数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

第四章 组合逻辑电路

主讲教师 | 赵贻竹

多输出函数的组合逻辑电路设计

多输出函数的组合逻辑电路

- 由同一组输入变量产生多个输出函数
- 应该将多个输出函数当作一个整体考虑，而不应该将其截然分开
- 关键： 在函数化简时找出各输出函数的公用项，实现对逻辑门的“共享”

多输出函数的组合逻辑电路设计

例

设计一个全加器，能对两个1位二进制数及来自低位的“进位”进行相加，产生本位“和”及向高位“进位”的逻辑电路

全 加 器

全加器可用于实现两个n位数相加

$$
\begin{array}{r}
A_{n-1}A_{n-2}\cdots A_i\ \cdots A_1A_0 \\
+\ B_{n-1}B_{n-2}\cdots B_i\ \cdots B_1B_0 \\
C_i\quad C_{i-1}\quad \\
\hline
S_i\quad\quad
\end{array}
$$

多输出函数的组合逻辑电路设计

分　析

$$
\begin{array}{r}
A_{n-1}A_{n-2}\cdots A_i\ \cdots A_1A_0 \\
+\ B_{n-1}B_{n-2}\cdots B_i\ \cdots B_1B_0 \\
C_i\quad C_{i-1}\qquad \\
\hline
S_i\qquad\quad
\end{array}
$$

输入端

- A_i：被加数
- B_i：加数
- C_{i-1}：来自低位的进位输入

输出端

- S_i：本位和
- C_i：向高位的进位

多输出函数的组合逻辑电路设计

真值表

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = \sum m(1,2,4,7)$$

$$C_i = \sum m(3,5,6,7)$$

多输出函数的组合逻辑电路设计

函数化简

$$S_i = \sum m(1,2,4,7)$$

$$= \overline{A_i}\,\overline{B_i}C_{i-1} + \overline{A_i}B_i\overline{C_{i-1}} + A_i\overline{B_i}\,\overline{C_{i-1}} + A_iB_iC_{i-1}$$

$$= (\overline{A_i}B_i + A_i\overline{B_i})\overline{C_{i-1}} + (\overline{A_i}\,\overline{B_i} + A_iB_i)C_{i-1}$$

$$= (A_i \oplus B_i)\overline{C_{i-1}} + \overline{A_i \oplus B_i}\,C_{i-1}$$

$$= A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

S_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

多输出函数的组合逻辑电路设计

函数化简

$$C_i = \sum m\,(3,5,6,7)$$

$$= A_iB_i + A_iC_{i-1} + B_iC_{i-1}$$

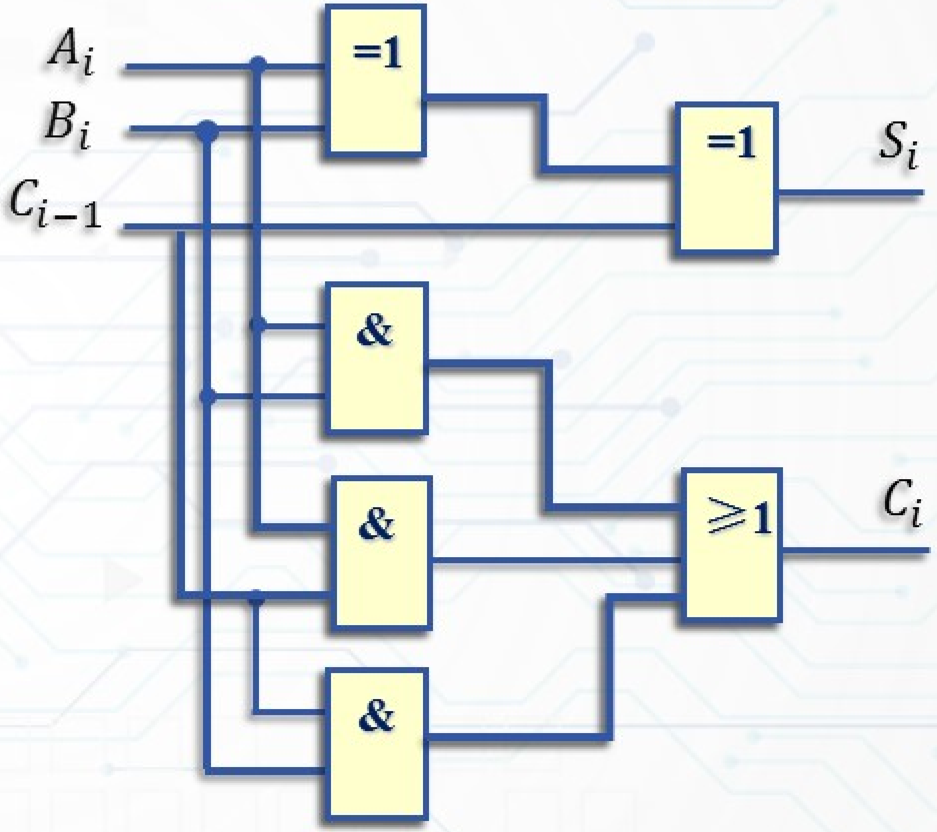
S_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

