应用概率统计

教材：《应用概率统计》 陈魁编著

第一章　随机事件及其概率

随机现象——

- ❑ 每次试验前不能预言出现什么结果
- ❑ 每次试验后出现的结果不止一个
- ❑ 在相同的条件下进行大量观察或试验时，出现的结果有一定的规律性

——称之为**统计规律性**

§1.1 随机事件及其运算

1.随机试验与样本空间

对某事物特征进行观察, 统称**试验.**

若它有如下特点,则称为**随机试验**,用E表示

- 可在相同的条件下重复进行
- 试验结果不止一个,但能明确所有的结果
- 试验前不能预知出现哪种结果

样本空间—— 随机试验E 所有可能的结果组成的集合称为**样本空间** 记为Ω

样本空间的元素, 即E 的直接结果, 称为**样本点(或基本事件)** 常记为ω ， $\Omega = \{\omega\}$

随机事件 —— Ω的子集, 记为 A ,B ,…

它是满足某些条件的样本点所组成的集合.

基本事件 —— 仅由一个样本点组成的子集它是随机试验的直接结果,每次试验必定发生且只可能发生一个基本事件.

复合事件 ——由若干个基本事件组成的随机事件.

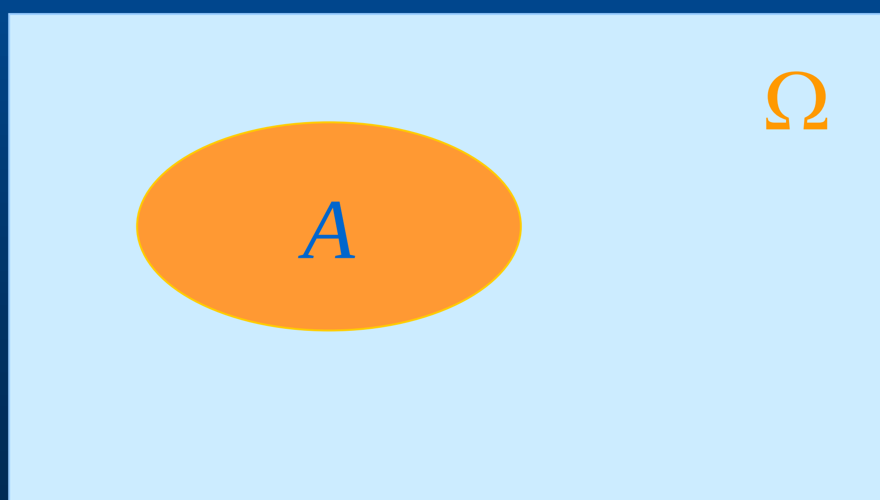
必然事件——全体样本点组成的事件,记为Ω, 每次试验必定发生的事件.

不可能事件——不包含任何样本点的事件,记为Φ ,每次试验必定不发生的事件.

2.事件的关系和运算

随机事件的关系和运算
类同集合的关系和运算

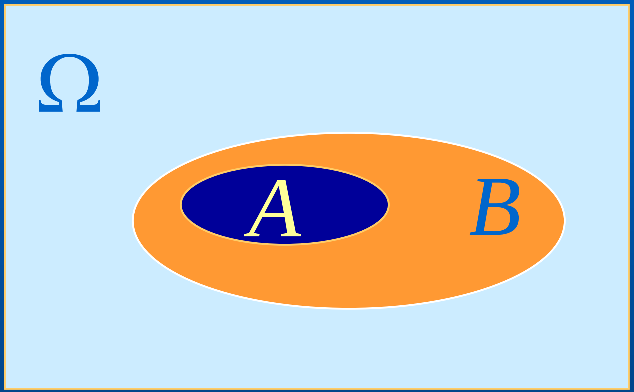
文氏图 (Venn diagram)



1. 事件的包含

$A \subset B$ —— A 包含于 B

$\Leftrightarrow$ 事件 A 发生必导致事件 B 发生



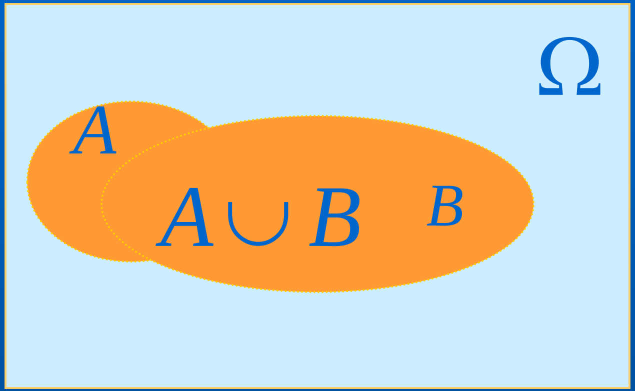
2. 事件的相等

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ 且 } B \subset A$$

3. 事件的并(和)

