数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

第二章　逻辑代数基础

主讲教师 | 于俊清

提纲

- 逻辑代数的基本概念
- 逻辑代数的基本定理和规则
- 逻辑函数表达式的形式与变换
- 逻辑函数化简

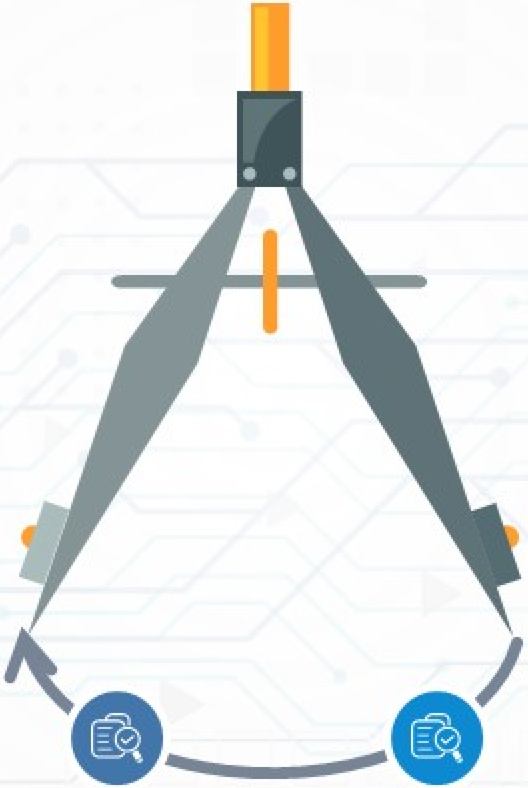
逻辑函数表达式的形式与变换

- 逻辑函数表达式的基本形式
- 最小项和最大项
- 逻辑函数表达式的标准形式
- **逻辑函数表达式的转换**

逻辑函数表达式的转换方法

代数转换法

利用逻辑代数的公理、定理和规则进行逻辑变换，将函数表达式从一种形式变换为另一种形式



真值表转化法

利用逻辑函数表达式和真值表之间的一一对应关系，将函数表达式从一种形式变换为另一种形式

代数转换法

求一个函数的标准“与-或” 式

第一步

将函数表达式变换成一般“与-或”表达式

第二步

反复使用$X = X(Y + \bar{Y})$将表达式中所有非最小项的“与项”扩展成最小项

注意

当给出函数表达式已经是“与-或”表达式时，可直接进行第二步

代数转换法

例

将逻辑函数表达式转换成标准“与-或”表达式

$$F(A,B,C)=\overline{(A\bar{B}+B\bar{C})\cdot\overline{AB}}$$

解 ：第一步：利用定理6将函数表达式变换成“与-或”表达式

$$F(A,B,C)=\overline{(A\bar{B}+B\bar{C})\cdot\overline{AB}}$$

$$=\overline{A\bar{B}+B\bar{C}}+AB$$

$$=(\bar{A}+B)(\bar{B}+C)+AB$$

$$=\bar{A}\cdot\bar{B}+\bar{A}C+BC+AB$$

代数转换法

第二步：把“与-或”式中“非最小项”的“与项” 扩展成“最小项”

$$F(A,B,C)=\bar{A}\cdot\bar{B}\underline{(\bar{C}+C)}+\bar{A}C\underline{(\bar{B}+B)}+\underline{(\bar{A}+A)}BC+AB\underline{(\bar{C}+C)}$$

$$=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}BC+\overline{A}BC+ABC+AB\overline{C}+ABC$$

$$=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}BC+AB\overline{C}+ABC$$

$$=m_0+m_1+m_3+m_6+m_7$$

$$=\sum m\,(0,1,3,6,7)$$

代数转换法

求标准“或-与”式

第一步　将函数表达式转换成一般“或-与”表达式

第二步　反复利用定理7　$X=(X+Y)(X+\bar{Y})$ 把表达式中所有非最大项的“或项”扩展成最大项

注意　当给出函数表达式已经是“或-与”表达式时，可直接进行第二步

代数转换法

例

将逻辑函数表达式 $F(A,B,C)=\overline{AB+\bar{A}C}+\bar{B}C$ 变换成标准“或-与”表达式

解：第一步 将函数表达式变换成“或-与”表达式

$$F(A,B,C)=\overline{AB+\bar{A}C}+\bar{B}C$$

$$=\overline{AB}\cdot\overline{\bar{A}C}+\bar{B}C \qquad \text{定理6}$$

$$=(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+\bar{B}C \qquad \text{定理6}$$

$$=[(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+\bar{B}][(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+C] \qquad \text{公理3}$$

$$=(\bar{A}+\bar{B}+\bar{B})(A+\bar{C}+\bar{B})(\bar{A}+\bar{B}+C)\underbrace{(A+\bar{C}+C)}_{=1} \qquad \text{公理3}$$

$$=(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+\bar{B}+C)$$

代数转换法

第二步：将所得“或-与”表达中的“非最大项” 扩展成“最大项”

$$F(A,B,C)=\underline{(\overline{A}+\overline{B})}(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$=\underline{(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)}(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$ 定理7