多输出函数的组合逻辑电路设计

电 路 图

- 该电路就单个函数而言，S_i、C_i均已达到最简
- 从整体考虑则并非最简



多输出函数的组合逻辑电路设计

函数化简

S_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

C_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = \sum m\,(3,5,6,7)$$

C_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

S_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

多输出函数的组合逻辑电路设计

函数化简

S_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0		1		1
1	1		1	

C_i

C_{i-1} \ A_iB_i	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

$$S_i = \boxed{A_i \oplus B_i} \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = \sum m\,(3,5,6,7)$$

$$= A_iB_i + \overline{A_i}B_iC_{i-1} + A_i\overline{B_i}C_{i-1}$$

$$= A_iB_i + (\overline{A_i}B_i + A_i\overline{B_i})\,C_{i-1}$$

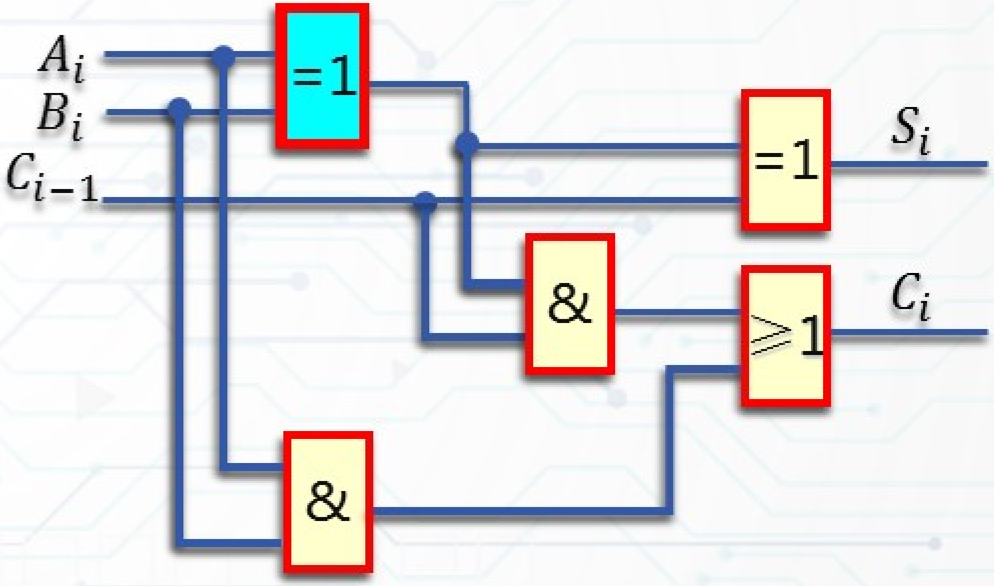
$$= A_iB_i + (A_i \oplus B_i)\,C_{i-1}$$

