

二. 库仑定律

1. 点电荷

当带电体的大小、形状 与带电体间的距离相比可以忽略时，就可把带电体视为一个带电的几何点。（一种理想模型）

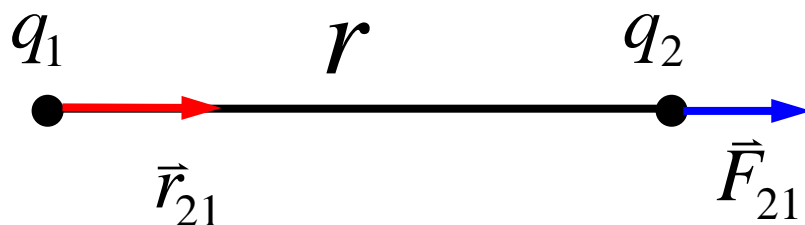
2. 库仑定律

处在静止状态的两个点电荷，在真空（空气）中的相互作用力的大小，与每个点电荷的电量成正比，与两个点电荷间距离的平方成反比，作用力的方向沿着两个点电荷的连线。

电荷 q_1 对 q_2 的作用力 F_{21}

$$F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{21}^0$$



9.1 电荷 库仑定律

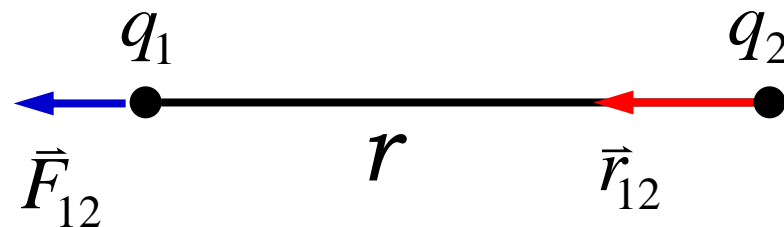
电荷 q_2 对 q_1 的作用力 F_{12}

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12}^0$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

ϵ_0 真空中的电容率（介电常数）

$$\epsilon_0 = 8.854\ 187\ 82 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}^0$$

讨论:

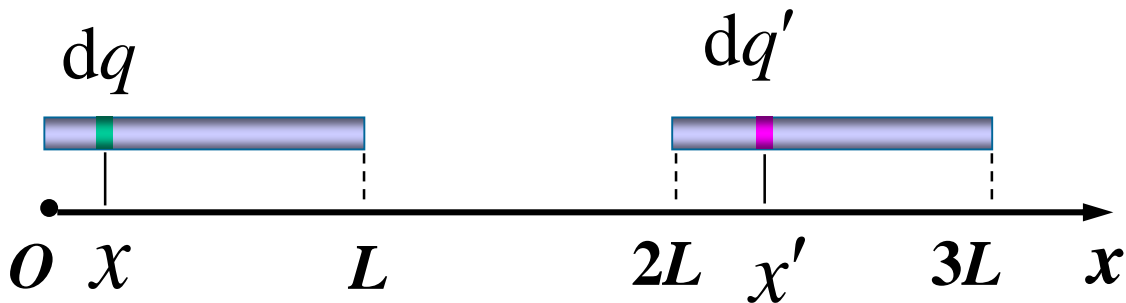
- (1) 库仑定律适用于真空中的点电荷;
- (2) 库仑力满足牛顿第三定律;
- (3) 一般 $F_{\text{电}} \gg F_{\text{万}}$

例 已知两杆电荷线密度为 λ ，长度为 L ，相距 L

求 两带电直杆间的电场力。

解 $dq = \lambda dx$

$$dq' = \lambda dx'$$



$$dF = \frac{\lambda dx \lambda dx'}{4\pi\epsilon_0 (x' - x)^2}$$

$$F = \int_{2L}^{3L} dx' \int_0^L \frac{\lambda^2 dx}{4\pi\epsilon_0 (x' - x)^2} = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{4}{3}$$

定义： 电场中某点的电场强度的大小等于单位电荷在该点受力的大小，其方向为正电荷在该点受力的方向。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

三. 电场强度叠加原理

点电荷的电场

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \vec{r}^0 \quad \longrightarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}^0$$

点电荷系的电场

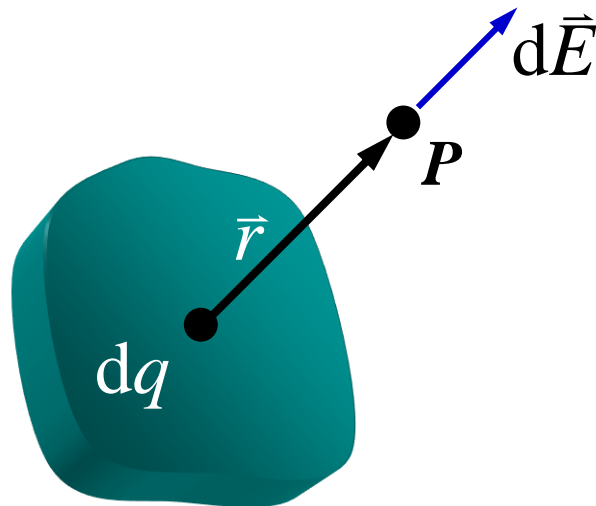
$$\vec{E} = \frac{\sum_k \vec{F}_k}{q_0} = \sum_k \vec{E}_k = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_k}{r_k^2} \vec{r}_k^0$$

点电荷系在某点 P 产生的电场强度等于各点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和。这称为电场强度叠加原理。

连续分布带电体

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{r}^0$$

$$\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}^0$$



$$dq = \begin{cases} \lambda dl & (\text{线分布}) \\ \sigma dS & (\text{面分布}) \\ \rho dV & (\text{体分布}) \end{cases}$$

λ : 线密度

σ : 面密度

ρ : 体密度

例 面密度为 σ 的圆板在轴线上任一点的电场强度

解 $dq = 2\pi r dr \sigma$

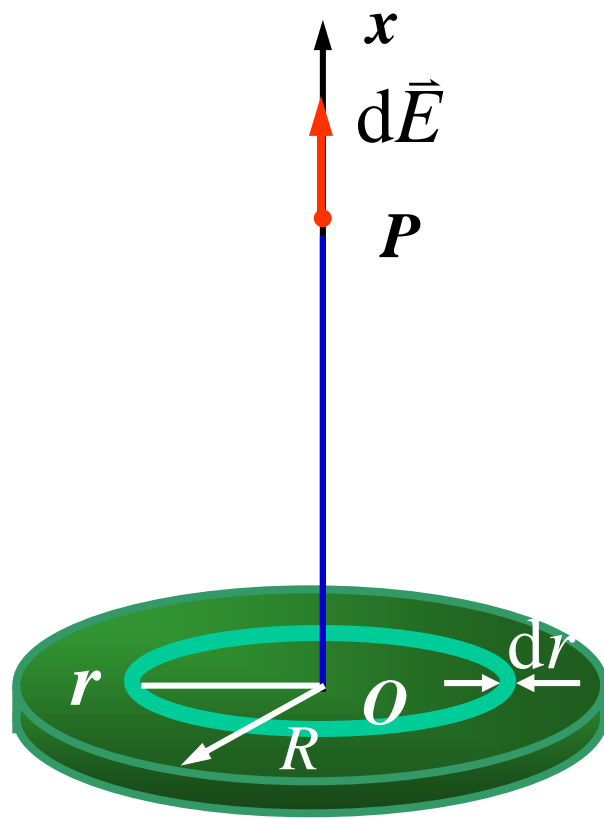
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{x\sigma}{2\epsilon_0} \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \frac{x\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$

$$\vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right] \vec{i}$$



★ 讨论

(1) 当 $R \gg x$, 圆板可视为无限大薄板

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

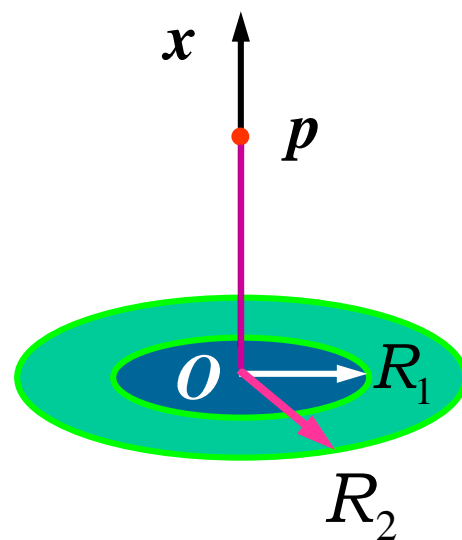
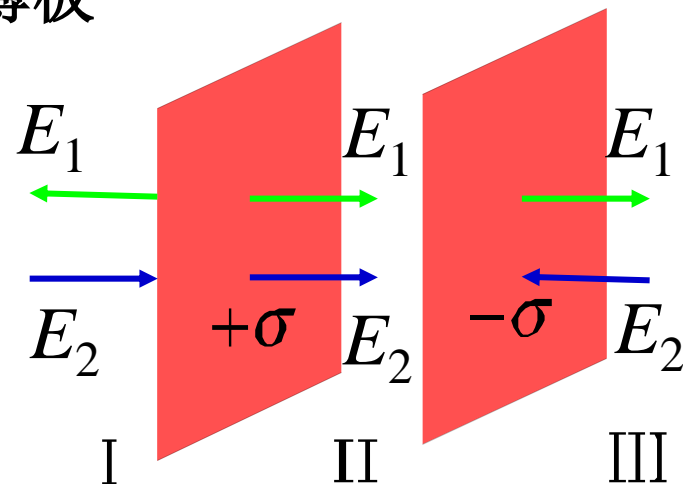
(2) $E_{\text{I}} = E_1 - E_2 = 0$

$$E_{\text{II}} = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_{\text{III}} = E_1 - E_2 = 0$$

