

Die nützlichen Formeln
zu Algebra und Geometrie



Mathe



Gutschein
für 2 kostenlose
Unterrichts-
stunden
im Heft!





Die praktischen Pocket-Ratgeber der Schuelerhilfe

Die kleinen Helfer der Schuelerhilfe im praktischen Pocket-Format für den Lern- und Schulalltag. Ob Formelsammlung oder Grammatik-Tipps – mit unseren Pocket-Ratgebern hast du immer die wichtigsten Infos in der Tasche. Hol sie dir am besten gleich alle in deiner nächstgelegenen Schuelerhilfe. Wo du die findest, erfährst du auf www.schuelerhilfe.com.



INHALT

Algebra

- 4** Maße und Gewichte
- 5** Grundrechenarten
- 6** Bruchrechnung
- 7** Potenzen und Wurzeln
- 8** Prozentrechnung
- 9** Zinsrechnung
- 10** Zinsrechnung, Dreisatz
- 11** Quadratische Gleichungen
- 12** Logarithmen/Wahrscheinlichkeitsrechnung

Geometrie

- 13** Strahlensätze
- 14** Winkelarten
- 15** Winkel an geschnittenen Geraden
- 16** Dreieck
- 18** Flächenberechnung
- 19** Kreis und Linien
- 20** Kreis, Kreisring, Kreisausschnitt
- 21** Körperberechnung
- 23** Trigonometrie

Längenmaße

1 Meter (m) = 100 Zentimeter (cm) = 1.000 Millimeter (mm)

1 Kilometer (km) = 1.000 m 1 Dezimeter (dm) = 10 cm

1 cm = 10 mm

Flächenmaße

1 Quadratmeter (m^2) = 100 Quadratdezimeter (dm^2)

1 Ar (a) = 100 m^2

1 Hektar (ha) = 100 a = 10.000 m^2

1 Quadratkilometer (km^2) = 100 ha = 10.000 a = 1.000.000 m^2

Körpermaße

1 Kubikmeter (m^3) = 1.000 Kubikdezimeter (dm^3)

1 dm^3 = 1.000 Kubikzentimeter (cm^3)

1 cm^3 = 1.000 Kubikmillimeter (mm^3)

Hohlmaße

1 m^3 = 10 Hektoliter (hl) = 1.000 Liter (l) 1 l = 10 dl

1 hl = 100 l = 1.000 Deziliter (dl)

Gewichte

1 Gramm (g) = 1.000 Milligramm (mg) 1 Kilogramm (kg) = 1.000 g

1 Tonne (t) = 1.000 kg 1 Pfund = 500 g = 0,5 kg

1 Unze (oz) = 28,35 g

Dezimale Vielfache und dezimale Teile

10^6 Mega (M), 10^3 Kilo (k), 10^2 Hekto (h), 10^1 Deka (da),

10^{-1} Dezi (d), 10^{-2} Zenti (c), 10^{-3} Milli (m), 10^{-6} Mikro (μ)

Grundrechenarten

Addition:

$$\mathbf{a + b = c}$$

(Summand + Summand = Summe)

Subtraktion:

$$\mathbf{a - b = c}$$

(Minuend – Subtrahend = Differenz)

Multiplikation:

$$\mathbf{a \cdot b = c}$$

(Faktor · Faktor = Produkt)

Division:

$$\mathbf{a : b = c}$$

(Dividend : Divisor = Quotient) $b \neq 0$

Rechengesetze

Addition

Kommutativgesetze:

$$a + b = b + a$$

Multiplikation

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Assoziativgesetze:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Distributivgesetz:

$$a \cdot (b + c)$$

=

$$a \cdot b + a \cdot c$$

6 Bruchrechnung

Bruchrechnung

Erweiteren: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$

Kürzen: $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$

Multiplikation: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Division: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

Addition,
Subtraktion: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$

Merke:

Erweitere Brüche so, dass sie einen gemeinsamen Nenner haben. Addiere bzw. subtrahiere dann die Zähler.

