

# 数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

## 第二章 逻辑代数基础

主讲教师 | 于俊清

02

# ■ 提纲



逻辑代数的基本概念



逻辑代数的基本定理和规则



逻辑函数表达式的形式与变换



逻辑函数化简

## 卡诺图化简法特点

### 优点



方便、直观、容易掌握

### 缺点



受到变量个数的约束



当变量个数大于6时，画图以及对图形的识别都变得相当复杂



# 逻辑函数化简



代数化简法



卡诺图化简法



列表化简法



## ■ 列表化简法



奎恩-麦克拉斯基(Quine-McCluskey)法，  
是一种系统化简法，简称为Q-M化简法



通过约定的表格形式，按照一定规则完成化简过程



通过找出函数F的全部质蕴涵项、必要质蕴涵项以及最简质蕴涵项集来求得最简表达式

## 列表化简法



### 列表化简法的步骤



第1步：将函数表示成“最小项之和”形式，并用二进制码表示每一个最小项



第2步：做出质蕴涵项产生表，找出函数的全部质蕴涵项



第3步：做出必要质蕴涵项产生表，找出函数的必要质蕴涵项



第4步：当必要质蕴涵项不能覆盖所有最小项时，借助所需的质蕴涵项产生表，找出函数的最小覆盖

## ■ 列表化简法

例

用列表法化简逻辑函数

$$F(A, B, C, D) = \sum m(0, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15)$$



第1步：将函数中的每一个最小项用二进制代码表示

最小项的二进制代码

项号	A	B	C	D	项号	A	B	C	D
0	0	0	0	0	10	1	0	1	0
5	0	1	0	1	11	1	0	1	1
7	0	1	1	1	14	1	1	1	0
8	1	0	0	0	15	1	1	1	1
9	1	0	0	1					



## 列表化简法



第二步：做出质蕴涵项产生表

(I) 最小项				(II) (n-1)个变量的 “与”项				(III) (n-2)个变量的 “与”项			
组号	$m_i$	ABCD	$P_i$	组号	$\sum m_i$	ABCD	$P_i$	组号	$\sum m_i$	ABCD	$P_i$
0	0	0000	✓	0	0, 8	-000	$p_5$	1	8, 9, 10, 11	10--	$p_2$
1	8	1000	✓	1	8, 9 8, 10	100- 10-0	✓ ✓	2	10, 11, 14, 15	1-1-	$p_1$
2	5 9 10	0101 1001 1010	✓ ✓ ✓	2	5, 7 9, 11 10, 11 10, 14	01-1 10-1 101- 1-10	$p_4$ ✓ ✓ ✓				
3	7 11 14	0111 1011 1110	✓ ✓ ✓	3	7, 15 11, 15 14, 15	-111 1-11 111-	$p_3$ ✓ ✓				
4	15	1111	✓								



## 列表化简法

质蕴涵项产生表

(II) (n-1)个变量的 “与”项				(III) (n-2)个变量 “与”项			
组号	$\sum m_i$	ABCD	$P_i$	组号	$\sum m_i$	ABCD	$P_i$
0	0, 8	-000	$p_5$	1	8, 9, 10, 11	10--	$p_2$
2	5, 7	01-1	$p_4$	2	10, 11, 14, 15	1-1-	$p_1$
3	7, 15	-111	$p_3$				

$$P_1 = \sum m(10, 11, 14, 15) = AC$$

$$P_2 = \sum m(8, 9, 10, 11) = A\bar{B}$$

$$P_3 = \sum m(7, 15) = BCD$$

$$P_4 = \sum m(5, 7) = \bar{A}BD$$

$$P_5 = \sum m(0, 8) = \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

## 列表化简法



第3步：做出必要质蕴涵项产生表，找出函数的必要质蕴涵项

必要质蕴涵项产生表

$p_i$	$m_i$								
	0	5	7	8	9	10	11	14	15
$p_1^*$						×	×	⊗	×
$p_2^*$				×	⊗	×	×		
$p_4^*$		⊗	×						
$p_5^*$	⊗			×					
覆盖情况	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

$$P_1 = \sum m(10,11,14,15) = AC$$

$$P_2 = \sum m(8,9,10,11) = A\bar{B}$$

$$P_3 = \sum m(7,15) = BCD$$

$$P_4 = \sum m(5,7) = \bar{A}BD$$

$$P_5 = \sum m(0,8) = \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

## 列表化简法



### 第4步：找出函数的最小覆盖



本例选取必要质蕴涵项 $P_1, P_2, P_4, P_5$ 后即可覆盖函数的全部最小项



该函数化简的最终结果为：

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= P_1 + P_2 + P_4 + P_5 \\ &= AC + A\bar{B} + \bar{A}BD + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \end{aligned}$$

当给定函数的必要质蕴涵项集不能覆盖该函数的全部最小项时，还需进一步从剩余质蕴涵项集中找出所需质蕴涵项，以构成函数的最小质蕴涵项集



## ■ 列表化简法



### 列表化简法特点

#### ● 优点

规律性强，对变量数较多的函数，可经过反复比较、合并，得到最简结果

#### ● 适用

计算机处理

# 数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 于俊清

02