(3) 补偿法

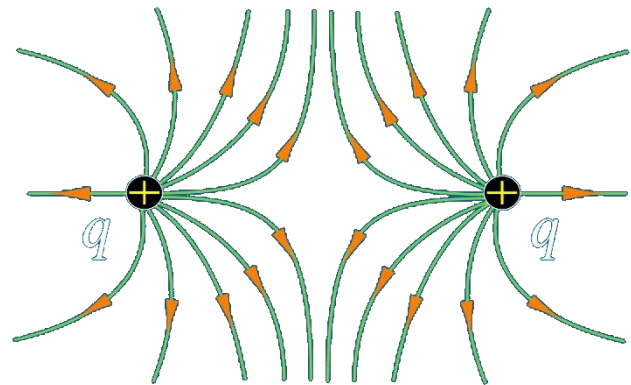
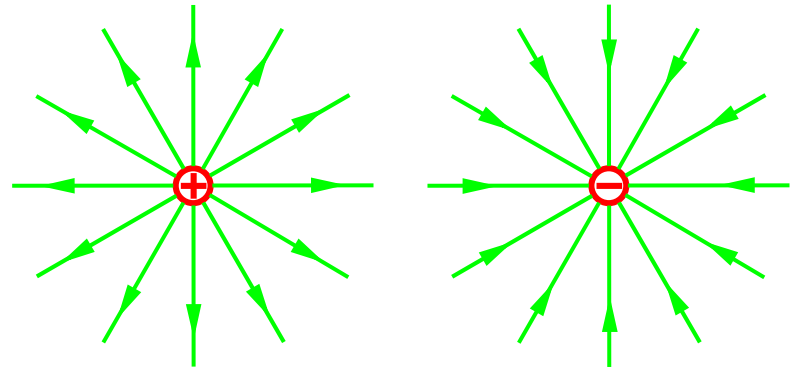
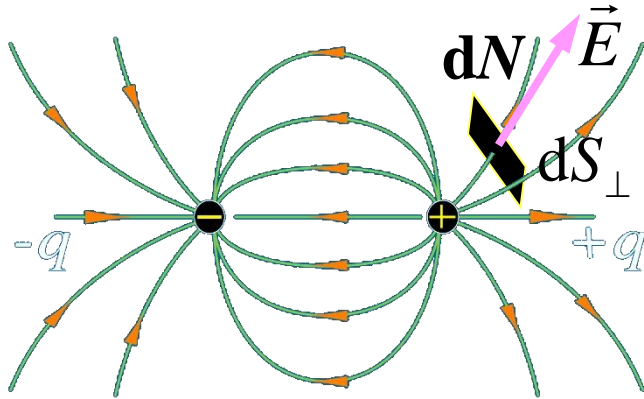
$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_{R2} + \vec{E}_{R1} \\ &= \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0} \left[\frac{1}{(R_1^2 + x^2)^{1/2}} - \frac{1}{(R_2^2 + x^2)^{1/2}} \right] \vec{i} \end{aligned}$$



一. 电场线（电力线）

- 起始于正电荷(或无穷远处)，终止于负电荷(或无穷远处)。
- 场强方向沿电力线切线方向，场强大小决定电力线的疏密。

$$E = \frac{dN}{dS_{\perp}}$$



- 电场线是非闭合曲线，不相交。

二. 电通量

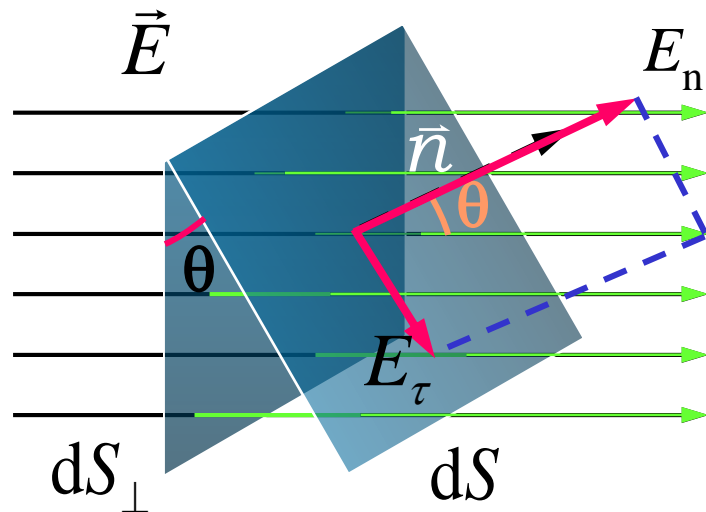
在电场中穿过任意曲面 S 的电场线条数称为穿过该面的电通量。—— Φ_e

1. 均匀场中

$$\begin{aligned} d\Phi_e &= E_n dS = E \cos \theta dS \\ &= E dS_{\perp} \end{aligned}$$

定义 $d\vec{S} = dS \vec{n}$

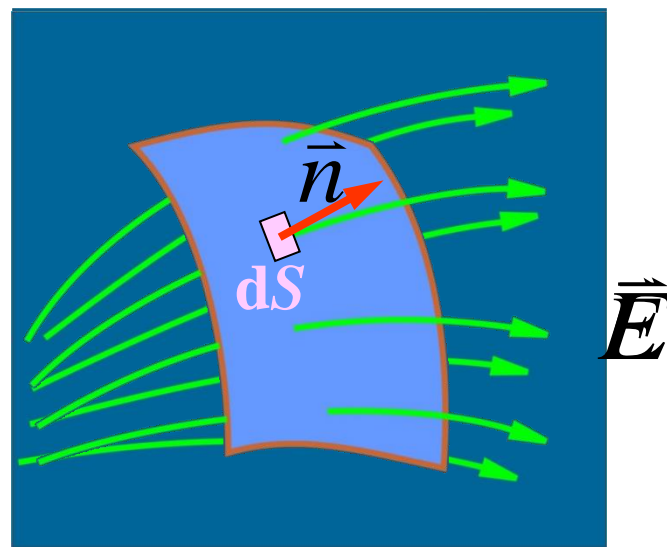
$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



2. 非均匀场中

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \int d\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$





对闭合曲面

$$\Phi_e = \oint d\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

✦ 讨论

(1) \vec{S} 方向的规定: $\left\{ \begin{array}{l} \text{非闭合曲面} \text{ —— 凸为正, 凹为负} \\ \text{闭合曲面} \text{ —— 向外为正, 向内为负} \end{array} \right.$

(2) 电通量是代数量 $\left\{ \begin{array}{ll} 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ —— } d\Phi_e & \text{为正} \\ \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \text{ —— } d\Phi_e & \text{为负} \end{array} \right.$

三. 高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \begin{cases} > 0 & \text{——} +q \\ < 0 & \text{——} -q \end{cases}$$

以点电荷为例建立 Φ_e —— q 关系:

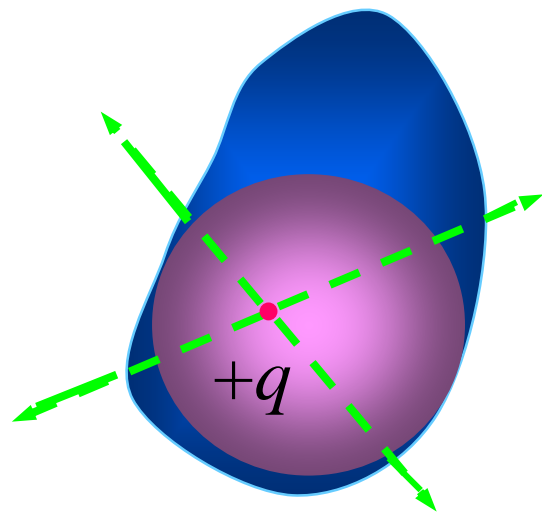
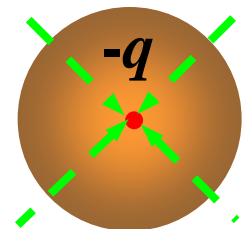
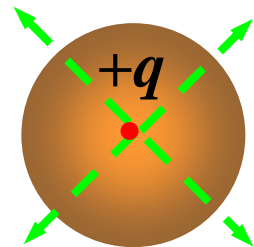
- 取球对称闭合曲面

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \oint_S dS \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q \end{aligned}$$

- 取任意闭合曲面时

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

★ 结论: Φ_e 与曲面的形状及 q 在曲面内的位置无关。



高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i (\text{内})$$

(不连续分布的源电荷)

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

(连续分布的源电荷)

真空中的任何静电场中，穿过任一闭合曲面的电通量，在数值上等于该曲面内包围的电量的代数和乘以 $1/\varepsilon_0$

意义

反映静电场的性质—— 有源场

四. 用高斯定理求特殊带电体的电场强度

例 均匀带电球面，总电量为 Q ，半径为 R

求 电场强度分布

解 对球面外一点 P ：

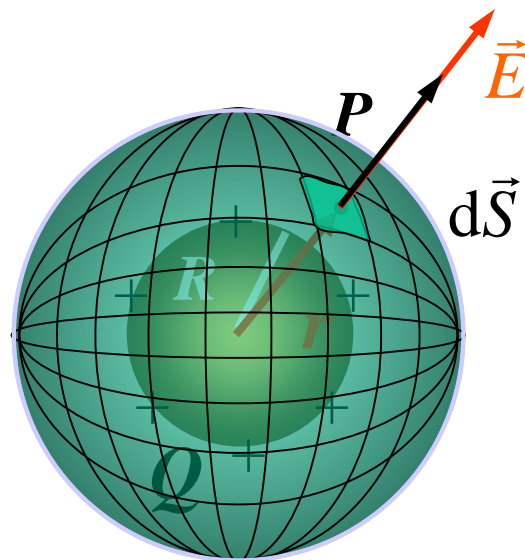
取过场点 P 的同心球面为高斯面

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E 4\pi r^2$$

根据高斯定理

$$E 4\pi r^2 = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sum_i q_i}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

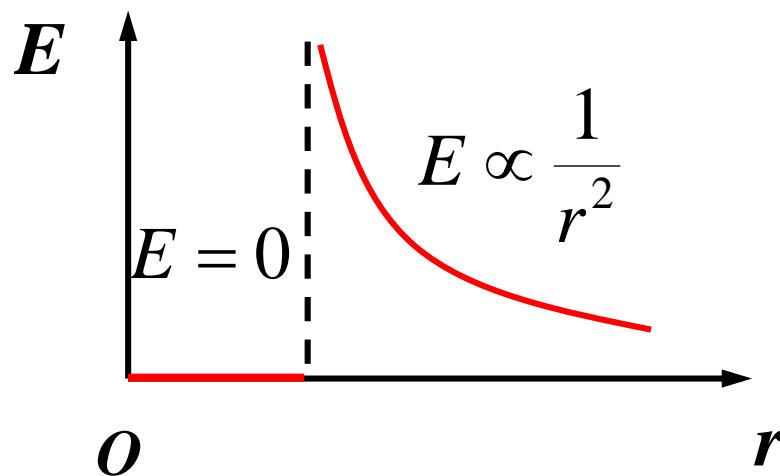
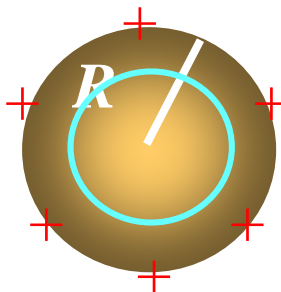
$$r > R \quad \sum_i q_i = Q \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