$A\cup B$ 或 $A+B$

—— A 与 B 的和事件



$A\cup B$ 发生

$\Leftrightarrow$ 事件 A 与事件 B 至少有一个发生

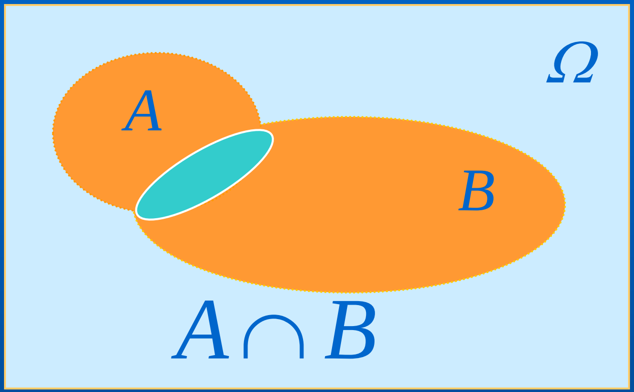
$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和事件 —— $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$

$A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的和事件 —— $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$

4. 事件的交(积)

$A \cap B$ 或 AB

—— A 与 B 的积事件



$A \cap B$ 发生

$\Leftrightarrow$ 事件 A 与事件 B 同时发生

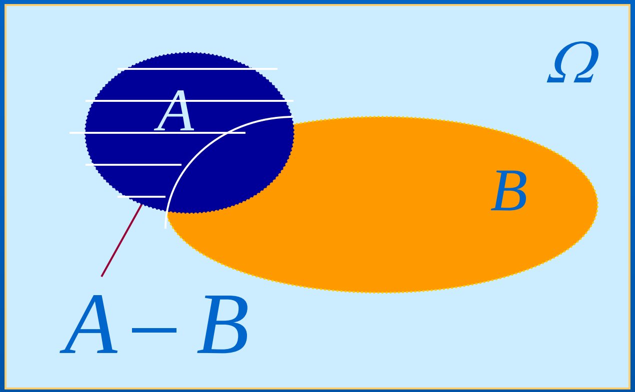
$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积事件 —— $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$

$A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的积事件 —— $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$

5. 事件的差

$A-B$

——A 与B 的差事件



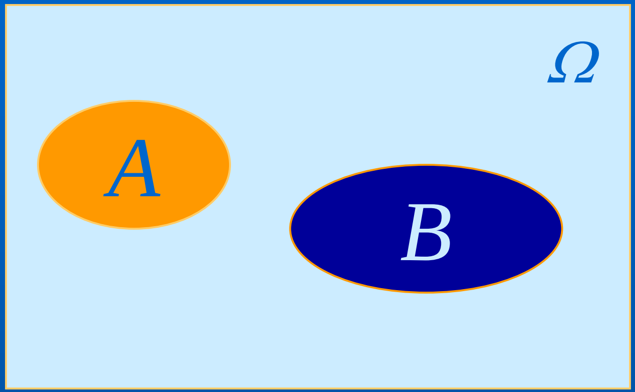
$A-B$ 发生

$\Leftrightarrow$ 事件 A 发生，但事件 B 不发生

6. 事件的互斥(互不相容)

$AB=\varnothing$——A 与B 互斥

$\Leftrightarrow A$、B不可能同时发生



$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互斥

$$\Leftrightarrow A_i A_j = \varnothing, i \neq j, i, j = 1,2,\cdots,n$$

$A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 两两互斥

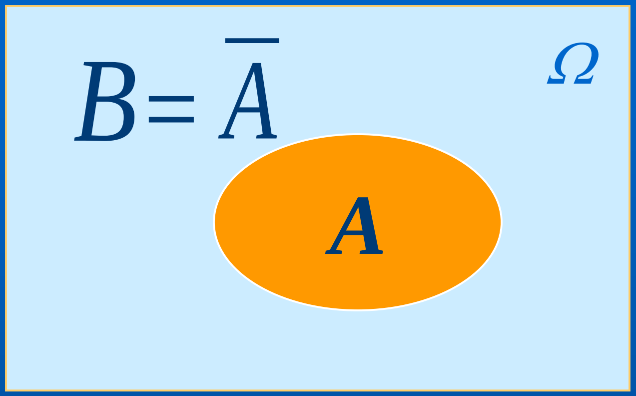
$$\Leftrightarrow A_i A_j = \varnothing, i \neq j, i, j = 1,2,\cdots$$

