# 现代通信原理

## Modern Communication Principles

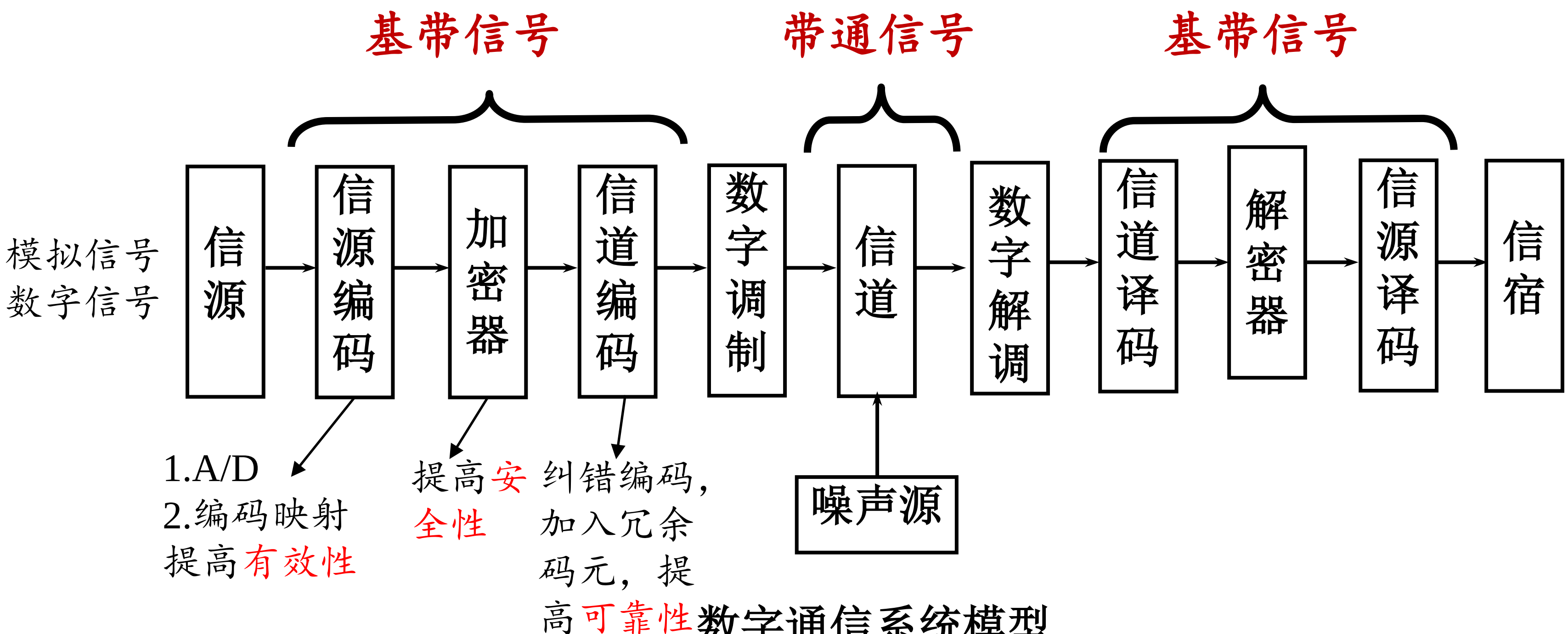
时巧
qiaoshi@swjtu.edu.cn
信息科学与技术学院

- 作业：

  1-2 1-5 1-6 1-7 1-9

# 第一章习题

【1-2】试画出数字通信系统的组成框图，并说明数字通信的优点。

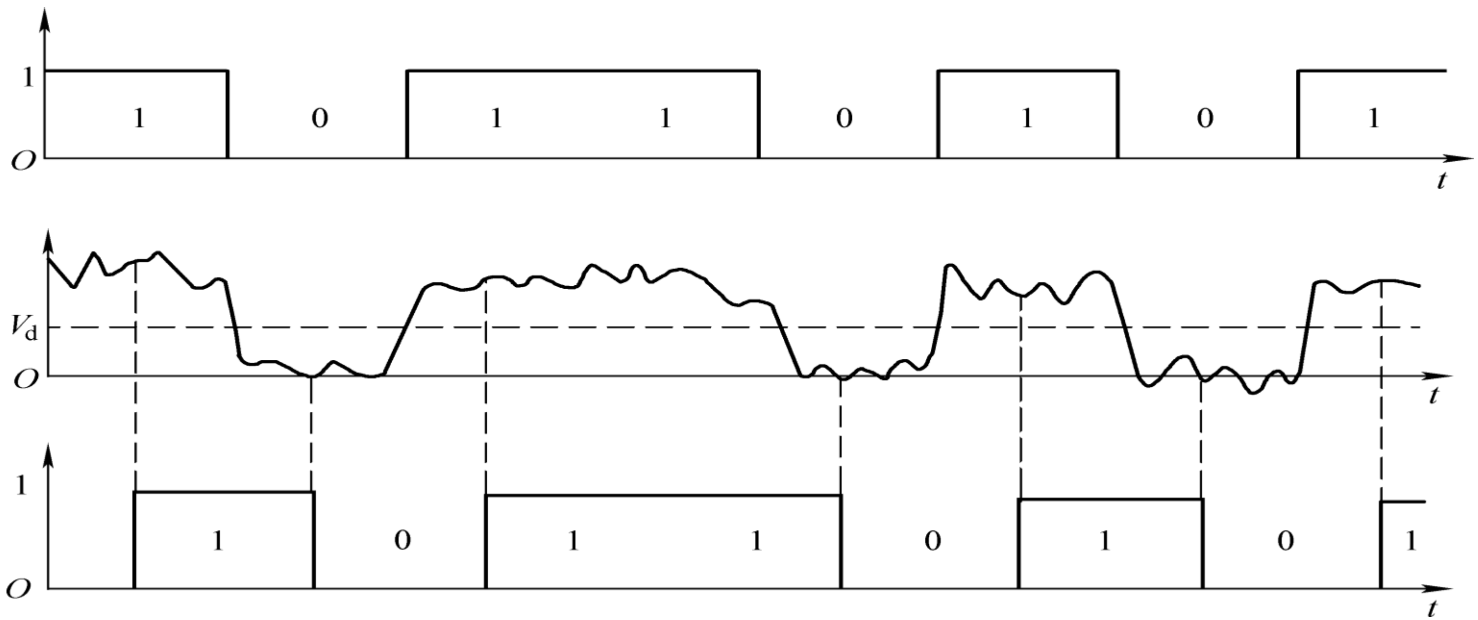


数字通信系统模型

# 第一章习题

**优点:**

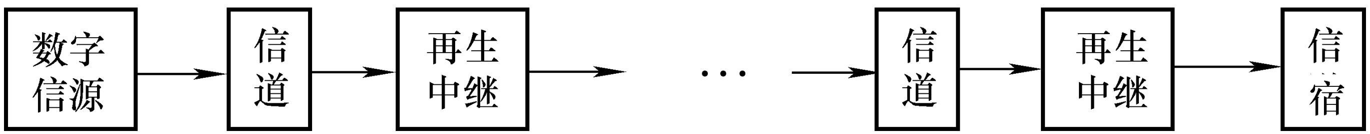
抗噪声性能好 ， 允许信号失真，接力通信时无噪声积累 。

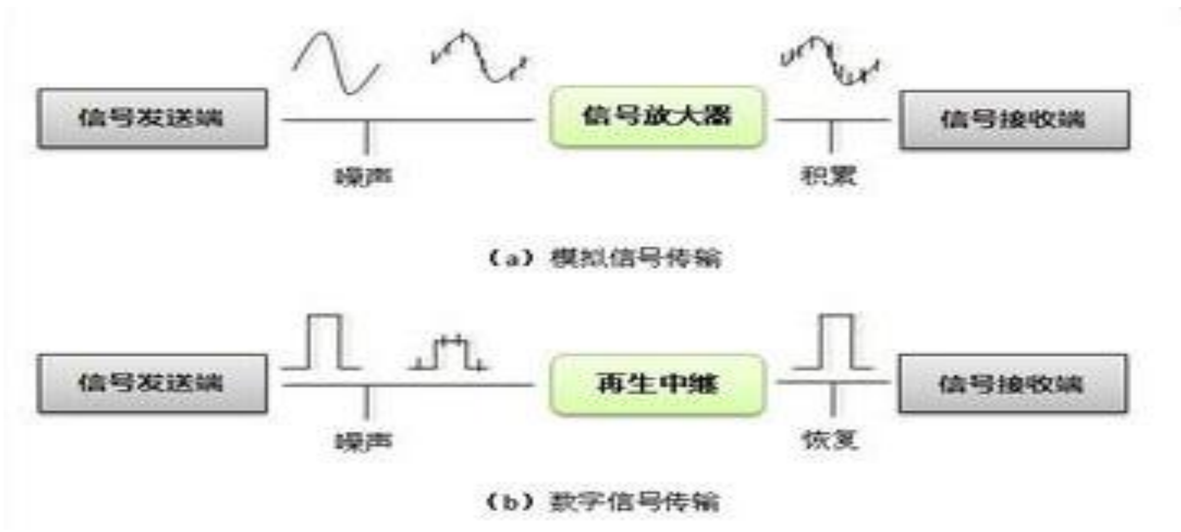


# 第一章习题

优点：

抗噪声性能好 ，允许信号失真，接力通信时无噪声积累 。



