

Enumz

[博客园](#) [首页](#) [新随笔](#) [联系](#) [管理](#)

随笔- 85 文章- 0 评论- 15

[算法总结之求解模线性方程组](#)

算法总结之求解模线性方程组

1) 求解模线性方程 $ax = b(\text{mod } n)$

$$\text{方程 } ax = b(\text{mod } n) \rightarrow ax = b + ny \rightarrow ax - ny = b$$

$\rightarrow ax + n(-y) = b$ 其中 a, n, b 已知。可用扩展欧几里得来求解该方程的一组特解。

这里给出下列几个定理用来求解方程：

1. 当且仅当 $d|b$ 时，方程 $ax = b(\text{mod } n)$ 有解。 $d = \text{gcd}(a, n)$

2. $ax = b(\text{mod } n)$ 或者有 d 个不同解，或者无解。

3. 令 $d = \text{gcd}(a, n)$ 假定对整数 x', y' ，有 $d = ax' + ny'$ ，如果 $d | b$ ，则方程 $ax = b(\text{mod } n)$ 有一个解的值为 x_0 ，满足：

$$x_0 = x'(b/d)(\text{mod } n)$$

4. 假设方程 $ax = b(\text{mod } n)$ 有解， x_0 是方程的任意一个解，则方程对模 n 恰有 d 个不同的解，分别为：

$$x_i = x_0 + i * (n / d), \text{ 其中 } i = 1, 2, 3, \dots, d - 1$$

根据这4个定理，运用扩展欧几里得算法就能轻易的求出模线性方程的所有解了。

伪代码如下：

```

1 MODULAR_LINEAR_EQUATION_SOLVER(a,b,n)
2 (d,x',y')=EXTENDED_EUCLID(a,n)
3 if (d|b)
4     x0=x'(b/d) mod n
5     for i=0 to d-1
6         print (x0+i(n/d)) mod n
7 else
8     print "no solutions"
```

2) 求解模线性方程组

$$x = a_1(\text{mod } m_1)$$

$$x = a_2(\text{mod } m_2)$$

$$x = a_3(\text{mod } m_3)$$

昵称: Enumz

园龄: 3年

粉丝: 23

关注: 9

[+加关注](#)

<	2017年5月						>
日	一	二	三	四	五	六	
30	1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13	
14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	
28	29	30	31	1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10	

常用链接

[我的随笔](#)[我的评论](#)[我的参与](#)[最新评论](#)[我的标签](#)[更多链接](#)

最新随笔

1. POJ3267——The Cow Lexicon(动态规划)
2. POJ3252——Round Number(组合数学)
3. POJ3176——Cow Bowling(动态规划)
4. POJ2126——Prime Path(BFS)
5. POJ3020——Antenna Placement(二分图的最大匹配)
6. POJ1019——Number Sequence(大数处理)
7. CodeForces484A——Bits(贪心算法)
8. CodeForces485B——Valuable Resources(水题)
9. CodeForces485A——Factory(抽屉原理)
10. HDU5092——Seam Carving(动态规划+回溯)(2014上海邀请赛重现)

随笔分类 (91)

[Algorithm\(12\)](#)
[BestCoder\(6\)](#)
[CodeForces\(6\)](#)
[HDU\(15\)](#)
[Other\(3\)](#)
[POJ\(47\)](#)
[ZOJ\(2\)](#)

随笔档案 (85)

[2014年11月 \(17\)](#)
[2014年10月 \(16\)](#)
[2014年8月 \(4\)](#)

先求解方程组前两项。 $x = m_1 * k_1 + a_1 = m_2 * k_2 + a_2$

-> $m_1 * k_1 + m_2 * (-k_2) = a_2 - a_1$

这个方程可以通过欧几里得求解出最小正整数的 k_1 则 $x = m_1 * k_1 + a_1$ 显然 x 为两个方程的最小正整数解。

则这两个方程的通解为 $X = x + k * \text{LCM}(m_1, m_2)$ -> $X = x \pmod{\text{LCM}(m_1, m_2)}$ 就转换成了一个形式相同方程了