对球面内一点:

$$r < R \quad \sum_i q_i = 0$$

$$E = 0$$



电场分布曲线

例 已知球体半径为 R ，带电量为 q （电荷体密度为 ρ ）

求 均匀带电球体的电场强度分布

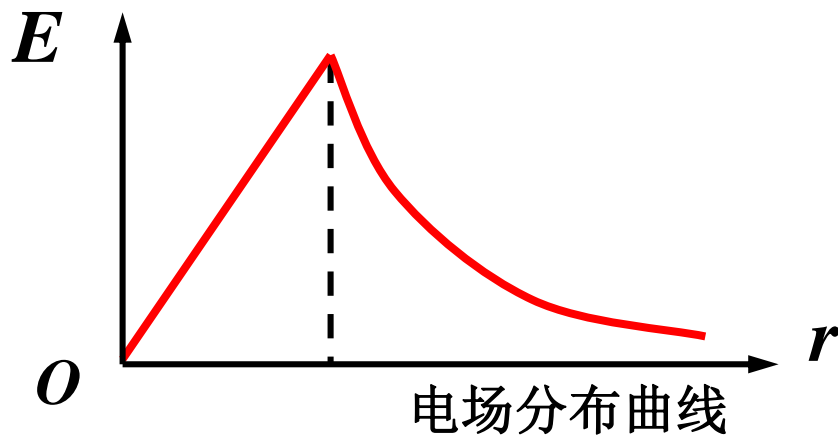
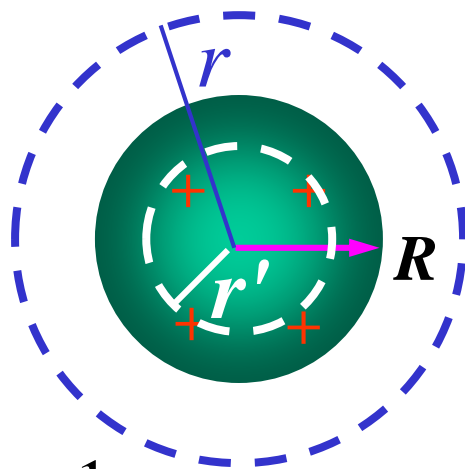
解 球外 ($r \geq R$)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}^0 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \vec{r}^0$$

球内 ($r < R$)

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r'^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r'^3 \rho = \frac{1}{\epsilon_0} q'$$

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$



一. 静电力做功的特点

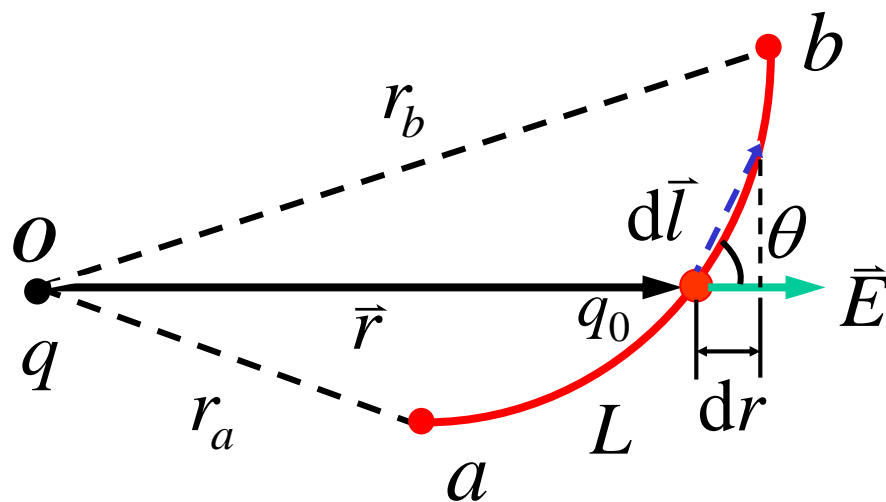
- 单个点电荷产生的电场中

$$A = \int_{a(L)}^b \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{a(L)}^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{a(L)}^b q_0 E dl \cos \theta$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (\text{与路径无关})$$





• 电势能

取势能零点 $W_{“0”} = 0$

q_0 在电场中某点 a 的电势能: $W_a = A_{a“0”} = \int_a^{“0”} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$

✧ 说明

- (1) 电势能应属于 q_0 和产生电场的源电荷系统共有。
- (2) 电荷在某点电势能的值与零点选取有关, 而两点的差值与零点选取无关
- (3) 选势能零点原则:
 - 当(源)电荷分布在有限范围内时, 势能零点一般选在无穷远处。
 - 无限大带电体, 势能零点一般选在有限远处一点。
 - 实际应用中取大地、仪器外壳等为势能零点。

一. 电势 电势差

• 电势差

$$u_{ab} = \frac{W_a}{q_0} - \frac{W_b}{q_0} = \frac{A_{ab}}{q_0} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

单位正电荷自 $a \rightarrow b$ 过程中电场力作的功。

• 电势定义

$$u_a = \frac{W_a}{q_0}$$

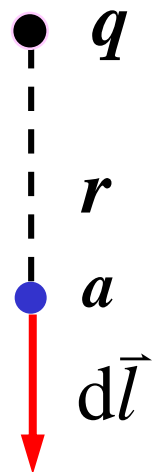


$$u_a = \frac{A_{a"0"}}{q_0} = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

单位正电荷自该点 \rightarrow “势能零点”过程中电场力作的功。

• 点电荷的电势

$$u_a = \int_a^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{r}^0 \quad d\vec{l} = dr \vec{r}^0$$



在点电荷系产生的电场中，某点的电势是各个点电荷单独存在时，在该点产生的电势的代数和。这称为**电势叠加原理**。

对连续分布的带电体

$$u = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

三. 电势的计算

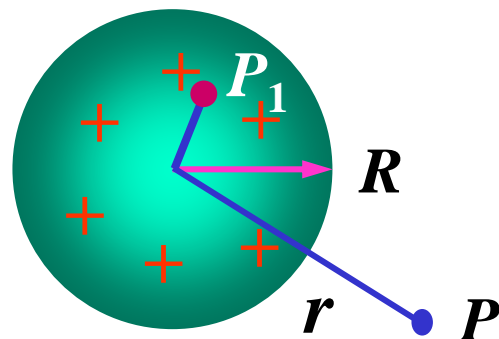
$$\text{方法} \begin{cases} (1) \text{ 已知电荷分布 } u = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \\ (2) \text{ 已知场强分布 } u_p = \int_p^{0} \vec{E} \cdot d\vec{l} \end{cases}$$

例 半径为 R ，带电量为 q 的均匀带电球体

求 带电球体的电势分布

解 根据高斯定律可得：

$$\begin{cases} r < R & E_1 = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} \\ r \geq R & E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{cases}$$



对球外一点 P
$$u_{\text{外}} = \int_P^{\infty} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \int_r^{\infty} \frac{qdr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

对球内一点 P_1

$$u_{\text{内}} = \int_{P_1}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^R E_1 dr + \int_R^{\infty} E_2 dr = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (3R^2 - r^2)$$