$$=(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$ 定理2

$$=\mathrm{M}_3\cdot\mathrm{M}_6\cdot\mathrm{M}_7$$

$$=\prod\mathrm{M}(3,6,7)$$

真值表转换法

“最小项”表达式与真值表具有一一对应的关系

求标准“与或”表达式的求法

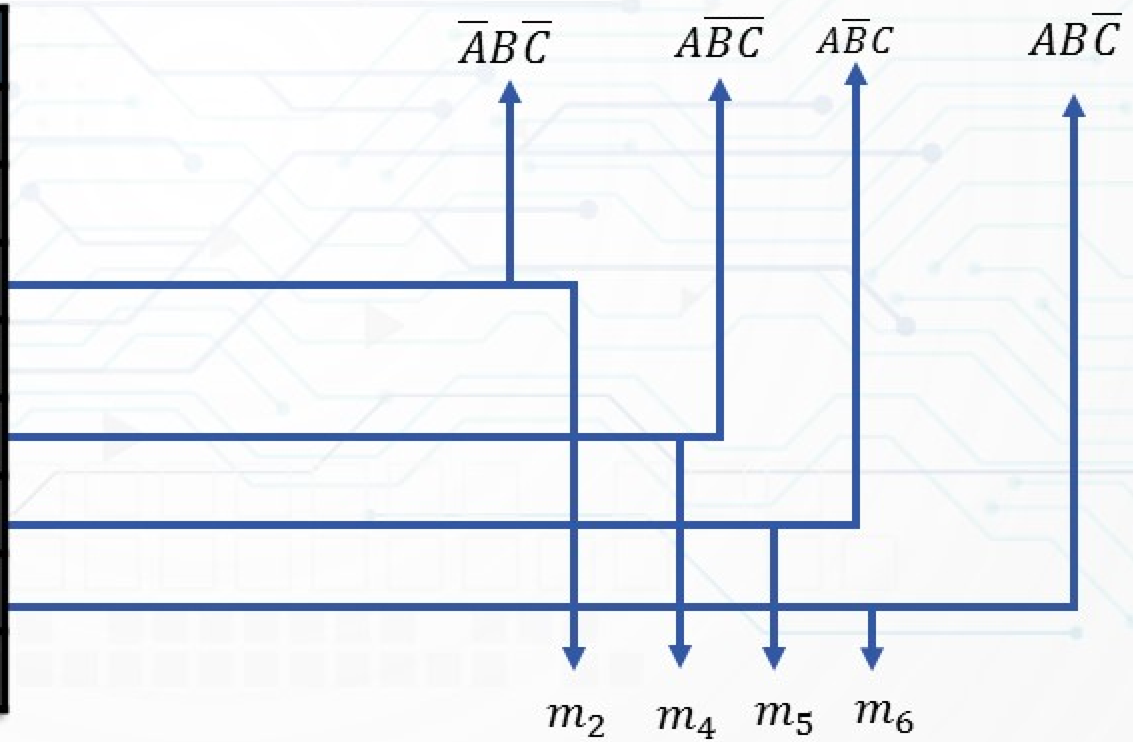
- 假定函数F的真值表中有 k 组变量取值使 F 的值为1，其他变量取值下 F 的值为0
- 那么函数F的最小项表达式由这 k 组变量取值对应的k 个最小项相或组成
- 可以通过函数的真值表写出最小项表达式

真值表转换法

例

将函数表达式$F(A,B,C) = A\bar{B} + B\bar{C}$ 变换成标准“与-或”表达式

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



真值表转换法

例

将函数表达式$F(A,B,C)=A\bar{B}+B\bar{C}$ 变换成标准“与-或”表达式

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F(A,B,C)=\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}C+AB\overline{C}$$

$$=\sum m(2,4,5,6)$$

真值表转换法

“最大项”表达式与真值表具有一一对应的关系

求标准“或与”表达式的求法

- 假定在函数F的真值表中有 k 组变量取值使F的值为0，其他变量取值下 F 的值为1
- 那么,函数F的最大项表达式由这 k 组变量取值对应的 k 个最大项“相与”组成
- 可以通过函数的真值表写出最大项表达式

真值表转换法

例

将函数表达式$F(A,B,C) = \bar{A}C + A\bar{B}\bar{C}$ 表示成最大项表达式的形式

A	B	C	F	
0	0	0	0	M_0
0	0	1	1	
0	1	0	0	M_2
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	0	M_5
1	1	0	0	M_6
1	1	1	0	M_7

真值表转换法

例

将函数表达式$F(A,B,C) = \bar{A}C + A\bar{B}\bar{C}$ 表示成最大项表达式的形式

$$F(A,B,C) = \prod M(0,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7)$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

真值表转换法

- 函数的真值表与函数的两种标准表达式之间存在一一对应的关系，而任何一个逻辑函数的真值表都是唯一的

- 由此可见：**任何一个逻辑函数的两种标准形式也是唯一的**

- 逻辑函数表达式的唯一性为分析和研究逻辑电路问题带来了很大的方便

数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 于俊清