Eigene Notizen:

Potenzen und Wurzeln

Definitionen:

Potenz: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ Speziell: $a^1 = a; a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

Wurzel: $\sqrt[2]{a^2} = \sqrt{a^2} = |a|$ $\sqrt[n]{x} = a \leftrightarrow a^n = x; x \geq 0, n \in \mathbb{N}$

Zusammenhänge:

$$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$$

$$a^n : a^p = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$$

$$a^{-\frac{p}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^p}}$$



8 Prozentrechnung

Prozentwertberechnung

Gegeben: Prozentsatz (p), Grundwert (G)

Lösung: $100\% \rightarrow G$

1. Satz: $p \rightarrow x$

2. Satz: $1\% \rightarrow G : 100$

3. Satz: $(G : 100) \cdot p = W$

Gesucht: Prozentwert (W)

Prozentformel: $\frac{G \cdot p}{100} = W$

Prozentsatzberechnung

Gegeben: Prozentwert (W), Grundwert (G) **Gesucht:** Prozentsatz (p)

Lösung: $G \rightarrow 100\%$

1. Satz: $W \rightarrow x$

2. Satz: $1 \rightarrow 100 : G$

3. Satz: $(100 : G) \cdot W = p$

Prozentformel: $\frac{W \cdot 100}{G} = p$

Grundwertberechnung

Gegeben: Prozentsatz (p), Prozentwert (W) **Gesucht:** Grundwert (G)

Lösung: $p \rightarrow W$

Prozentformel: $\frac{W \cdot 100}{p} = G$

1. Satz: $100\% \rightarrow x$ **2. Satz:** $1\% \rightarrow W : p$ **3. Satz:** $(W : p) \cdot 100 = G$

Vermehrter Grundwert

Gegeben: Prozentsatz (p), Grundwert (G) **Gesucht:** vermehrter

Grundwert (G_+)

Lösung:
$$\frac{(100 + p) \cdot G}{100} = G_+$$

Zinsberechnung

Gegeben: Kapital (K), Zinssatz (p), Zeit (t) **Gesucht:** Zinsen (Z)

Lösung: $\frac{K \cdot p \cdot t}{100} = Z$ für t = Zeit in Jahren

$$\frac{K \cdot p \cdot t}{12 \cdot 100} = Z \text{ für } t = \text{Zeit in Monaten}$$

$$\frac{K \cdot p \cdot t}{360 \cdot 100} = Z \text{ für } t = \text{Zeit in Tagen}$$

Zinssatzberechnung

Gegeben: Kapital (K), Zinsen (Z), Zeit (t) **Gesucht:** Zinssatz (p)

Lösung: $\frac{Z \cdot 100}{K \cdot t} = p$ für t = Zeit in Jahren

$$\frac{Z \cdot 12 \cdot 100}{K \cdot t} = p \text{ für } t = \text{Zeit in Monaten}$$

$$\frac{Z \cdot 360 \cdot 100}{K \cdot t} = p \text{ für } t = \text{Zeit in Tagen}$$

Kapitalberechnung

Gegeben: Zinsen (Z), Zinssatz (p), Zeit (t) **Gesucht:** Kapital (K)

Lösung: $\frac{Z \cdot 100}{p \cdot t} = K$ für t = Zeit in Jahren

$$\frac{Z \cdot 12 \cdot 100}{p \cdot t} = K \text{ für } t = \text{Zeit in Monaten}$$

$$\frac{Z \cdot 360 \cdot 100}{p \cdot t} = K \text{ für } t = \text{Zeit in Tagen}$$

Zinseszinsberechnung

Zinseszinsen (Endwert K_n des Anfangskapitals K_0 nach n Jahren)

Lösung: $K_n = K_0 \cdot q^n = K_0 \cdot \left(\frac{100 + p}{100}\right)^n$ $n = \frac{\log K_n - \log K_0}{\log q}$

Dreisatz

**Verfahren bei
direkter Proportionalität:**

- Schluss vom Wert
der bekannten Mehrheit
- auf den Wert für eine (Mengen-)Einheit und
 - von dieser Einheit auf die gesuchte Mehrheit