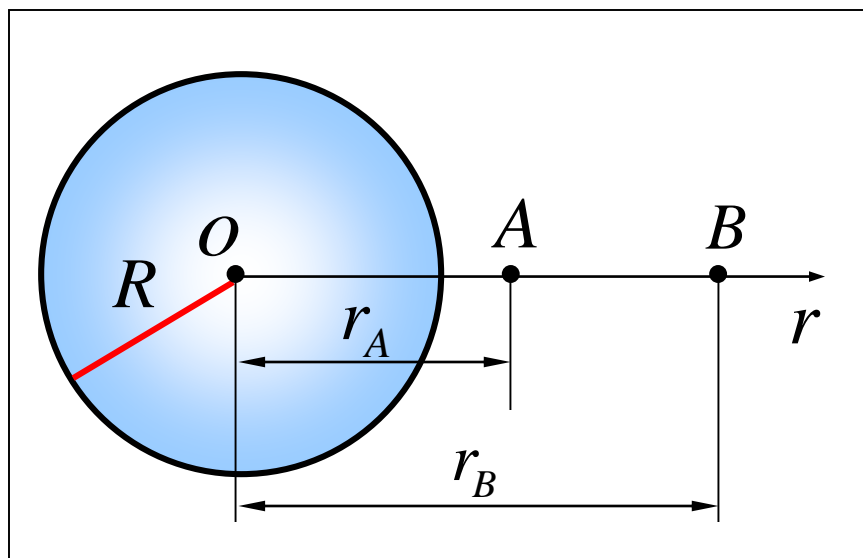
例 真空中有一电荷为 Q ，半径为 R 的均匀带电球面。试求

(1) 球面外两点间的电势差；

(2) 球面内两点间的电势差；

(3) 球面外任意点的电势；

(4) 球面内任意点的电势。

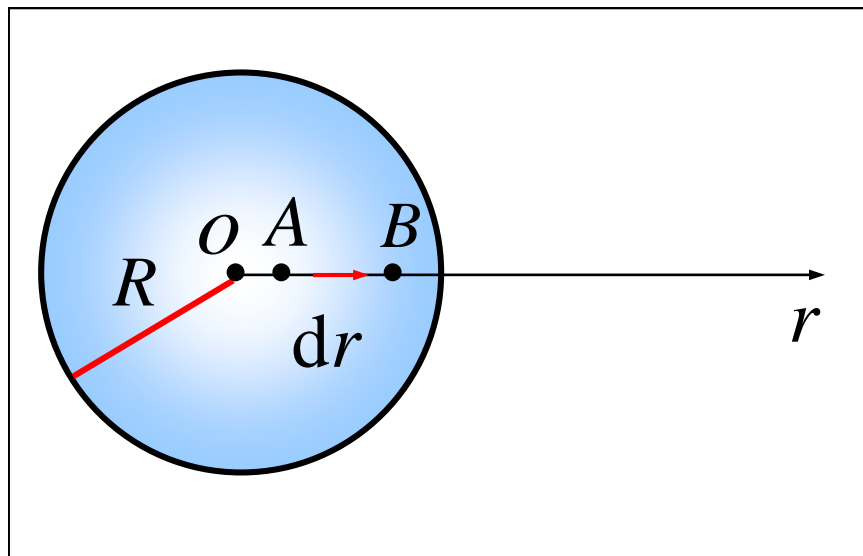


解
$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r > R \end{cases}$$

(1) $r > R$
$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

(2) $r < R$

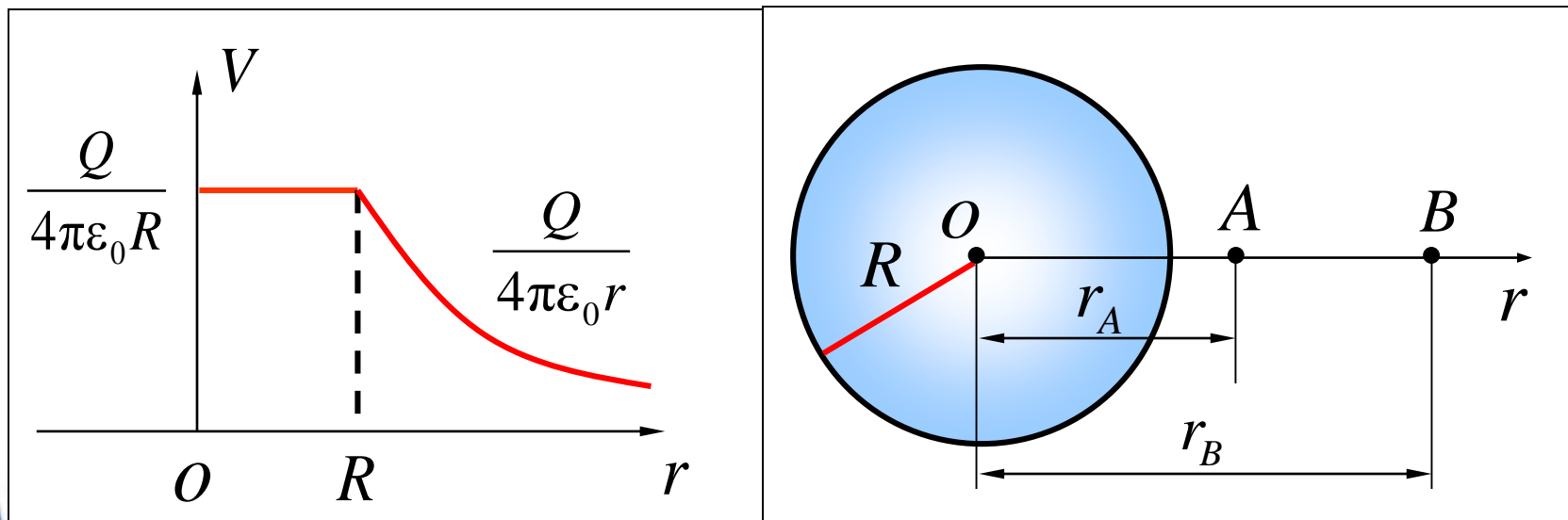
$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$



(3) $r > R$ 令 $r_B \approx \infty$ $V_\infty = 0$

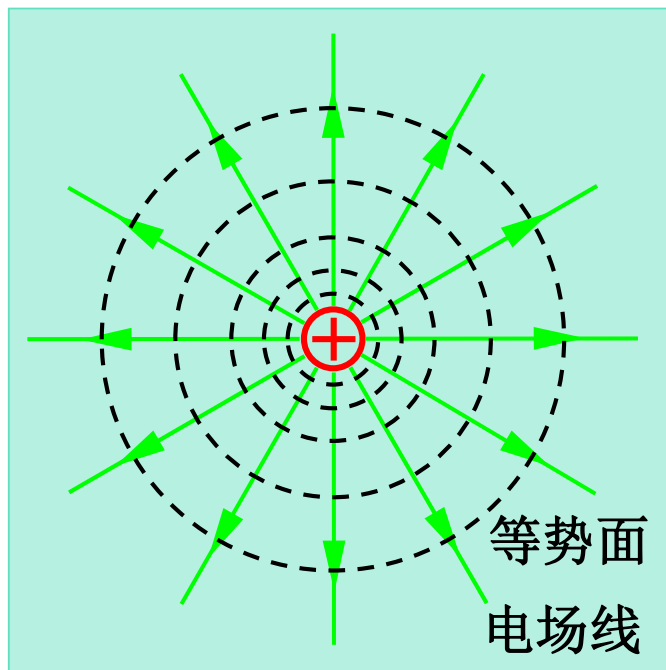
$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \qquad V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

