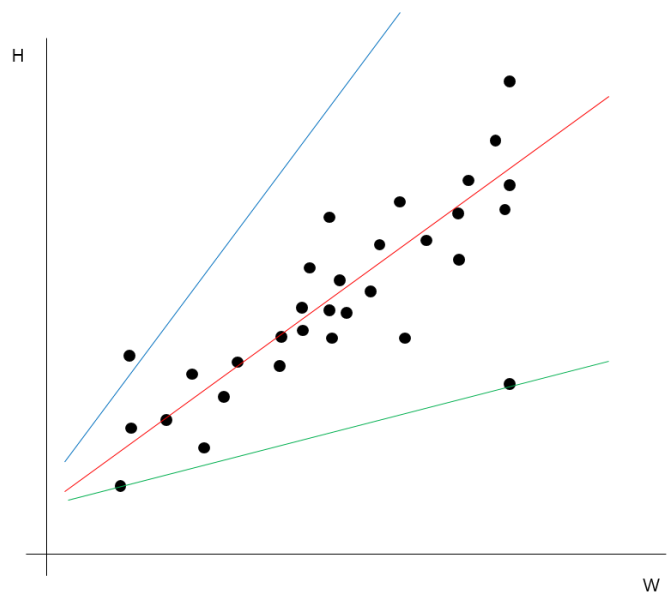


4.2 손실함수

도입



- 제대로 예측됐는지 판단하는 기준은 무엇일까?

신경망

Input(784) → weight1 (784x50) → node(50) → weight2(50x100) → node(100) → weight(100x10) → output (1x10)

- 신경망이 제대로 된 성능을 지니고 있는지 평가 하는 방법은 무엇일까?
 - 제대로 값을 예측 하면됨
 - 측정의 기준은?

예

```
y=[0.1, 0.05, 0.6, 0.0, 0.05, 0.1, 0.0, 0.1, 0.0, 0.0]
t=[0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
```

- y는 소프트 맥스 함수의 출력이다.
- t는 원-핫 인코딩 방식을 이용한 표기법이다.
- 실제로 위와 같은 결과물에 대한 손실을 구해보자.

손실함수

손실함수란 신경망 성능의 '나쁨'을 나타내는 지표로, 현재의 신경망이 훈련 데이터를 얼마나 잘 처리하지 '못'하느냐를 나타낸다.

- 비용함수 (Cost Function) 이라고도 불린다.
- 손실에는 그만큼의 비용이 발생하기 때문

Loss/Cost Function 이란?

Loss function , Cost function.

Loss → ~~Cost~~ → Cost function

입력 $1 \times 184 \xrightarrow{w_1} 184 \times 50 \xrightarrow{w_2} 50 \times 100 \xrightarrow{w_3} 100 \times 10 \Rightarrow 1 \times 10$ output

과연 신경망이 제각각의 결과 내보내지? Loss function을 측정 하기!

$$MSE = \frac{1}{10} \sum (y_i - t_i)^2$$

↑ ↑
신경망의 결과 정답

"정답과 비슷한 결과여야"
0 이 가까울수록 좋다.