# 第一章习题

**优点:**

- 差错可控，可采用纠错编码及交织技术 。
- 数字通信易于加密处理，保密性强 。
- 便于处理、存储、交换及和计算机等设备连接，从而语音、图像、文字、数据等多种业务可以变换成统一的数字信号在同一个网络中进行传输、交换和处理。
- 易于集成化，体积小，成本低 。

# 第一章习题

缺点：

- 占据更多带宽。
  - 由压缩编码及宽带信道解决
  - 如模拟话音，只有**3KHz**的带宽；数字话音，**64Kb/s**
- 同步设备复杂。

# 第一章习题

5. 某信源符号集由 A、B、C、D、E、F 组成，设每个符号独立出现，其概率分别为 1/4、1/4、1/16、1/8、1/16、1/4，试求该信源输出符号的平均信息量。

- 设信息源是由离散符号事件组成的集合。每个符号的发生是相互独立的，若符号$S_i$的出现概率为$P(S_i)$，则其携带的信息量为

$$I(s_i) = \log_2 \frac{1}{P(s_i)} = -\log_2 P(s_i)\ \text{bit}$$

- 信源熵：设信源输出$M$种离散符号$s_1$，$s_2$，…，$s_M$，每种符号的出现概率都是独立的，第$i$种符号$s_i$出现的概率为$P(s_i)$，且$\sum_{i=1}^{M} P(s_i) = 1$，则信源的每个符号的平均信息量为

$$H(S) = \sum_{i=1}^{M} P(s_i)\, I(s_i) = -\sum_{i=1}^{M} P(s_i) \log_2 P(s_i) \quad \text{（bit/sym）}$$

# 第一章习题

可以证明，当信源的$M$中符号等概出现时，该信源每个符号的平均信息量最大，即信源熵有最大值，可表示为

$$H_{max}(S)=\sum_{i=1}^{M}P(s_i)\,I(s_i)=\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{M}log_2 M=log_2 M$$