(4) $r < R$ $V(r) = \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

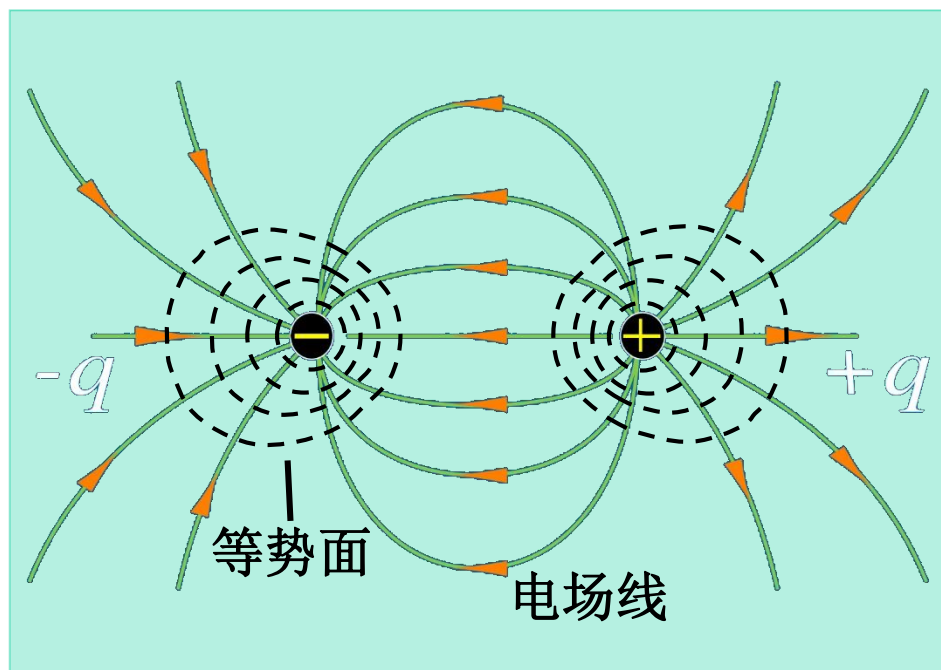


一. 等势面

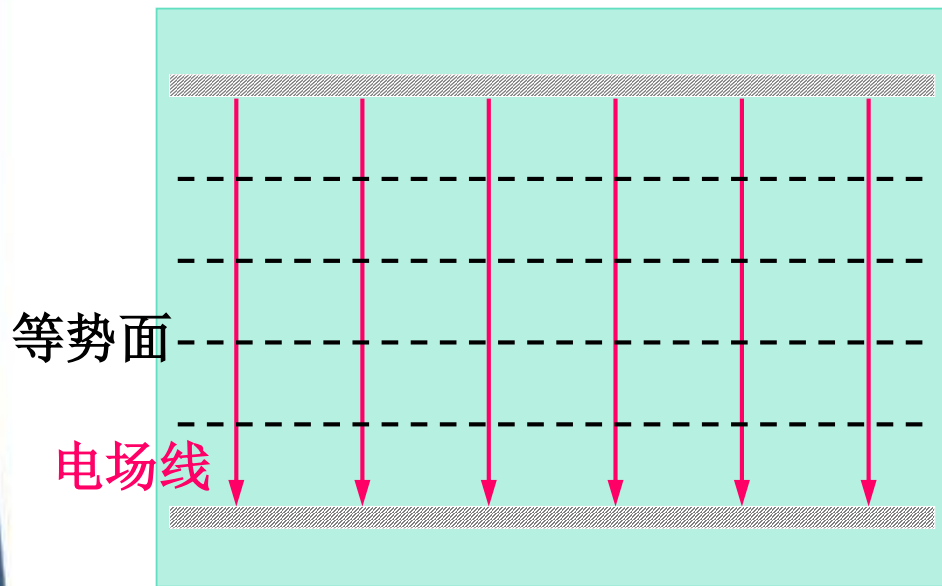
电场中电势相等的点连成的面称为等势面。



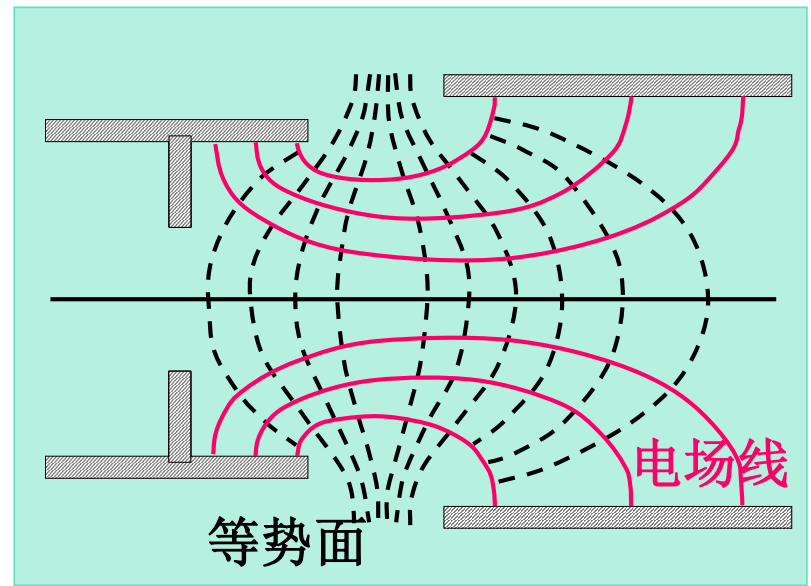
点电荷



电偶极子



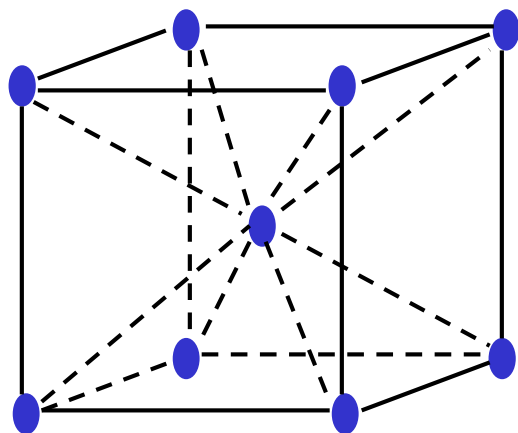
带电平板电容器内部



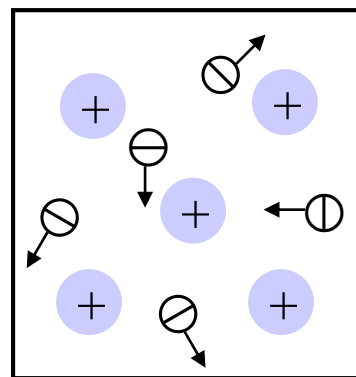
示波管内部的电场

一. 导体的静电平衡

◆ 金属导体的微观结构



体心立方晶格单元



金属性结合示意图

金属导体在电结构方面的重要特征是：**具有大量的自由电子**
导体不带电或不受外电场影响时，自由电子仅有微观热运动。

一. 导体的静电平衡

◆ 静电感应

设外电场为 \mathbf{E}_0

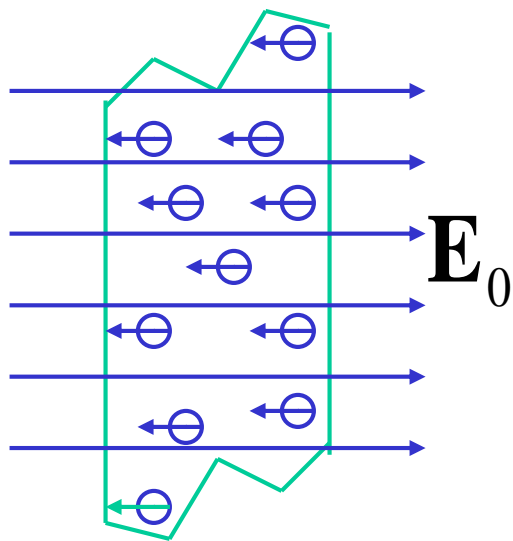


图1

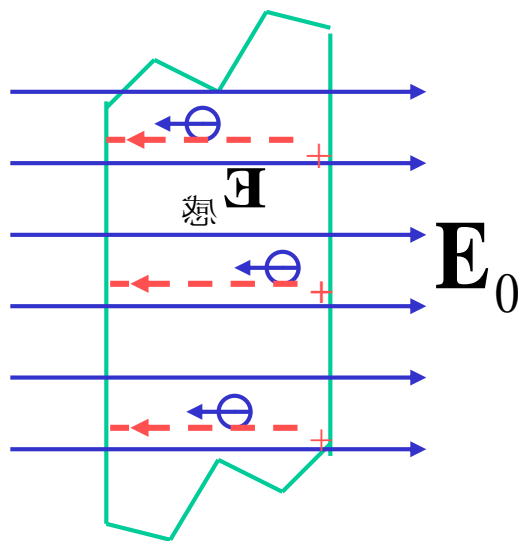


图2

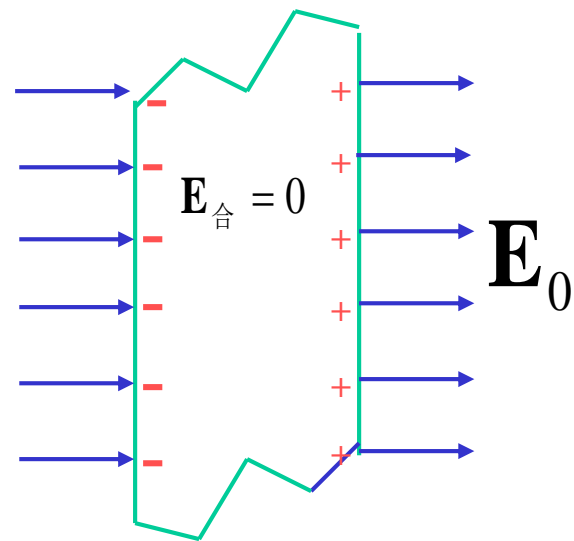


图3

在外电场的作用下，导体中出现电荷重新分布。

一. 导体的静电平衡

1. 静电平衡

导体内部和表面上任何一部分都没有宏观电荷运动，我们就说导体处于静电平衡状态

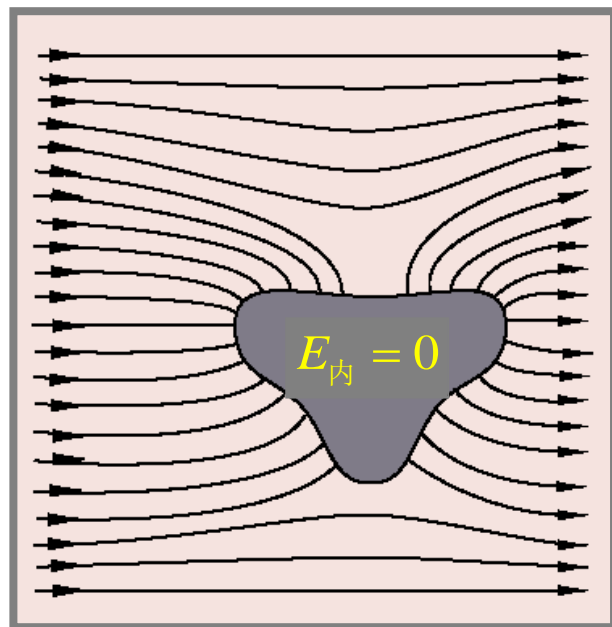
2. 导体静电平衡的条件

$$E_{\text{内}} = 0$$

$$\vec{E}_{\text{表面}} \perp \text{导体表面}$$

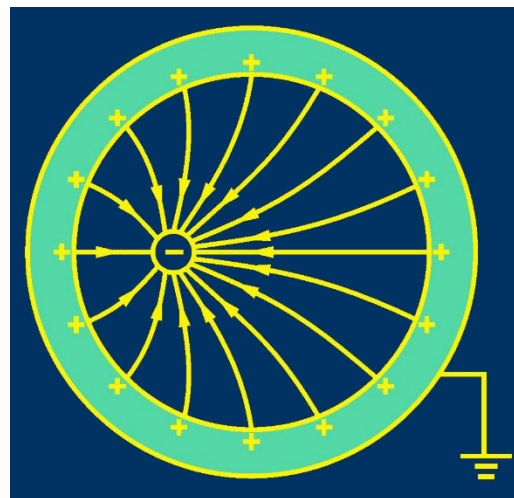
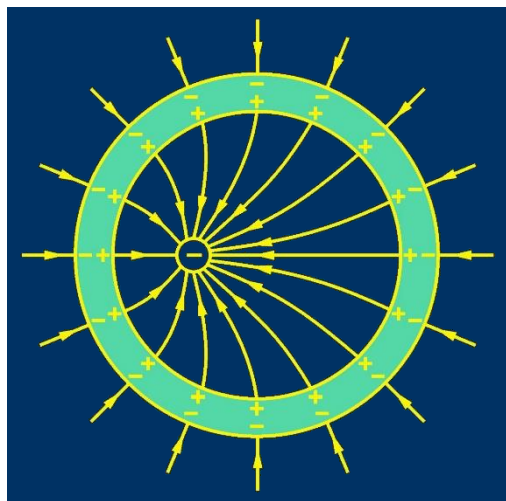
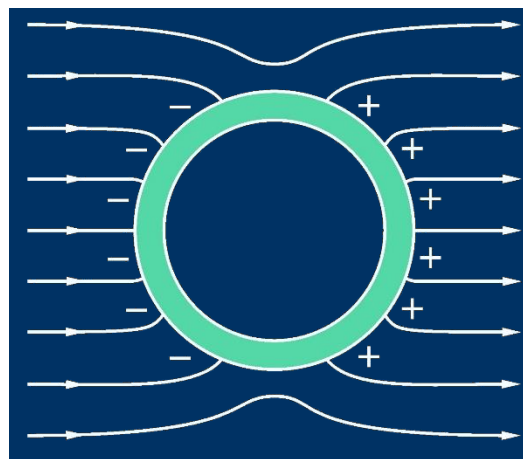
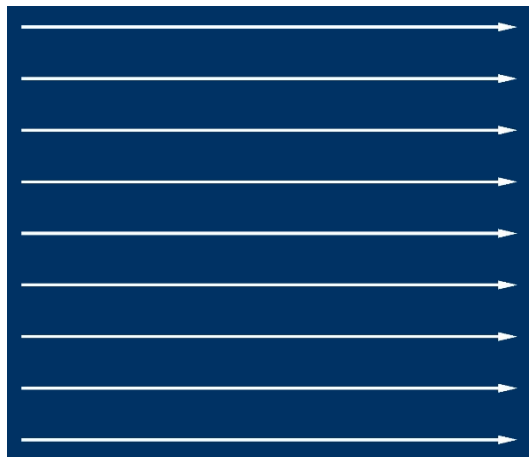
3. 静电平衡导体的电势

导体静电平衡时，导体上各点电势相等，即导体是等势体，表面是等势面



$$U_a - U_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

4. 静电屏蔽



例 如图所示, 导体球附近有一点电荷 q 。

求 接地后导体上感应电荷的电量

解 设感应电量为 Q

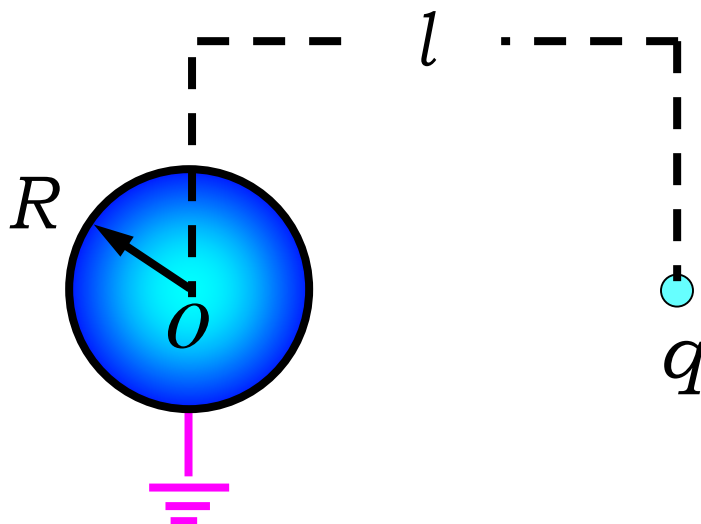
$$Q = \begin{cases} -q \\ 0 \end{cases} \quad \text{✗}$$

接地 即 $U = 0$

由导体是个等势体

O 点的电势为0 则

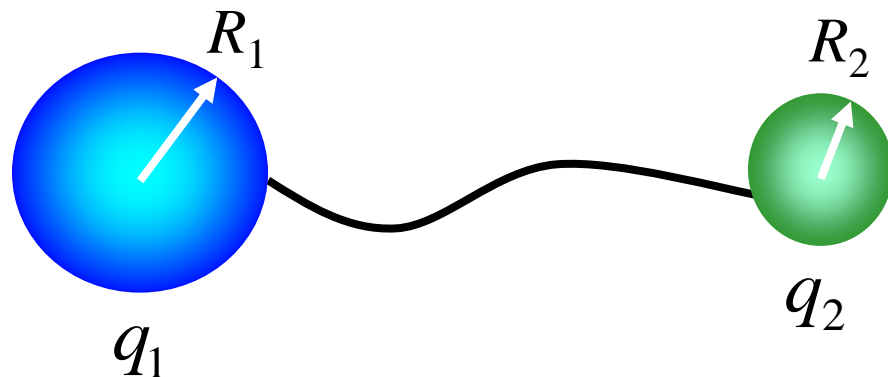
$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = -\frac{R}{l} q$$



例 两球半径分别为 R_1 、 R_2 , 带电量 q_1 、 q_2 , 设两球相距很远, 当用导线将彼此连接时, 电荷将如何分布?