7. 事件的对立

$AB = \varnothing$ ， $A \cup B = \Omega$

——A 与B 互相对立

$\Leftrightarrow$ 每次试验 A、 B中有且只有一个发生



称B 为A的对立事件(或逆事件),
记为 $B = \overline{A}$

注意："A 与B 互相对立"与 "A 与B 互斥"是不同的概念

运算律

事件运算 $\longleftrightarrow$ 对应 集合运算

- 交换律 $A\cup B=B\cup A$ $\quad AB=BA$
- 结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

  $(AB)C=A(BC)$
- 分配律 $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

  $A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C)$
- 反演律 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$ $\quad \overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$

例3 在图书馆中随意抽取一本书，

事件 A 表示数学书，

B 表示中文书，

C 表示平装书.

则

$AB\overline{C}$ —— 抽取的是精装中文版数学书

$\overline{C} \subset B$ —— 精装书都是中文书

$\overline{A} = B$ —— 非数学书都是中文版的，且中文版的书都是非数学书

例4 利用事件关系和运算表达多个事件的关系

A, B, C 都不发生——

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} = \overline{A \cup B \cup C}$$

A, B, C 不都发生——

$$\overline{ABC} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$$

§1.2 随机事件的概率

历史上概率的三次定义

① 古典定义 —— 概率的最初定义

② 统计定义 —— 基于频率的定义

③ 公理化定义 —— 于1933年由前苏联数学家柯尔莫哥洛夫给出

1. 古典概型

设 随机试验E 具有下列特点：

- 基本事件的个数有限
- 每个基本事件等可能性发生

则称 E 为 **古典(等可能)概型**

古典概型中概率的计算：

记 $n=\Omega$中所包含的基本事件的个数

$m=$组成 A的基本事件的个数

则 $P(A)=\dfrac{m}{n}$

概率的古典定义

$P9$例3. 将3只球随机地放入4个盒子中去，求盒子中球的最大个数分别为1, 2, 3的概率.

$$n = 4^3 = 64$$

(1)最多个数为1：$\dfrac{P_4^3}{4^3} = \dfrac{4\cdot 3\cdot 2}{4^3} = \dfrac{3}{8}$

(2)最多个数为2：$\dfrac{P_4^2 C_3^1}{4^3} = \dfrac{36}{4^3} = \dfrac{9}{16}$

(3)最多个数为3：$\dfrac{P_4^1}{4^3} = \dfrac{4}{4^3} = \dfrac{1}{16}$

2. 频率与概率

设在 n 次试验中，事件 A 发生了 m 次，

则称 $f_n = \dfrac{m}{n}$ 为事件 A 发生的 **频率**

概率的统计定义

在相同条件下重复进行的 n 次试验中, 事件 A 发生的频率稳定地在某一常数 p 附近摆动, 且随 n 越大摆动幅度越小, 则称 p 为事件 A 的概率, 记作 $P(A)$.

对本定义的评价

优点：直观易懂

缺点：粗糙模糊　不便使用

3. 概率的公理化定义

概率的公理化理论由前苏联数学家柯尔莫哥洛夫1933年建立.

即通过规定概率应具备的基本性质来定义概率.

设 Ω 是随机试验E 的样本空间，若对于E 的每一事件 A ，都有一个实数$P(A)$与之对应，则称之为事件 A 的概率，只要满足下面的三条公理：

- 非负性： $\forall A \subset \Omega,\ P(A) \geq 0$
- 规范性： $P(\Omega) = 1$
- 可列可加性：$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