多输出函数的组合逻辑电路设计

电 路 图

$S_i = =A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$

$C_i = A_iB_i+（A_i \oplus B_i）C_{i-1}$



多输出函数的组合逻辑电路设计

例4

设计一个乘法器，用于产生两个2位二进制数相乘的积。

分 析

- 输入： A_1A_0 和 B_1B_0 ，
- 输出函数： 4
  - $\mathrm{Max}(A_1A_0) = 11 \quad \mathrm{Max}(B_1B_0) = 11$
  - $\mathrm{Max}(A_1A_0 \text{ x } B_1B_0) = 1001$
  - 相乘的积为 $M_3M_2M_1M_0$

多输出函数的组合逻辑电路设计

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & & A_1 & A_0 \\
 & & \times & B_1 & B_0 \\
\hline
 & & & A_1 \times B_0 & A_0 \times B_0 \\
+ & A_1 \times B_1 & & A_0 \times B_1 & \\
\hline
C_2 & A_1 \times B_1 + C_1 & & A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1 & A_0 \times B_0 \\
M_3 & M_2 & & M_1 & M_0
\end{array}
$$

多输出函数的组合逻辑电路设计

- $M_3 = C_2$
- $M_2 = A_1 \times B_1 + C_1$
- $M_1 = A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1$
- $M_0 = A_0 \times B_0$

$$
\begin{array}{rrrr}
 & & A_1 & A_0 \\
 & \times & B_1 & B_0 \\
\hline
 & & A_1 \times B_0 & A_0 \times B_0 \\
 + & A_1 \times B_1 & A_0 \times B_1 & \\
\hline
C_2 & A_1 \times B_1 + C_1 & A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1 & A_0 \times B_0 \\
M_3 & M_2 & M_1 & M_0
\end{array}
$$

多输出函数的组合逻辑电路设计

A	B	或	与	异或	积	和
0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0

积 — 两输入与门

和 — 异或门

多输出函数的组合逻辑电路设计

C_1

- A_1B_0 和A_0B_1相加产生的进位
- $C_1 = 1 \Leftrightarrow A_1B_0 = 1 \ \& \ A_0B_1 = 1$
- $C_1 = A_0B_1A_1B_0$

C_2

- C_1和A_1B_1相加产生的进位
- $C_2 = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1 \ \& \ A_1B_1 = 1$
- $C_2 = C_1A_1B_1 = A_0B_1A_1B_0$