解 设用导线连接后, 两球带电量为 q'_1 q'_2

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$



$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \\ u_2 &= \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{u_1 = u_2} \frac{\sigma_1 \cdot 4\pi R_1^2}{\sigma_2 \cdot 4\pi R_2^2} = \frac{R_1}{R_2} \xrightarrow{\quad} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

例 两块等面积的金属平板，分别带电荷 q_A 和 q_B ，平板面积均为 S ，两板间距为 d ，且满足面积的线度远大于 d 。

求 静电平衡时两金属板各表面上的电荷面密度。

解 如图示，设4个表面的电荷面密度分别为 q_1 、 q_2 、 q_3 和 q_4 ，

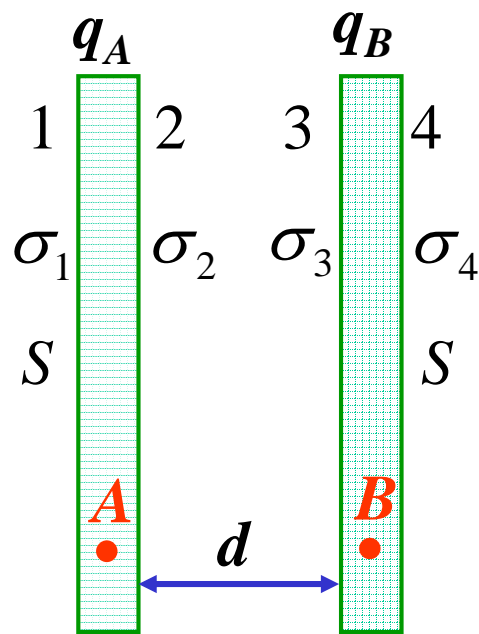
$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = q_A, \quad \sigma_3 S + \sigma_4 S = q_B \quad \textcircled{1}$$

在两板内分别取任意两点 A 和 B ，则

$$\left. \begin{aligned} E_A &= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \\ E_B &= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 = 0 \\ \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \sigma_4, \quad \sigma_2 = -\sigma_3$$



代入①，得

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_A + q_B}{2S}$$

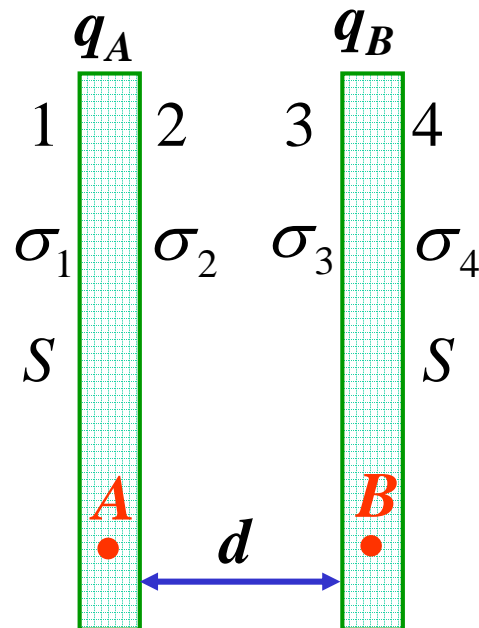
$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_A - q_B}{2S}$$

可见，**A、B**两板的内侧面带等量异号电荷；两板的外侧面带等量同号电荷。

◆ 特别地，若 $q_A = -q_B = q$ ，则

$$\sigma_1 = \sigma_4 = 0 \quad \sigma_2 = -\sigma_3 = q/S$$

电荷只分布在两板的内侧面，外侧面不带电。



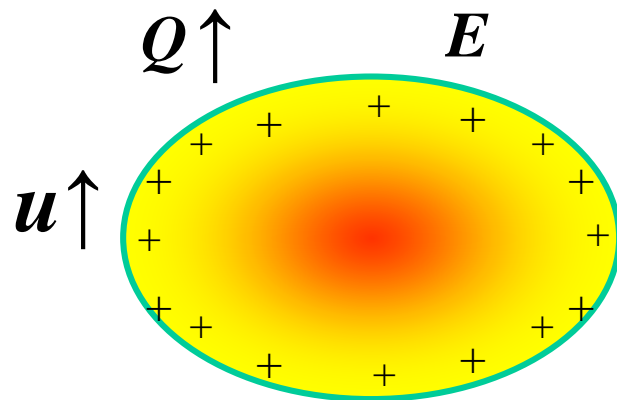
三. 孤立导体的电容

孤立导体的电势 $u \propto Q$

$$C = \frac{Q}{u}$$

孤立导体的电容

单位: 法拉(F)

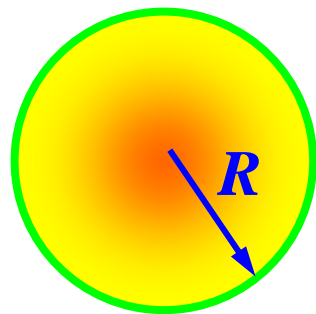


求半径为 R 的孤立导体球的电容.

电势为
$$u = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R}$$

电容为
$$C = 4\pi \varepsilon_0 R$$

电容只与导体的几何因素和介质有关，与导体是否带电无关



若 $R = R_e$, 则 $C = 714 \mu\text{F}$

若 $C = 1 \times 10^{-3} \mu\text{F}$, 则 $R = ?$

四. 电容器的电容

通常, 由彼此绝缘相距很近的两导体构成电容器。

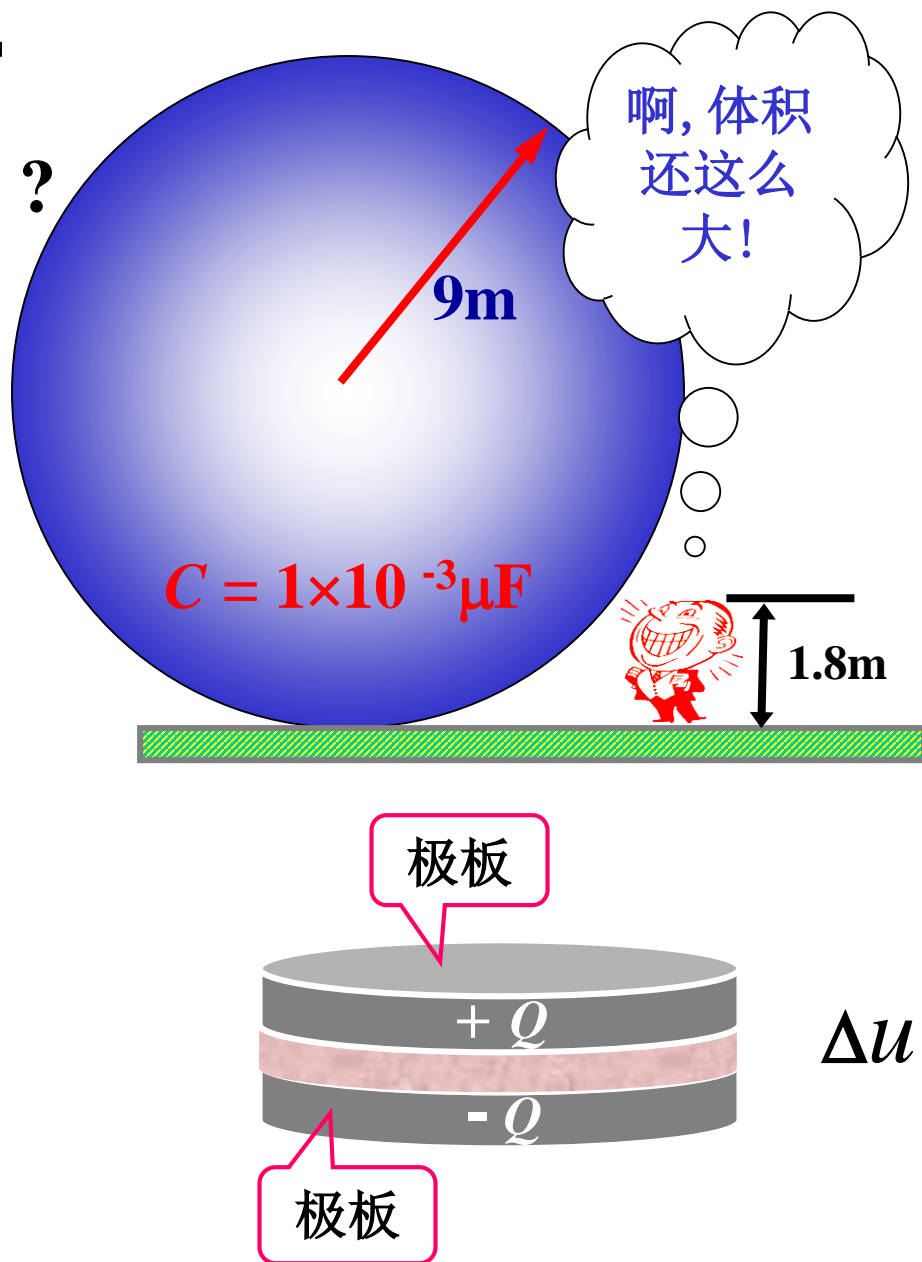
使两导体极板带电 $\pm Q$

两导体极板的电势差

$$\Delta u \propto Q$$

电容器的电容

$$C = \frac{Q}{\Delta u}$$



电容器电容的大小取决于极板的形状、大小、相对位置以及极板间介质。

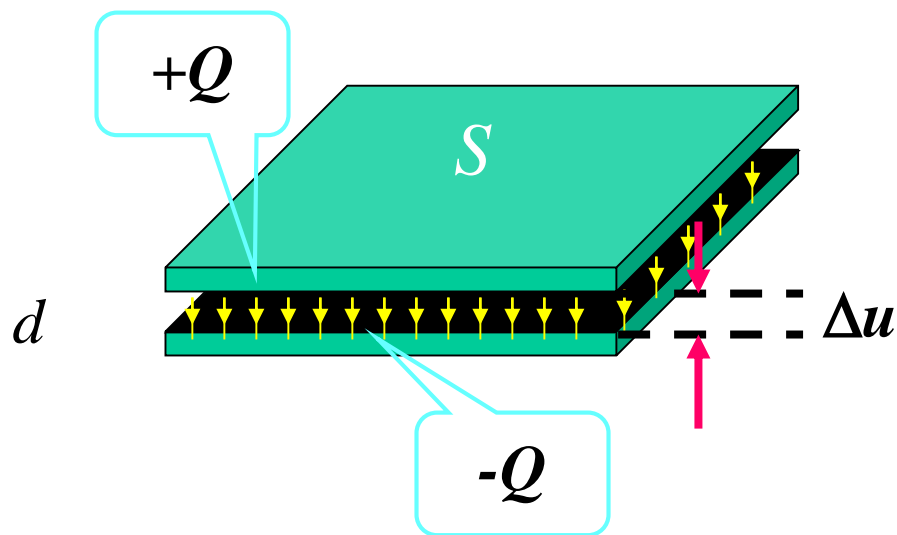
● 电容器电容的计算

$$Q \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \Delta u \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta u}$$

(1) 平行板电容器

$$\Delta u = Ed = \frac{Qd}{S\epsilon_0}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$