其中 $A_1, A_2, \cdots$ 为两两互斥事件，

4. 概率的性质

三条公理：

- 非负性： $P(A) \geq 0$
- 规范性： $P(\Omega) = 1$

$P(\varnothing) = 0$

基本性质

- 可列可加性：$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

其中 $A_1, A_2, \cdots$ 为两两互斥事件，

加法公式

性质1 加法公式

若事件A, B互斥，则

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

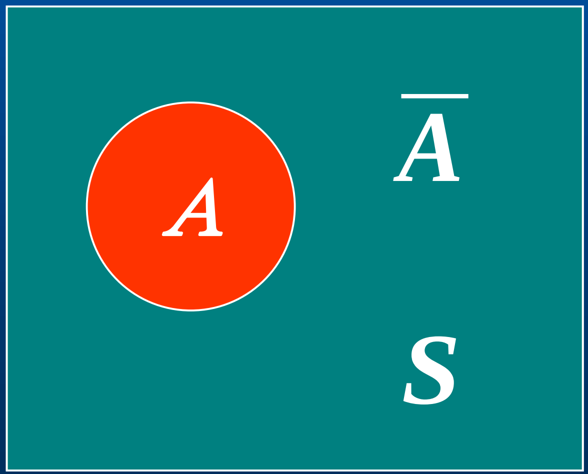
若事件$A_1, A_2, \cdots, A_n$两两互斥，则

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

性质2　逆事件公式

对任一事件A，有

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



因为 $S = A + \bar{A}$

A与$\bar{A}$互斥

$$P(S) = P(\bar{A}) + P(A) = 1$$

注意:

性质2在概率的计算上很有用，如果正面计算事件A的概率不容易，而计算其对立事件$\overline{A}$的概率较易时，可以先计算$P(\overline{A})$，再计算$P(A)$.

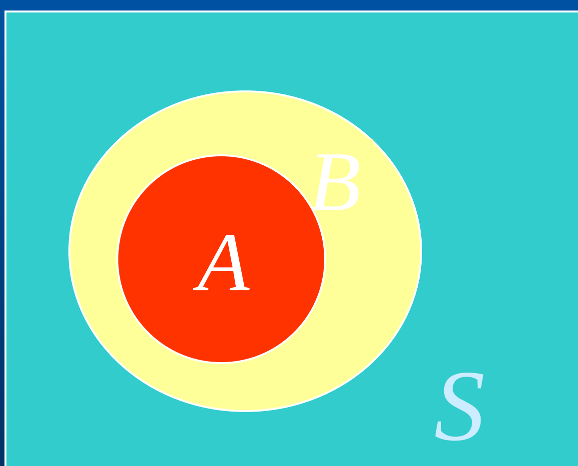
$$P(A)=1-P(\overline{A})$$

性质3 减法公式

设 A、B是两个事件，若 $A \subset B$, 则有

$$P(B-A)=P(B)-P(A)$$

$$P(B)\geq P(A)$$



$$P(B)=P(A\bigcup(B-A))$$

由可加性 $=P(A)+P(B-A)$

移项得 $P(B-A)=P(B)-P(A)$

再由 $P(B-A)\geq 0$

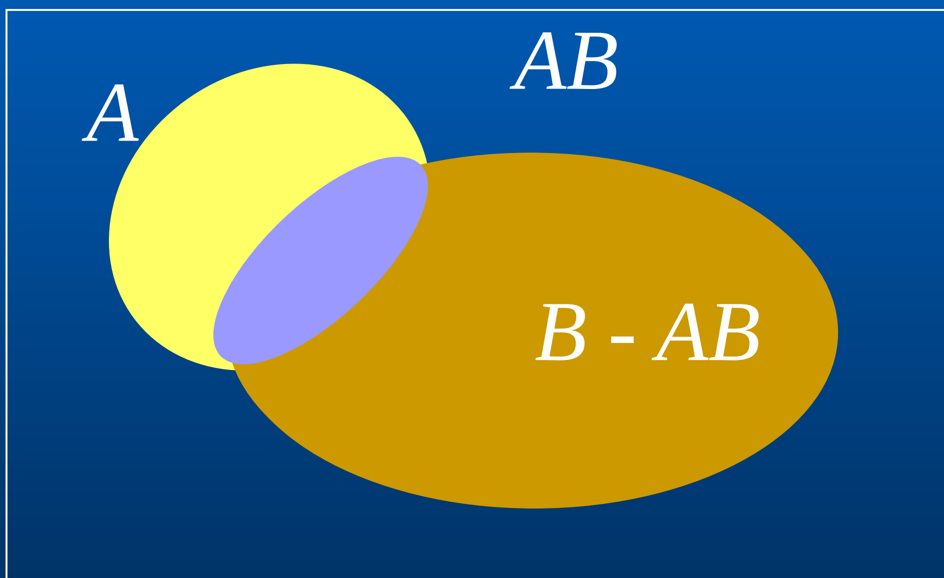
$$A\bigcap(B-A)=\phi$$

$$P(B)\geq P(A)$$

注意:

- 对任意两个事件A, B, 有

$$P(B-A)=P(B)-P(AB)$$



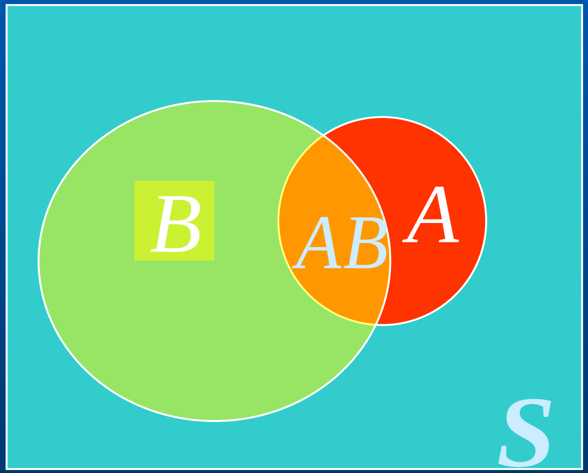
$$B=AB+(B-A)$$

$$P(B)=P(AB)+P(B-AB)$$

性质4 广义加法公式

对任意两个事件*A*、*B*，有

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$



$$A\cap(B-AB)=\phi$$

$$P(A\cup B)=P(A\cup(B-AB))$$

$$=P(A)+P(B-AB)$$

又因 $AB\subset B$

再由性质 3得证．

推广：

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

一般：

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \le i < j \le n} P(A_i A_j) + \sum_{1 \le i < j < k \le n}^{n} P(A_i A_j A_k) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n)$$

右端共有 $2^n - 1$ 项.

例 设有N件产品,其中有M件次品,现从这N件中任取n件,求其中恰有k件次品的概率.

解：令A={恰有k件次品}

$$P(A)=\frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$$

超几何公式

例1.设有10件产品，其中有4件不合格品，从中任取3件，求只有一件，至少有一件不合格品的概率.

解法一： 设A表示至少有一件不合格品，

A_i表示恰好有i件不合格品，则

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$P(A) = P(A_1 + A_2 + A_3)$$

性质

$$= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$$

$$P(A_i) = \frac{C_4^i C_6^{3-i}}{C_{10}^3} \qquad = \frac{5}{6}$$

解法二：

因为$\overline{A}$表示全是合格品，则

$$P(A)=1-P(\overline{A})$$

性质

$$P(\overline{A})=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$$

计算事件*A*的概率不容易，而计算其对立事件的概率较易时，可以利用性质2。

例4 有r个人，设每个人的生日是365天的任何一天是等可能的，试求事件“至少有两人同生日”的概率.

解：令 A={至少有两人同生日}

则 $\overline{A}$={r个人的生日都不同}

为求$P(A)$，先求$P(\overline{A})$

$$P(\overline{A}) = \frac{P_{365}^{r}}{(365)^{r}}$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{P_{365}^{r}}{(365)^{r}}$$

§1.3 条件概率与独立性

1. 条件概率与乘法公式

(1). 条件概率

在解决许多概率问题时，往往需要在有某些附加信息(条件)下求事件的概率.

如在事件A发生的条件下求事件B发生的概率，将此概率记作$P(B|A)$.

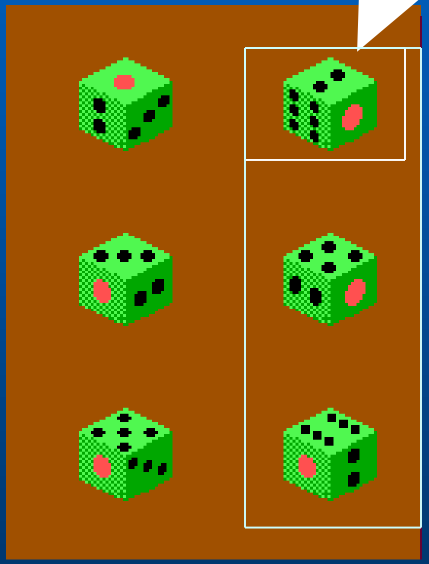
一般 $P(B|A) \neq P(B)$

例如，掷一颗均匀骰子，B={掷出2点}，

A={掷出偶数点}，　$P(B)=1/6$，　$P(B|A)=$？

已知事件A发生，此时试验所有可能结果构成的集合就是A，

掷骰子



A中共有3个元素，它们的出现是等可能的，其中只有1个在集合B中，

于是$P(B|A)= 1/3$.

容易看到

$$P(B|A)=\frac{1}{3}=\frac{1/6}{3/6}=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

定义 设A、B为两事件, $P(A)>0$, 则称

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

为事件 A 发生的条件下事件 B 发生的条件概率.

同理 $$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

称为在事件B发生的条件下事件A的条件概率.

