数展形式表示为  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi n f_0 t}$ ，故需要求出  $V_n$ 。

对于矩形周期脉冲信号，由式 (2-4) 式可知

$$V_n = \frac{A\tau}{T_0} \left( \frac{\sin n\pi f_0 \tau}{n\pi f_0 \tau} \right) = \frac{A\tau}{T_0} \text{Sa}(n\pi f_0 \tau)$$

将本题中的参数  $T_0 = 8\text{ms} = 0.008\text{s}$ 、 $\tau = 2\text{ms} = 0.002\text{s}$ 、 $A = 1\text{V}$  代入上式得

$$V_n = \frac{1}{4} \text{Sa}\left(\frac{n\pi}{4}\right)$$

于是有

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{4} \text{Sa}\left(\frac{n\pi}{4}\right) e^{j250n\pi t}$$

## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

(2) 振幅谱  $|V_n| \sim f$  如图 2-1 所示。

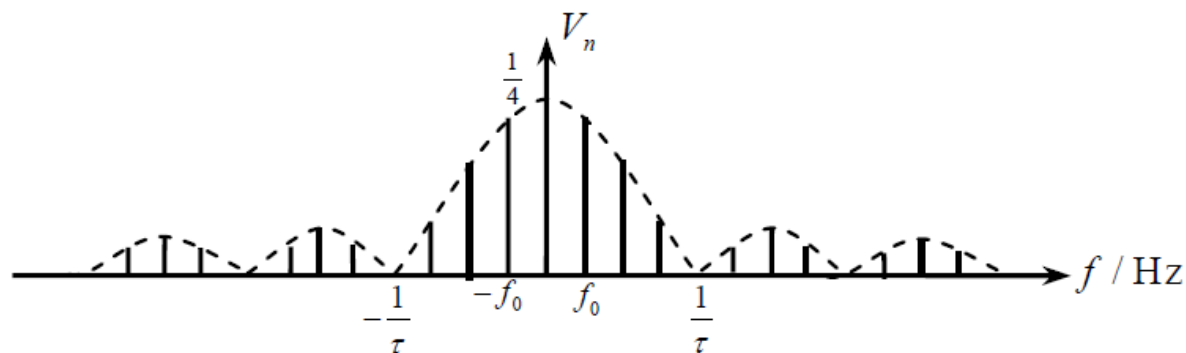


图 2-1

图中  $f_0 = \frac{1}{T_0} = 125\text{Hz}$  ,  $\frac{1}{\tau} = 500\text{Hz}$  。

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

---

### 1. 傅里叶变换

非周期信号  $x(t)$  与其傅里叶变换  $X(f)$  之间关系：

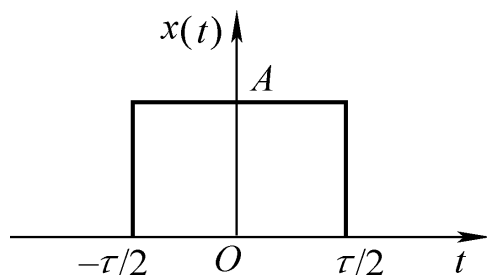
$$\left\{ \begin{array}{l} X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \\ x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \end{array} \right. \quad \text{或} \quad \left\{ \begin{array}{l} X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \\ x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \end{array} \right.$$

求  $X(f)$  称为傅里叶变换，记为  $X(f) = F[x(t)]$

求  $x(t)$  称为傅里叶反变换，记为  $x(t) = F^{-1}[X(f)]$

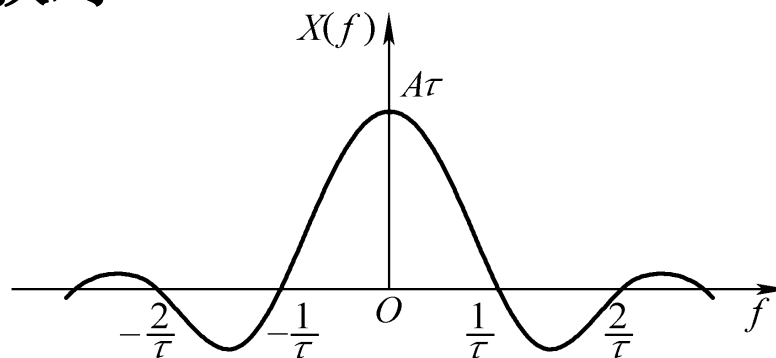
## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 2. 常用信号的傅里叶变换对



a)  
矩形脉冲

$$x(t) = \begin{cases} A, & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$



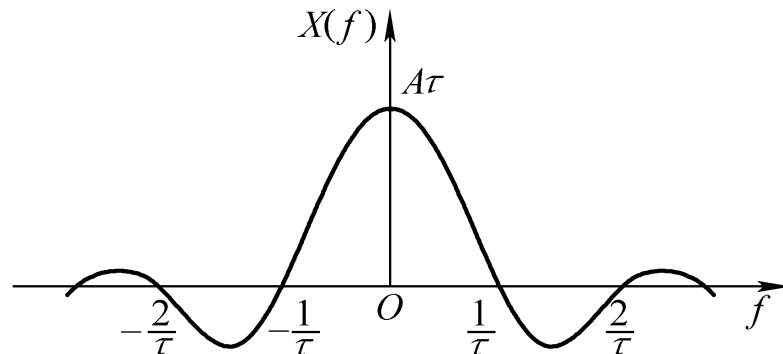
b)  
矩形脉冲的频谱

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j2\pi ft} dt = A\tau \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} = A\tau \text{Sa}(\pi f \tau)$$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 2. 常用信号的傅里叶变换对

矩形脉冲的频谱有如下几个主要特点：

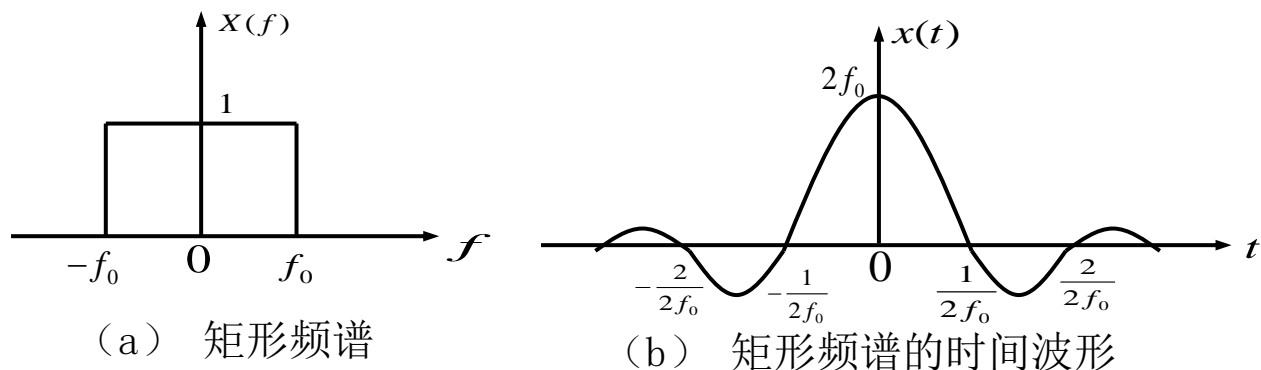


1. 频谱连续且无限扩展。
2. 频谱形状为 $Sa(x)$ 函数，频率为0幅度值最大，等于矩形脉冲的面积。
3. 频谱有等间隔的零点，零点位置在 $n/\tau$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )处。可用频谱第一个零点的频率定义信号带宽，故带宽为 $1/\tau$ 。

**当矩形脉冲宽度变窄时，带宽增大。反之，当脉冲宽度增大时，信号的带宽变窄。换句话说，信号在时域中的宽度变窄，在频域中的宽度就越宽；相反，信号在时域中的宽度越宽，在频域中的宽度就越窄。**

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 门函数频谱函数的傅里叶反变换



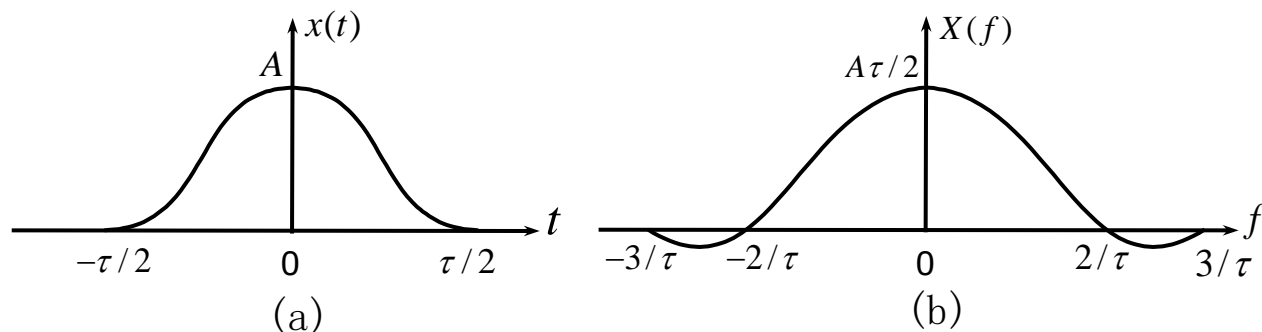
矩形频谱及其时间波形

$$x(t) = \int_{-f_0}^{f_0} e^{j2\pi ft} df = 2f_0 S_a(2\pi f_0 t)$$

按照傅里叶变换或傅里叶反变换公式，已知时间函数可求得其对应的频谱函数，同样若已知频谱函数，也可求得其对应的时间函数。

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 升余弦脉冲的傅里叶变换

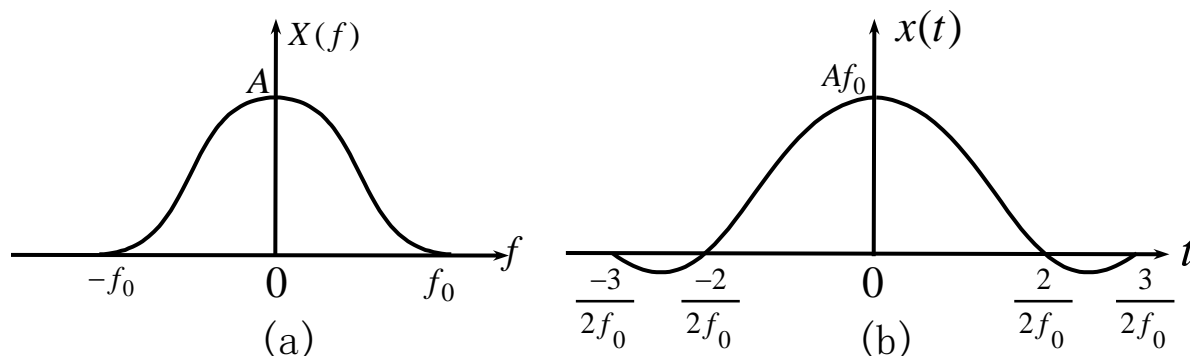


$$x(t) = \begin{cases} \frac{A}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{\tau} t \right) & |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{其它 } t \end{cases} \Leftrightarrow X(f) = \frac{A\tau}{2} \text{Sa}(\pi f \tau) \frac{1}{(1 - f^2 \tau^2)}$$

和矩形脉冲的频谱相比，升余弦脉冲的频谱在第一个零点内集中了更多的能量。

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 升余弦频谱函数的傅里叶反变换



$$X(f) = \begin{cases} \frac{A}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{f_0} f \right) & |f| \leq f_0 \\ 0 & |f| \geq f_0 \end{cases} \Leftrightarrow x(t) = Af_0 \text{Sa}(2\pi f_0 t) \frac{1}{(1 - 4f_0^2 t^2)}$$



## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 常用傅里叶变换对

序号	$x(t)$	$X(f)$
1	$A\delta(t)$ (幅度为A的冲激脉冲)	A
2	A(幅度为A的直流信号)	$A\delta(f)$
3	$\begin{cases} A, -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$	$A\tau \text{Sa}(\pi f\tau)$
4	$2AB \text{Sa}(2B\pi t)$	$\begin{cases} A, -B \leq f \leq B \\ 0, \text{其他} \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{A}{2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\tau} t),  t  \leq \frac{\tau}{2} \\ 0, \text{其他} \end{cases}$	$\frac{A\tau}{2} \text{Sa}(\pi f\tau) \frac{1}{(1 - f^2\tau^2)}$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 常用傅里叶变换对

序号	$x(t)$	$X(f)$
6	$ABSa(2B\pi t) \frac{1}{1 - 4B^2t^2}$	$\begin{cases} \frac{A}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{B} f \right), &  f  \leq B \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
7	$e^{j2\pi f_c t} (f_c \text{为常数})$	$\delta(f - f_c)$
8	$A \cos 2\pi f_c t$	$\frac{A}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$
9	$A\delta_{T_0}(t)$ (周期冲激脉冲信号)	$\frac{A}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_0)$ 其中 $f_0 = \frac{1}{T_0}$
10	$AD_{T_0\tau}(t)$ (周期矩形脉冲信号)	$\frac{A\tau}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa(\pi n f_0 \tau) \delta(f - nf_0)$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 常用傅里叶变换对

序号	$x(t)$	$X(f)$
11	$\begin{cases} A\left(1 - \frac{2}{\tau} t \right), &  t  \leq \frac{\tau}{2} \\ 0, &  t  > \frac{\tau}{2} \end{cases}$ <p>(三角脉冲)</p>	$\frac{A\tau}{2} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$
12	$AB \text{sinc}^2(\pi Bt)$	$\begin{cases} A\left(1 - \frac{ f }{B}\right), &  f  \leq B \\ 0, &  f  > B \end{cases}$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

周期信号频谱:  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi n f_0 t}$

$$F[x(t)] = F\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi n f_0 t}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n F[e^{j2\pi n f_0 t}]$$

$$F[e^{j2\pi n f_0 t}] = \delta(f - n f_0)$$

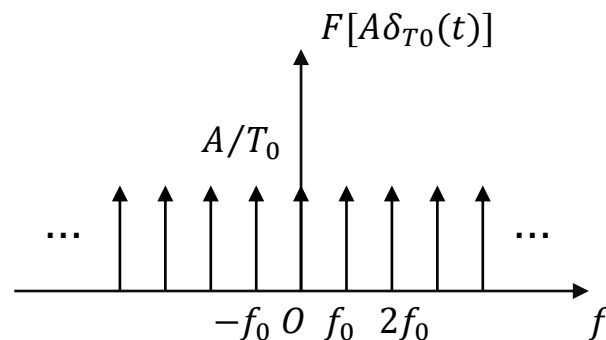
$$F[x(t)] = F\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{j2\pi n f_0 t}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n \delta(f - n f_0)$$

$$F[x(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n \delta(f - n f_0)$$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

周期冲激脉冲序列频谱函数：

$$F[\delta_{T_0}(t)] = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - nf_0)$$



周期矩形脉冲序列频谱函数：

$$x(t) = \frac{A\tau}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a(n\pi f_0\tau) e^{j2\pi n f_0 t} \Leftrightarrow X(f) = \frac{A\tau}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_a(n\pi f_0\tau) \delta(f - nf_0)$$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### 3. 傅里叶变换的运算特性及其应用