# 第一章习题

6. 若有二进制独立等概信号，码元宽度为0.5ms，求码元速率和信息速率；若有四进制信号，码元宽度为0.5ms，求码元速率和独立等概时的信息速率。

- **有效性：**码元速率、信息速率及频带利用率
- **码元速率**，每秒传输码元的数目，

$$R_s = \frac{1}{T_s}$$

单位波特，简记**Baud**或**B**，其中$T_s$为码元持续时间或码元宽度或码元间隔。

# 第一章习题

- 信息速率，表示每秒传输的信息量

$$R_b = H(S)\,R_s$$

其中，$H(S)$为每符号信息量，$R_S$为码元速率，单位为比特 / 秒，记为bit/s或b/s

- 当各符号等概时，信息速率达到最大值：

$$R_b = R_s \log_2 M$$

其中，$M$为进制数。

# 第一章习题

6. 若有二进制独立等概信号，码元宽度为0.5ms，求码元速率和信息速率；若有四进制信号，码元宽度为0.5ms，求码元速率和独立等概时的信息速率。

$$R_s = \frac{1}{T_s}$$

$$R_b = R_s \log_2 M$$

7. 设数字传输系统传送二进制码元的速率为2400Baud，试求该系统的信息速率；若该系统改为传送十六进制信号码元，码元速率不变，则系统信息速率是多少（设各码元独立等概出现）？

# 第一章习题

9. 已知某四进制数字传输系统的信息传输速率为2400bit/s，接收端在半个小时内共收到216个错误码元，试计算该系统的误码率$P_e$。

- 可靠性：误码率、误比特率
- 误码率（误符号率）：

$$P_e = \frac{错误码元数}{传输的总码元数}$$

- 误比特率（误信率）：

$$P_b = \frac{错误比特数}{传输的总比特数}$$

# 第一章习题

- **基本概念：**
  - 通信：信息或消息的传输与交换
  - 消息：信息源所产生的信息的物理表现
  - 信息：消息的内涵
  - 信号：消息的物理载体，携带信息的物理过程
  - 数字信号：信号参量只能取有限个值。
  - 模拟信号：信号参量能连续取值或有无穷个取值
- **信息量**
- **通信系统的组成**
  - 模拟通信系统模型
  - 数字通信系统模型
- **数字通信的特点**
- **通信系统质量指标**
  - 有效性
  - 可靠性

# 第二章习题

2.1 信号与系统的分类

2.2 确知信号分析

2.3 随机信号分析

2.4 通信系统中的噪声

2.5 匹配滤波器

2.6 信道

# 第二章习题

作业

**2-5 2-11 2-13 2-15**

**2-16 2-18 2-19**

# 第二章习题

5. 已知 $x(t)$ 的波形如图 2-47 所示。

(1) 如果 $x(t)$ 为电压并加到 1Ω 电阻上，求消耗的能量为多大。

(2) 求 $x(t)$ 的能量谱密度 $G(f)$，并画出示意图。

(3) 求 $x(t)$ 的自相关函数 $R(\tau)$，并画出示意图。

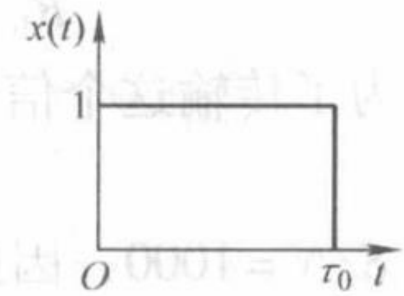


图 2-47

# 第二章习题

## □ 能量信号与功率信号

信号$x(t)$的能量（消耗在1Ω电阻上） $E$为

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$$

其平均功率$S$为

$$S = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

**能量信号：** 能量有限的信号。如宽度和幅度有限的单个矩形脉冲。

**功率信号：** 功率有限的信号。如正弦或余弦信号。

# 第二章习题

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}x^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}\left|X(f)\right|^2 df$$