性质 条件概率也是概率，故具有概率的性质：

- 非负性 $P(B|A) \ge 0$
- 规范性 $P(\Omega|A) = 1$
- 可列可加性 $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i \middle| A\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i|A)$

概率的一些重要性质都适用于条件概率. 例如:

- $P(B_1 \cup B_2 | A) = P(B_1 | A) + P(B_2 | A) - P(B_1 B_2 | A)$

计算

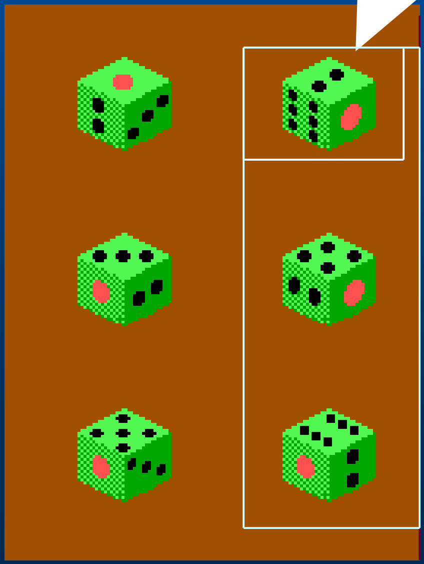
1) 用定义计算:

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)},\quad P(A)>0$$

P10.1

2) 可用缩减样本空间法

掷骰子



例：B={掷出2点}, A={掷出偶数点}

$$P(B|A)=\frac{1}{3}$$

在缩减样本空间中B所含样本点个数

A发生后的缩减样本空间所含样本点总数

由条件概率的定义：

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

若已知$P(A)$, $P(B|A)$时, 可以反过来求$P(AB)$.

乘法公式

(2) 乘法公式

利用条件概率求积事件的概率即**乘法公式**

$$P(AB)=P(A)P\left(B\middle|A\right)\quad (P(A)>0)$$

$$P(AB)=P(B)P\left(A\middle|B\right)\quad (P(B)>0)$$

推广

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P\left(A_2\mid A_1\right)\cdots P\left(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1}\right)$$

$$(P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0)$$

P12.2. 某人忘记了电话号码的最后一位数字，因而随机按号，求他第三次拨通，不超过三次而拨通的概率．

解　设 A_i 表示"按 i 次才对"　　$i=1,2,3$

乘法公式

则 $P(A_i)=\dfrac{1}{10}$

抽签理论

$$P(A_1)=\frac{1}{10}\qquad P(A_3)=\frac{9}{10}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$$

$$P(A_2)=P(\bar{A}_1A_2)=P(\bar{A}_1)P(A_2\mid\bar{A}_1)=\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{10}$$

$$P(A_1+A_2+A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=\frac{3}{10}$$

我们介绍了条件概率的概念，给出了计算两个或多个事件同时发生的概率的乘法公式，它在计算概率时经常使用，需要牢固掌握.

我们说，在事件B发生的条件下事件A的条件概率一般地不等于A的无条件概率. 但是，会不会出现$P(A)=P(A|B)$的情形呢？

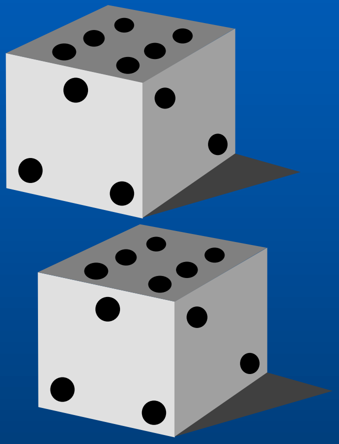
独立性问题

2. 事件的独立性

(1) 两事件的独立性

先看一个例子：

将一颗均匀骰子连掷两次，



设 B ={第一次掷出6点}，
A ={第二次掷出6点}，

显然 $P(A|B)=P(A)$

这就是说,已知事件B发生,并不影响事件A发生的概率,这时称事件A、B独立.

由乘法公式知，当事件A、B独立时，有 $P(AB)=P(A)P(B)$

$P(AB)=P(B)P(A|B)$

用$P(AB)=P(A)P(B)$刻划独立性,比用

$P(A|B)=P(A)$ 或 $P(B|A)=P(B)$

更好,它不受$P(B)>0$或$P(A)>0$的制约.

两事件独立的定义

定义 设 A , B 为两事件，若

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

则称事件 A 与事件 B 相互独立

两事件相互独立的性质

容易证明,若两事件A、B独立，则 $\overline{A}$ 与 B, A 与 $\overline{B}$, $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立.