#### (1) 线性叠加

$$F[Ax_1(t) + Bx_2(t)] = AF[x_1(t)] + BF[x_2(t)]$$

#### (2) 时移特性 $F[x(t-t_0)] = X(f)e^{-j2\pi ft_0}$

**[例2-6]** 求下图脉冲信号的频谱。

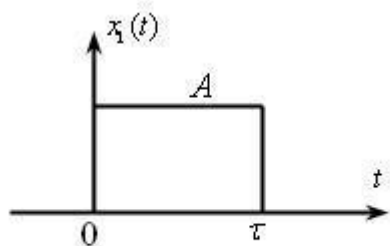


图 2-11

$$\begin{aligned} X_1(f) &= F[x_1(t)] = F[x(t - \tau/2)] \\ &= X(f)e^{-j2\pi f \frac{\tau}{2}} = A\tau \text{Sa}(\pi f\tau)e^{-j\pi f\tau} \end{aligned}$$

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

### (3) 频移特性

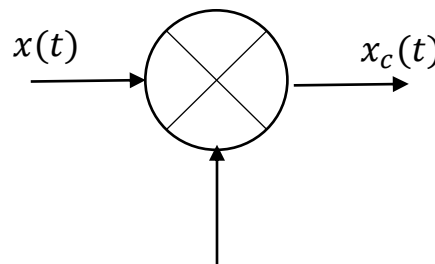
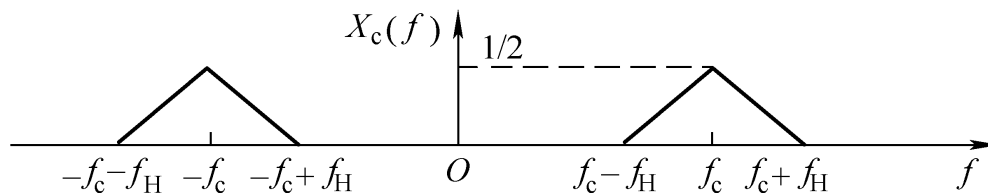
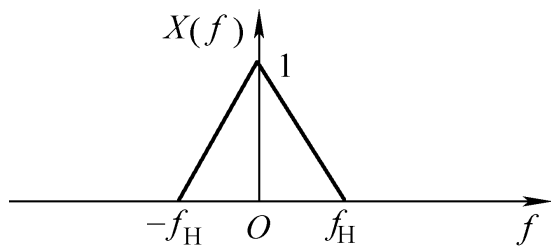
$$F[x(t)e^{j2\pi f_0 t}] = X(f - f_0)$$

【例2-7】调制器框图如图2-12所示，其中调制信号 $x(t)$ 的频谱函数为 $X(f)$ ，载波 $c(t) = \cos 2\pi f_c t$ 。求已调信号 $x_c(t)$ 的频谱函数，并画出调制信号与已调信号的频谱示意图。

解：

$$x_c(t) = x(t) \cdot \cos 2\pi f_c t = x(t) \cdot \frac{1}{2} [e^{-j2\pi f_c t} + e^{j2\pi f_c t}]$$

$$X_c(f) = F[x_c(t)] = \frac{1}{2} F[x(t)e^{-j2\pi f_c t}] + \frac{1}{2} F[x(t)e^{j2\pi f_c t}] = \frac{1}{2} [X(f + f_c) + X(f - f_c)]$$



**信号在时域乘以一个余弦波信号，即可实现信号频谱的搬移。**

## 2.2.2 非周期信号的频谱分析

---

### (4) 卷积特性

$$F[(x(t) * y(t))] = X(f)Y(f)$$

$$F[(x(t)y(t))] = X(f) * Y(f)$$



## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

---

### 1. 能量信号的帕塞瓦尔定理及能量谱

能量信号的帕塞瓦尔定理：

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

帕塞瓦尔定理将信号能量与信号的频谱函数联系起来。这样就有了时域和频域两种计算能量的方法，从而可以选择方便计算的方法来求得信号的能量。

## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

---

**[例 2-8]** 求信号  $x(t) = ABSa(\pi Bt)$  的能量。

解 对于此信号，用其时间函数求能量时，积分有一定的难度。 $x(t)$ 的频谱是个矩形谱，即

$$x(f) = F[x(t)] = \begin{cases} A, & |f| \leq B/2 \\ 0, & |f| > B/2 \end{cases}$$

因此，用频谱函数可方便地求得能量

$$E = \int_{-B/2}^{B/2} |X(f)|^2 df = A^2 B$$

## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

---

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

定义单位频率上的能量为能量谱密度： $G(f)$  J/Hz

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)df$$



**能量谱密度与信号频谱的关系**

$$G(f) = |X(f)|^2$$

能量谱密度表示能量随频率分布的情况。

## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

---

### 2. 功率信号的帕塞瓦尔定理及功率谱

对于周期信号而言，功率信号的帕塞瓦尔定理：

$$S = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_n|^2$$

一个周期信号的功率，可以通过时域信号 $x(t)$ 来求得，也可通过它的傅里叶级数展开式的系数 $V_n$ 来求得。

## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

---

- 一个周期信号的功率等于各个频率分量单独贡献出来的功率之和。
- 定义单位频率上的功率为功率谱密度： $P(f)$  W/Hz

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_n|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_n|^2 \delta(f - nf_0) df$$



$$P(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_n|^2 \delta(f - nf_0)$$

功率谱密度表示功率随频率分布的情况。

## 2.2.3 帕塞瓦尔定理及谱密度

**[例2-9]** 设余弦信号  $x(t) = A \cos 2\pi f_0 t$ ，求此信号功率谱密度及其功率。

解 余弦信号  $x(t)$  是周期功率信号，求傅里叶级数系数即可得功率谱密度函数。

由欧拉公式， $x(t)$  可表示为

$$x(t) = \frac{A}{2} (e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t})$$

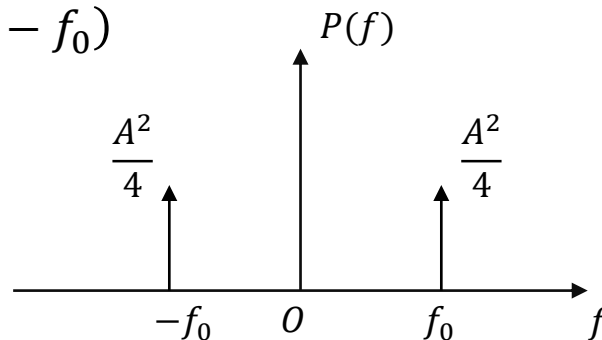
$$P(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |V_n|^2 \delta(f - nf_0)$$

故傅里叶级数系数为  $V_1 = V_{-1} = \frac{A}{2}$ ，其余系数为0。此余弦信号的功率谱密度为

$$P(f) = \frac{A^2}{4} \delta(f + f_0) + \frac{A^2}{4} \delta(f - f_0)$$

其功率为

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{A^2}{4} \delta(f + f_0) + \frac{A^2}{4} \delta(f - f_0) \right] df \\ &= \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4} = \frac{A^2}{2} \end{aligned}$$



## 2.2.4 波形的相关与卷积

---

### 1. 波形的相关

波形的相关用于描述波形之间的关联或相似程度。

能量信号的互相关定义为：

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t + \tau) dt$$

当  $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$  时,即为自相关函数：

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t + \tau) dt$$

## 2.2.4 波形的相关与卷积

【例 2-10】设  $x(t)$  是幅度为  $A$ 、宽度为  $\tau_0$  的矩形脉冲信号，如图 2-15 所示。求其自相关函数  $R(\tau)$ ，并画出其图形。

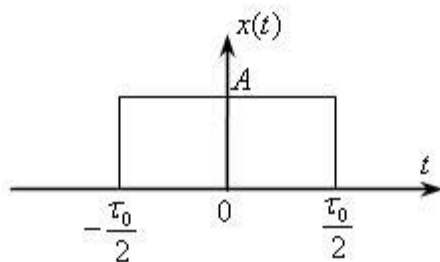


图 2-15

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt = \begin{cases} A^2\tau_0\left(1 - \frac{1}{\tau_0}|\tau|\right) & |\tau| \leq \tau_0 \\ 0 & |\tau| > \tau_0 \end{cases} \quad (\text{e})$$

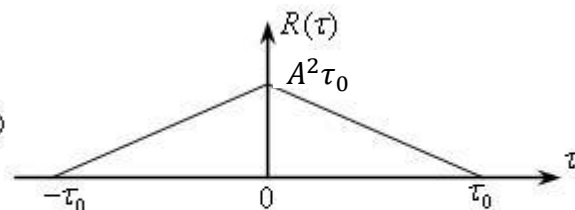
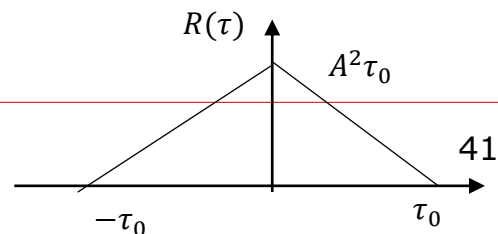
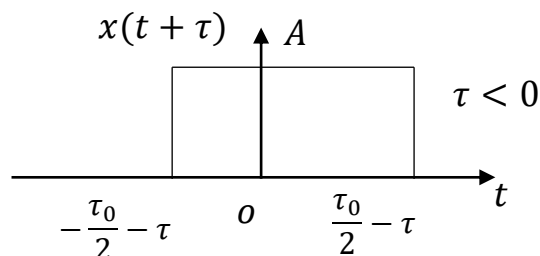
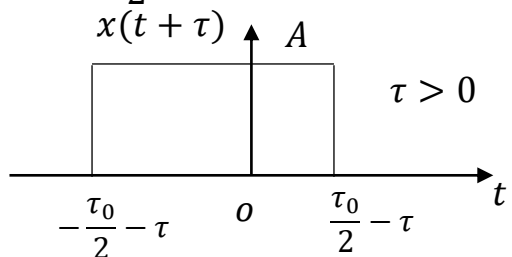
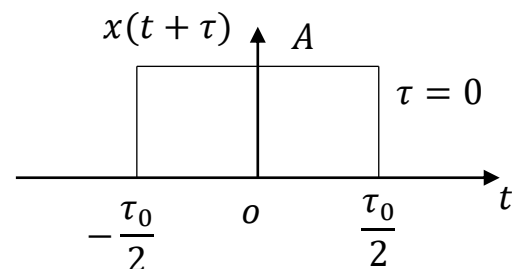
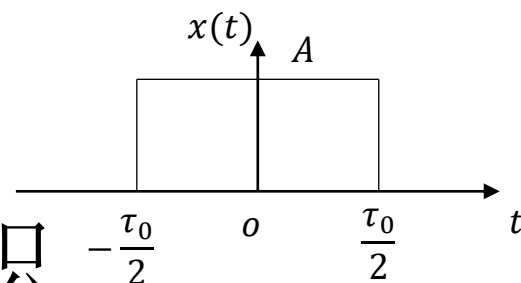
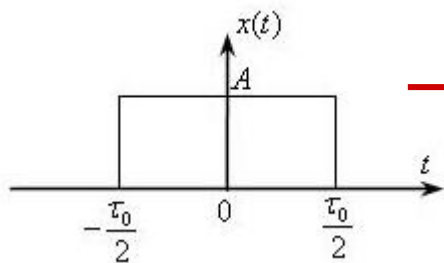
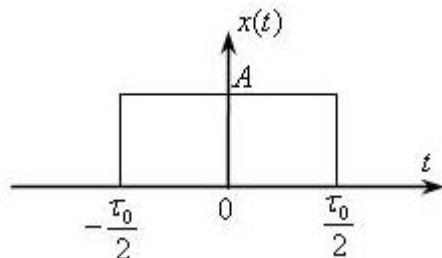


图 2-16



## 2.2.4 波形的相关与卷积

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt = \begin{cases} A^2\tau_0\left(1 - \frac{1}{\tau_0}|\tau|\right) & |\tau| \leq \tau_0 \\ 0 & |\tau| > \tau_0 \end{cases}$$



## 2.2.4 波形的相关与卷积

### 自相关函数的特性

- ① 能量信号： $R(0) = E$ ；功率信号： $R(0) = S$ 。
- ② 原点的值最大  $R(0) \geq R(\tau)$
- ③ 偶函数  $R(\tau) = R(-\tau)$
- ④  $R(\tau)$ 与能量谱密度是一对傅里叶变换,即:

$$R(\tau) \leftrightarrow G(f) \qquad G(f) = |X(f)|^2$$

此表达式即为维纳-辛钦定理。

**提供了求解信号能量谱的另一个途径，即先求得信号的自相关函数，然后再求其傅里叶变换即可得到能量谱。**

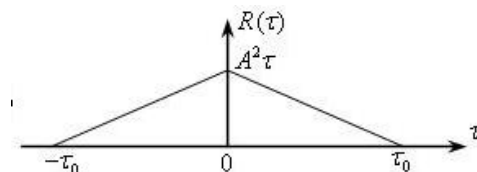


图 2-16

## 2.2.4 波形的相关与卷积

---

### 2. 波形的卷积

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\mu) x_2(t - \mu) d\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t - \mu) x_2(\mu) d\mu$$

几个常用的卷积式子：

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$$

$$X(f) * \delta(f) = X(f)$$

$$X(f) * \delta(f - f_0) = X(f - f_0)$$

$$F[(x(t) * y(t))] = X(f)Y(f)$$

$$F[(x(t)y(t))] = X(f) * Y(f)$$

## 2.2.5 信号带宽

---

- **信号带宽**：信号所占的频带宽度
- **基带信号**或**低通信号**—主要能量或功率集中在零频率附近；
- **频带信号**或**带通信号**—主要能量或功率集中在某一非零频率附近。
- 大量的传输信号是频带信号，比如长途与无线通信中的传输信号。

$B$

## 2.2.5 信号带宽

---

### 1. 百分比带宽:

以集中一定百分比的能量（功率）来定义带宽:

能量信号 
$$\frac{2\int_0^B G(f)df}{E} = \gamma$$

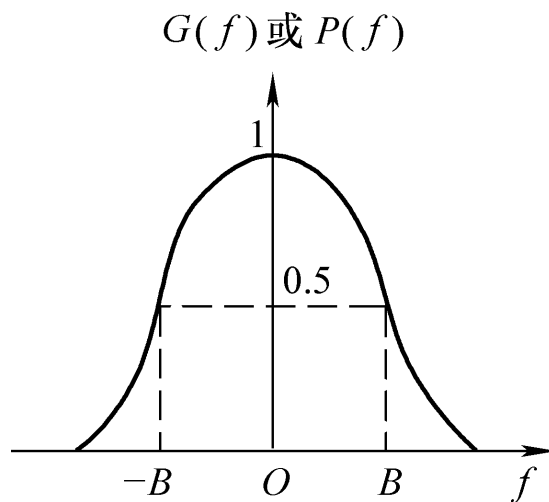
功率信号 
$$\frac{2\int_0^B P(f)df}{S} = \gamma$$

给定比例  $\gamma$ （如90%、95%、99%）即可求出带宽  $B$  。

## 2.2.5 信号带宽

### 2. 3dB带宽

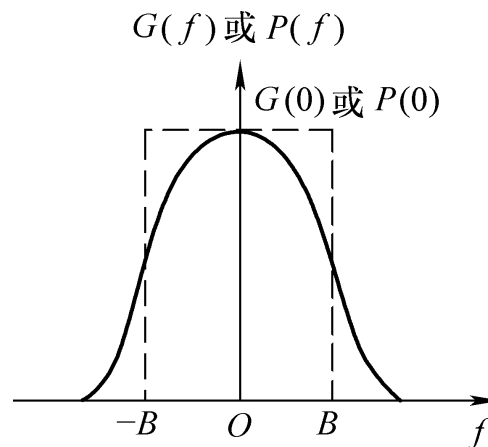
带宽**B**定义为正频率轴上 $G(f)$ 或 $P(f)$ 下降到**3dB**（半功率点）处的相应频率间隔，习惯上称为“**3dB带宽**”。



## 2.2.5 信号带宽

### 3. 等效矩形带宽

当矩形面积与能量谱或功率谱曲线下的面积相等时，矩形正频率方向的宽度**B**即为等效矩形带宽。



$$2BG(0) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)df \Rightarrow B = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f)df}{2G(0)} = \frac{\int_0^{\infty} G(f)df}{G(0)}$$

$$2BP(0) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)df \Rightarrow B = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P(f)df}{2P(0)} = \frac{\int_0^{\infty} P(f)df}{P(0)}$$

## 2.2.5 信号带宽

### 4. 第一个零点带宽

用能量谱或功率谱主瓣的第一个零点频率(正)定义带宽.

