数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

第二章 逻辑代数基础

主讲教师 | 于俊清

提纲

- 逻辑代数的基本概念
- 逻辑代数的基本定理和规则
- 逻辑函数表达式的形式与变换
- 逻辑函数化简

逻辑代数的基本定理和规则

- **基本定理**
- 重要规则
- 复合逻辑

基本定理

定理 1				
	$0+0=0$	$0+1=1$	$1+0=1$	$1+1=1$
	$0\cdot 0=0$	$0\cdot 1=0$	$1\cdot 0=0$	$1\cdot 1=1$

证明：

- 在公理4中，A表示集合K中的任意元素，可以是0或1
- 用0和1代入公理4中的A

公理4：0-1率

$A+0=A$

$A+1=1$

$A\cdot 0=0$

$A\cdot 1=A$

推论：

$$\overline{0}=1 \qquad \overline{1}=0$$

公理5：互补率

$$A+\overline{A}=1$$

$$A\cdot\overline{A}=0$$

基本定理

定理 2	$A+A=A$ $\qquad$ $A\cdot A=A$

证明：

$$
\begin{aligned}
& A+A \\
&= (A+A)\cdot 1 && \text{公理4} \\
&= (A+A)\ (A+\bar{A}) && \text{公理5} \\
&= A+(A\cdot\bar{A}) && \text{公理3} \\
&= A+0 && \text{公理5} \\
&= A && \text{公理4}
\end{aligned}
$$

基本定理

定理 3	$A + A \cdot B = A \qquad A \cdot (A + B) = A$

证明：

$$
\begin{aligned}
& A + A \cdot B \\
&= A \cdot 1 + A \cdot B && \text{公理4} \\
&= A \cdot (1 + B) && \text{公理3} \\
&= A \cdot (B + 1) && \text{公理1} \\
&= A \cdot 1 && \text{公理4} \\
&= A && \text{公理4}
\end{aligned}
$$

基本定理

定理 4	$A+\bar{A}B=A+B \quad A\cdot(\bar{A}+B)=AB$

证明：

$$A+\bar{A}B$$
$$=(A+\bar{A})(A+B) \qquad \text{公理3}$$
$$=1\cdot(A+B) \qquad \text{公理5}$$
$$=A+B \qquad \text{公理4}$$

基本定理

定理 5	$\bar{\bar{A}} = A$

证明：

$$\bar{\bar{A}} = X$$

$\bar{A} \cdot X$
$= \bar{A} \cdot \bar{\bar{A}}$ 公理5
$= 0$

$\bar{A} + X$
$= \bar{A} + \bar{\bar{A}}$ 公理5
$= 1$

$\bar{A} \cdot A = 0$

$\bar{A} + A = 1$ 公理5

由于X和A都满足公理5，因此根据公理5的唯一性，得到：$A = X$

基本定理

定 理 6	$\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ $\qquad$ $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

证明：第1步

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + (A+B)$$

$$= (\bar{A} \cdot \bar{B} + A) + B \qquad \text{公理2}$$

$$= (A + \bar{A} \cdot \bar{B}) + B \qquad \text{公理1}$$

$$= (A + \bar{B}) + B \qquad \text{定理4}$$

$$= A + (\bar{B} + B) \qquad \text{公理2}$$

$$= A + 1 \qquad \text{公理5}$$

$$= 1 \qquad \text{公理4}$$

基本定理

定理 6	$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$	$\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$

证明：第2步

$$
\begin{aligned}
&\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot(A+B) \\
&=\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot A+\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot B && \text{公理3} \\
&=A\cdot\bar{A}\cdot\bar{B}+\bar{A}\cdot B\cdot\bar{B} && \text{公理1} \\
&=0\cdot\bar{B}+\bar{A}\cdot 0 && \text{公理5} \\
&=0 && \text{公理4 或 定理1}
\end{aligned}
$$

基本定理

定理 6	$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ $\quad\quad$ $\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$

证明：由第1步和第2步可知

$$\bar{A}\cdot\bar{B}+(A+B)=1$$

$$\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot(A+B)=0$$

互补率:

$A+\bar{A}=1$

$A\cdot\bar{A}=0$

根据公理5的唯一性可得

$$\bar{A}\cdot\bar{B}=\overline{A+B}$$

$$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$$

基本定理

定理 7	$AB + A\bar{B} = A \qquad (A+B)(A+\bar{B}) = A$

证明:

$$AB + \mathrm{A}\bar{B}$$

$= A \cdot (B + \bar{B})$ 公理3

$= A \cdot 1$ 公理5

$= A$ 公理4

基本定理

定理 8	$A\cdot B+\bar{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\bar{A}\cdot C$ $(A+B)\cdot(\bar{A}+C)\cdot(B+C)=(A+B)\cdot(\bar{A}+C)$

证明:

$$
\begin{aligned}
& A\cdot B+\bar{A}\cdot C+B\cdot C \\
&= A\cdot B+\bar{A}\cdot C+B\cdot C\cdot(A+\bar{A}) && \text{公理5} \\
&= A\cdot B+\bar{A}\cdot C+\underline{B\cdot C\cdot A}+\underline{B\cdot C\cdot\bar{A}} && \text{公理3} \\
&= A\cdot B+\underline{A\cdot B\cdot C}+\bar{A}\cdot C+\underline{\bar{A}\cdot B\cdot C} && \text{公理1} \\
&= A\cdot B(1+C)+\bar{A}\cdot C(1+B) && \text{公理3} \\
&= A\cdot B(C+1)+\bar{A}\cdot C(B+1) && \text{公理1} \\
&= A\cdot B+\bar{A}\cdot C && \text{公理4}
\end{aligned}
$$

基本定理

定理 1	$0+0=0$　$0+1=1$　$1+0=1$　$1+1=1$ $0\cdot 0=0$　$0\cdot 1=0$　$1\cdot 0=0$　$1\cdot 1=1$
定理 2	$A+A=A$　　$A\cdot A=A$
定理 3	$A+A\cdot B=A$　　$A\cdot(A+B)=A$
定理 4	$A+\bar{A}B=A+B$　　$A\cdot(\bar{A}+B)=AB$
定理 5	$\bar{\bar{A}}=A$
定理 6	$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$　　$\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$
定理 7	$AB+A\bar{B}=A$　　$(A+B)(A+\bar{B})=A$
定理 8	$A\cdot B+\bar{A}\cdot C+B\cdot C=A\cdot B+\bar{A}\cdot C$ $(A+B)\cdot(\bar{A}+C)\cdot(B+C)=(A+B)\cdot(\bar{A}+C)$

数字电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

谢谢，祝学习快乐！

主讲教师 | 于俊清