Beispiel:

Beim Backen benötigt man für 5 kg Brot 4.000 g Mehl. Wie viel Mehl benötigt man für 3 kg Brot?

$$\begin{array}{rcl} 5 : & \begin{matrix} 5 \text{ kg} \triangleq 4.000 \text{ g} \\ \downarrow \\ 1 \text{ kg} \triangleq 800 \text{ g} \end{matrix} & : 5 \\ 3 \cdot & \begin{matrix} \downarrow \\ 3 \text{ kg} \triangleq 2.400 \text{ g} \end{matrix} & \cdot 3 \end{array}$$

**Verfahren bei
indirekter Proportionalität:**

- Schluss vom Wert
der bekannten Mehrheit
- auf den Wert für eine (Mengen-)Einheit und
 - von dieser Einheit auf die gesuchte Mehrheit

Beispiel:

6 Schüler benötigen 21 Stunden für das Streichen eines Raumes ihrer Schule. Wie viele Stunden hätten 4 Schüler gebraucht?

$$\begin{array}{rcl} 6 : & \begin{matrix} 6 \text{ Schüler} \triangleq 21 \text{ h} \\ \downarrow \\ 1 \text{ Schüler} \triangleq 126 \text{ h} \end{matrix} & : 6 \\ 4 \cdot & \begin{matrix} \downarrow \\ 4 \text{ Schüler} \triangleq 31,5 \text{ h} \end{matrix} & \cdot 4 \end{array}$$

Binomische Formeln

1. binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Quadratische Gleichungen

Allgemeine Form: $ax^2 + bx + c = 0$

Allgemeine Lösung: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

Normalform: $x^2 + px + q = 0$

Lösung (p-q-Formel): $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p^2}{4} - q\right)}$

Satz von Vieta: $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$

In Linearfaktoren: $(x - a)(x - b) = 0$

Lösung: $x_1 = a, x_2 = b$

Bemerkung: Eine quadratische Gleichung hat genau zwei, eine oder keine Lösung in \mathbb{R} , wenn der Wurzelterm größer ist als null, gleich null oder kleiner als null.

Definition

$$b^x = a \rightarrow \log_b a = x; a, b > 0 \quad \text{Speziell: } \log_b b = 1; \log_b 1 = 0$$

Logarithmengesetze

Erstes Logarithmengesetz:

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$\log(a : b) = \log a - \log b$$

Zweites Logarithmengesetz:

$$\log a^b = b \cdot \log a$$

$$\text{Speziell: } \log \sqrt[a]{b} = \log b^{\frac{1}{a}} = \frac{1}{a} \log b$$

Dekadischer Logarithmus:

$$\log_{10} a = \lg a$$

Natürlicher Logarithmus:

$\log_e a = \ln a$, mit der eulerschen
Zahl $e = 2,718281828459\dots$

Zusammenhänge:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \stackrel{\text{speziell}}{=} \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{\lg a}{\lg b}$$

$$\log_b a \cdot \log_a b = 1$$

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k}$ (sprich: „n über k“; $k, n \in \mathbb{N}; 0 < k \leq n$)
ist der Quotient

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot [n-(k-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{1} = n$$

$$\text{Rechenregeln: } \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \quad k, n \in \mathbb{N}$$

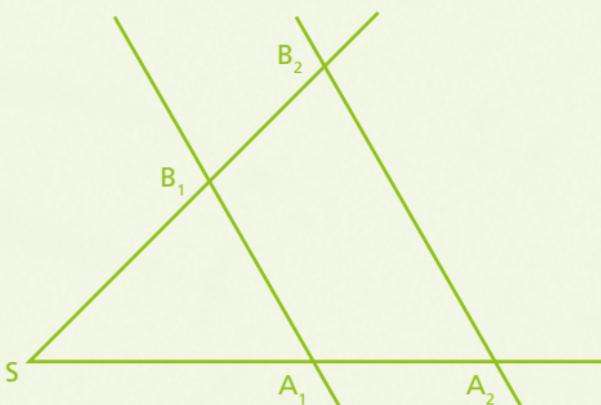
Strahlensätze

Erster Strahlensatz:

$$\begin{aligned}|SA_1| : |SA_2| &= |SB_1| : |SB_2| \\ |SA_1| : |A_1A_2| &= |SB_1| : |B_1B_2| \\ |SA_2| : |A_1A_2| &= |SB_2| : |B_1B_2|\end{aligned}$$