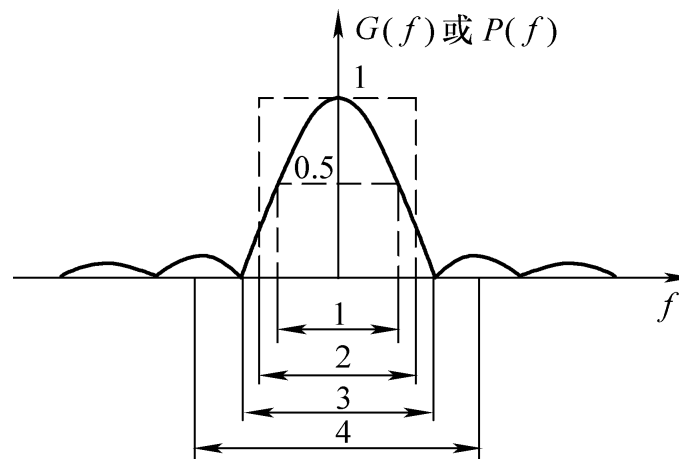
注意:对于同一信号,不同定义下的带宽可能有所不同.

(1) 3dB带宽

(2) 等效矩形带宽

(3) 第一个零点带宽

(4) 百分比带宽





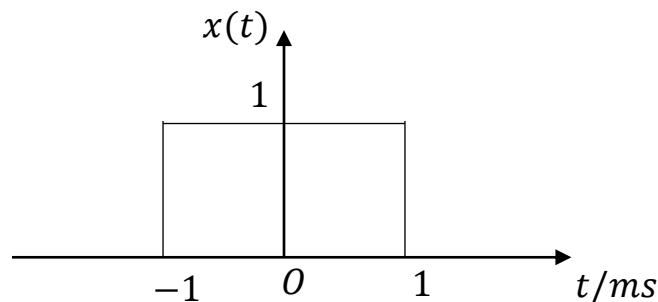
## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

3. 已知 $x(t)$ 为图2-45所示宽度为2ms的矩形脉冲。

(1) 写出 $x(t)$ 的频谱函数 $X(f)$ 。

(2) 画出它的频谱图。



## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

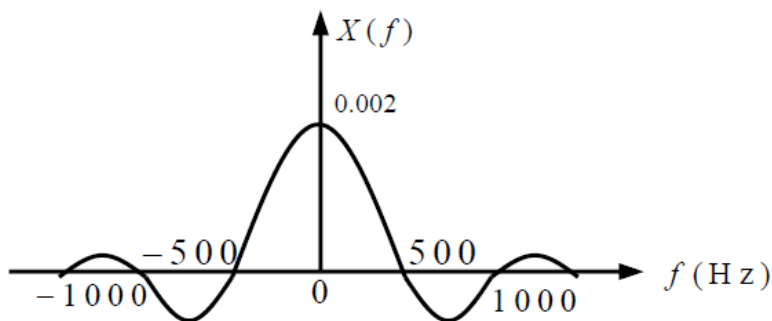
3. 解:

(1) 利用矩形脉冲频谱函数的表达式, 并将脉冲宽度  $\tau = 0.002(\text{s})$  和脉冲幅度  $A = 1(\text{V})$  代入即可得到结果为

$$X(f) = A\tau \text{Sa}(\pi f \tau) = 0.002 \text{Sa}(0.002\pi f)$$

注意: 应将时间单位换算成秒, 这样频率的单位就为赫兹。

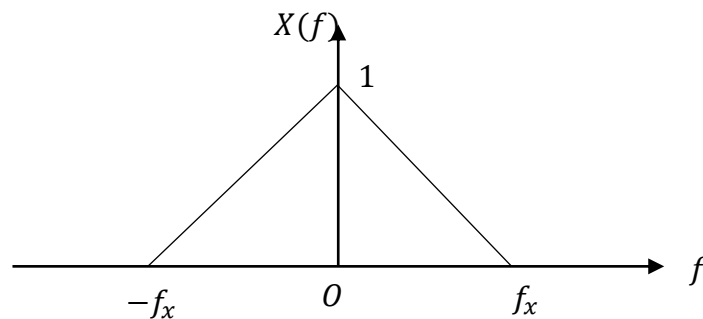
(2) 频谱函数如图 2-2 所示。



## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

4. 已知 $x(t)$ 的频谱如图2-46所示, 设 $f_0 = 5f_x$ , 画出 $x(t)\cos 2\pi f_0 t$ 的频谱图。



## 2.2.1 周期信号的频谱分析

### 随堂作业:

4. 解:

由  $F[x(t) \cos 2\pi f_0 t] = \frac{1}{2} X(f + f_0) + \frac{1}{2} X(f - f_0)$ , 得频谱图如下图 2-3 所示。

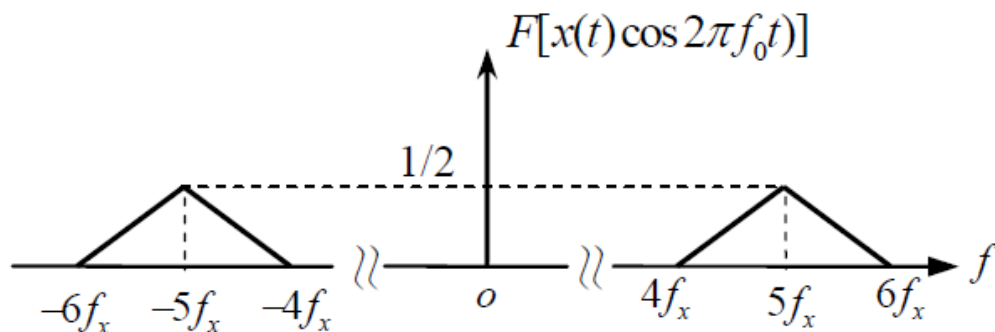


图 2-3

# 第2章 预备知识

---

**2.1** 信号与系统的分类

**2.2** 确知信号分析

**2.3** 随机信号分析

**2.4** 通信系统中的噪声

**2.5** 匹配滤波器

**2.6** 信道

## 2.3 随机信号分析

---

### 2.3.1 随机变量

**1.** 随机变量：取值随机的变量称为随机变量。

离散随机变量：取值离散可数

连续随机变量：取值充满某一有限或无限区间。

### 2. 概率及概率密度函数

**概率：**表示离散随机变量取某个值可能性的大小。

**概率密度函数：**表示连续随机变量取某值可能性的大小。

## 2.3.1 随机变量

概率密度函数 (pdf):

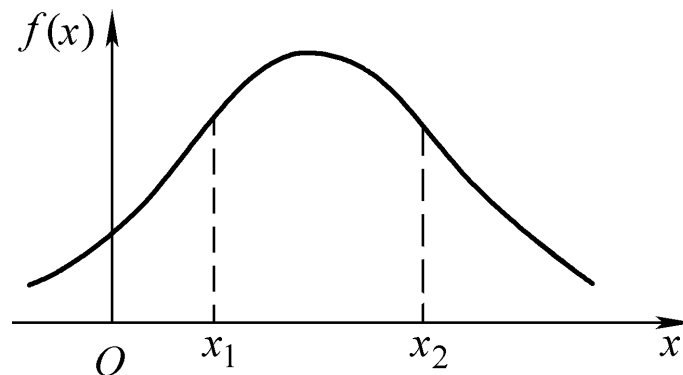
$$P(X \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx$$

性质:

$$(1) \quad f(x) \geq 0$$

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$(3) \quad \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_2} f(x) dx - \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = P(x_1 < X \leq x_2)$$



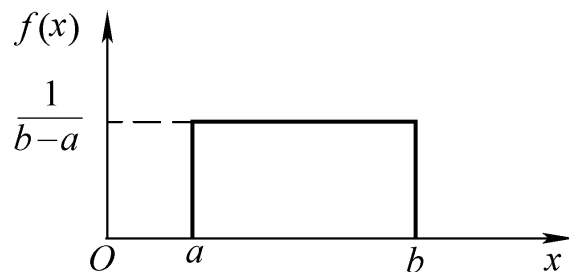
## 2.3.1 随机变量

### 3. 几个常用的概率密度函数

#### (1) 均匀分布

随机变量  $X$  在区间  $(a, b)$  均匀分布, 其概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$



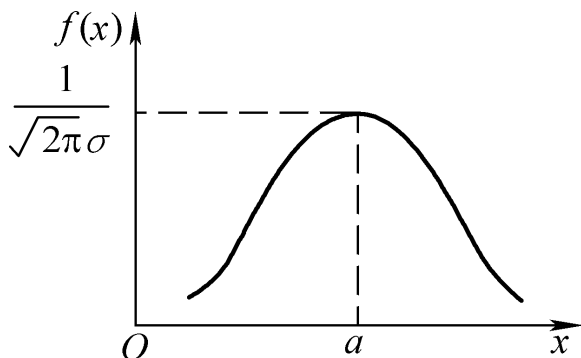


## 2.3.1 随机变量

### (2) 高斯分布(Gaussian)

高斯分布又称为正态分布,其概率密度函数为

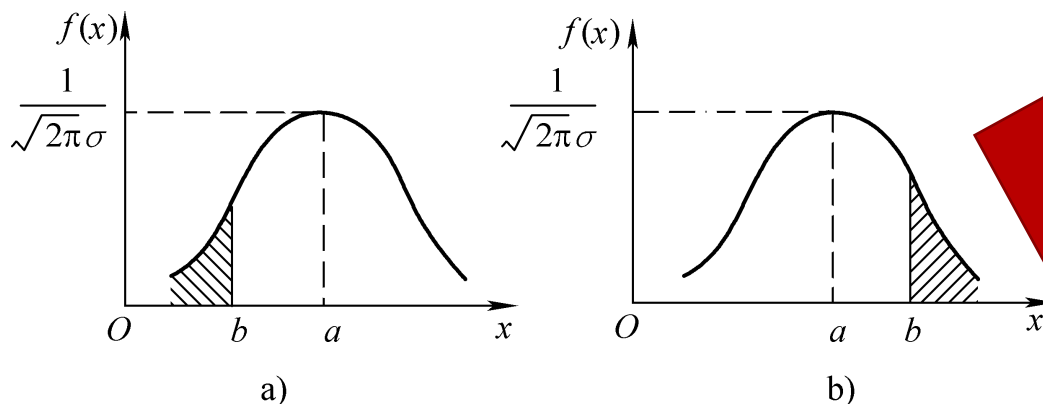
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$$



此表达式由 $a$ 和 $\sigma$ 两个参数决定。其中 $a$ 称为均值； $\sigma$ 称为标准偏差，其平方 $\sigma^2$ 称为方差。均值为 $a$ 、方差为 $\sigma^2$ 的高斯分布通常记为 $N(a, \sigma^2)$

## 2.3.1 随机变量

研究高斯噪声对通信系统的影响时，常关注两个特殊概率：



$$P(X < b) = \int_{-\infty}^b f(x)dx = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{a-b}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

误差补函数

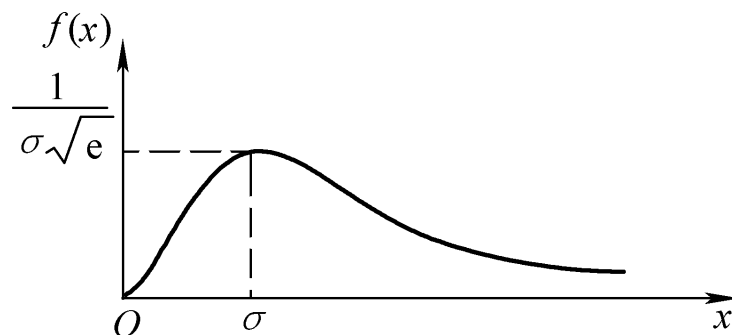
$$P(X > b) = \int_b^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

## 2.3.1 随机变量

### (3) 瑞利分布

窄带高斯噪声包络的瞬时值服从瑞利分布,其概率密度函数如下,  $\sigma^2$  为窄带高斯噪声的方差

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) & x \geq 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$



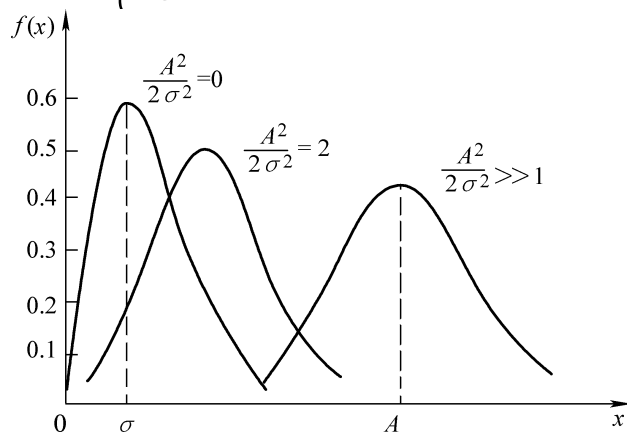
## 2.3.1 随机变量

### (4) 莱斯分布

窄带高斯噪声+正弦波合成信号包络的瞬时值服从莱斯分布,其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(A^2 + x^2)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{Ax}{\sigma^2}\right) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

式中,  $I_0(x)$  为零阶贝塞尔函数;  $A$  为余弦 (或正弦) 信号的振幅。



当  $A = 0$  ,退化为瑞利分布

当  $A$  相对于噪声较大时,则近似为正态分布

## 2.3.1 随机变量

---

### 4. 随机变量的数字特征

#### (1) 数学期望

随机变量 $X$ 的数学期望即统计平均值，也称为随机变量 $X$ 的均值。

□ 离散随机变量 $X$ ，若 $X$ 取值 $x_i$ 的概率为 $P(x_i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ )，则其数学期望定义为