在通过这个方程和后面的其他方程求解。最终的结果就出来了。

以POJ2891为例 贴上代码：

Code:

```

1 /*****
2   > File Name: poj2891.cpp
3   > Author: Enumz
4   > Mail: 369372123@qq.com
5   > Created Time: 2014年10月28日 星期二 02时50分07秒
6   *****/
7
8 #include<iostream>
9 #include<cstdio>
10 #include<cstdlib>
11 #include<string>
12 #include<cstring>
13 #include<list>
14 #include<queue>
15 #include<stack>
16 #include<map>
17 #include<set>
18 #include<algorithm>
19 #include<cmath>
20 #include<bitset>
21 #include<climits>
22 #define MAXN 100000
23 #define LL long long
24 using namespace std;
25 LL extended_gcd(LL a, LL b, LL &x, LL &y) //返回值为gcd(a,b)
26 {
27     LL ret, tmp;
28     if (b == 0)
29     {
30         x = 1, y = 0;
31         return a;
32     }
33     ret = extended_gcd(b, a % b, x, y);
34     tmp = x;
35     x = y;
36     y = tmp - a / b * y;
37     return ret;
38 }
39 int main()
40 {
41     LL N;
42     while (cin >> N)
43     {
44         long long a1, m1;
45         long long a2, m2;
46         cin >> a1 >> m1;
47         if (N == 1)
48             printf("%lld\n", m1);
49         else
50         {
51             bool flag = 0;
52             for (int i = 2; i <= N; i++)
53             {
54                 cin >> a2 >> m2;
55                 if (flag == 1) continue;
56                 long long x, y;
57                 LL ret = extended_gcd(a1, a2, x, y);

```

2014年7月 (33)

2014年6月 (12)

2014年5月 (3)

积分与排名

积分 - 6065

排名 - 35220

最新评论

1. Re:HDU4908——BestCoder Sequence(BestCoder Round #3)

@Enumz模仿你的，也弄了个。谢了！！！！...

--BIGBALLON

2. Re:HDU4908——BestCoder Sequence(BestCoder Round #3)

@BIGBALLON设置->页面定制CSS代码把模板就改好复制进去并勾选禁用默认css即可...

--Enumz

3. Re:HDU4908——BestCoder Sequence(BestCoder Round #3)

@Enumz哦哦，谢了，查几个修改函数然后在设置里面加就好？...

--BIGBALLON

4. Re:HDU4908——BestCoder Sequence(BestCoder Round #3)

@BIGBALLON百度搜的CSS模板 自己查下函数改改就好啦...

--Enumz

5. Re:HDU4908——BestCoder Sequence(BestCoder Round #3)

同ACMer，能否请教下你的blog皮肤是如何制作的。想学习一下

--BIGBALLON

阅读排行榜

1. 算法总结之拓扑排序(2370)
2. 算法总结之欧拉函数&中国剩余定理(651)
3. 最短路径算法之一——Floyd算法(615)
4. 算法总结之欧几里德算法(435)
5. 算法总结之母函数(297)

```
58         if ((m2-m1)%ret!=0)
59             flag=1;
60         else
61         {
62             long long ans1=(m2-m1)/ret*x;
63             ans1=ans1%(a2/ret);
64             if (ans1<0) ans1+=(a2/ret);
65             m1=ans1*a1+m1;
66             a1=a1*a2/ret;
67         }
68     }
69     if (!flag)
70         cout<<m1<<endl;
71     else
72         cout<<-1<<endl;
73 }
74 }
75 return 0;
76 }
```

分类: [Algorithm](#)

好文要顶

关注我

收藏该文



Enumz

关注 - 9

粉丝 - 23

[+加关注](#)

1

0

« 上一篇: [POJ2635—The Embarrassed Cryptographer\(高精度取模+筛选取素数\)](#)» 下一篇: [POJ2891—Strange Way to Express Integers\(模线性方程组\)](#)

posted @ 2014-10-30 19:15 Enumz 阅读(120) 评论(0) 编辑 收藏

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)注册用户登录后才能发表评论，请 [登录](#) 或 [注册](#)，[访问网站首页](#)。

最新IT新闻:

- [新Surface Pro、Surface Laptop笔记本、HoloLens国行开卖](#)
- [技术团队里什么样的人会被清除？抢老板的工作干合适吗？](#)
- [黄允松：云计算的谎言与野心](#)
- [专访HoloLens团队：起价太贵？我们想撬开的是商用和开发者市场](#)
- [大疆史上最小的无人机今晚发布，先来一波谍照解馋？](#)

» [更多新闻...](#)

最新知识库文章:

- [程序员的工作、学习与绩效](#)
- [软件开发为什么很难](#)
- [唱吧DevOps的落地，微服务CI/CD的范本技术解读](#)
- [程序员，如何从平庸走向理想？](#)
- [我为什么鼓励工程师写blog](#)

» [更多知识库文章...](#)

Copyright ©2017 Enumz