定义单位频率上的能量为**能量谱密度**：$G(f)$ J/Hz

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}G(f)df$$

能量谱密度与信号频谱的关系

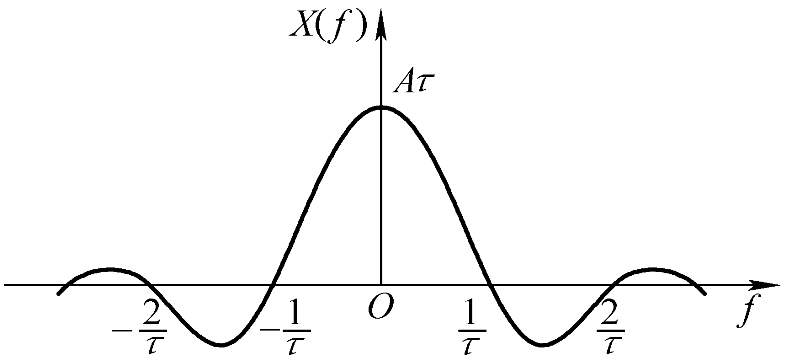
$$G(f)=\left|X(f)\right|^2$$

能量谱密度表示能量随频率分布的情况.

$$F[x(t-t_0)]=X(f)e^{-j2\pi ft_0}$$

# 第二章习题

## 2. 常用信号的傅里叶变换对




矩形脉冲的频谱有如下几个主要特点：

1. 频谱连续且无限扩展。
2. 频谱形状为$Sa(x)$函数，频率为0幅度值最大，等于矩形脉冲的面积。
3. 频谱有等间隔的零点，零点位置在$n/\tau$（$n$=0，±1，±2，…）处。可用频谱第一个零点的频率定义信号带宽，故带宽为$1/\tau$。

**当矩形脉冲宽度变窄时，带宽增大。反之，当脉冲宽度增大时，信号的带宽变窄。换句话说，信号在时域中的宽度变窄，在频域中的宽度就越宽；相反，信号在时域中的宽度越宽，在频域中的宽度就越窄。**

# 第二章习题

波形的相关

波形的相关用于描述波形之间的关联或相似程度。

能量信号的互相关定义为:

$$R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\,x_2(t+\tau)\,dt$$

当 $x_1(t)=x_2(t)=x(t)$ 时,即为自相关函数:

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,x(t+\tau)\,dt$$

# 第二章习题

自相关函数的特性

① 能量信号：$R(0)=E$；

② 原点的值最大 $R(0) \ge R(\tau)$

③ 偶函数 $R(\tau)=R(-\tau)$

④ $R(\tau)$与能量谱密度是一对傅里叶变换,即：

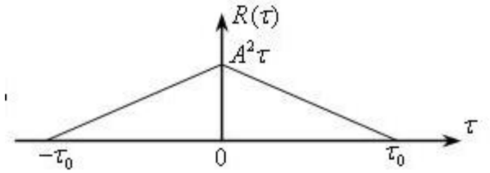



图 2-16

$$R(\tau) \leftrightarrow G(f) \qquad G(f)=\left|X(f)\right|^2$$

此表达式即为维纳-辛钦定理.

**提供了求解信号能量谱的另一个途径，即先求得信号的自相关函数，然后再求其傅里叶变换即可得到能量谱。**

# 第二章习题

11. 随机变量 X 具有如下的均匀分布概率密度函数，求其数学期望和方差。

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2a}, & -a\leqslant x\leqslant a\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

## (1) 数学期望

- 对于连续随机变量$X$，如果其概率密度函数为$f(x)$，则其数学期望定义为

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$$

- 连续随机变量$X$的函数$Y=g(X)$的数学期望为

$$E(g(X))=\int_{-\infty}^{\infty}g(x)f(x)dx$$

# 第二章习题

**(2)** 方差

随机变量的方差是随机变量$X$与它的数学期望$a_X$之差的平方的数学期望，

$$D(X) = E[(X - a_x)^2]$$

方差表示随机变量$X$的取值相对于其数学期望$a_X$的集中程度，一般用符号$\sigma_X^2$表示。$\sigma_X^2$越小，表示随机变量的取值越集中。