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i)$$

即对随机变量各个取值的加权求和，而权值就是各个值出现的概率。

## 2.3.1 随机变量

---

### 4. 随机变量的数字特征

#### (1) 数学期望

- 对于连续随机变量 $X$ ，如果其概率密度函数为 $f(x)$ ，则其数学期望定义为

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

- 连续随机变量 $X$ 的函数 $Y = g(X)$ 的数学期望为

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$$

## 2.3.1 随机变量

【例2-11】①测量某随机电压 $X$ ，测得3.0V的概率为 $2/5$ ，测得3.2V的概率为 $2/5$ ，测得3.1V的概率为 $1/5$ ，求该随机电压的数学期望。

②连续随机变量 $X$ 在 $(a, b)$ 内均匀分布，求该随机变量的数学期望。

③已知随机相位 $\theta$ 在 $(-\pi, \pi)$ 内均匀分布，求随机变量 $Y = \cos\theta$ 的数学期望。

解 (1) 由式(2-58)得

$$E(X) = \sum_{i=1}^3 x_i P(x_i) = \left( 3.0 \times \frac{2}{5} + 3.2 \times \frac{2}{5} + 3.1 \times \frac{1}{5} \right) V = 3.1V$$

(2) 由式(2-59)得

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \frac{b+a}{2}$$

(3) 由式(2-60)得

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos\theta f(\theta) d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} \cos\theta \frac{1}{2\pi} d\theta = 0$$

## 2.3.1 随机变量

---

数字期望的特点 ( $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{Y}$ 为随机变量) :

(1)  $E(C) = C$

(2)  $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

(3)  $E(XY) = E(X)E(Y)$       两个随机变量相互独立

(4)  $E(X + C) = E(X) + C$

(5)  $E(CX) = CE(X)$



## 2.3.1 随机变量

---

### (2) 方差

随机变量的方差是随机变量 $X$ 与它的数学期望 $a_X$ 之差的平方的数学期望，

$$D(X) = E[(X - a_x)^2]$$

方差表示随机变量 $X$ 的取值相对于其数学期望 $a_X$ 的集中程度，一般用符号 $\sigma_X^2$ 表示。 $\sigma_X^2$ 越小，表示随机变量的取值越集中。

**方差特性：**

**(1)**  $D(C) = 0$

**(2)**  $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$  ,两随机变量独立

**(3)**  $D(X + C) = D(X)$

**(4)**  $D(CX) = C^2 D(X)$

**(5)**  $D(X) = E(X^2) - E^2(X)$

## 2.3.1 随机变量

---

### (3) 协方差与相关矩

协方差定义为:  $C(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

其中 $E(XY)$ 称为 $X$ 和 $Y$ 的相关矩.

注意:

**(1)**  $C(X, Y) = 0$ , 称两个随机变量不相关

**(2)**  $E(XY) = 0$ , 称两个随机变量正交

**(3)**  $f(x, y) = f(x)f(y)$ , 称两个随机变量独立

如果随机变量 $X$ 和 $Y$ 是相互独立的, 那么它们一定是不相关的。但需要注意, 两个不相关的随机变量未必是相互独立的。

当 $E(X)E(Y) = 0$ 时, 正交和不相关是等价的。

## 2.3.1 随机变量

【例 2-12】 设  $X$  是  $N(3,4)$ ,  $Y$  是  $N(-1,2)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立, 求随机变量  $Z=X-Y$  与  $W=2X+3Y$  的协方差。

解 由题意,  $E(X)=3, D(X)=4, E(Y)=-1, D(Y)=2$ 。则有

$$E(Z) = E(X) - E(Y) = 3 + 1 = 4$$

$$E(W) = 2E(X) + 3E(Y) = 6 - 3 = 3$$

$$E(X^2) = D(X) + E^2(X) = 4 + 9 = 13$$

$$E(Y^2) = D(Y) + E^2(Y) = 2 + 1 = 3$$

又由于  $X$  与  $Y$  相互独立, 故有

$$E(XY) = E(X)E(Y) = -3$$

由式 (2-63) 求得  $Z$  与  $W$  之间的协方差为

$$\begin{aligned} C(Z, W) &= E(ZW) - E(Z)E(W) \\ &= E(2X^2 - 3Y^2 + XY) - E(Z)E(W) \\ &= 2 \times 13 - 3 \times 3 - 3 - 4 \times 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

## 2.3.2 随机过程

---

### 1. 随机过程的概念

定义：包含随机变量的时间的函数。

例如： $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ ，其中  $\theta$  为随机变量，其余为常数。

当  $\theta$  取值一定时， $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  称为样本函数。

当  $t$  取值一定时， $X(t_1) = A \cos(2\pi f_0 t_1 + \theta)$  为随机变量。

因此：

**(1)** 随机过程也定义为全体样本函数的集合。

**(2)** 随机过程也定义为依赖于时间的随机变量的集合。

## 2.3.2 随机过程

---

### 2. 随机过程的数字特征

随机过程的均值： $E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x; t) dx = a(t)$

随机过程的方差： $D[X(t)] = E\{[X(t) - a(t)]^2\} = \sigma^2(t)$

通常：随机过程均值是时间的函数；  
方差也是时间的函数。

## 2.3.2 随机过程

**[例2-13]**求随机过程 $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ 的均值，其中 $A$ ， $f_0$ 为常数，随机相位 $\theta$ 在 $[0, 2\pi]$ 内均匀分布。

解 由题意可得 $\theta$ 的概率密度函数为

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

由式（2-64）可求得 $X(t)$ 的均值为

$$\begin{aligned} a_x(t) = E[X(t)] &= \int_0^{2\pi} A \cos(2\pi f_0 t + \theta) \frac{1}{2\pi} d\theta \\ &= \frac{A}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t + \theta) \Big|_0^{2\pi} = 0 \end{aligned}$$

可见，在这种情况下，随机过程的均值与时间 $t$ 无关。

## 2.3.2 随机过程

---

**随机过程的自相关函数**（不同时刻取值的关联程度）：

随机过程 $X(t)$ 的自相关函数定义为任意两个时刻 $t$ 和 $t + \tau$ 所对应的随机变量的相关矩，即

$$R_X(t, t + \tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$$

**通常：**随机过程的自相关函数是时间 $t$  和时间间隔 $\tau$  的函数。

## 2.3.2 随机过程

**[例2-14]**求随机过程  $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  的自相关函数，其中  $A, f_0$  为常数，随机相位  $\theta$  在  $[0, 2\pi]$  内均匀分布。

解：

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$\begin{aligned} R_X(t, t + \tau) &= E[A \cos(2\pi f_0 t + \theta) A \cos(2\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + \theta)] \\ &= A^2 E \left[ \frac{1}{2} \cos 2\pi f_0 \tau + \frac{1}{2} \cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta) \right] \\ &= \frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau + \frac{A^2}{2} \int_0^{2\pi} \cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta) \frac{1}{2\pi} d\theta \\ &= \frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau + \frac{A^2}{4\pi} \sin(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta) \Big|_0^{2\pi} \\ &= \frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau \end{aligned}$$



## 2.3.3 平稳随机过程

---

### 1. 广义平稳随机过程的定义

(1) 均值为常数，即  $a_x(t) = E[X(t)]$  与时间  $t$  无关

(2) 自相关函数  $R_x(t, t + \tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$  与时间  $t$  无关

可见：**[例2-13]**和**[例2-14]**所示随机过程是平稳随机过程。

**广义平稳随机过程是一类十分重要的随机过程**，通信系统中遇到的随机过程绝大多数是广义平稳随机过程。以后提到平稳随机过程时，如不特殊说明，都指广义平稳随机过程，且均值用  $a_x$  表示，自相关函数  $R_x(\tau)$  用表示。

## 2.3.3 平稳随机过程

**[例2-15]** 考察随机过程  $Y(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  的平稳性。其中  $f_0$ 、 $A$  是常数，相位  $\theta$  是在区间  $(0, \pi)$  上均匀分布的随机变量。

解 根据题意， $\theta$  的概率密度函数为

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & 0 \leq \theta \leq \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

故随机过程  $Y(t)$  的均值为

$$\begin{aligned} a_Y(t) &= E[A \cos(2\pi f_0 t + \theta)] \\ &= A \int_0^\pi \cos(2\pi f_0 t + \theta) \frac{1}{\pi} d\theta \\ &= \frac{A}{\pi} \sin(2\pi f_0 t + \theta) \Big|_0^\pi \\ &= -\frac{2A}{\pi} \sin(2\pi f_0 t) \end{aligned}$$

## 2.3.3 平稳随机过程

### 2. 平稳随机过程自相关函数的性质

平稳随机过程 $X(t)$ 的自相关函数 $R_X(\tau)$ 与时间 $t$ 无关,

$$R_X(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$$

$R_X(\tau)$ 描述了平稳随机过程 $X(t)$ 在相隔为 $\tau$ 的两个瞬间的相关程度。

**(1)**偶函数, 即  $R(\tau) = R(-\tau)$

**(2)**  $R(0) = E[X^2(t)] = S = a_X^2 + \sigma_X^2$ , 为随机过程的功率。

**(3)**随机过程自相关函数与功率谱密度之间是一对傅里叶变换,

即:

$$\begin{cases} P_X(f) = F[R_X(\tau)] \\ R_X(\tau) = F^{-1}[P_X(f)] \end{cases}$$

---维纳-辛钦定理

## 2.3.3 平稳随机过程

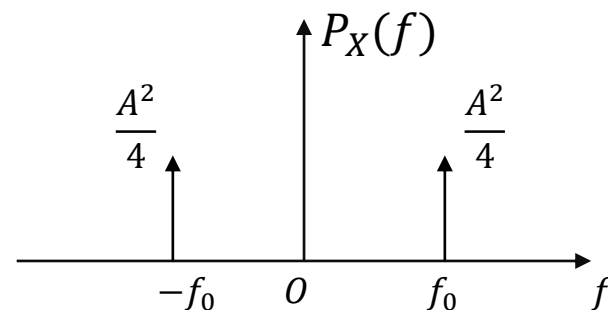
**[例2-16]**求随机过程  $X(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  的功率谱密度及功率，其中  $A, f_0$  为常数，随机相位  $\theta$  在  $[0, 2\pi]$  内均匀分布。

解：由**[例2-14]**得自相关函数为  $R_X(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau$

由维纳-辛钦定理得

$$\begin{aligned} P_X(f) &= F[R(\tau)] = F\left[\frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau\right] \\ &= \frac{A^2}{4} \delta(f - f_0) + \frac{A^2}{4} \delta(f + f_0) \end{aligned}$$

故功率为  $S = R_X(0) = \frac{A^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau \Big|_{\tau=0} = \frac{A^2}{2}$



## 2.3.3 平稳随机过程

**例2-17** 有随机过程  $X_c(t) = AX(t)\cos(2\pi f_c t + \theta)$ ，其中  $X(t)$  是一个零均值的平稳随机过程，其自相关函数为  $R_X(\tau)$ ，**psd**为  $P_X(f)$ 。A、 $f_c$  是常数，相位  $\theta$  是在区间  $(-\pi, \pi)$  上均匀分布的随机变量，且  $X(t)$  与  $\theta$  相互统计独立。  
求  $X_c(t)$  的功率谱密度函数。

解 先求  $X_c(t)$  的自相关函数，再对其求傅里叶变换即可得到功率谱密度函数。  
应用式 (2-66) 的自相关函数定义，得  $X_c(t)$  的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{X_c}(\tau) &= E[X_c(t)X_c(t+\tau)] \\ &= E[AX(t)\cos(2\pi f_c t + \theta)AX(t+\tau)\cos(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + \theta)] \\ &= \frac{A^2}{2} E[X(t)X(t+\tau)] E[\cos 2\pi f_c \tau + \cos(4\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + 2\theta)] \quad (X(t) \text{ 与 } \theta \text{ 独立}) \\ &= \frac{A^2}{2} R_X(\tau) \cos 2\pi f_c \tau \end{aligned}$$

## 2.3.3 平稳随机过程

---

其中  $R_X(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)]$

$$E[\cos(4\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + 2\theta)] = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(4\pi f_c t + 2\pi f_c \tau + 2\theta) \frac{1}{2\pi} d\theta = 0$$

对自相关函数  $R_{X_c}(\tau) = \frac{A^2}{2} R_X(\tau) \cos 2\pi f_c \tau$  做傅里叶变换，并应用式（2-24）给出的调制特性，得到  $X_c(t)$  的功率谱密度函数  $P_{X_c}(f)$  为

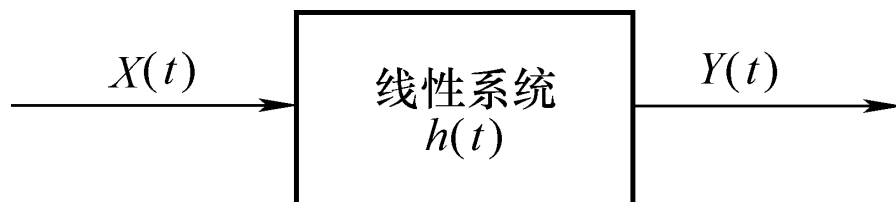
$$\begin{aligned} P_{X_c}(f) &= F[R_{X_c}(\tau)] \\ &= \frac{A^2}{2} F[R_X(\tau) \cos 2\pi f_c \tau] \\ &= \frac{A^2}{4} [P_X(f - f_c) + P_X(f + f_c)] \end{aligned}$$

式中， $P_X(f) = F[R_X(\tau)]$ 。

## 2.3.3 平稳随机过程

---

### 3. 平稳随机过程通过线性系统



线性系统传输特性:  $H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$

$$Y(t) = \int_0^{\infty} h(\mu) X(t - \mu) d\mu = \int_{-\infty}^t X(\mu) h(t - \mu) d\mu$$

## 2.3.3 平稳随机过程

关于输出随机过程，有如下结论：

**数学期望：**  $E[Y(t)] = a_X H(0)$

**输入随机过程平稳，输出随机过程也是平稳的。**

**自相关函数：**  $R_Y(t, t + \tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(\mu)h(\nu)R_X(\tau + \mu - \nu)d\mu d\nu = R_Y(\tau)$

**功率谱密度：**  $P_Y(f) = H^*(f)H(f)P_X(f) = |H(f)|^2 P_X(f)$

**概率分布：** 如果线性系统的输入过程是高斯型的，则系统的输出过程也是高斯型的。

$Y(t)$



## 2.3.3 平稳随机过程

【例2-18】设功率谱密度为 $P_X(f)$ 的平稳随机过程 $X(t)$ 输入到如图2-28所示的线性系统，输出随机过程为 $Y(t)$ 。求输出随机过程 $Y(t)$ 的功率谱密度 $P_Y(f)$ 。