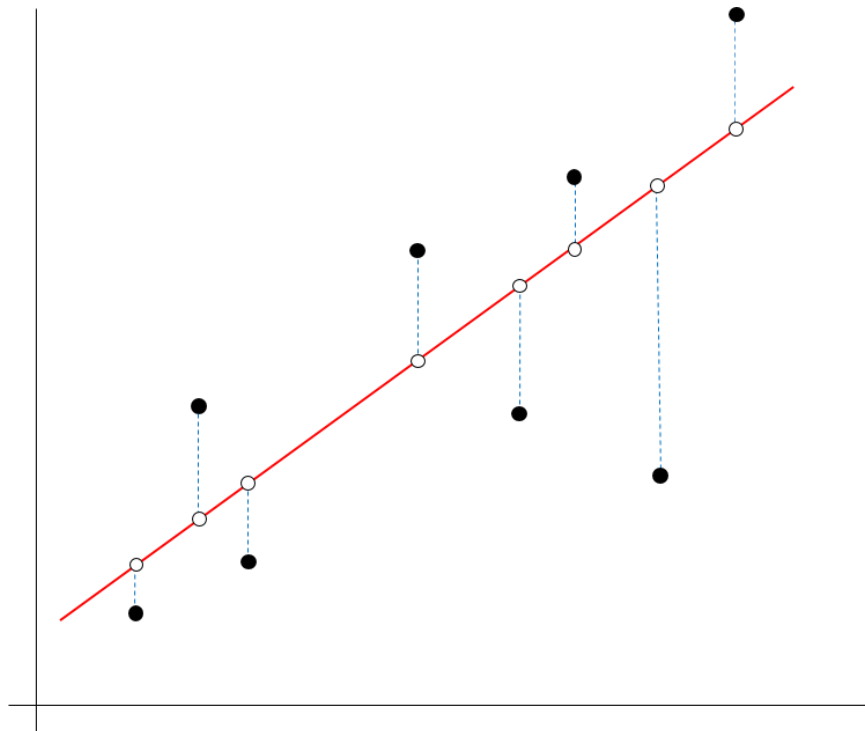
예)

[0.1 , 0.05 , 0.6 , 0.0 , 0.05 , 0.1 , 0.0 , 0.1 , 0.1 , 0.0]

[0 , 0 , 1 , 0 , 0 , ...]

MSE(Mean Squared Error)

- 가장 기본적인 손실함수 $MSE = \frac{1}{2} \sum_k (y_k - t_k)^2$
- y_k 는 신경망의 출력(신경망이 추정한값)
- t_k 는 정답 레이블
- k 는 데이터의 차원 수
- $\frac{1}{2}$ 는 크게 의미없는 숫자 같지만 추후 미분을 위해 존재한다.



Cross Entropy Error

- $E = -\sum_k t_k \log y_k$
- \log 는 밑이 e 인 자연로그(\ln)이다.
- y_k 는 신경망 출력
- t_k 는 정답 레이블 (정답에 해당하는 인덱스의 원소만 1이고 나머지는 0인 원-핫 인코딩 사용)
- $t_k = 1$ (즉, 정답)일때만 자연 로그를 계산하는 식이다.
- 맨앞이 음수처리된 이유는 신경망의 출력값이 0~1 사이의 값이기때문에 양수로 만들어 주기 위해서 이다.
- 예
 - 정답 레이블 '2'
 - 신경망 출력 '0.6'
 - 교차엔트로피 오차는 $-\log 0.6 = 0.51$
 - 같은 조건에서 신경망 출력이 '0.1'이라면 $-\log 0.1 = 2.30$ 이 된다.
 - 신경망의 결과값이 정답에 가깝게 나타날경우 (1에 가까운 숫자) 오차 값이 줄어들고, 0에 가깝게 나타날수록 오차는 커진다.

Cross Entropy Error. \Rightarrow 필요한 정보를 제거한 뒤 남은 정보만 계산한다.

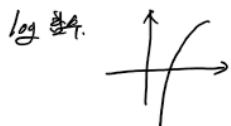
$$E = -\sum t_i \cdot \log(y_i)$$

예. 정답: $t = [0, 0, 1, 0, 0]$ $0.01 + 0.09 + 0.81 +$
 $y_1 = [0.1, 0.3, 0.1, 0.6, 0]$
 $y_2 = [0, 0.3, 0.1, 0, 0.7]$ \downarrow 가중치가 반영되어 결과가 변하지만
 \swarrow 의미가 바뀌지 않는다.

$$= -(0 \cdot \log(0.1) + 0 \cdot \log(0.3) + 1 \cdot \log(0.1) + \dots + 0)$$

$$= -\log\left(\frac{1}{10}\right) = \log 10 = 1.$$

if 정답에 차이가 없다면? $0 \cdot \log(0.1) + \dots + 1 \cdot \log(1) + \dots + 0$
 $= 0 + \dots + 0 = 0$



결론

- 손실함수의 값이 최소화 되면 가장 좋은 예측이라고 할수 있다.
- 어떻게? 미분을 통해서