- 四对事件 A, B; $A, \overline{B}$; $\overline{A}, B$; $\overline{A}, \overline{B}$

任何一对相互独立, 则其它三对也相互独立

(2) 多个事件的独立性

将两事件独立的定义推广到三个事件:

定义 对于三个事件A、B、C，若

$$\begin{cases} P(AB)=P(A)P(B) \\ P(AC)=P(A)P(C) \\ P(BC)=P(B)P(C) \\ P(ABC)=P(A)P(B)P(C) \end{cases}$$

四个等式同时成立,则称事件A、B、C相互独立.

推广到n个事件的独立性定义,可类似写出:

定义 n 个事件 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ 相互独立是指下面的关系式同时成立

$$P(A_iA_j)=P(A_i)P(A_j),\ 1\le i<j\le n$$

$$P(A_iA_jA_k)=P(A_i)P(A_j)P(A_k),\ 1\le i<j<k\le n$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$$

请注意多个事件两两独立与相互独立的区别与联系

对$n(n>2)$个事件

相互独立 $\longrightarrow$ 两两独立

$\overset{?}{\longleftarrow}$

（P13 .3）

所求为 $P(AB\cup AC\cup BC)$

$$=P(AB)+P(AC)+P(BC)-2P(ABC)$$

利用独立性

$$=P(A)P(B)+P(A)P(C)+P(B)P(C)$$
$$-2P(A)P(B)P(C)$$

P19.5

设$0<P(A)<1, 0<P(B)<1, P(A|B)+P(\overline{A}\,|\,\overline{B})=1,$

则事件 A 和 B 相互独立

因为 $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=P(A|B)+1-P(A|\overline{B})=1$

所以 $P(A|B)=P(A|\overline{B})$

$$\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}$$

$$P(AB)=P(B)P(A)$$

§1.4 全概率公式和贝叶斯公式

全概率公式和贝叶斯公式主要用于计算比较复杂事件的概率，它们实质上是加法公式和乘法公式的综合运用.

综合运用

加法公式	乘法公式
$P(A+B)=P(A)+P(B)$	$P(AB)=P(A)P(B\|A)$
A、B互斥	$P(A)>0$

全概率公式

设S为随机试验的样本空间，$A_1,A_2,\ldots,A_n$是两两互斥的事件，且有$P(A_i)>0$，$i=1,2,\ldots,n$, $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$, 则对任一事件$B$，有

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B\mid A_i)$$

称满足上述条件的$A_1,A_2,\ldots,A_n$为完备事件组.

证明 $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n$ 两两互不相容，

得 $A_1B, \quad A_2B, \quad \cdots, \quad A_nB$ 也两两互不相容；

$$B = BS = \sum_{i=1}^{n} A_i B$$

$$P(A_i B) = P(A_i) P(B|A_i)$$

加法公式

乘法公式

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) P(B|A_i)$$

我们还可以从另一个角度去理解 全概率公式

某一事件B的发生有各种可能的原因$(i=1,2,\ldots,n)$，如果B是由原因A_i所引起，则B发生的概率是

$$P(BA_i)=P(A_i)P(B|A_i)$$

每一原因都可能导致B发生，故B发生的概率是各原因引起B发生概率的总和，即全概率公式.

全概率公式的关键：

数学模型

完备事件组

P15. 2.甲、乙、丙三个车间生产同一种产品，其产量分别占总数的20%,30%,50%，正品率分别为0.95,0.9,0.8，从这批产品中任取一件，求它是正品的概率.

A_1，A_2，A_3 分别表示产品由甲、乙、丙车间生产

B表示产品为正品

完备事件组

全概率公式

$$P(B) = P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3)$$
$$= 0.86$$

P15.1.口袋中a只黑球，b只白球． 随机地一只一只摸，摸后不放回． 求第k次摸得黑球的概率．

解法1：把球编号，按摸的次序把球排成一列，
样本点总数就是$a+b$个球的全排列数 $(a+b)!$ ．
所考察的事件相当于在第k 位放黑球，共有a种放法，
每种放法又对应其它$a+b-1$个球的$(a+b-1)!$ 种放法,
故该事件包含的样本点数为$a(a+b-1)!$。

$$\frac{a(a+b-1)!}{(a+b)!}=\frac{a}{a+b}$$

解法2：只考虑前k个位置：

$$\frac{aP_{a+b-1}^{k-1}}{P_{a+b}^{k}}=\frac{a}{a+b}$$

P17.4 甲、乙、丙三人同时对飞机进行射击, 三人击中的概率分别为0.4、0.5、0.7 . 飞 机被一人击中而击落的概率为0.2, 被两人击中而击落的概率为0.6, 若三人都击中, 飞机必定被击落, 求飞机被击落的概率.

