数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

第二章 逻辑代数基础

主讲教师 | 于俊清

02

提 纲

- 逻辑代数的基本概念
- 逻辑代数的基本定理和规则
- 逻辑函数表达式的形式与变换
- 逻辑函数化简

逻辑代数的基本定理和规则

- 基本定理
- 重要规则
- 复合逻辑

逻辑代数的重要规则

逻辑代数重要规则

- 代入规则
- 反演规则
- 对偶规则

代入规则

定义：任何一个含有变量 $\boldsymbol{A}$ 的逻辑等式，如果将所有出现 $\boldsymbol{A}$ 的位置都代之以同一个逻辑函数 $\boldsymbol{F}$，则等式仍然成立

例

$$A(B+C)=AB+AC$$

$$A[B+(C+D)]=AB+A(C+D)$$

任何逻辑函数都和逻辑变量一样，只有0和1两种可能的取值

代入规则

意　义

利用代入规则可以将逻辑代数公理、定理中的变量用任意函数代替，从而推导出更多的等式

$$f(A_1, A_2 \cdots A_n) + \bar{f}(A_1, A_2 \cdots A_n) = 1$$

公理5

注意：

等式中所有出现同一变量的地方均以同一函数代替

反演规则

反演规则

- 若将逻辑函数表达式 F 中所有的“•”变成“+”，“+”变成“·”，“0”变成“1”，“1”变成“0”，原变量变成反变量，反变量变成原变量
- 保持原函数中的运算顺序不变
- 则所得到的新的函数为原函数 F 的反函数 $\overline{F}$

即： • ⇄ + ，0 ⇄ 1 ，原变量 ⇄ 反变量

反演规则

注意：保持原函数中运算符号的优先顺序不变

例1

求函数 $F = \bar{A}B + C\bar{D}$ 的反函数

$$\bar{F} = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + D)$$

反演规则

注意：保持原函数中运算符号的优先顺序不变

例2

求函数 $F = \bar{A}+\bar{B}\ (C + D\bar{E})$的反函数。

$\bar{F} = A \cdot B + \bar{C} \cdot \bar{D} + E$　　? X

$\bar{F} = A \cdot [B + \bar{C} \cdot (\bar{D} + E)]$　　? √

对偶规则

对偶式

- 如果将逻辑函数表达式***F***中所有的“•”变成“+”，“+”变成“·”，“0”变成“1”，“1”变成“0”
- 保持原函数中的运算顺序不变
- 所得到的新的逻辑表达式称为函数***F***的对偶式，记作***F′***

$$F = AB + \bar{B}(C + 0)$$

$$F' = (A + B)(\bar{B} + C \cdot 1)$$

对偶规则

注意：

- 如果 F 的对偶式是 F'，则 F' 的对偶式就是 F，即

$$(F')' = F$$

- F 和 F'，互为对偶式

$F' = F$，**自对偶函数**

对偶规则

例

证明函数 $F = (A+\bar{C})\bar{B} + A(\bar{B}+\bar{C})$是一自对偶函数。

证明: $F' = (A\bar{C}+\bar{B})(A+\bar{B}\bar{C})$

$= AA\bar{C} + A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}\bar{C} + \bar{B}\bar{B}\bar{C}$ 公理3

$= A\bar{C} + A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{C}$ 定理2

$= A\bar{C} + A\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$ 定理3

$= A\bar{C} + A\bar{B} + A\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$ 定理2

$= A(\bar{C}+\bar{B}) + \bar{B}(A+\bar{C})$ 公理3

$= (A+\bar{C})\bar{B} + A(\bar{B}+\bar{C}) = F$ 公理1

对偶规则

证明方法 2

$$F' = (A \cdot \bar{C} + \bar{B})(A + \bar{B} \cdot \bar{C})$$

$$= \underline{(A + \bar{B})}(\bar{C} + \bar{B})\underline{(A + \bar{B})}(A + \bar{C})$$ 公理3

公理1

$$= \underline{(A + \bar{B})}(\bar{B} + \bar{C})(A + \bar{C})$$ 定理2

$$= [A(\bar{B} + \bar{C}) + \bar{B}(\bar{B} + \bar{C})](A + \bar{C})$$ 公理3

$$= \underline{A}(\bar{B} + \bar{C})\underline{(A + \bar{C})} + \underline{\bar{B}(\bar{B} + \bar{C})}(A + \bar{C})$$ 公理3

公理1

$$= (\bar{B} + \bar{C})\underline{A} + \underline{\bar{B}}\,(A + \bar{C})$$ 公理3

$$= (A + \bar{C})\bar{B} + A(\bar{B} + \bar{C}) = F$$ 定理3

公理1

定理2:
$A + A = A$
$A \cdot A = A$

定理3:
$A + A \cdot B = A$
$A \cdot (A + B) = A$

对偶规则

注意：保持原函数的运算顺序不变

对偶规则

若两个逻辑函数表达式 F 和 G 相等，则其对偶式 F' 和 G' 也相等，即

$$F = G \rightarrow F' = G'$$

利用对偶规则可以使定理、公式的证明减少一半

- $A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + A \cdot \bar{C}$
- $(A + B) \cdot (\bar{A} + C) \cdot (B + C) = (A + B) \cdot (A + \bar{C})$

数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 于俊清