

# 数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

## 第二章 逻辑代数基础

主讲教师 | 于俊清

02

# ■ 提纲



逻辑代数的基本概念



逻辑代数的基本定理和规则



逻辑函数表达式的形式与变换



逻辑函数化简

# 逻辑函数化简



代数化简法



卡诺图化简法



列表化简法



# 逻辑函数化简



## 卡诺图化简法



### 卡诺图的构成



### 逻辑函数在卡诺图的表示



### 卡诺图上最小项的合并规律



### 卡诺图化简逻辑函数的步骤

## 卡诺图化简法

### 卡诺图的构成



一种图形化简法，方法简单、直观、容易掌握，在逻辑设计中得到广泛应用



**卡诺图**：一种平面方格图，每个小方格代表一个最小项，又称为“**最小项方格图**”



卡诺图可以看成是真值表图形化的结果



$n$  个变量的真值表是用  $2^n$  行给出变量的  $2^n$  种取值，每行取值与一个最小项对应



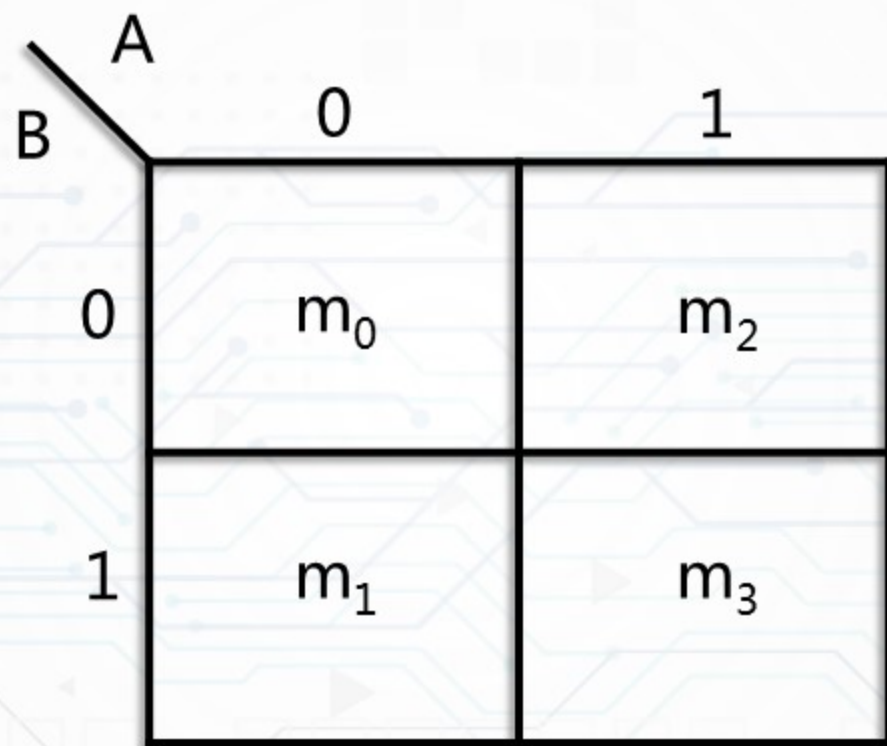
$n$  个变量的卡诺图是用二维图形中  $2^n$  个小方格的坐标值给出变量的  $2^n$  种取值，每个小方格与一个最小项对应