设B={飞机被击落} A_i={飞机被i人击中}, $i=1,2,3$

由全概率公式

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

依题意,

$P(B|A_1)=0.2$,
$P(B|A_2)=0.6$,
$P(B|A_3)=1$

为求$P(A_i)$，设 H_i={飞机被第i人击中}，i=1,2,3

$$P(A_1)=P(H_1\overline{H}_2\overline{H}_3+\overline{H}_1H_2\overline{H}_3+\overline{H}_1\overline{H}_2H_3)$$
$$P(A_2)=P(H_1H_2\overline{H}_3+H_1\overline{H}_2H_3+\overline{H}_1H_2H_3)$$
$$P(A_3)=P(H_1H_2H_3)$$

加法公式　　独立性

$P(A_1)=0.36$; $P(A_2)=0.41$; $P(A_3)=0.14$.

$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$

$=0.36\times0.2+0.41\times0.6+0.14\times1=0.458$

即飞机被击落的概率为0.458.

实际中还有下面一类问题
“已知结果求原因”

贝叶斯公式

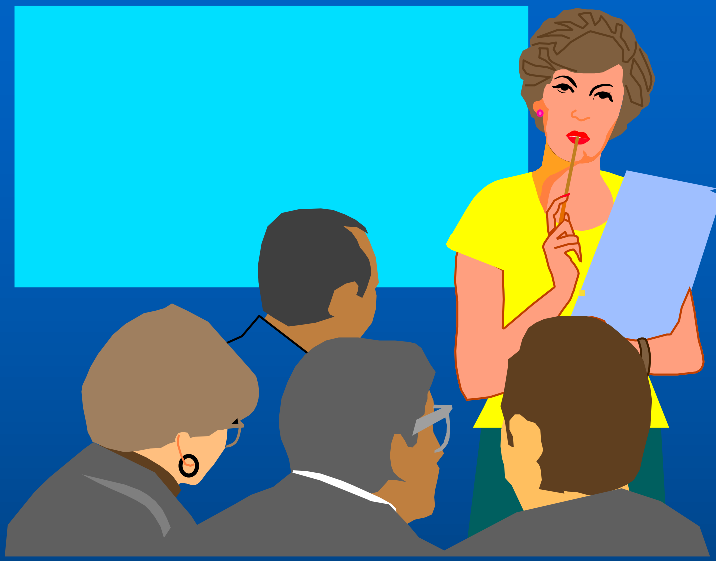
二. 贝叶斯公式

设$A_1,A_2,\ldots,A_n$是完备事件组，则对任一事件B，有

$$P(A_i \mid B)=\frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(B \mid A_j)} \qquad i=1,2,\cdots,n$$

该公式于1763年由贝叶斯(Bayes)给出. 它是在观察到事件B已发生的条件下，寻找导致B发生的每个原因的概率.

贝叶斯公式在实际中有很多应用，它可以帮助人们确定某结果发生的最可能原因.



$P(A_i)$ ---先验概率

它是由以往的经验得到的，是事件 B的原因。

$P(A_i|B)$ ---后验概率

在B已经发生的前提下，再对导致 B 发生的原因的可能性大小重新加以修正。

例2.甲、乙、丙三个车间生产同一种产品，其产量分别占总数的20%,30%,50%，正品率分别为0.95,0.9,0.8,从这批产品中任取一件，发现是正品，问这产品由哪个车间生产的可能性较大？

贝叶斯公式

$$P(B)=0.86$$

$$P(A_1\mid B)=\frac{P(A_1)P(B\mid A_1)}{P(B)}\approx 0.2209$$

$$P(A_2\mid B)=\frac{P(A_2)P(B\mid A_2)}{P(B)}\approx 0.314$$

$$P(A_3\mid B)=\frac{P(A_3)P(B\mid A_3)}{P(B)}\approx 0.4651$$

该产品由丙车间生产的可能性最大。

P17.4 甲、乙、丙三人同时对飞机进行射击,三人击中的概率分别为0.4、0.5、0.7 .飞 机被一人击中而击落的概率为0.2,被两人击中而击落的概率为0.6, 若三人都击中,飞机必定被击落, 已知飞机被击落，求由一人击中的概率.

设B={飞机被击落} A_i={飞机被i人击中}, i=1,2,3

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(B)} \approx 0.1572$$