数字电路 与 逻辑设计

Digital circuit and logic design

● 第二章 逻辑代数基础

主讲教师 于俊清



■逻辑函数表达式的形式与变换



逻辑函数表达式的基本形式



最小项和最大项





逻辑函数表达式的标准形式



逻辑函数表达式的转换





■最小项



- 具有 n 个变量的函数的"与项"包含全部 n 个变量
- ◎ 每个变量都以原变量或反变量形式出现一次,且仅出现一次

◎ 该"与项"被称为"最小项",有时又称为"标准与项"

最小项的数目



n 个变量可以构成 2^n 个最小项



3个变量A、B、C 构成的8个最小项

 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ $\overline{A}\overline{B}C$ $\overline{A}B\overline{C}$ $\overline{A}BC$ $A\overline{B}C$ $A\overline{B}C$ $AB\overline{C}$ ABC





最小项



简写: m_i



下标 / 的取值规则:按照变量顺序将最小项中的原变量用1表示,反变量用0表示,

由此得到一个二进制数,与该二进制数对应的十进制数即下标/的值



3变量A、B、C构成的最小项 $A\bar{B}C$ 可用 m_5 表示



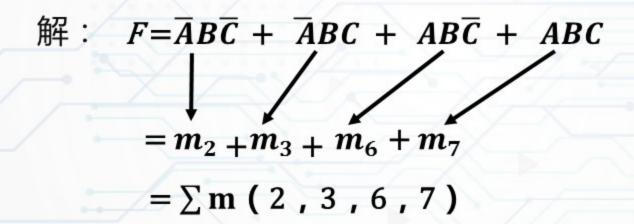
■最小项

÷		4						/ /_
	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$	$A\overline{B}\overline{C}$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	ABC
	000	001	010	011	010	101	110	111
	0	1	2	3	4	5	6	7
	m_0	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7

■最小项



用最小项表示函数: $F = \overline{ABC} + \overline{ABC} + AB\overline{C} + ABC$







性质1

- 任意一个最小项,其相应变量有且仅有一种取值使这个最小项的值为1 最小项不同,使其值为1的变量取值也不同,任何一种变量取值都不可 能使两个不同最小项同时为1
 - 図 因为不同的最小项中都存在互补变量
 - 在由n个变量构成的任意"与项"中,最小项是使其值为1的变量取值组合数最少的一种"与项"
 - 麗 最小项名字的由来







性 质 2



⑩ 相同变量构成的两个不同最小项相"与"为 0

因为任何一种变量取值都不可能使两个不同最小项同时为1,故相"与"为0,



$$m_i = AB$$
 , $m_j = AB$

$$m_i \cdot m_j = AB \cdot AB = 0$$





性 质 3



n 个变量的全部最小项相"或"为1

麗 通常借用数学中的累加符号 "Σ" , 将其记为:

$$\sum_{i=0}^{2^{n}-1} m_i = 1$$





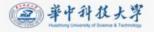
n 个变量构成的最小项有 n 个相邻最小项

ABC 相邻最小项:除一个变量互为相反外,其余部分均相同的最小项



三变量最小项 ABC 的相邻最小项为:

 $\bar{A}BC$ $A\bar{B}C$ $AB\bar{C}$





最大项



定义

- 如果一个具有n个变量的函数的"或项"包含全部n个变量
- - 每个变量都以原变量或反变量形式出现一次,且仅出现一次
- 0

该"或项"被称为"最大项",有时又称为"标准或项"

最大项的数目



n 个变量可以构成 2^n 个最大项



■最大项



3个变量A、B、C可以构成8个最大项

$$A + B + C$$

$$\bar{A} + B + C$$

$$A + B + \bar{C}$$

$$\bar{A} + B + \bar{C}$$

$$A + \bar{B} + C$$

$$\bar{A} + \bar{B} + C$$

$$A + \bar{B} + \bar{C}$$

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$



■最大项



简写: M_i



下标i的取值规则

- 按照变量顺序将最大项中的原变量用0表示,反变量用1表示
- 出 由此得到一个二进制数,与该二进制数对应的十进制数即下标 i 的值



3变量A、B、C 构成的最大项 $(A + \bar{B} + C)$ 可用 M_2 表示



$$F = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

解:
$$F = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$= M_0 M_1 M_4 M_5$$

= $\Pi M (0,1,4,5)$



■最大项性质



性 质1



任意一个最大项,其相应变量有且仅有一种取值使这个最大项的值为0,最大项不同,使其值为0的变量取值不同

在由 n 个变量构成的任意"或项"中,最大项是使其值为1的变量取值组合数最多的一种"或项"。

最大项名字的由来





最大项性质





相同变量构成的两个不同最大项相"或"为1

図 因为任何一种变量取值都不可能使两个不同最大项同时为

0,故相"或"为1,即 $M_i+M_j=1$



$$M_0 = A + B$$
 , $M_2 = \bar{A} + B$,

$$M_0 + M_2 = A + B + \bar{A} + B = 1$$

■最大项性质





n 个变量的全部最大项相"与"为0

通常借用数学中的累乘符号"II",将其记为:

$$\prod_{i=0}^{2^{n}-1} M_i = 0$$





■最大项性质





n 个变量构成的最大项有 n 个相邻最大项

相邻最大项:除一个变量互为相反外,其余部分均相同的最大项



三变量最大项A + B + C的相邻最大项为:

$$\bar{A} + B + C$$
 $A + \bar{B} + C$ $A + B + \bar{C}$



■最小项和最大项

2 变量最小项、最大项真值表													
变量		最小	项		最大项								
AB	$A\overline{B}$	ÀΒ	ΑĒ	AB	A+B	<i>A+B</i>	A+B	A+B					
	m_0	m_1	m_2	m_3	M_0	M_1	M_2	M_3					
00	1	0	0	0	0	1	1	1					
01	0	1	0	0	1	0	1	1					
10	0	0	1	0	1	1	0	1					
11	0	0	0	1	1	1	1	0					





■最小项和最大项的关系



在同一问题中,下标相同的最小项和最大项互为反函数



相同变量构成的最小项mi和最大项Mi之间存在互补关系

$$\overline{m_i} = \mathrm{M}_i$$
,或 $\overline{\mathrm{M}_i} = m_i$



由3变量A、B、C 构成的最小项 m_3 和最大项 M_3

$$\overline{\mathbf{m}_3} = \overline{\overline{\mathbf{A}}BC} = A + \overline{B} + \overline{\mathbf{C}} = \mathbf{M}_3$$

$$\overline{\mathrm{M}_{3}} = \overline{A + \overline{B} + \overline{\mathrm{C}}} = \overline{A}BC = m_{3}$$

■逻辑函数表达式的形式与变换



逻辑函数表达式的基本形式



最小项和最大项



逻辑函数表达式的标准形式





逻辑函数表达式的转换



标准形式

标准"与-或"表达式

由若干最小项相"或"构成 的逻辑表达式

最小项表达式

标准"或-与"表达式

由若干最大项相"与"构成 的逻辑表达式

最大项表达式



■ 标准形式



$$F(A,B,C) = \overline{A} \, \overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B} \, \overline{C} + ABC$$

$$= m_1 + m_2 + m_4 + m_7$$

$$= \sum m(1,2,4,7) \, \text{最小项表达式(标准"与-或"}$$



$$F(A,B,C) = (A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

$$= M_1 M_5 M_7$$

$$= \prod M (1,5,7)$$
最大项表达式(标准"或-与")

数季电路与逻辑设计

Digital circuit and logic design

● 谢谢,祝学习快乐!

主讲教师 于俊清