# 卡诺图



## 2 变量卡诺图

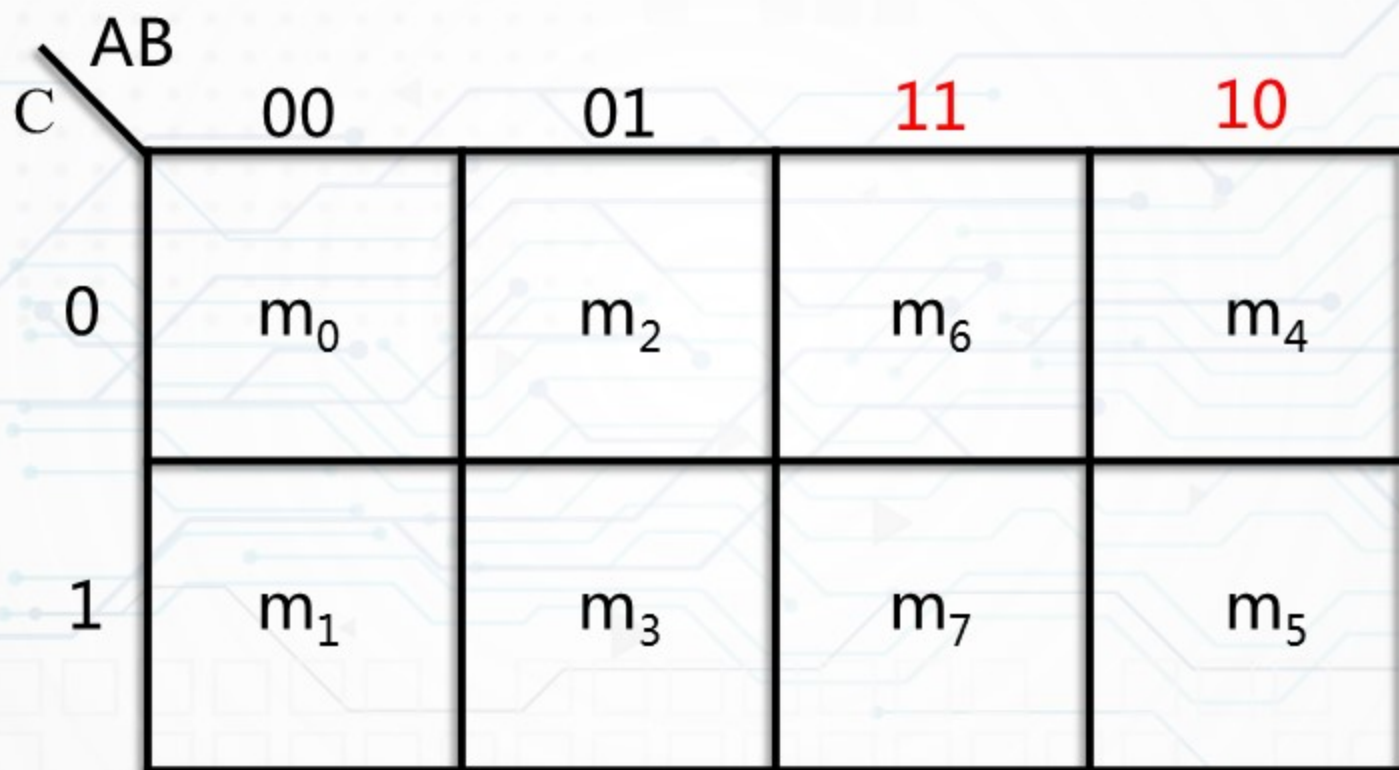


图中变量的坐标值 0 表示相应变量的反变量，1 表示相应变量的原变量

# 卡诺图



## 3 变量卡诺图





# 卡诺图

## 4变量卡诺图

AB		00	01	11	10
CD	00	$m_0$	$m_4$	$m_{12}$	$m_8$
	01	$m_1$	$m_5$	$m_{13}$	$m_9$
	11	$m_3$	$m_7$	$m_{15}$	$m_{11}$
	10	$m_2$	$m_6$	$m_{14}$	$m_{10}$



## 卡诺图

## 5变量卡诺图

DE \ ABC	ABC							
	000	001	011	010	100	101	111	110
00	0	4	12	8	16	20	28	24
01	1	5	13	9	17	21	29	25
11	3	7	15	11	19	23	31	27
10	2	6	14	10	18	22	30	26