Zweiter Strahlensatz:

$$\begin{aligned}|A_1B_1| : |A_2B_2| &= |SA_1| : |SA_2| \\ |A_1B_1| : |A_2B_2| &= |SB_1| : |SB_2|\end{aligned}$$



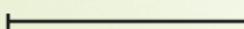
Eigene Notizen:



Winkelarten

Nullwinkel:

$$\alpha = 0^\circ$$



Rechter Winkel:

$$\alpha = 90^\circ$$



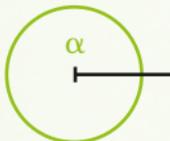
Gestreckter Winkel:

$$\alpha = 180^\circ$$



Vollwinkel:

$$\alpha = 360^\circ$$



Spitzer Winkel:

$$\alpha < 90^\circ$$



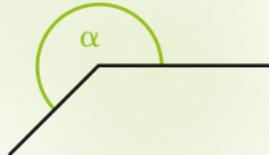
Stumpfer Winkel:

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$



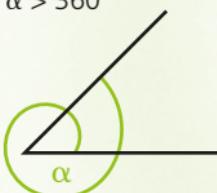
Überstumpfer Winkel:

$$180^\circ < \alpha < 360^\circ$$



Winkel über 360°:

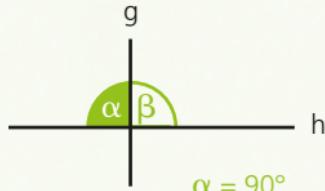
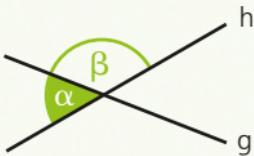
$$\alpha > 360^\circ$$



Winkel an geschnittenen Geraden

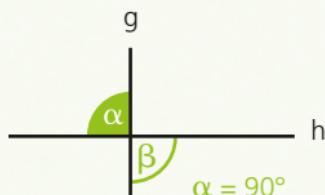
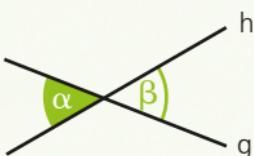
Nebenwinkel ergänzen einander zu 180° .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



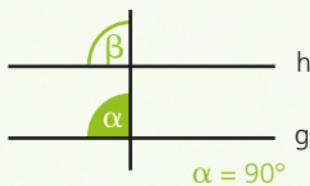
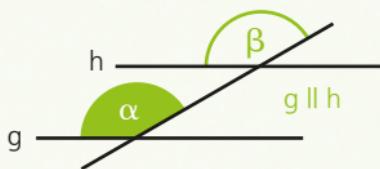
Scheitelwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$



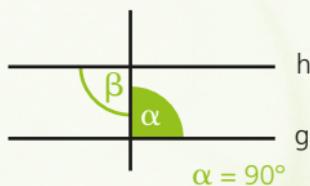
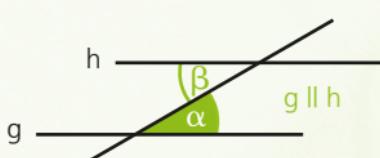
Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$



Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$



Dreieck

Fläche:

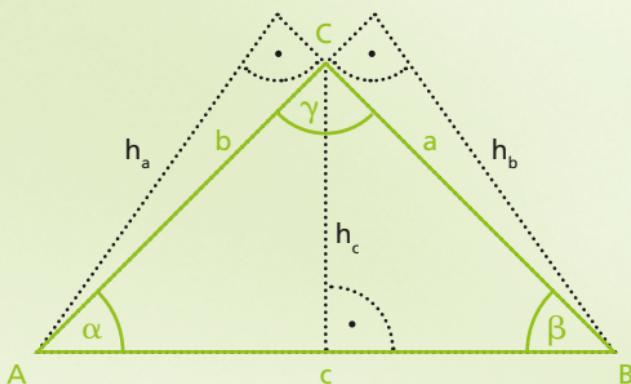
$$A(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$A(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} b \cdot h_b$$

$$A(\text{Dreieck}) = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

Winkelsumme:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

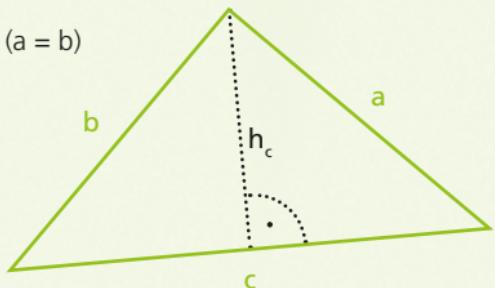
**Eigene Notizen:**

Dreieck

Gleichschenkliges Dreieck:

Zwei Seiten haben dieselbe Länge ($a = b$)

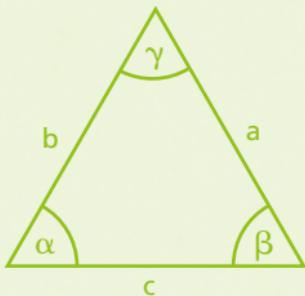
$$h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$



Gleichseitiges Dreieck:

Alle Seiten haben dieselbe Länge ($a = b = c$),
alle Winkel sind gleich groß ($\alpha = \beta = \gamma$).

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \quad A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

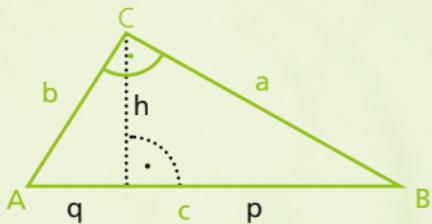


Rechtwinkliges Dreieck:

Fläche berechnet sich zu: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

Der Satz des Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$

Der Höhensatz des Euklid: $h^2 = p \cdot q$



Der Kathetensatz des Euklid: $a^2 = c \cdot p \quad b^2 = c \cdot q$

Flächenberechnung

Quadrat:

Umfang: $U = 4 \cdot a$

Flächeninhalt: $A = a^2$

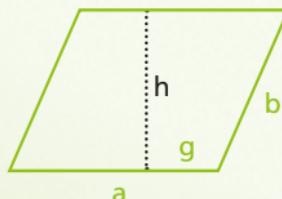


Parallelogramm:

Umfang: $U = 2 \cdot (a + b)$

Flächeninhalt: $A = g \cdot h$

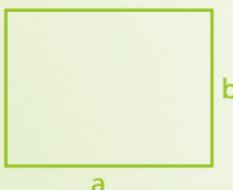
$$\text{Höhe: } h = \frac{A}{g}$$



Rechteck:

Umfang: $U = 2 \cdot (a + b)$

Flächeninhalt: $A = a \cdot b$

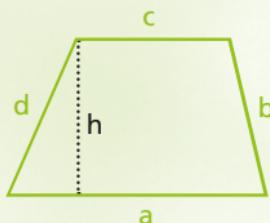


Trapez:

Umfang: $U = a + b + c + d$

$$\text{Flächeninhalt: } A = \frac{h}{2} \cdot (a + c)$$

$$\text{Höhe: } h = \frac{2 \cdot A}{a + c}$$

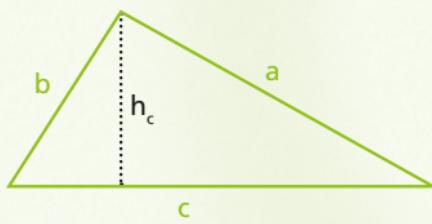


Dreieck:

Umfang: $U = a + b + c$

$$\text{Flächeninhalt: } A = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$\text{Höhe: } h = 2 \cdot \frac{A}{c}$$



