

《程序设计基础》第一讲 R进制

原创 2016-09-24 李骏扬 骏扬工作室

计算机中通常采用的是二进制，但是也会涉及八进制、十六进制，在这里，我们首先介绍一下进制。我们日常生活中采用的是十进制，很多人认为，我们习惯于采用十进制，主要原因是我们有10个手指。好吧，我们来看看原始人是怎么发明进制的。

1.A 数羊与十进制



话说有个原始人数羊，一边掰着手指一边数，一只羊，两只羊...十只羊。完了，手指用完了.....怎么办呢？用脚趾又不方便，于是原始人捡了块小石头，用一块小石头表示十只羊，然后继续数：一、二、三.....九、十，手指又用完了，于是再捡一块小石头放在刚才的小石头旁边.....当这个原始人脚下放了3块小石头，而手指掰到7的时候，那就代表他拥有了37头羊。

过了几年，家里的羊越来越多啦，数着数着，脚下已经放了10块小石头，原始人发现又数不过来了，于是找了块大石头代替了刚才那10块小石头，最后，原始人脚下有两块大石头，6块小石头，手指掰到5，那么这个原始人一共有265只羊。

于是，用进制来表达数字的方法诞生了，大石头表示100只羊，小石头表示10只羊，而一个手指表示一只羊，如同我们写下的265，准确的说应该是：

$$265 = 2 \times 100 + 6 \times 10 + 5$$

这里，我们要引入“位权”的概念。上面的大石头、小石头和手指组成了三种不同的位权，分别是10的2次方，10的1次方，10的0次方，因此上面的式子也可以表示为：

$$265 = 2 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

于是，十进制就诞生了。进制的作用在于我们可以利用有限的符号来表达几乎所有的数字。十进制有10种符号，分别是0、1、2、3、4、5、6、7、8、9。

1.B 外星人与八进制

这时，来了一个外星人，当他走下飞船，伸出手指，咦？原来两只手加起来一共只有8个手指，这个外星人怎么数羊呢？



外星人开始掰手指：一、二、三、.....六、七、八，很快手指用完了，就用一颗小石头表示8只羊，然后继续数，数到第二个8只的时候就再放一颗小石头，直到有8颗小石头，就把8个小石头换了一个大石头，结果呢，如果这个外星人脚下放了四块大石头，一块小石头，手指掰了一个，那么有几只羊呢？不难发现，一块大石头代表8的2次方，也就是64只羊，一块小石头代表8只羊，羊的总数为：

$$4 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 265$$

哈哈，同样为265只羊，外星人的计数却是411，因为外星人采用的是八进制。八进制同样需要采用8个符号来表示数字，注意这里不是1~8，而是0~7，八进制没有“8”，就像十进制没有一个字符是表示“10”的，“10”是由“0”和“1”两个字符组成的，在八进制当中，0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7，数到8就需要进位，即进位后的数字就是“10”，这时候，我们通常不把八进制的“10”读作“十”，而是读作“一零”。

R进制

显然，R进制就需要有R种不同的符号来表示，10以内的进制符号一般都够用，但是10之外的进制就不一定了。比如十二进制，除了0~9这10个符号外，还需要额外的两个符号，那么我们就采用字母：A和B。于是，12进制的5A0B代表多少呢？

$$\begin{aligned} & (5A0B)_{12} \\ &= 5 \times 12^3 + 10 \times 12^2 + 0 \times 12^1 + 11 \times 12^0 \\ &= 8640 + 1440 + 0 + 11 \\ &= 10091 \end{aligned}$$

如果是十六进制，则采用：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F十六个字符。当然，在三十六进制以内，字母都是够用的，但是超过三十六呢？这时你可以用任意符号，比如一百进制，你就找100个不同的符号，希腊字母、俄文字母、汉字都可以用上去。

R进制的每一位都是有位权的，如果一个R进制数字有4位，那么这四个数字表示的数值为：

$$(r_3 r_2 r_1 r_0)_R = r_3 R^3 + r_2 R^2 + r_1 R^1 + r_0 R^0$$

如果一个R进制数拥有n+1位（下标从n到0），那么其代表的数字的大小为：

$$(r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_R = r_n R^n + r_{n-1} R^{n-1} + \dots + r_1 R^1 + r_0 R^0$$

写成Σ的形式：

$$\begin{aligned} (r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_R &= r_n R^n + r_{n-1} R^{n-1} + \dots + r_1 R^1 + r_0 R^0 \\ &= \sum_{i=0}^n r_i R^i \end{aligned}$$

其实对于R进制的理解并不难，关键在于如何进位。首先要了解不同进制的最大数字，如果已经到达了最大数字，那么进位的规则为本位归0，前一位加1。例如：

三进制（最大为2）：0, 1, 2 → 10, 11, 12 → 20, 21, 22 → 100, 101

二进制（最大为1）：0, 1 → 10, 11 → 100, 101 → 110, 111 → 1000

九进制（最大为8）：0, 1, 2, ..., 7, 8 → 10, 11 ... 18 → 20, 21, ...

十二进制（最大为B）：0, 1, 2, .. 9, A, B → 10, 11, 12 ... 19, 1A, 1B → 20, 21, ..

十六进制（最大为F）：0, 1, 2, .. 9, A, B, C, D, E, F → 10, 11, 12 ... 19, 1A, ... 1E, 1F → 20, 21, ..

又如多位数的进位：

三进制（最大为2）：202 → 210

二进制（最大为1）：111 → 1000

九进制（最大为8）：88088 → 88100

十二进制（最大为B）：470AB → 470B0

十六进制（最大为F）：7FFF → 8000

混合进制

有时候，当进制太大的时候，寻找很多个符号并不轻松。

比如我们时钟中采用的六十进制，我们如何采用60个不同的符号呢？

其实，你只要把“00”这两个字符看作一个整体符号，然后把“01”也看做一个整体符号，然后“02”、“03”、....“09”、“10”、“11”、....“58”、“59”，一共60个符号。

当然，如果你看00~59本身，采用的又是10进制编码。因此我们的时钟系统采用的是六十进制 / 十进制混合进制系统。

用多种进制表示同一个数字

需要注意的是，同样一个数字，可以采用多种进制表达，就像一个苹果，你可以用汉语“苹果”表示，也可用英文“Apple”表示。

数字本无进制，只是，在表达一个具体的数字时，我们通常用某一种进制来表达。比如数轴上从0向右的第37个整数，其十进制表达为“37”，八进制表达为“45”，五进制表达为“122”，二进制表达为“100101”，十六进制表达为“25”，二十进制表达为“1H”

今天先讲到这里，明天介绍二进制：)



关注计算机教育，关注骏扬工作室



骏扬  

Nanjing, Jiangsu



Scan the QR code to add me on WeChat