为了方便省略了符号“m”，直接标出了m的下标

## 卡诺图化简法

### 卡诺图特点



$n$  个变量的卡诺图由  $2^n$  个小方格构成



几何图形上处在**相邻、相对、相重**位置的小方格代表的最小项为**相邻的最小项**



卡诺图中最小项的排列方案不是唯一的，教材中介绍的只是一种排列方案



**注意：**

任何一种方案都应保证能清楚反映最小项的相邻关系

## 卡诺图

几何相邻、相对相邻

相对相邻

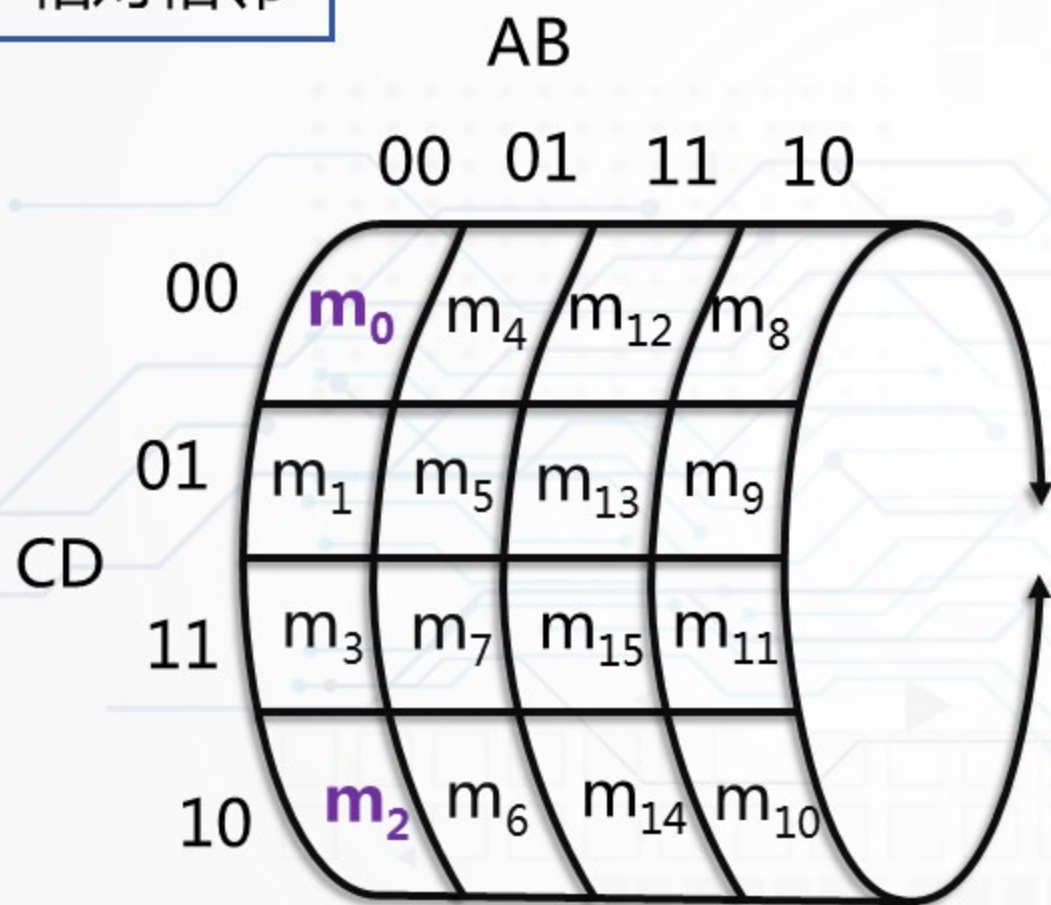
AB \ CD	00	01	11	10
00	$m_0$	$m_4$	$m_{12}$	$m_8$
01	$m_1$	$m_5$	$m_{13}$	$m_9$
11	$m_3$	$m_7$	$m_{15}$	$m_{11}$
10	$m_2$	$m_6$	$m_{14}$	$m_{10}$