Kreis und Linien

Kreis:

Kreiszahl (π): $\pi = 3,14159\dots$

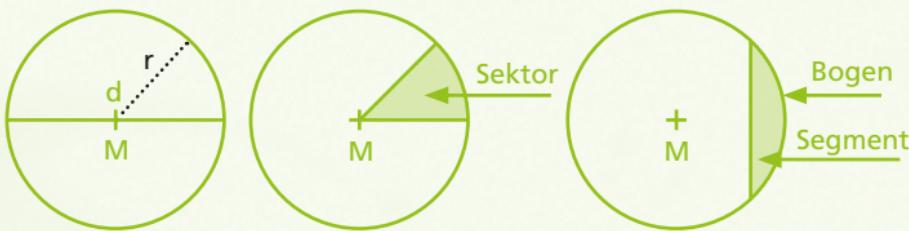
$$\pi = 3,14159\dots$$

Durchmesser = d , Radius = r

$$d = 2 \cdot r$$

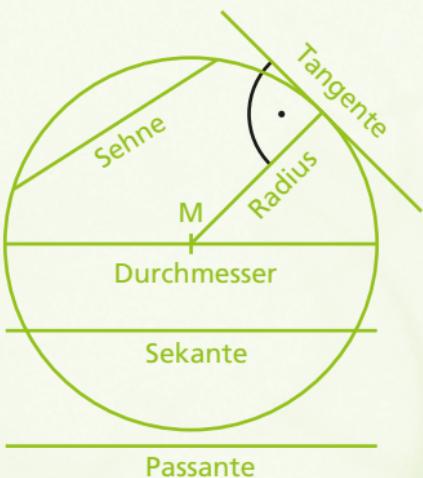
$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$



Linien am Kreis:

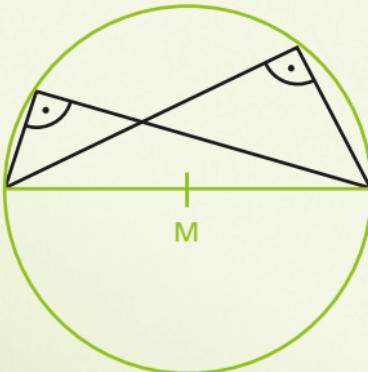
Tangente und Berührungsradius sind senkrecht zueinander.



Satz des Thales

Satz des Thales:

Peripheriewinkel über einem Halbkreis sind rechte Winkel.



Kreisring und Kreisausschnitt

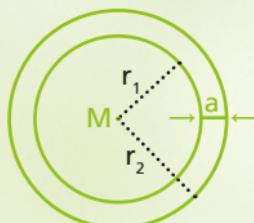
Kreisring:

$$a = r_2 - r_1$$

$$A = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)$$

$$U = 2 \cdot \pi \cdot (r_1 + r_2)$$

Ringbreite a



Kreisausschnitt:

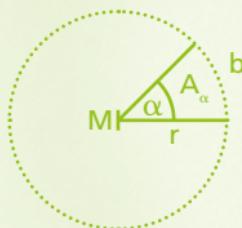
$$\frac{b}{U} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Kreisbogen b

$$A_\alpha = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$A_\alpha = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



Körperberechnung

Prisma:

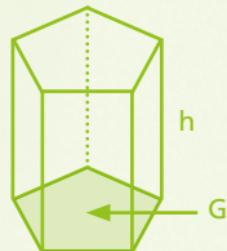
Grundfläche = G

Volumen: $V = G \cdot h$

Oberfläche: $O = 2 \cdot G + M$

Mantelfläche: $M = U^* \cdot h$

* Umfang der Grundfläche.