图 2-28

## 2.3.3 平稳随机过程

解 方法1：先求出系统的传输特性 $H(f)$ ，在应用式（2-74）求得 $P_Y(f)$ 。  
由图2-28可得

$$Y(t) = X(t) + X(t - 2T_s)$$

两边求傅里叶变换得

$$Y(f) = X(f) + X(f)e^{-j2\pi f 2T_s}$$

因此系统传输特性为

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = 1 + e^{-j2\pi f 2T_s}$$

根据式（2-74）可得输出随机过程 $Y(t)$ 的功率谱密度为

$$\begin{aligned} P_Y(f) &= |1 + e^{-j2\pi f 2T_s}|^2 P_X(f) \\ &= |(1 + \cos 4\pi f t_s) - j \sin 4\pi f t_s|^2 P_X(f) \\ &= [(1 + \cos 4\pi f t_s)^2 + (\sin 4\pi f t_s)^2] P_X(f) \\ &= 2(1 + \cos 4\pi f t_s) P_X(f) \end{aligned}$$

## 2.3.3 平稳随机过程

方法2：先求输出随机过程 $Y(t)$ 的自相关函数，再对其做傅里叶变换求得 $P_Y(f)$ 。

由图2-28可得

$$Y(t) = X(t) + X(t - 2T_s)$$

故 $Y(t)$ 的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_Y(\tau) &= E[Y(t)Y(t + \tau)] \\ &= E[(X(t)X(t - 2T_s))(X(t + \tau)X(t + \tau - 2T_s))] \\ &= E[X(t)X(t + \tau) + X(t - 2T_s)X(t + \tau) + X(t)X(t + \tau - 2T_s) + X(t - 2T_s)X(t + \tau - 2T_s)] \\ &= R_X(\tau) + R_X(\tau - 2T_s) + R_X(\tau + 2T_s) + R_X(\tau) \end{aligned}$$

其中， $R_X(\tau)$ 是输入平稳随机过程 $X(t)$ 的自相关函数。

对 $R_Y(\tau)$ 求傅里叶变换得输出随机过程 $Y(t)$ 的功率谱密度 $P_Y(f)$ 为

$$\begin{aligned} P_Y(f) &= F[R_X(\tau) + R_X(\tau - 2T_s) + R_X(\tau + 2T_s) + R_X(\tau)] \\ &= P_X(f) + P_X(f)e^{-2\pi f 2T_s} + P_X(f)e^{+2\pi f 2T_s} + P_X(f) \\ &= (2 + 2\cos 4\pi f t_s)P_X(f) \end{aligned}$$

其中， $P_X(f) = F[R_X(\tau)]$ ，并且应用了式（2-20）所示的时移特性。

## 2.4 通信系统中的噪声

---

- 所谓噪声是指通信系统中干扰信号的传输与处理的那些不需要的电波形，它是典型的随机过程。
- 在通信过程中不可避免地存在着噪声，它对通信质量的好坏，甚至能否进行正常的通信有着极大的影响。
- 它的来源很广，种类很多。

## 2.4.1 噪声和分类

---

### 1. 人为噪声与自然噪声

- **人为噪声:**人为噪声是指各种电气设备、汽车的火花塞所产生的火花放电、高压输电线路的电晕放电以及邻近电台信号的干扰等
- **自然噪声:**自然噪声包括大气产生的噪声、天体辐射的电磁波所形成的宇宙噪声以及通信设备内部电路产生的热噪声和散弹噪声等。

## 2.4.1 噪声分类

---

### 2. 高斯分布噪声和非高斯分布噪声

- **高斯分布噪声**: 瞬时值服从高斯分布的噪声称为高斯噪声。
- **非高斯分布噪声**: 噪声的瞬时值不服从高斯分布的噪声。

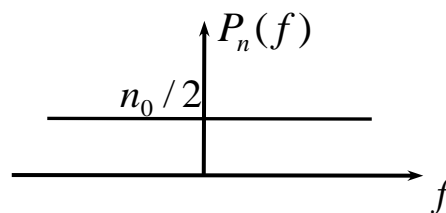
## 2.4.1 噪声分类

### 3. 白噪声和有色噪声

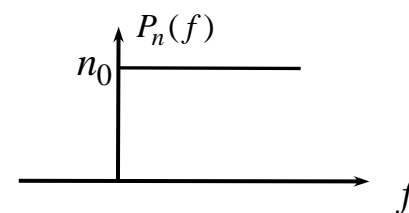
□ **有色噪声**: 噪声的功率谱密度不为常数。

□ **白噪声**: 噪声的功率谱密度为常数，即

$$\begin{cases} P_X(f) = \frac{n_0}{2}, \text{双边功率谱} \\ P_X(f) = n_0, \text{单边功率谱} \end{cases}$$



(a) 双边功率谱表示



(b) 单边功率谱表示

## 2.4.1 噪声分类

---

### 4. 加性噪声和乘性噪声

- **加性噪声**: 如果噪声与信号是相加关系, 则此噪声称为加性噪声。  $s(t)+n(t)$
- **乘性噪声**: 如果噪声与信号是相乘关系, 则此噪声称为乘性噪声。  $k(t)s(t)$



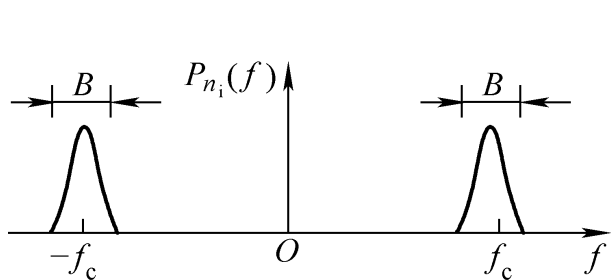
## 2.4.1 噪声分类

---

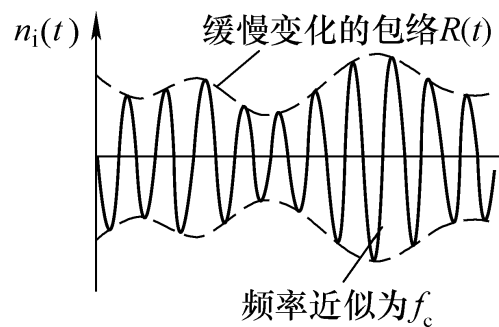
- 电路内部电子运动产生的热噪声和散弹噪声以及宇宙噪声就是对通信系统有较大的持续影响的噪声，有时统称这些噪声为起伏噪声。
- 实践证明，起伏噪声是一种加性噪声，且均值为**0**，瞬时值服从高斯分布，功率谱密度在很大频率范围内为常数，即零均值加性高斯白噪声（**AWGN**）。

## 2.4.2 窄带高斯噪声

- 高斯白噪声通过窄带滤波器后的噪声称为窄带高斯噪声。
- 窄带高斯噪声的功率谱及波形样本如下图所示：



a)



b)

## 2.4.2 窄带高斯噪声

---

### □ 窄带高斯噪声的表达式

#### (1) 包络相位型表达式

$$n_i(t) = R(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

#### (2) 正交表达式

$$n_i(t) = R(t) \cos \phi(t) \cos 2\pi f_c t - R(t) \sin \phi(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$= n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

其中：称  $n_c(t) = R(t) \cos \phi(t)$  为同相分量

称  $n_s(t) = R(t) \sin \phi(t)$  为正交分量

## 2.4.2 窄带高斯噪声

---

□ 包络、相位、同相分量和正交分量都是低通型随机过程，它们的分布特性如下：

(1) 同相和正交分量均服从高斯分布，且有

$$E[n_c(t)] = E[n_s(t)] = E[n_i(t)] = 0$$

$$D[n_c(t)] = D[n_s(t)] = D[n_i(t)] = \sigma_n^2$$

(2) 包络服从瑞利分布，即： $f(r) = \frac{r}{\sigma_n^2} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}\right]$ ， $r \geq 0$

(3) 相位服从均匀分布，即： $f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$ ， $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

## 2.4.2 窄带高斯噪声

---

(4) 窄带高斯噪声+正弦（余弦）波，即

$$r(t) = A \cos 2\pi f_c t + n_i(t)$$

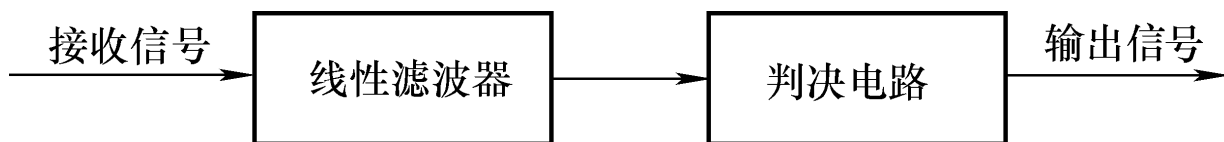
合成包络为  $Z(t) = \sqrt{[A + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$

其瞬时值服从莱斯分布，即

$$f(z) = \frac{z}{\sigma_n^2} I_0 \left( \frac{Az}{\sigma_n^2} \right) \exp \left( -\frac{(z^2 + A^2)}{2\sigma_n^2} \right), \quad z \geq 0$$

## 2.5 匹配滤波器

□ 数字接收设备由两部分组成

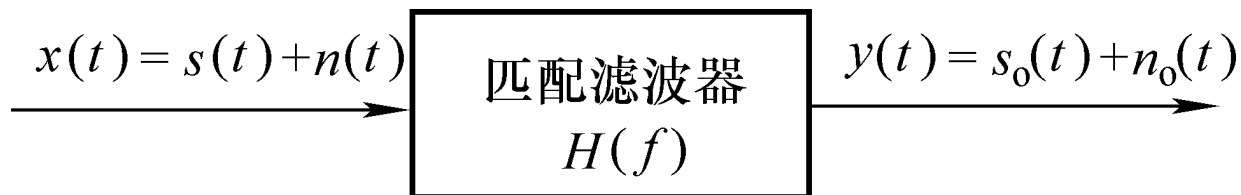


□ 线性滤波器作用是减小噪声的影响。

□ 判决电路的作用是对接收信号进行判决，恢复发送信息。

□ 白噪声条件下，当线性滤波器在某时刻输出最大信噪比时，此时判决，错误概率最小。能够输出最大瞬时信噪比的线性滤波器称为匹配滤波器。

## 2.5.1 匹配滤波器的传输特性



匹配滤波器示意图

接收信号:  $x(t) = s(t) + n(t)$

输出信号:  $y(t) = s_o(t) + n_o(t)$      $s_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_o(f) e^{j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) H(f) e^{j2\pi ft} df$

噪声功率:  $N_o = \int_{-\infty}^{\infty} P_{n_o}(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} P_n(f) |H(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_0}{2} |H(f)|^2 df$

取样判决时刻  $t_0$  上线性滤波器输出信号瞬时功率与噪声平

均功率比:  $\gamma_o = \frac{|s_o(t_0)|^2}{N_o} = \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} S(f) H(f) e^{j2\pi ft_0} df|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_0}{2} |H(f)|^2 df}$

## 2.5.1 匹配滤波器传输特性

输出信噪比与滤波器有关，选择传输特性以得到最大  $\gamma_o$ 。

施瓦兹不等式  $|\int_{-\infty}^{\infty} P(f)Q(f)df|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |P(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |Q(f)|^2 df$

当  $P(f) = KQ^*(f)$  时，等式成立，即取得最大值

令  $P(f) = H(f)$ ， $Q(f) = S(f)e^{j2\pi ft_0}$ ，有  $\gamma_o \leq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df}{\frac{n_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} = \frac{2E}{n_0}$

**复共轭**

当  $H(f) = KS^*(f)e^{-j2\pi ft_0}$  时，有最大输出信噪比  $\gamma_{o\max} = 2E/n_0$

这就是在最大信噪比意义下的最佳线性滤波器的传输特性。



## 2.5.2 匹配滤波器的冲激响应

---

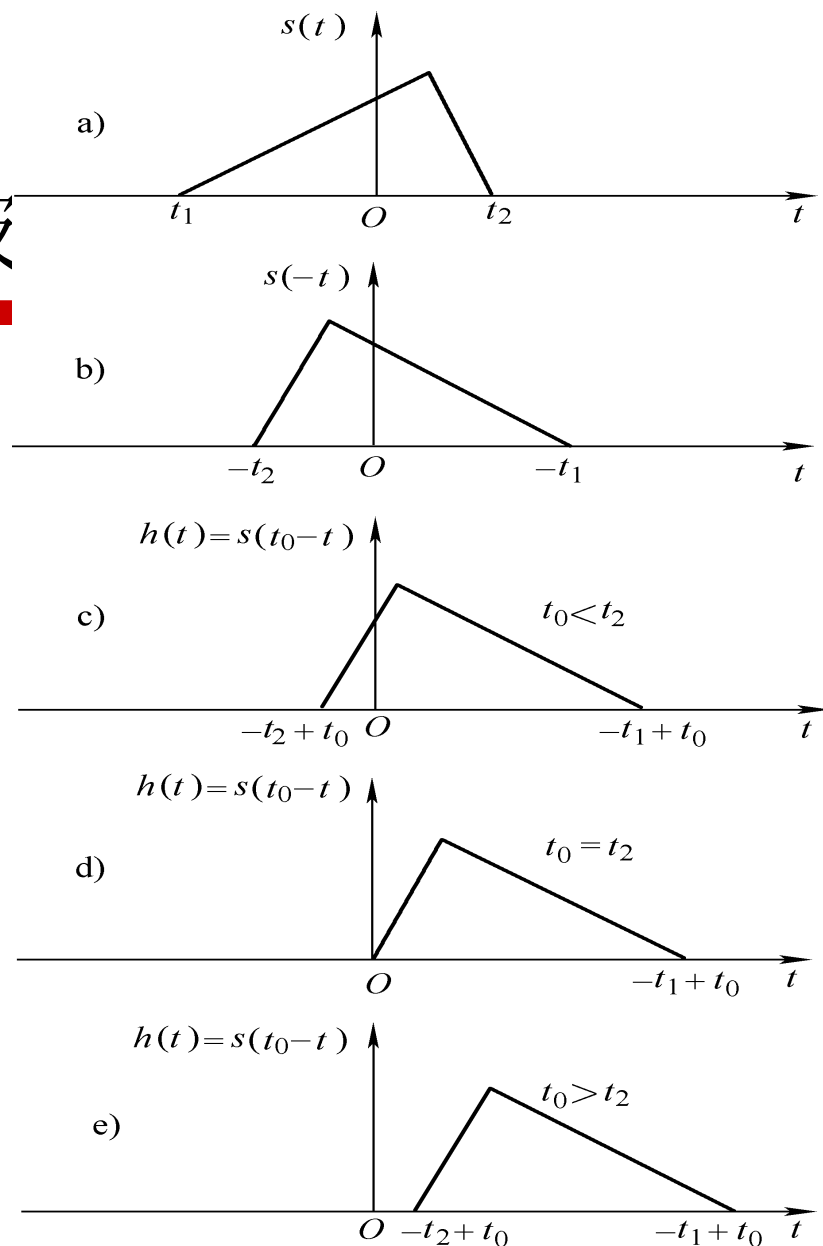
### □ 冲激响应表达式

$$\begin{aligned}h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df = K \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f) e^{-j2\pi ft_0} e^{j2\pi ft} df \\&= K \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f(t_0 - t)} df \\&= K s(t_0 - t)\end{aligned}$$