(2) 球形电容器

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

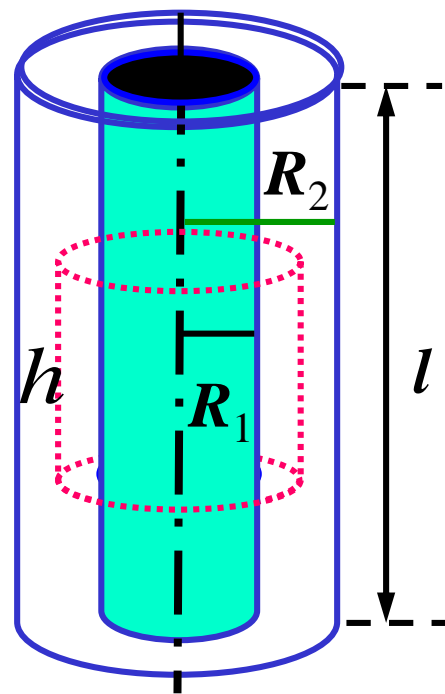
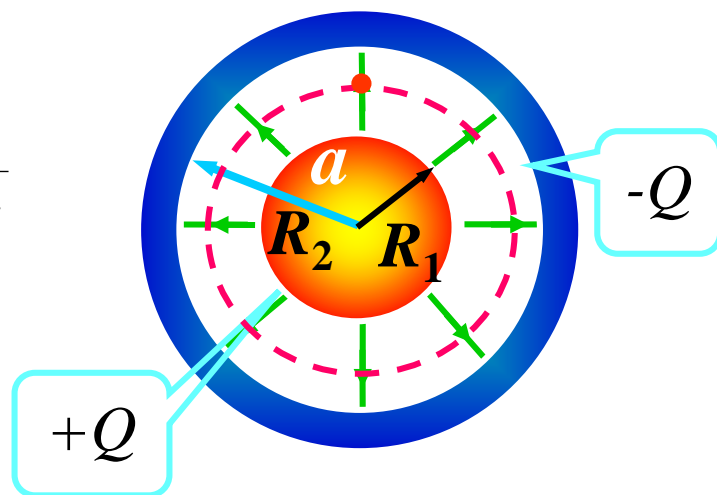
$$\Delta u = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

(3) 柱形电容器

$$2\pi r h E = \frac{Qh}{\varepsilon_0 l} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r l} \quad (R_1 < r < R_2)$$



$$\Delta u = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

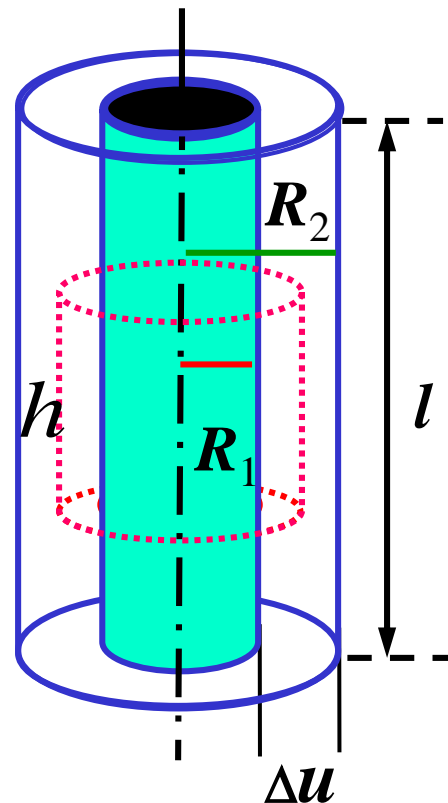
$$C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$$

✦ 讨论

若 $R_1 \gg R_2 - R_1$, 则 $C = ?$

$$\ln\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1} + 1\right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$





70
厘米



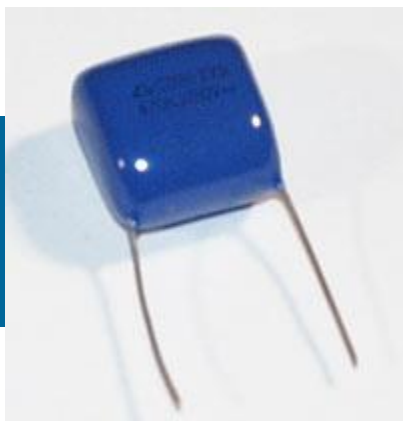
高压电容器(20kV 5~21 μ F)
(提高功率因数)

12
厘米



聚丙烯电容器
(单相电机起动和连续运转)

2.5
厘米



涤纶电容
(250V0.47 μ F)



陶瓷电容器
(20000V1000pF)

2.5
厘米



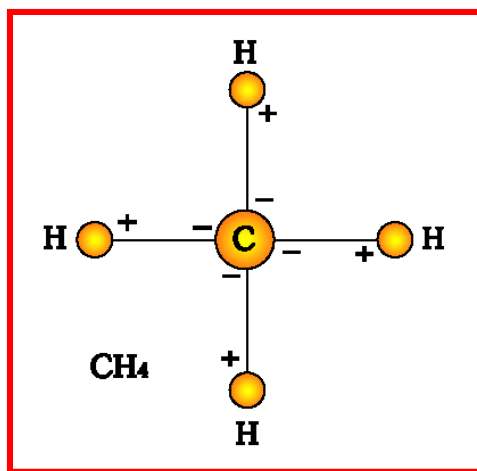
电解电容器
(160V470 μ F)

二. 电介质的极化 极化电荷

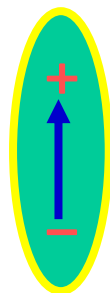
无极分子



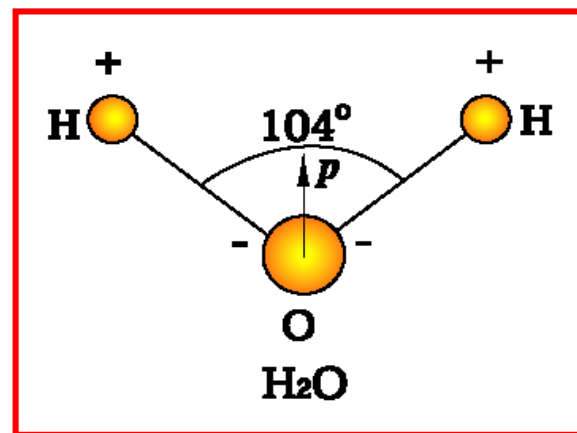
$$\vec{p} = 0$$



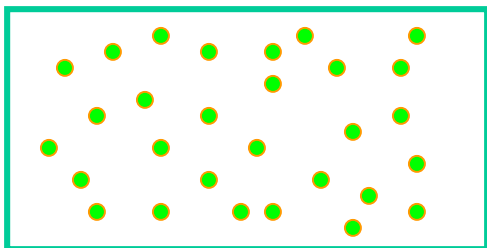
有极分子



$$\vec{p} = q\vec{l}$$

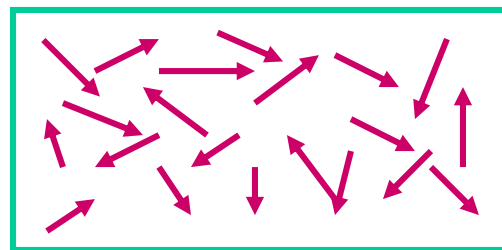


无外场时（热运动）



(无极分子电介质)

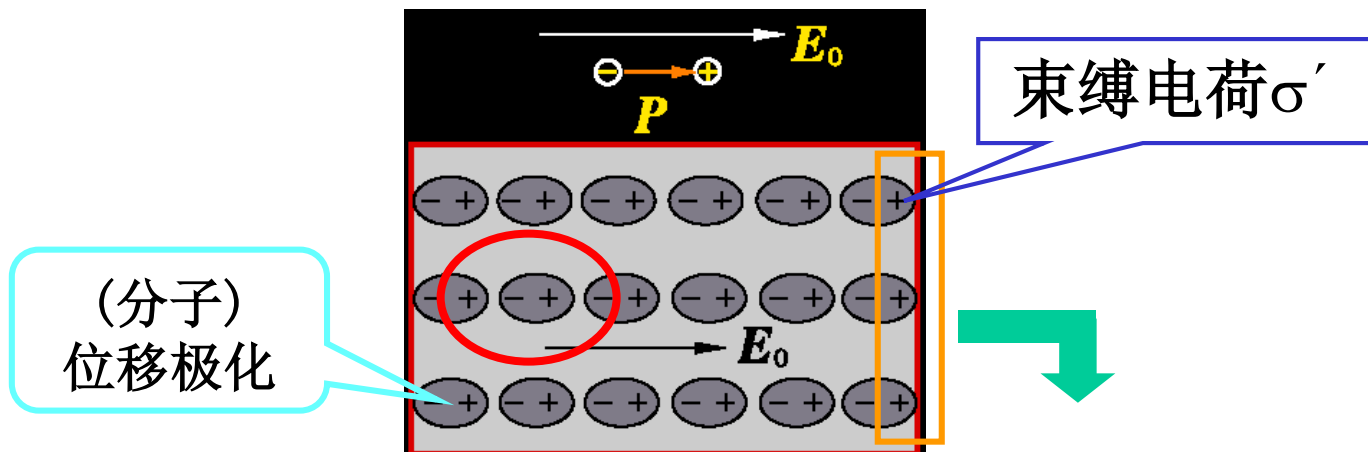
整体对外
不显电性



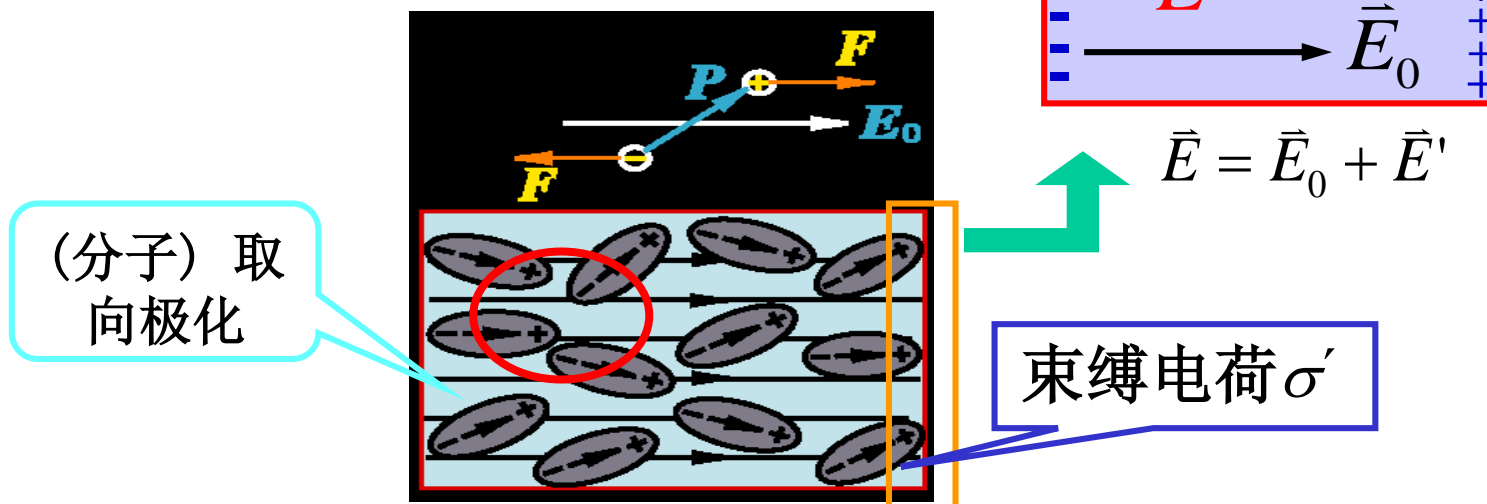
(有极分子电介质)