Pyramide:

Grundfläche = G

Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Oberfläche: $O = G + M$

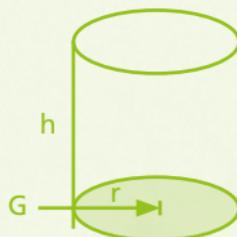


Zylinder:

Volumen: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Oberfläche: $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$

Mantelfläche: $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

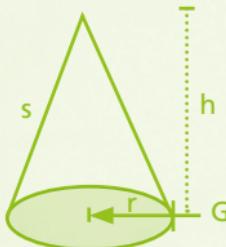


Kegel:

Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

Oberfläche: $O = \pi \cdot r \cdot (r + s)$

Mantelfläche: $M = \pi \cdot r \cdot s$



Körperberechnung

Kugel:

Mittelpunkt = M; Radius = r

Volumen: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Oberfläche: $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



Eigene Notizen:



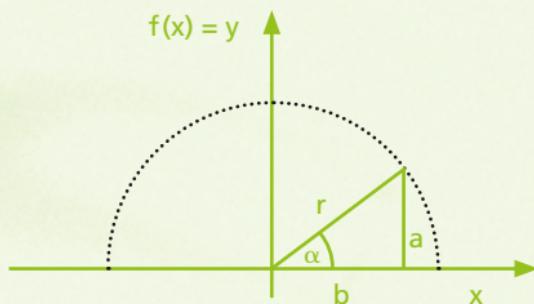
Trigonometrie

Sinus: $\sin \alpha = \frac{a}{r} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Kosinus: $\cos \alpha = \frac{b}{r} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

Kotangens: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

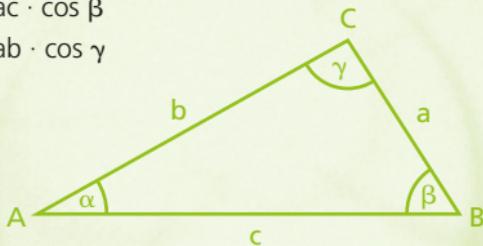


$$\text{Sinussatz: } \frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad \frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\text{Kosinussatz: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$



Gutschein

für 2 kostenlose Nachhilfestunden*



Schülerhilfe®

Das Original. Seit 1974.

Bitte ausfüllen

und in der **nächstgelegenen Schülerhilfe**
vor Ort abgeben

Vorname

Name

PLZ

Ort

Straße

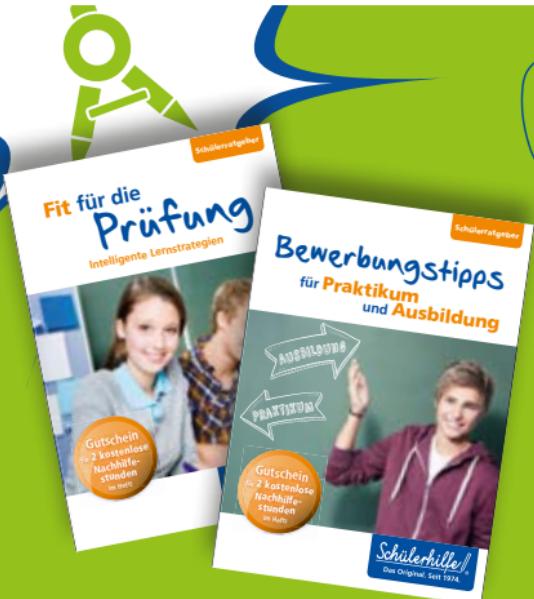
Geburtsdatum

Telefon

E-Mail

- * Gültig nur in teilnehmenden Schülerhilfen. Nur ein Gutschein pro Kunde.
- Nicht gültig in Verbindung mit anderen Angeboten. Gültig nur für neue Kunden.
- Gültig nur für Einzelunterricht in kleinen Gruppen.





OH!!!

Unsere Schülerratgeber
„Fit für die Prüfung“
und „Bewerbungstipps“
liegen kostenlos
für dich in deiner
Schülerhilfe vor Ort
bereit.

Weitere Informationen über die nächstgelegene
Schülerhilfe findest du auf www.schuelerhilfe.com.
Oder sag deinen Eltern, dass sie sich unter **0800-19 4 18 00**
rund um die Uhr kostenlos beraten lassen können.

© ZGS Bildungs-GmbH, Stand Januar 2013