□  $h(t)$ 是输入信号  $s(t)$ 的镜像  $s(-t)$ 在时间上右平移  $t_0$

## 2.5.2 匹配滤波

参数 $t_0$ 的取值既要保证滤波器为物理可实现，又要尽可能小，这样能尽快判决出信息。满足这两个条件时， $t_0$ 取接收信号码元的结束时刻。  
 $t_0 = t_2$



## 2.5.3 匹配滤波器的输出

---

$$\begin{aligned} s_o(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ &= K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)s[t_0 - (t-\tau)]d\tau \\ &= K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)s[\tau + (t_0 - t)]d\tau \\ &= KR_s(t_0 - t) = KR_s(t - t_0) \end{aligned}$$

说明匹配滤波器的输出信号在形式上与输入信号的时间自相关函数相同，仅差一个常数因子 $K$ ，以及在时间上延迟 $t_0$ 。从这个意义上来说，匹配滤波器可以看成是一个计算输入信号自相关函数的相关器。自相关函数的最大值是 $R_s(0)$ ，故匹配滤波器的输出信号在 $t = t_0$ 时达到最大值

## 2.5.3 匹配滤波器的输出

**[例2-19]** 如图2-34 (a) 所示。

(1) 求对之匹配的匹配滤波器的特性及冲激响应。

(2) 匹配滤波器的输出信号波形。

(3) 匹配滤波器输出端最大信噪比。

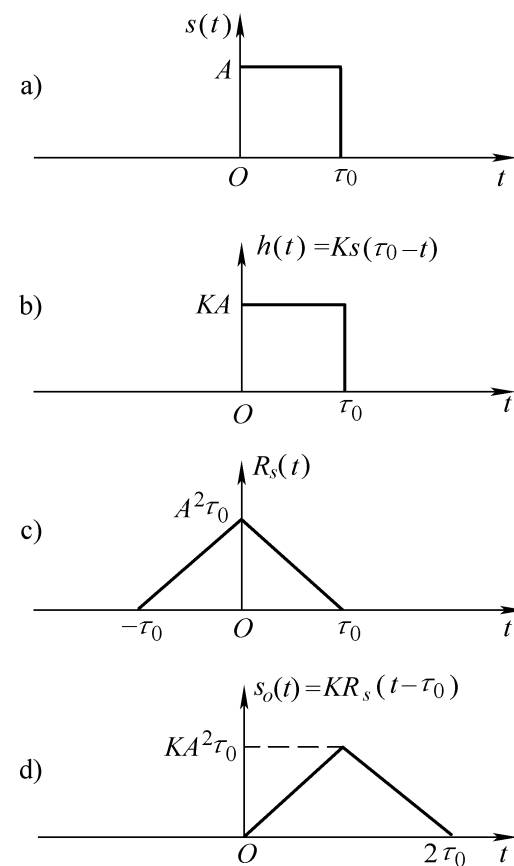
参考答案：

$$(1) \quad H(f) = KS^*(f)e^{-j2\pi f t_0} = KA\tau_0 S_a(\pi f \tau_0)e^{-j\pi f \tau_0}$$

$$h(t) = Ks(t_0 - t) = Ks(\tau_0 - t)$$

$$(2) \quad s_o(t) = KR_s(t - \tau_0) \quad , \quad \text{如图所示。}$$

$$(3) \quad r_{o\max} = \frac{2E}{n_0} = \frac{2A^2\tau_0}{n_0}$$



**图2-34**

## 2.5.3 匹配滤波器的输出

---

几点结论：

- (1) 匹配滤波器输出的最大瞬时信噪比  $2E/n_0$  仅取决于输入信号的能量和白噪声的功率谱，与输入信号的波形、带宽等无关。故只有增加输入信号的能量才能提高匹配滤波器的输出信噪比。
- (2) 匹配滤波器在  $t = t_0 = T$  时，输出最大值  $R(0)$ ，即匹配滤波器与相关器接收效果一样，二者可以相互代替。
- (3) 对匹配滤波器的输出是在时刻  $t = t_0 = T$  作出判决的，判决时刻的任何偏离，都将直接影响接收机的最佳性能。
- (4) 匹配滤波器不适合于模拟信号的接收，如输入信号为矩形脉冲，经匹配滤波器后，其输出信号为三角脉冲，信号波形产生严重的失真。

## 2.6 信道

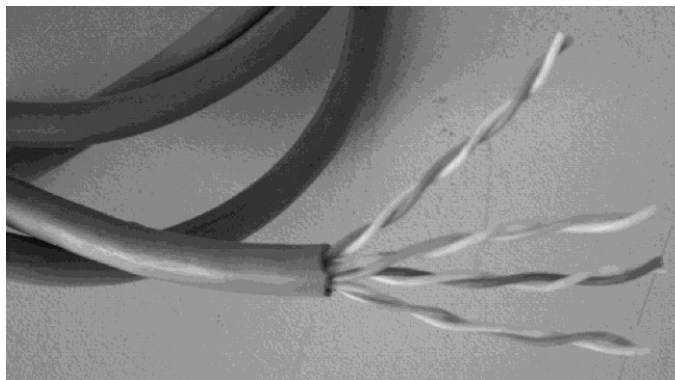
---

- 信道是传输信息的媒质或通道。
- 任何通信系统，从大的方面的来说，均可视为由发送端、信道、接收端三部分组成，所以说信道是通信系统必不可少的组成部分。
- 信号通过信道传输时通常会引入噪声和失真。

## 2.6.1 信道实例介绍

### 1. 双绞线

- 双绞线由两根相互绝缘（如封装在彩色塑料皮内）的铜线按规则的广法扭绞而成。
- **3类线：10M；5类线，100M；超5类线：1000M；6类线：两倍于超5类。**
- 优点：传输可靠性高、成本低、铺设方便
- 缺点：频率范围窄，传输距离短，易受电磁干扰(**EMI**)和无线电信号干扰(**RFI**)的影响，传输损耗大



## 2.6.1 信道实例介绍

### 2. 同轴电缆

- 它由同轴的两个导体构成，内导体一般为铜质实心导线（可为单股或多股绞合），外导体是网状编织的铜网屏蔽层，内外导体之间是绝缘层，一般用塑料作为填充物，最外一层是塑料保护套。
- 实际应用中同轴电缆的外导体是接地的，由于它起屏蔽作用，所以同轴电缆抗外界噪声及电磁干扰性能较好。另外它的频率响应特性比双绞线好，因此被广泛用于较远距离、较高速率的数据传输。
- 种类有：射频电缆、基带同轴电缆、视频电缆等
- 优点：传输性能稳定、频率范围宽、容量大
- 缺点：不便于安装、敷设

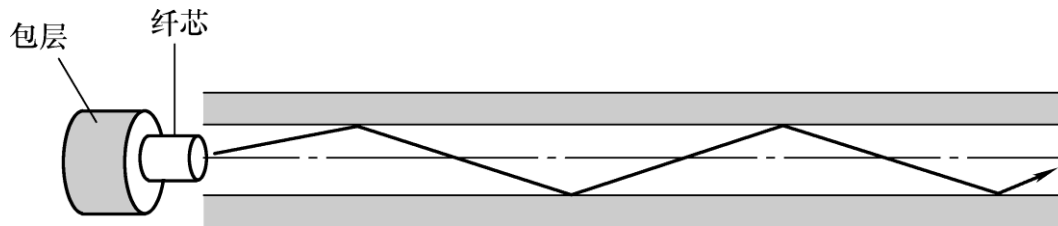




## 2.6.1 信道实例介绍

### 3. 光纤信道

- 光纤是一种传输光波的介质。
- 光纤通常是由透明度很高的石英玻璃拉成细丝，形成由纤芯和包层构成的双层通信圆柱体。
- 包层较纤芯有较低的折射率，当光线从高折射率的媒体射向低折射率的媒体时，其折射角将大于入射角。因此，如果入射角足够大，就会出现全反射，即光线碰到包层时就会折射回纤芯。这个过程不断重复，光也就沿着光纤传输下去。



## 2.6.1 信道实例介绍

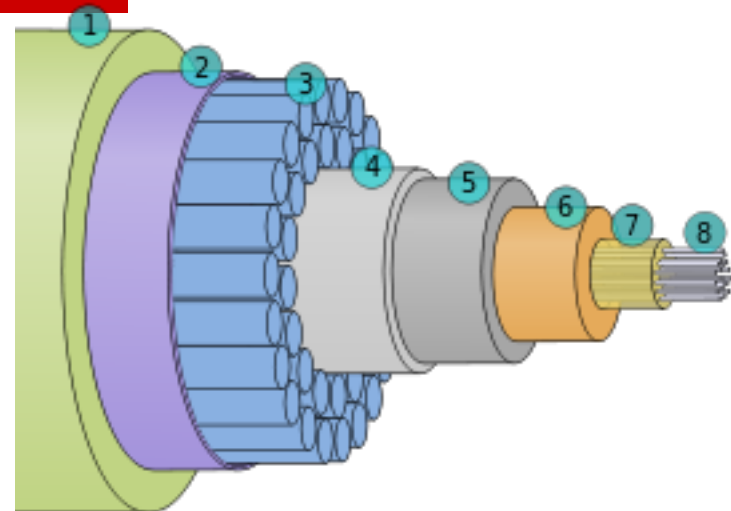
---

光纤具有许多优越性能：

- （**1**）频带宽，容量大。目前单模光纤的数据传输速率可达**10T/s**。
- （**2**）传输损耗小。波段的损耗已达甚至更低。
- （**3**）抗干扰能力强。可用于强电磁干扰环境下的通信。
- （**4**）线径细、重量轻、不怕腐蚀。
- （**5**）原材料丰富、便宜。

缺点：不便于连接

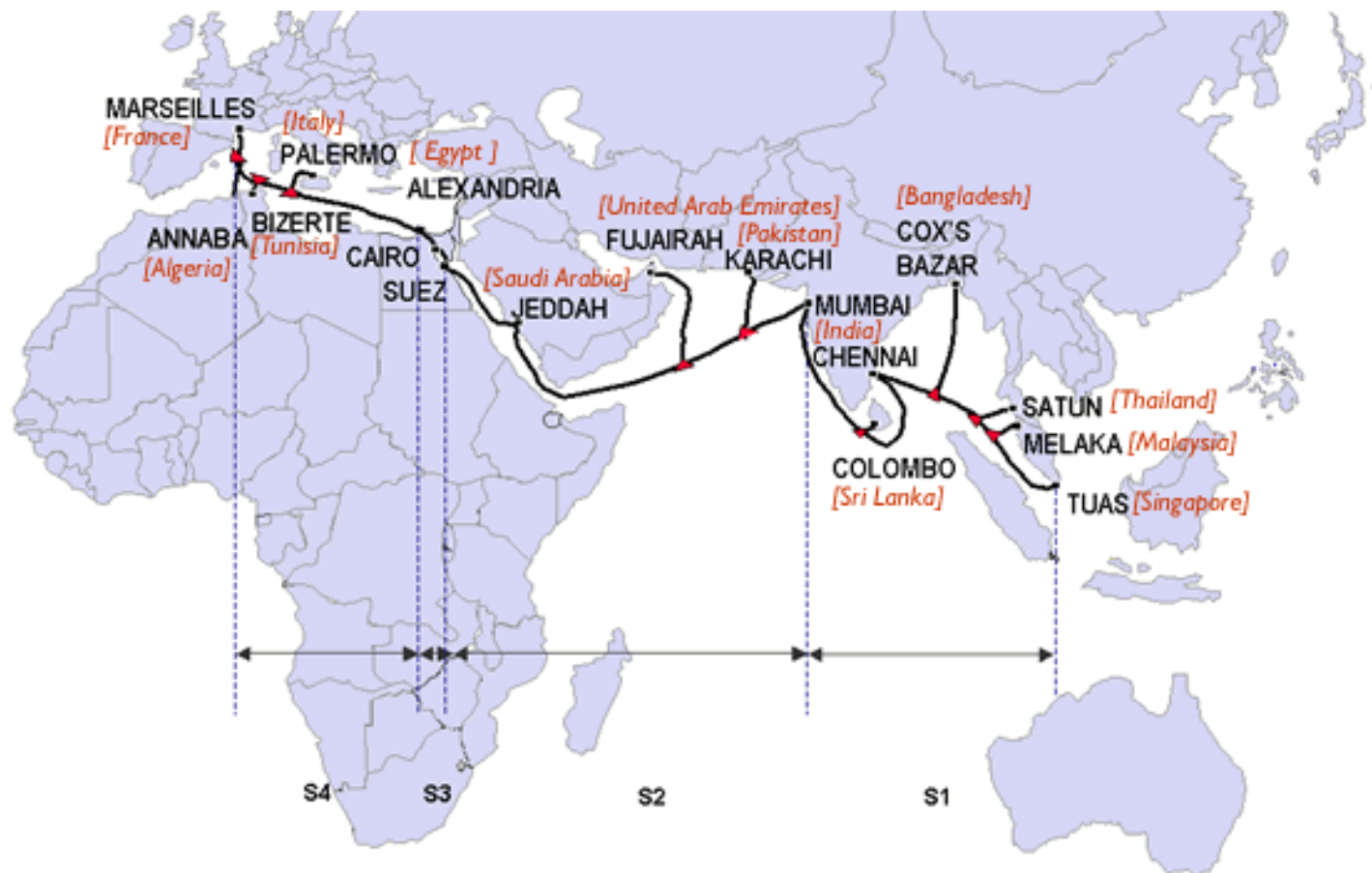
## 2.6.1 信道实例介绍



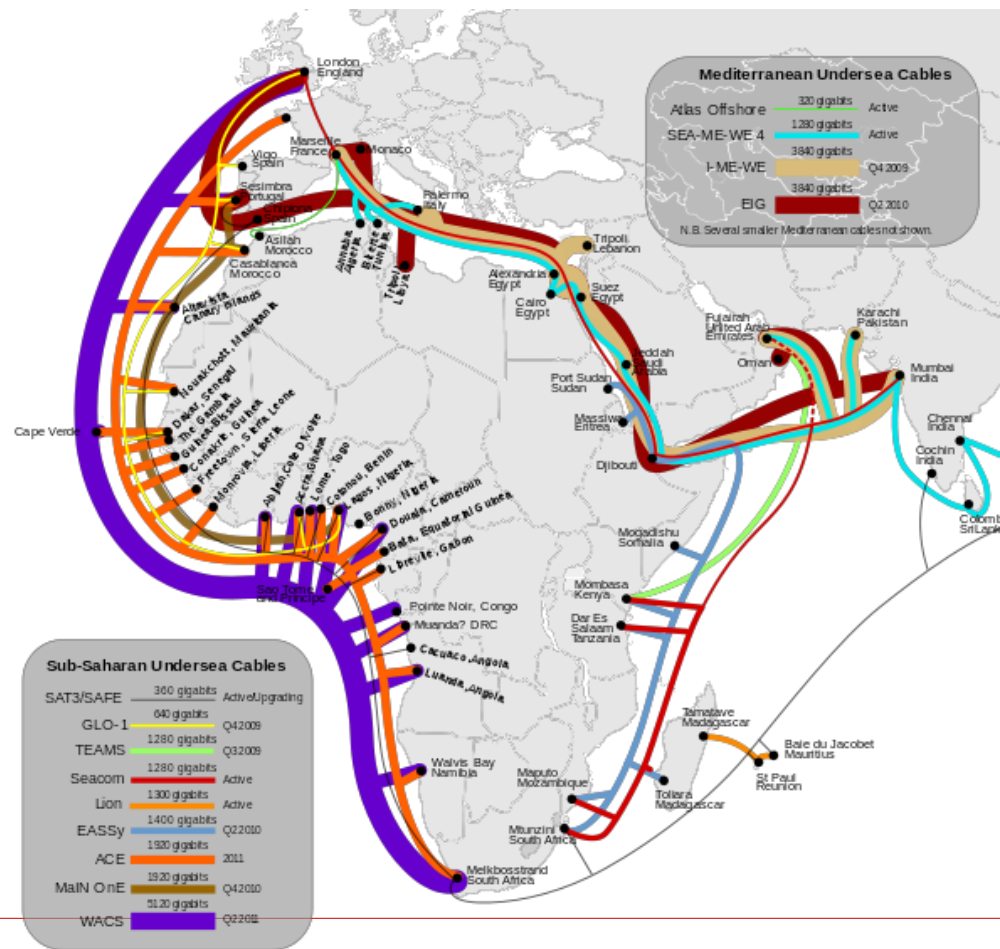
Optical Fiber cross-section

- 1 – Polyethylene
- 2 – Mylar tape
- 3 – Stranded steel wires
- 4 – Aluminium water barrier
- 5 – Polycarbonate
- 6 – Copper or aluminium tube
- 7 – Petroleum jelly
- 8 – Optical fibers