**方差特性:**

**(1)** $D(C) = 0$

**(2)** $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ ,两随机变量独立

**(3)** $D(X+C) = D(X)$

**(4)** $D(CX) = C^2 D(X)$

**(5)** $D(X) = E(X^2) - E^2(X)$

# 第二章习题

13. 设有两个随机过程 $S_1(t) = X(t)\cos 2\pi f_0 t$，$S_2(t) = X(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta)$，$X(t)$ 是广义平稳随机过程，$\theta$ 是对 $X(t)$ 独立的、均匀分布于 $(-\pi, \pi)$ 上的随机变量。求 $S_1(t)$、$S_2(t)$ 的自相关函数，并说明它们的平稳性。

**随机过程的自相关函数 (不同时刻取值的关联程度 ):**

随机过程 $\boldsymbol{X(t)}$ 的自相关函数定义为任意两个时刻 $\boldsymbol{t}$ 和 $\boldsymbol{t+\tau}$ 所对应的随机变量的相关矩，即

$$R_X(t, t+\tau) = E[X(t)X(t+\tau)]$$

**通常：** 随机过程的自相关函数是时间 $t$ 和时间间隔 $\tau$ 的函数。

# 第二章习题

随机过程的数字特征

**随机过程的均值：** $E[X(t)]=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_1(x;t)dx=a(t)$

**随机过程的方差：** $D[X(t)]=E\{[X(t)-a(t)]^2\}=\sigma^2(t)$

**通常：** 随机过程均值是时间的函数；

方差也是时间的函数。

# 第二章习题

**1.** 广义平稳随机过程的定义

（**1**）均值为常数，即 $a_X(t)=E[X(t)]$ 与时间 $t$ 无关

（**2**）自相关函数 $R_X(t,t+\tau)=E[X(t)X(t+\tau)]$ 与时间 $t$ 无关

广义平稳随机过程是一类十分重要的随机过程，通信系统中遇到的随机过程绝大多数是广义平稳随机过程。以后提到平稳随机过程时，如不特殊说明，都指广义平稳随机过程，且均值用$a_X$表示，自相关函数$R_X(\tau)$用表示。

# 第二章习题

15. 设输入随机过程 $X(t)$ 是平稳的，功率谱为 $P_X(f)$，加于图 2-48 所示的系统。试证明输出过程 $Y(t)$ 的功率谱为 $P_Y(f) = 2P_X(f)(1+\cos 2\pi f T)$。

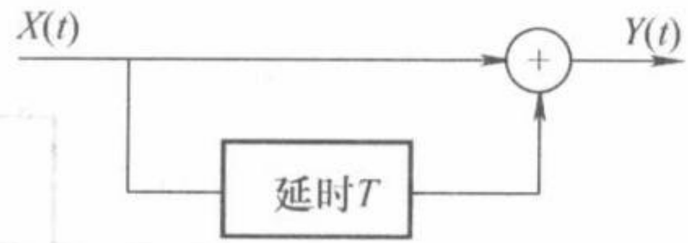



图 2-48

# 第二章习题

## 2. 功率信号的帕塞瓦尔定理及功率谱

对于周期信号而言，功率信号的帕塞瓦尔定理:

$$S=\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}}|x(t)|^2dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|V_n|^2$$

**一个周期信号的功率，可以通过时域信号$x(t)$来求得，也可通过它的傅里叶级数展开式的系数$V_n$来求得。**

# 第二章习题

- 一个周期信号的功率等于各个频率分量单独贡献出来的功率之和。
- 定义单位频率上的功率为功率谱密度:$P(f)\ W/Hz$

$$S=\int_{-\infty}^{\infty}P(f)df=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|V_n|^2=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}|V_n|^2\delta(f-nf_0)df$$

$$\Downarrow$$

$$P(f)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|V_n|^2\delta(f-nf_0)$$

功率谱密度表示功率随频率分布的情况.