有外场时

- 无极分子电介质



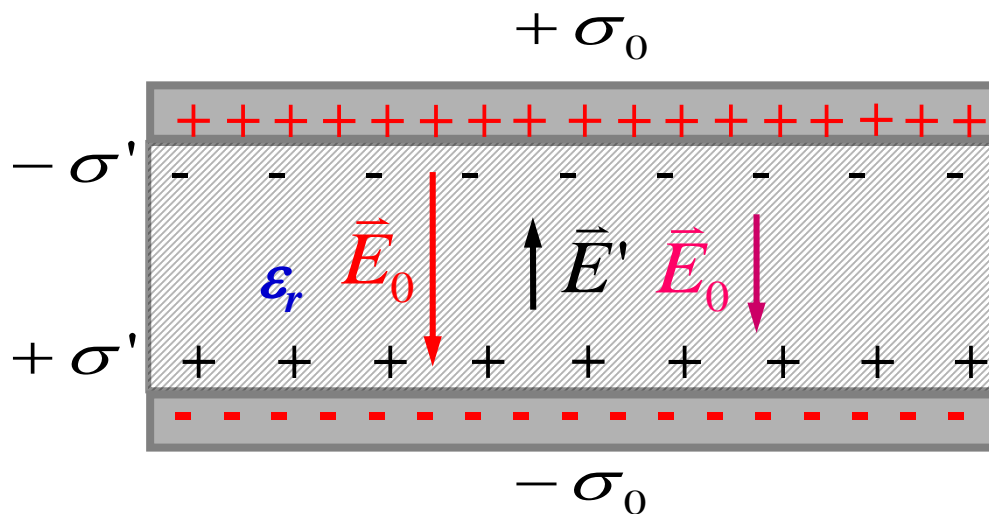
- 有极分子电介质



三. 电介质内的电场强度

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad \xrightarrow{E = E_0 / \varepsilon_r} \quad E = E_0 - E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\sigma' = \sigma_0 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_r} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \sigma_0$$

四. 电介质的高斯定理 电位移矢量

- 无电介质时

$$\int_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma_0 \Delta S$$

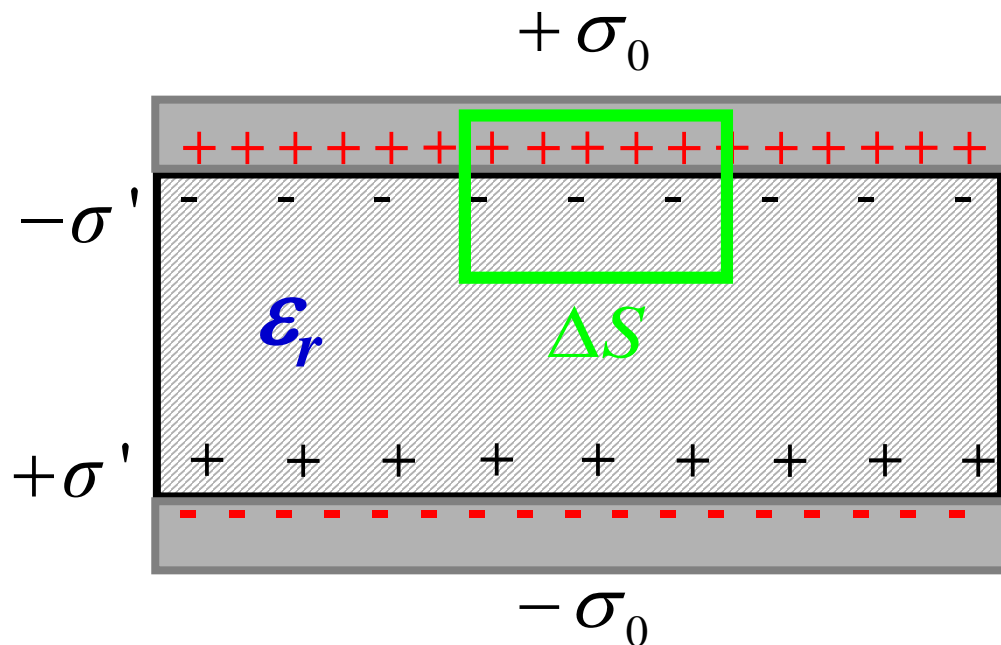
- 加入电介质

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

$$\int_S \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sigma_0 \Delta S$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad \epsilon \text{ — 介电常数}$$

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i, \text{内}}$$



通过高斯面的电位移通量等于高斯面所包围的自由电荷的代数和，与极化电荷及高斯面外电荷无关。

- 比较

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i, \text{内}} \\ \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sigma_0 - \sigma') \Delta S \end{array} \right.$$

- 介质中的电场能量密度

$$W = \frac{1}{2} C U^2_{AB} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{2d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} E D V$$

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 = \frac{1}{2} D E$$

例 平行板电容器，其中充有两种均匀电介质。

求 (1) 各电介质层中的场强

(2) 极板间电势差

解 做一个圆柱形高斯面 S_1

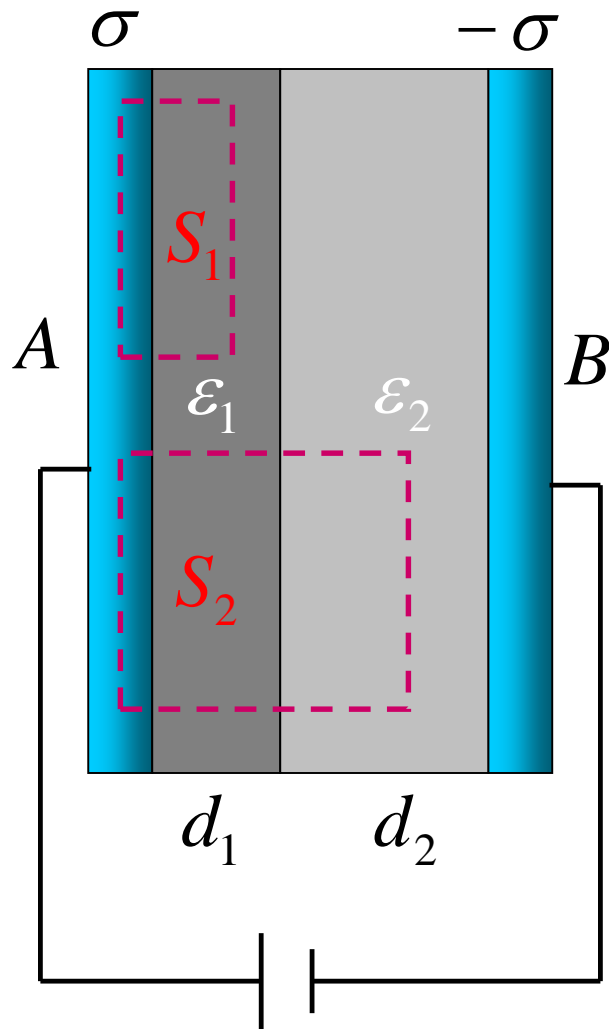
$$\oint_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i(S_1 \text{内})$$


$$D_1 \Delta S_1 = \sigma \Delta S_1 \quad D_1 = \sigma$$

同理，做一个圆柱形高斯面 S_2

$$\int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i(S_2 \text{内}) \quad D_2 = \sigma$$

$$D_1 = D_2 \quad \Rightarrow \quad E_1 \neq E_2$$




$$\Delta u = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_0^{d_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{d_1}^{d_1+d_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_o \epsilon_{r1}} d_1 + \frac{\sigma}{\epsilon_o \epsilon_{r2}} d_2$$

$$C = q / \Delta u = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 S}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1}$$

- 各电介质层中的场强不同
- 相当于电容器的串联

平板电容器中充介质的另一种情况

由极板内为等势体 $\Delta u_1 = \Delta u_2$

$$E_1 = \frac{\Delta u_1}{d} \quad E_2 = \frac{\Delta u_2}{d}$$

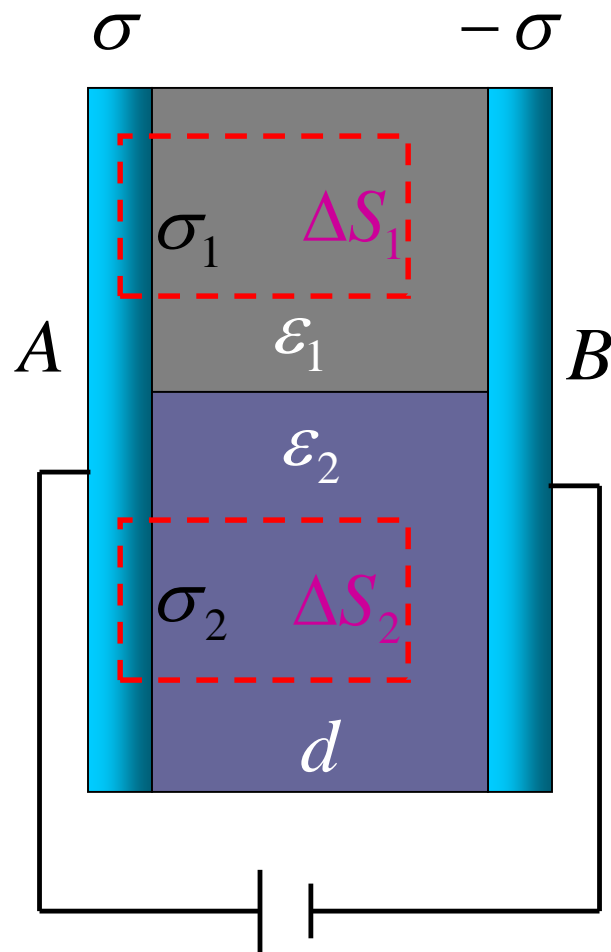
$$D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_1 \neq D_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_2$$

$$D_1 = \sigma_1 \neq D_2 = \sigma_2$$

$$q = \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2$$

$$\Delta u = E_1 d = E_2 d = \frac{qd}{\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2}$$

$$C = \frac{q}{\Delta u} = C_1 + C_2$$



- 各电介质层中的场强相同
- 相当于电容器的并联