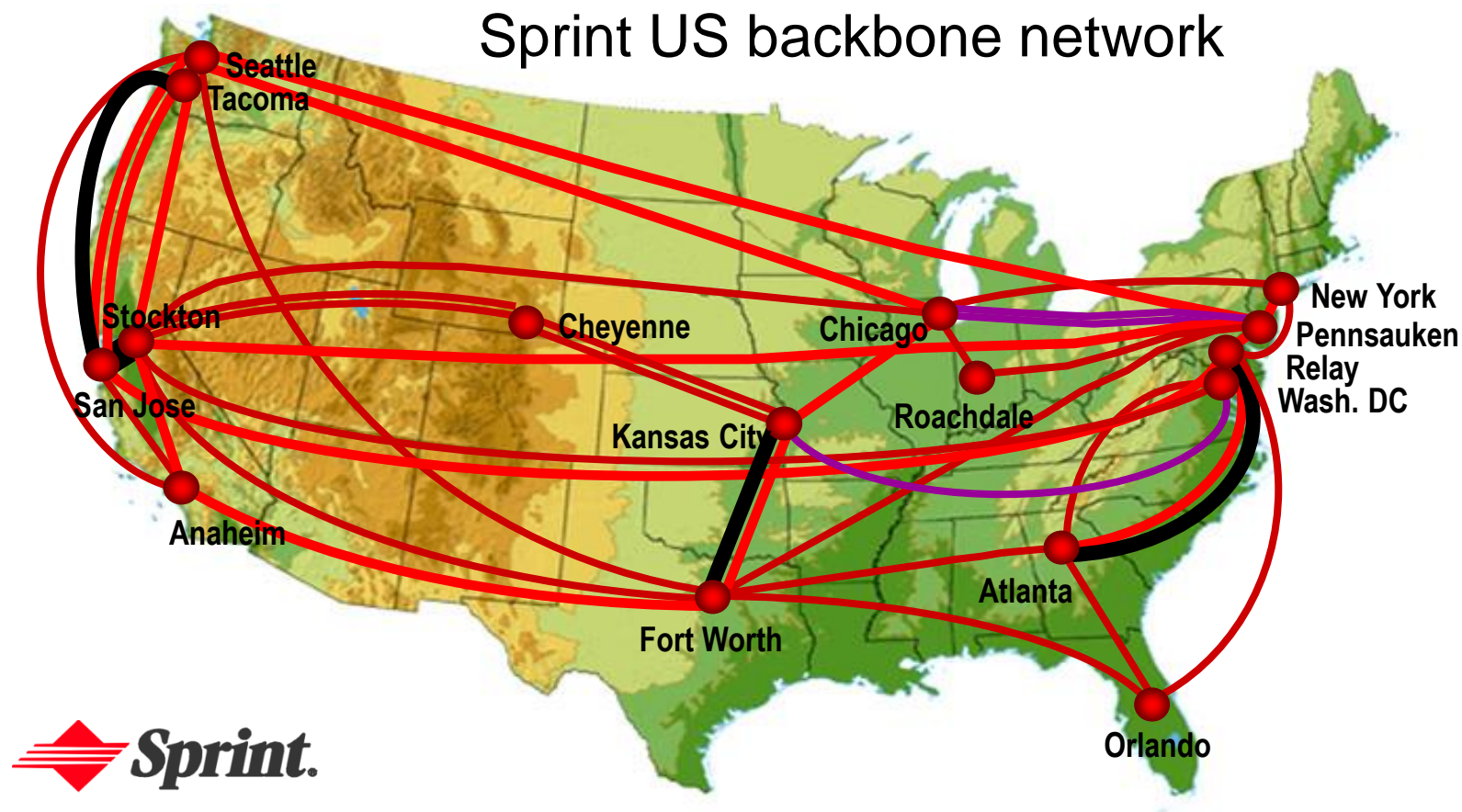
## 2.6.1 信道实例介绍



### 2.6.1 信道实例介绍



## 2.6.1 信道实例介绍



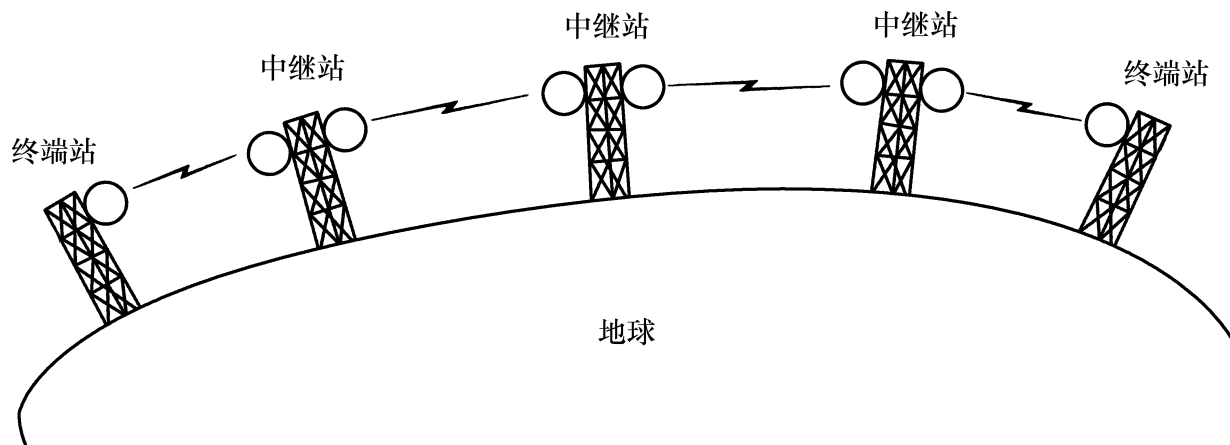


## 2.6.1 信道实例介绍

### 4. 微波视距中继信道

- 工作频率在微波波段（**3~30GHz**）
- 电磁波基本上沿视线传播
- 通信距离须依靠中继方式来延伸

• 应用：微波中继



## 2.6.1 信道实例介绍

---

### 5. 卫星中继信道

- 卫星中继信道是利用人造卫星作为中继站构成的通信信道。
- 由通信卫星、地球站、上行线路及下行线路构成，其中上行线路是地球站至卫星的电波传播路径，下行线路是卫星至地球站的电波传播路径。
- 轨道在赤道平面上的人造卫星，当它离地面高度为**35860Km**时，绕地球运行一周的时间恰为**24**小时，与地球自转同步，称为同步卫星。
- 采用三个相差并适当配置的同步卫星就可以覆盖全球（除两极盲区外）。



## 2.6.1 信道实例介绍

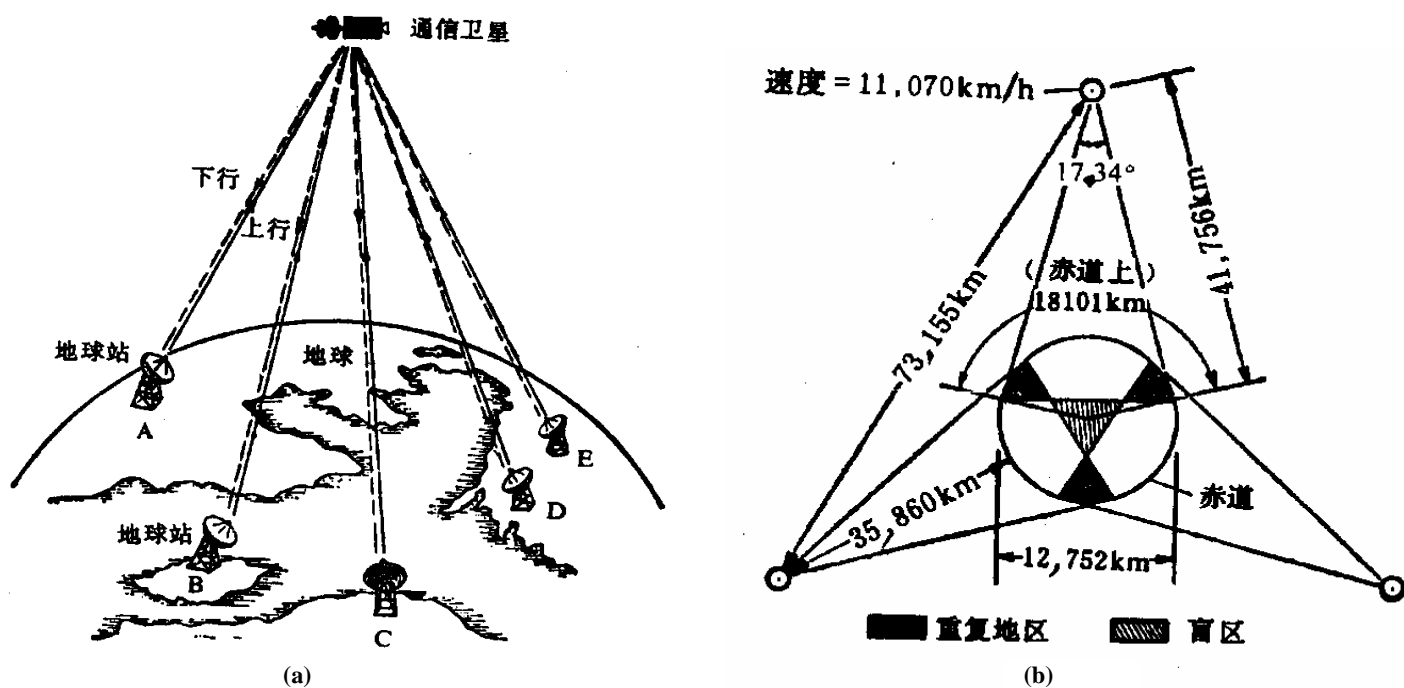


图2-40 卫星中继信道概貌



介绍

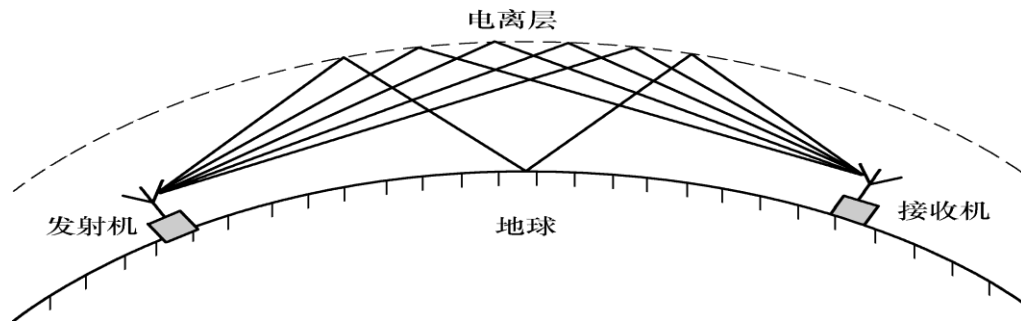


预备

## 2.6.1 信道实例介绍

### 6. 短波电离层反射信道

- 在距离地面大约的上空，由于稀薄大气受到太阳紫外线和X射线的作用而发生电离，形成电离层（**Ionosphere**）。
- 当频率为**3~30MHz**的无线电波（其波长为**10~100m**，也称为短波）射入电离层时，电离层使无线电波发生反射，返回地面，从而形成短波电离层反射信道。
- 高频无线电波通过电离层的一次或多次反射可传输几千公里，乃至上万公里的距离，这种传播模式称为天波传播。

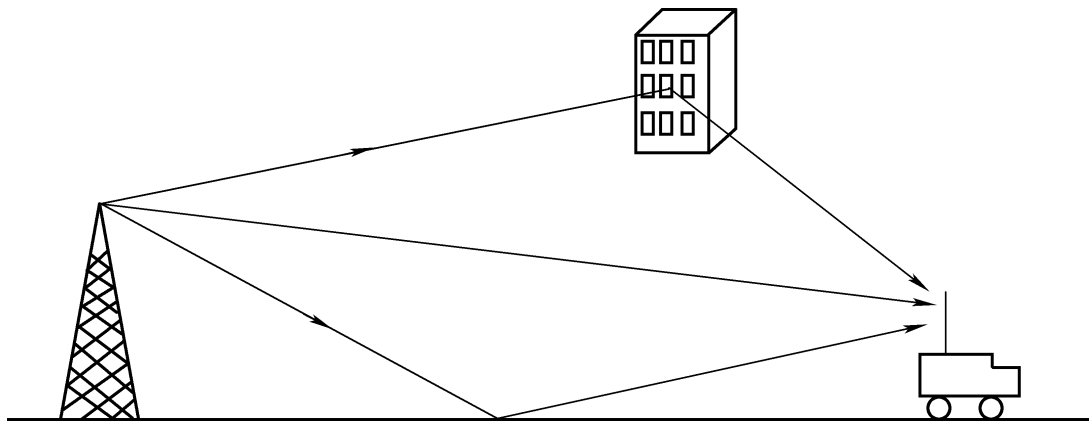


• 应用：业余无线电、民用无线电

## 2.6.1 信道实例介绍

### 7. 陆地移动信道

- 陆地移动信道的工作频段主要在**VHF**（30 ~ 300MHz）及**UHF**（300 ~ 3000MHz）频段。
- 其电波传播特点是以直射波为主，但由于城市建筑群及其它地形地物的影响，电波在传播过程还会产生反射波、散射波、折射波，所以接收端收到的信号是来自于各条路径的信号的合成
- 陆地移动信道的电波传播环境不仅复杂，而且随时间变化。