# 第二章习题

**1、输出随机过程的功率谱密度：**输入随机过程的功率谱密度与系统传输特性模平方的乘积。

$$P_Y(f)=H^*(f)H(f)P_X(f)=|H(f)|^2\,P_X(f)$$

**2、随机过程自相关函数与功率谱密度之间是一对傅里叶变换，即：**

$$\begin{cases} P_X(f)=F\left[R_X(\tau)\right] \\ R_X(\tau)=F^{-1}\left[P_X(f)\right] \end{cases}$$

**——维纳-辛钦定理**

# 第二章习题

16. 零均值高斯白噪声的功率谱密度为 $P_n(f) = \frac{n_0}{2}(-\infty < f < \infty)$，通过图 2-49 所示的带通信道。

（1）画出信道输出噪声的功率谱密度 $P_{n_o}(f)$ 示意图。

（2）求信道输出噪声的功率 $S_{n_o}$。

（3）求信道输出噪声瞬时值的概率密度函数表示式 $f_{n_o}(x)$。

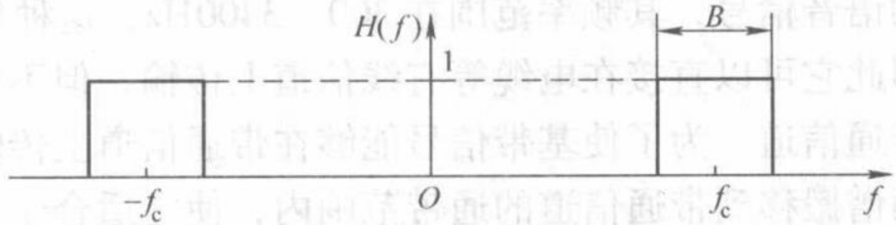



图 2-49 带通信道传输特性

# 第二章习题

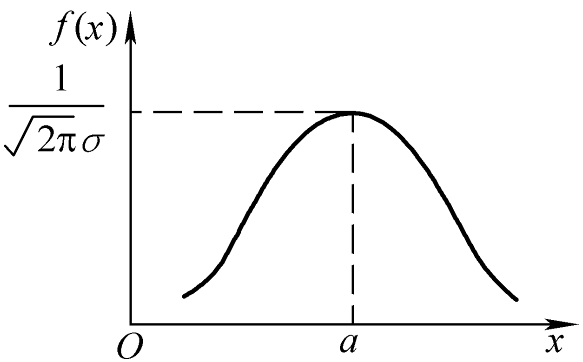
**功率谱密度：** $P_Y(f) = H^*(f)H(f)P_X(f) = |H(f)|^2 P_X(f)$

**功率：** $S = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)df$

服从高斯分布的随机过程通过线性系统时，输出随机过程仍然服从高斯分布

高斯分布又称为正态分布,其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$$




此表达式由$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{\sigma}$两个参数决定。其中$\boldsymbol{a}$称为均值；$\boldsymbol{\sigma}$称为标准偏差，其平方$\boldsymbol{\sigma}^2$称为方差。均值为$\boldsymbol{a}$、方差为$\boldsymbol{\sigma}^2$的高斯分布通常记为$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{\sigma}^2)$

# 第二章习题

**2.** 随机过程的数字特征

**随机过程的均值：** $E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x;t)dx = a(t)$

**随机过程的方差：** $D[X(t)] = E\{[X(t) - a(t)]^2\} = \sigma^2(t)$

**通常：** 随机过程均值是时间的函数；

方差也是时间的函数。

# 第二章习题

18. 已知有线电话信道带宽为 3.4kHz。
（1）若信道的信噪比为 30dB，求该信道的最大信息传输速率。
（2）若要在该信道中传输 33.6kbit/s 的数据，试求最小信噪比。

**1. 信道容量 C：**

香农指出——信道有一个传输信息的“能力”，称为信道容量，是无差错传输的速率上界。

即能无误通过信道的最大信息速率.

$$\boxed{C = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \quad (b/s)}$$

# 第二章习题

19. 已知每张静止图片含有 $7.8\times10^5$ 个像素，每个像素具有 16 个灰度电平，且所有这些灰度电平等概出现。若要求每秒钟传输 24 幅静止图片，试计算所要求的信道最小带宽（设信道信噪比为 30dB）。

$$\boxed{C = B\log_2(1+\frac{S}{N}) \quad (b/s)}$$