多输出函数的组合逻辑电路设计

$M_0 = A_0 \times B_0$

$M_0 = A_0 B_0$

$M_1 = A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1$

$M_1 = A_0 B_1 \oplus A_1 B_0$

$M_2 = A_1 \times B_1 + C_1$

$M_2 = C_1 \oplus A_1 B_1 = A_0 B_1 A_1 B_0 \oplus A_1 B_1$

$M_3 = C_2$

$M_3 = A_0 B_1 A_1 B_0$

多输出函数的组合逻辑电路设计

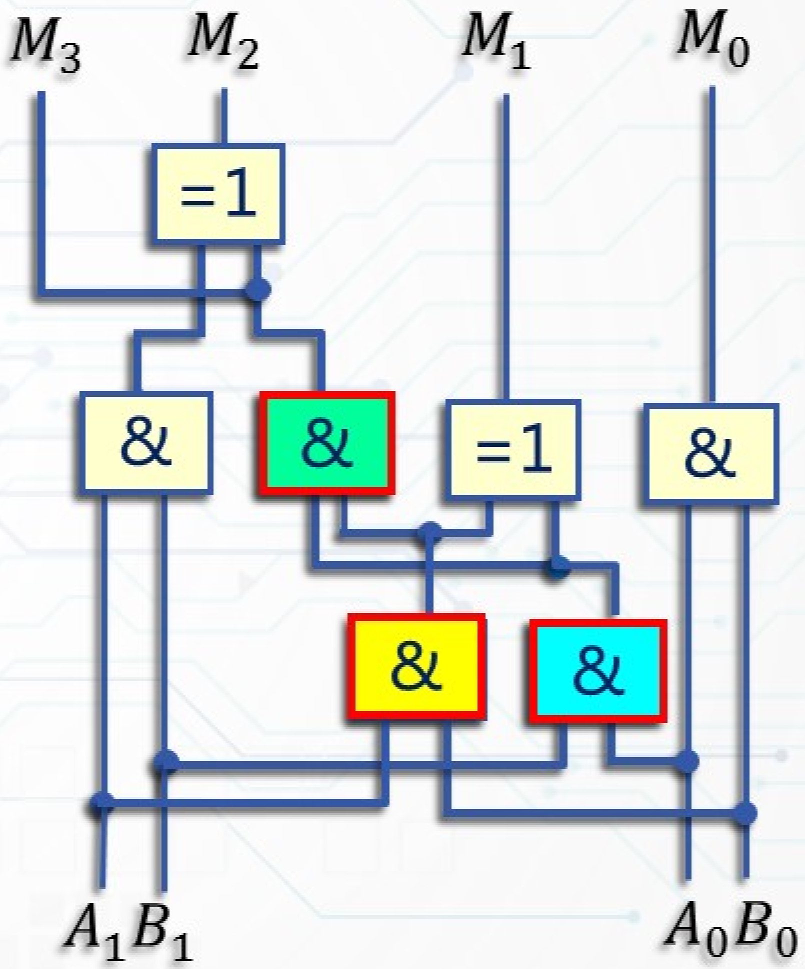
电 路 图

$M_0 = A_0B_0$

$M_1 = A_0B_1 \oplus A_1B_0$

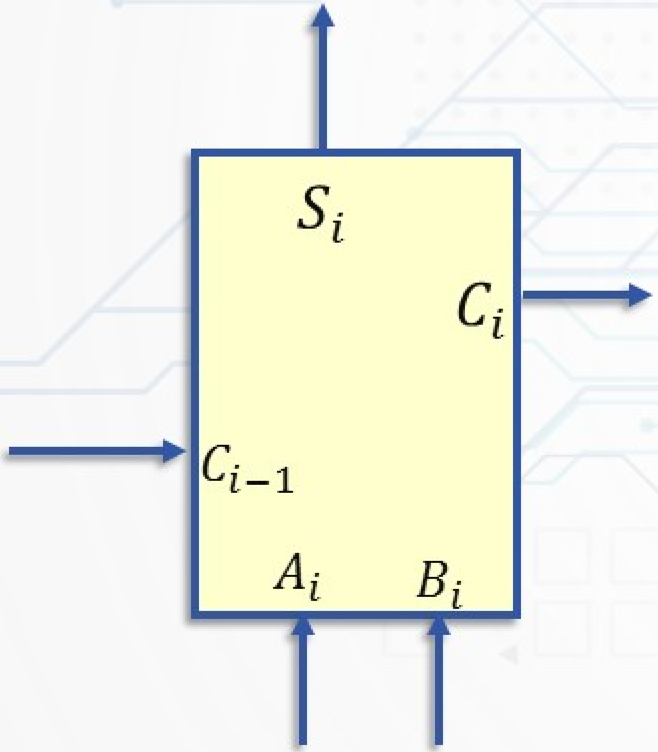
$M_2 = A_0B_1A_1B_0 \oplus A_1B_1$

$M_3 = A_0B_1A_1B_0$



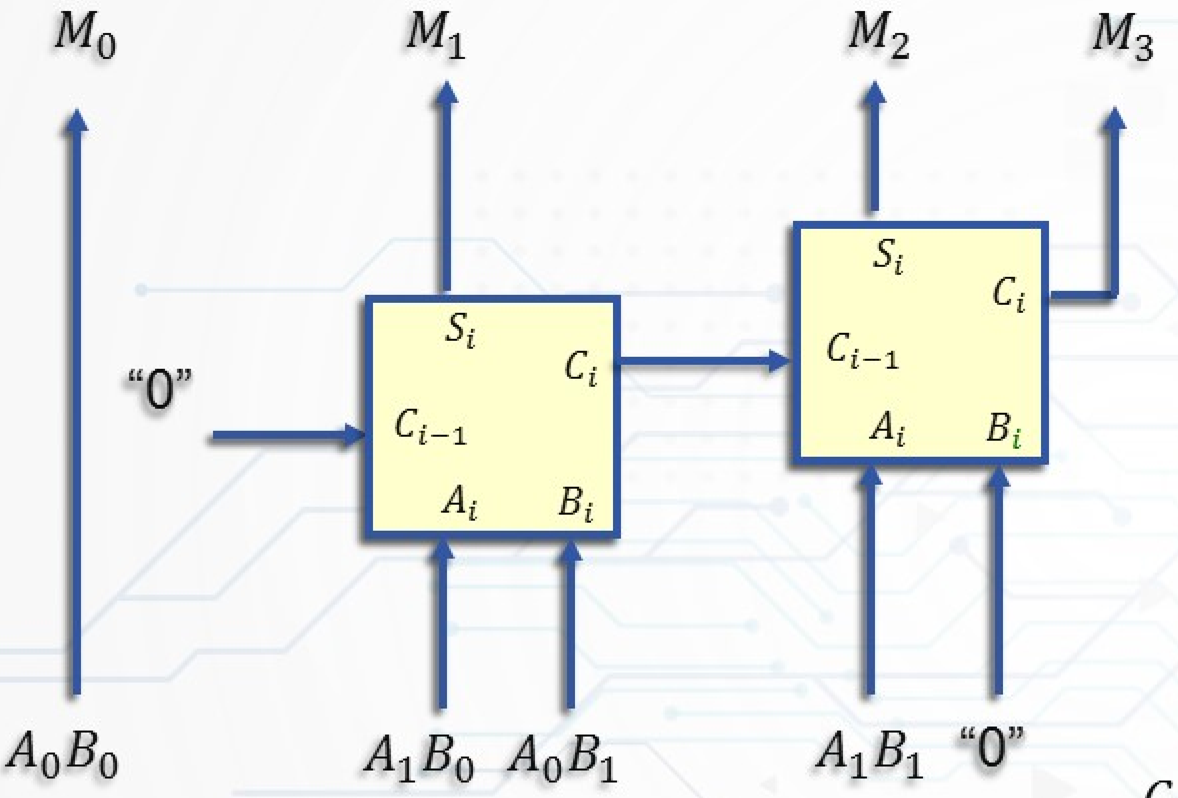
多输出函数的组合逻辑电路设计

用全加器如何实现？



		A_1	A_0
		$\times\ B_1$	B_0
		$A_1 \times B_0$	$A_0 \times B_0$
	$+\ A_1 \times B_1$	$A_0 \times B_1$	
C_2	$A_1 \times B_1 + C_1$	$A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1$	$A_0 \times B_0$
M_3	M_2	M_1	M_0

多输出函数的组合逻辑电路设计



			A_1	A_0
		$\times$	B_1	B_0
			$A_1 \times B_0$	$A_0 \times B_0$
	$+$	$A_1 \times B_1$	$A_0 \times B_1$	
	C_2	$A_1 \times B_1 + C_1$	$A_1 \times B_0 + A_0 \times B_1$	$A_0 \times B_0$
	M_3	M_2	M_1	M_0

数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 赵贻竹