## 2.6.2 信道分类

---

### 1. 有线信道和无线信道

- 按照传输媒质可将信道分为有线信道和无线信道。
- **有线信道**如双绞线、同轴电缆和光纤等。
- **无线信道**如短波电离层反射信道、陆地移动信道、微波视距中继信道及卫星中继信道等。

## 2.6.2 信道分类

稀缺的频谱资源

### UNITED STATES FREQUENCY ALLOCATIONS THE RADIO SPECTRUM

#### RADIO SERVICES COLOR LEGEND

AERIALMOBILE MOBILE	AERIALMOBILE FIXED SATELLITE	RADIOASTRONOMY
AERIALMOBILE FIXED SATELLITE	LAND MOBILE	RADIODETERMINATION SATELLITE
RAILROADMOBILE FIXED SATELLITE	LAND MOBILE SATELLITE	RADIOLOCATION
NAVSTAR	NAVSTAR MOBILE	RADIOLOCATION/SATELLITE
NAVSTAR/SATELLITE	NAVSTAR MOBILE SATELLITE	RADIOBROADCASTING
BROADCASTING	NAVSTAR/RADIOBROADCASTING	RADIOBROADCASTING SATELLITE
BROADCASTING FIXED	METEOROLOGICAL FIXED	SPACE OPERATION
NAVSTAR/SATELLITE	METEOROLOGICAL SATELLITE	SPACE RESEARCH
FIXED	MOBILE	STANDARD FREQUENCY AND TIME SIGNAL
FIXED SATELLITE	MOBILE SATELLITE	STANDARD FREQUENCY AND TIME SIGNAL SATELLITE

#### ACTIVITY CODE

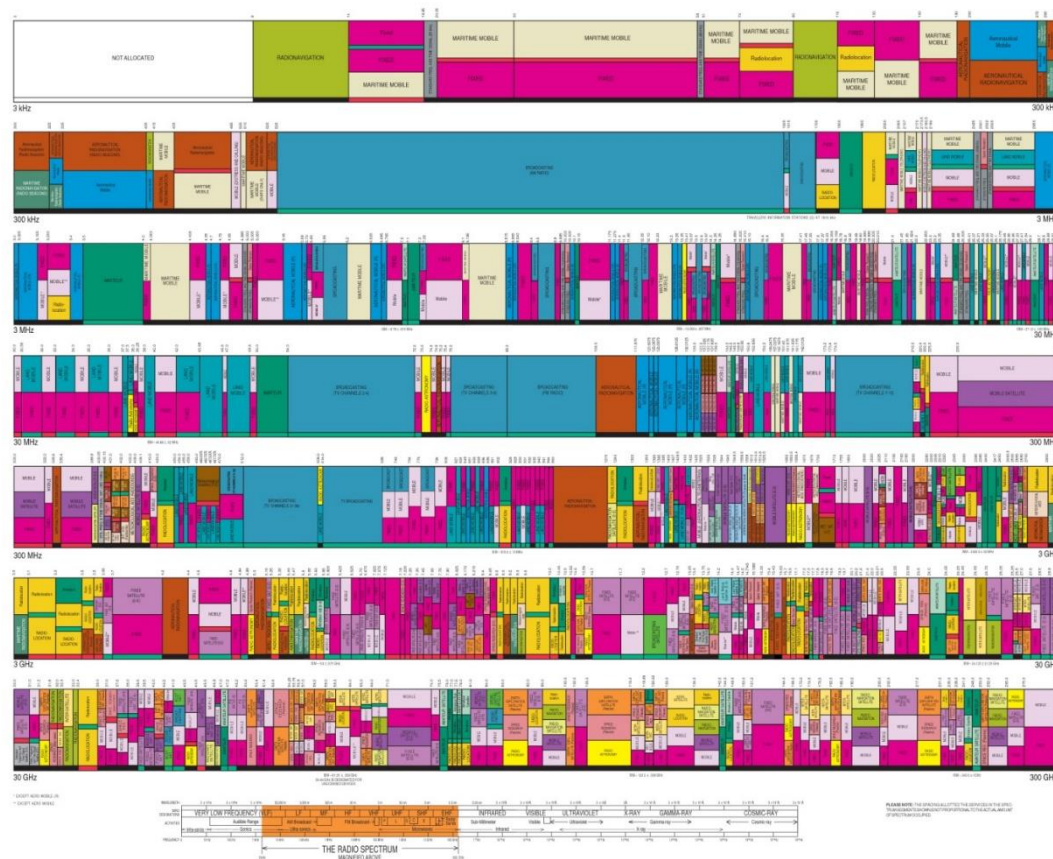
GOVERNMENT EXCLUSIVE	GOVERNMENT NON-EXCLUSIVE SHARED
NON-GOVERNMENT EXCLUSIVE	

#### ALLOCATION USAGE DESIGNATION

SERVICE	EXAMPLE	DESCRIPTION
Primary	F3000	Channel 3000
Secondary	B3000	100 Channel with 1000 Hz Spacing

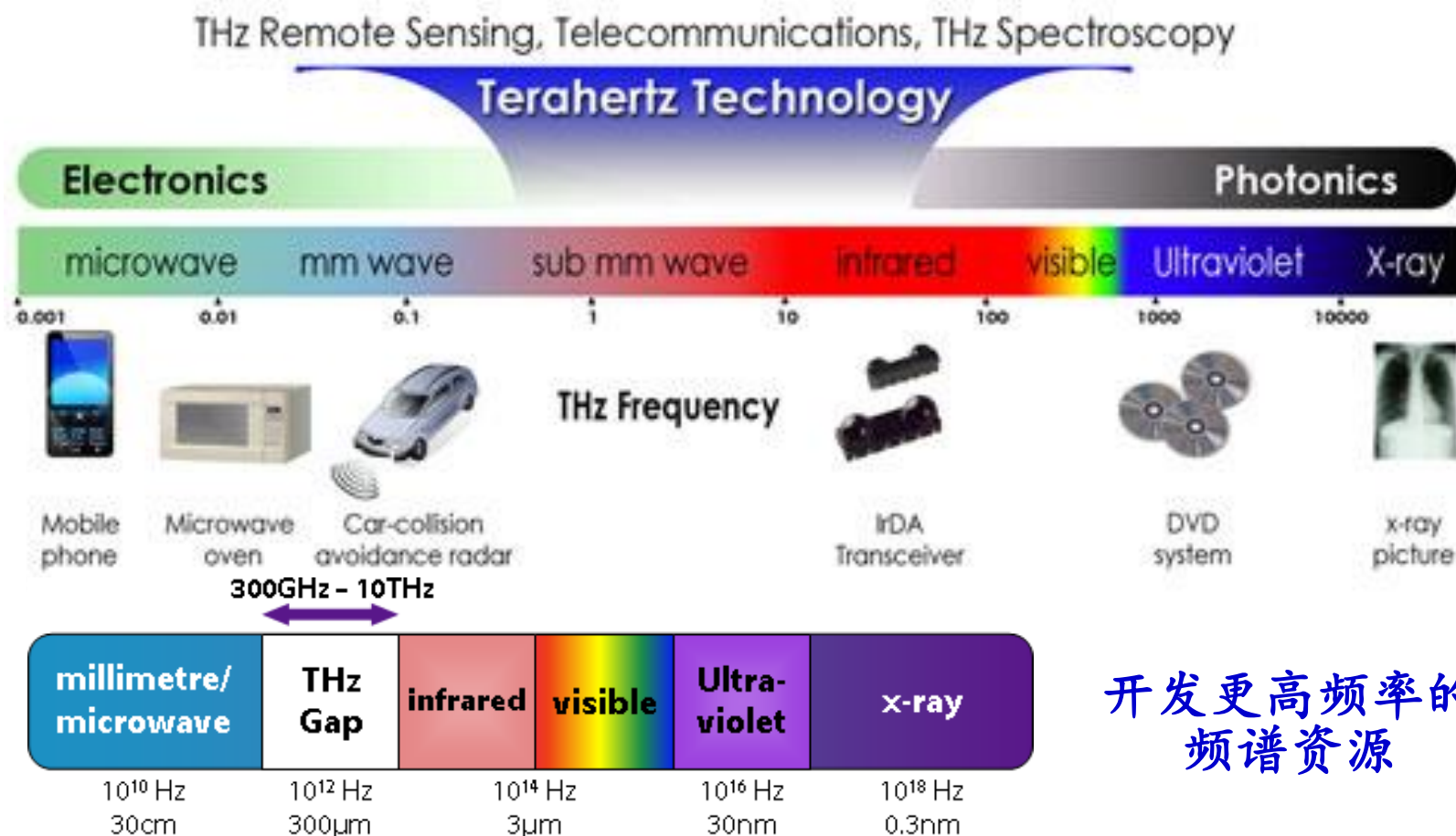
The chart is a graphic representation of the Table of Frequency Allocations used by the Federal Communications Commission (FCC) in the United States. It is not intended to be a legal document. For the most current and complete information, please refer to the FCC's website at <http://www.fcc.gov>.

U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE  
National Telecommunications and Information Administration  
Office of Spectrum Management  
October 2003





## 2.6.2 信道分类



## 2.6.2 信道分类

---

### 2. 恒参信道与随参信道

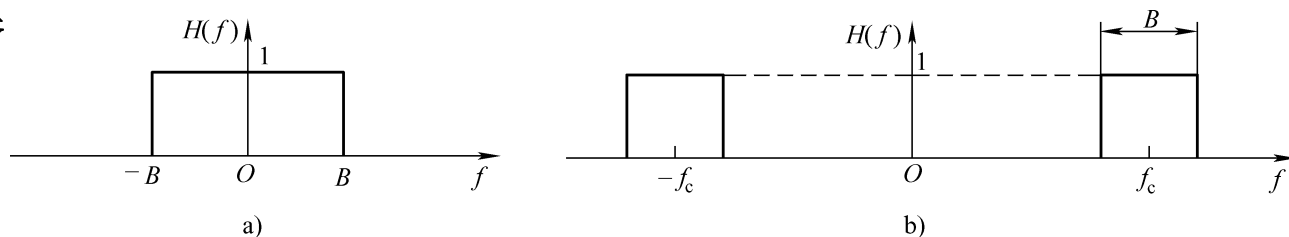
- 按照传输媒质的特性是否随时间变化可将信道分为恒参信道和随参信道。
- 若传输媒质的特性不随时间变化或变化极为缓慢，则称为**恒参信道**，如双绞线、同轴电缆、光纤等有线信道以及无线信道中的微波中继信道和卫星信道。
- 若传输媒质的特性随时间变化，则称为**随参信道**，如陆地移动信道、短波电离层反射信道是典型的随参信道。



## 2.6.2 信道分类

### 3. 低通信道和带通信道

- 按照信道的频域传输特性可将信道分为低通信道和带通信道。
- 任何信道其通带范围都是有限的，能够传输低通信号的信道称为低通信道，反之，能够传输带通信号的信道则称为带通信道。
- 有线信道一般为低通信道，而无线信道则都是带通信道。
- 理想低通信道和带通信道可等效为理想低通滤波器和理想带通滤波器



低通信道和带通信道传输特性

## 2.6.3 信道容量

---

- **信道容量**是指信道无差错传输的最大信息速率。
- 连续白噪声信道的信道容量为

$$C = B \log_2(1 + S / N) \quad \text{bit/s}$$

其中  $B$  为信道带宽,  $S$  为信号功率,  $N$  为噪声功率。此公式称为**香农信道容量公式**。另一种形式为:

$$C = B \log_2\left(1 + \frac{S}{n_0 B}\right) \quad \text{bit/s}$$

其中  $n_0$  为噪声功率谱密度。

## 2.6.3 信道容量

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \quad \text{bit/s}$$

由上式可见，一个连续信道的信道容量受 $B$ 、 $n_0$ 、 $S$ “三要素”的限制。只要这“三要素”确定，信道容量也就随之确定。下面我们来讨论信道容量与“三要素”之间的关系。

- ① 给定 $B$ 、 $n_0$ ，增大信号功率 $S$ ，则信道容量增加，若信号功率趋于无限大，则信道容量也趋于无限大。
- ② 给定 $B$ 、 $S$ ，减小噪声功率谱密度 $n_0$ ，则信道容量增加，对于无噪信道即 $n_0 \rightarrow 0$ ，信道容量趋于无穷大。
- ③ 给定 $n_0$ 、 $S$ ，增加信道带宽 $B$ ，则信道容量也增加，但当带宽 $B$ 趋于无穷大时，经推导可得信道容量的极限值为

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \lim_{B \rightarrow \infty} B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \approx 1.44 \frac{S}{n_0} \quad (2-94)$$

## 2.6.3 信道容量

---

**【例2-21】**每帧电视图像可以大致认为由**30**万个像素组成。对于一般要求的对比度，每一像素大约取**10**个可辨别的亮度电平（例如对应黑色、深灰色、浅灰色、白色等）。现假设对于任何像素，**10**个亮度电平是等概率出现的，每秒发送**30**帧图像，信道中的干扰为加性高斯白噪声，并且为了满意地重现图像，要求信道中信噪比为**30dB**（即**1000**倍）。计算传输上述电视图像信号所需的信道带宽。

## 2.6.3 信道容量

解 首先计算需要传送的信息速率。

因为每一像素已等概率取10个亮度电平，所以每个像素的信息量为

$$I_1 = \log_2 10 \text{ bit}$$

因而每帧图像的信息量为

$$I = 3 \times 10^5 \times \log_2 10 \text{ bit}$$

又因为每秒有30帧，所以每秒内传送的信息量即信息速率为

$$R_b = 30 \times 3 \times 10^5 \times \log_2 10 \text{ bit/s} \approx 2.99 \times 10^7 \text{ bit/s}$$

显然，为了传输这个信号，信道容量C至少等于

$$C = R_b = 2.99 \times 10^7 \text{ bit/s}$$

又已知S/N=1000，因此，根据式（2-92），可求得所需信道的传输带宽

$$B = \frac{C}{\log_2(1 + S/N)} = \frac{2.99 \times 10^7}{\log_2 1001} \text{ Hz} \approx 3.0 \times 10^6 \text{ Hz}$$

可见，所需带宽约为3MHz。

## 2.6.3 信道容量

【例2-22】有扰连续信道的信道容量为 $10^4 \text{ bit/s}$ ，信道带宽为 $3 \text{ kHz}$ 。如果将信道带宽提高到 $10 \text{ kHz}$ ，在保持信道容量不变的情况下，信号噪声功率比可降到多少？

解 若 $C = 10^4 \text{ bit/s}$ 且 $B = 3 \text{ kHz} = 3000 \text{ Hz}$ ，则所需的信噪比为

$$S/N = 2^{\frac{C}{B}} - 1 = 2^{\frac{10000}{3000}} - 1 = 9$$

若保持 $C = 10^4 \text{ bit/s}$ ，信道带宽提高到 $B = 10 \text{ kHz} = 10000 \text{ Hz}$ ，则所需的信噪比为

$$S/N = 2^{\frac{C}{B}} - 1 = 2^{\frac{10000}{10000}} - 1 = 1$$

$$C = B \log_2(1 + S/N) \quad \text{bit/s}$$