相对相邻

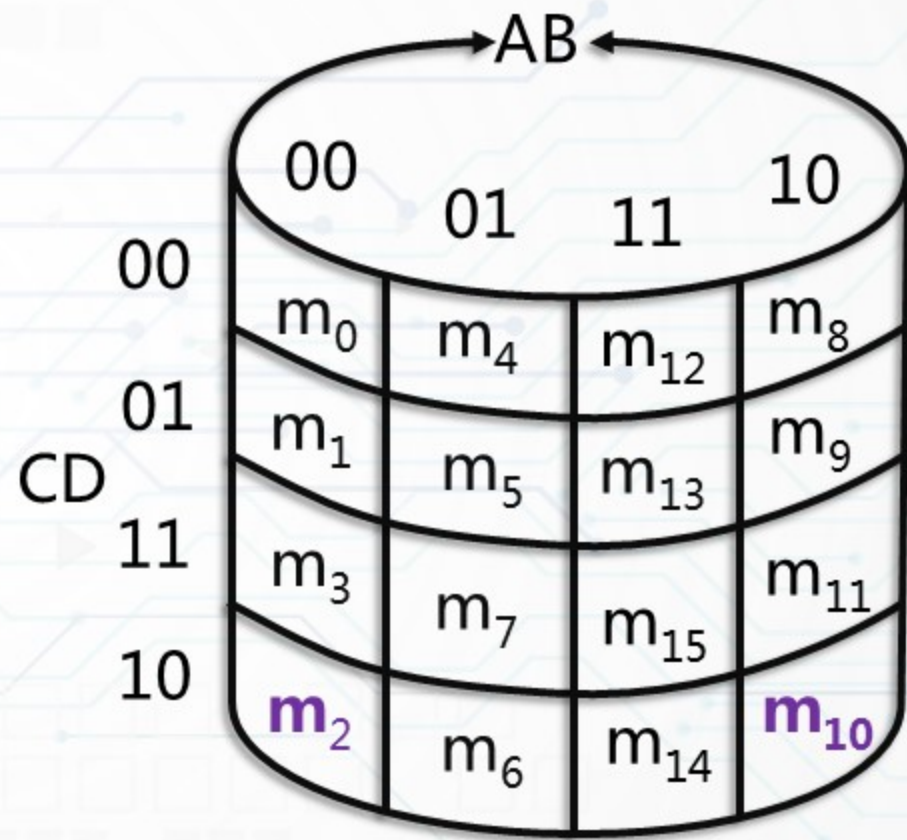


## 卡诺图

相对相邻



(a)



(b)



## 卡诺图

重叠相邻

DE \ ABC	000	001	011	010
	0	4	12	8
00	0	4	12	8
01	<b>1</b>	5	13	9
11	<b>3</b>	<b>7</b>	15	<b>11</b>
10	<b>2</b>	6	14	10

100	101	111	110
16	20	28	24
17	21	29	25
<b>19</b>	23	31	27
18	22	30	26

# 逻辑函数化简



## 卡诺图化简法



卡诺图的构成



**逻辑函数在卡诺图的表示**



卡诺图上最小项的合并规律



卡诺图化简逻辑函数的步骤

## 逻辑函数在卡诺图上的表示



### 标准“与-或”表达式在卡诺图上的表示

在卡诺图上找出和表达式中最小项对应的小方格填上1，其余小方格填上0



**1方格:**卡诺图上填1的小方格

**0方格:**卡诺图上填0的小方格称，有时用空格表示

## 逻辑函数在卡诺图上的表示

例

3 变量函数  $F(A, B, C) = \sum m(1, 2, 3, 7)$  的卡诺图

AB					
C		00	01	11	10
	0	0	1	0	0
	1	1	1	1	0

$F(A, B, C) = \sum m(1, 2, 3, 7)$  的卡诺图



## 逻辑函数在卡诺图上的表示

### 一般“与-或”表达式的卡诺图

运用配项法，将一般“与-或”表达式转换成标准“与-或”表达式

在卡诺图上找出和表达式中最小项对应的小方格填上1，其余小方格填上0

## 逻辑函数在卡诺图上的表示

例

函数  $F(A, B, C, D) = \bar{A}B + \bar{C}D + BCD$  的卡诺图



转换为标准与或表达式

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C, D) &= \bar{A}B + \bar{C}D + BCD \\
 &= \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD \\
 &\quad + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD \\
 &= \sum m(1, 4, 5, 6, 7, 9, 13, 14)
 \end{aligned}$$

AB		00	01	11	10
CD	00	0	1	0	0
	01	1	1	1	1
	11	0	1	0	0
	10	0	1	1	0

## 逻辑函数在卡诺图上的表示



### 一般“与-或”表达式的卡诺图



当逻辑函数为一般“与-或”表达式时，可根据“与”的公共性（与项变量全为1，与项为1）和“或”的叠加性（只要有1项为1，表达式为1）作出相应卡诺图

例

函数 $F(A,B,C,D)=AB+CD+\bar{A}\bar{B}C$ 的卡诺图

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	1
	10	1	0	1	0

# 数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 于俊清

02