**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра ПАО ГИС**

ОТЧЁТ

**по практической работе**

**по дисциплине «Архитектура ПО ГАС»**

**Тема: Реализация алгоритма БПФ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 5381 |  | Сапрыкин И.А. |
| Преподаватель |  | Пуеров Г.Ю. |

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы.**

Целью работы является изучение механизма обработки сигнала с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) и его программной реализации. Описать функции и структуру разработанной программы. Определить частоты сигналов из файла **ton\_signal\_2.wav** и вывести графики накопленных спектров при нескольких значениях N Сигнал записан в файл ton\_signal\_3.wav.

**Выполнение работы.**

Для выполнения данной лабораторной работы в операционной системе Linux была разработана программа на языке Си.

В ходе работы программы выполняется чтение значений временного ряда из файла, его дискретизация по указанным в заголовке файла параметрам и заданному в программе размеру БПФ. Для каждой порции значений выполняется БПФ. А также по каждому такту происходит накопление спектра. Полученный накопленный спектр записывается как результат программы в файл.

Блок-схема алгоритма представлена на рис.1.

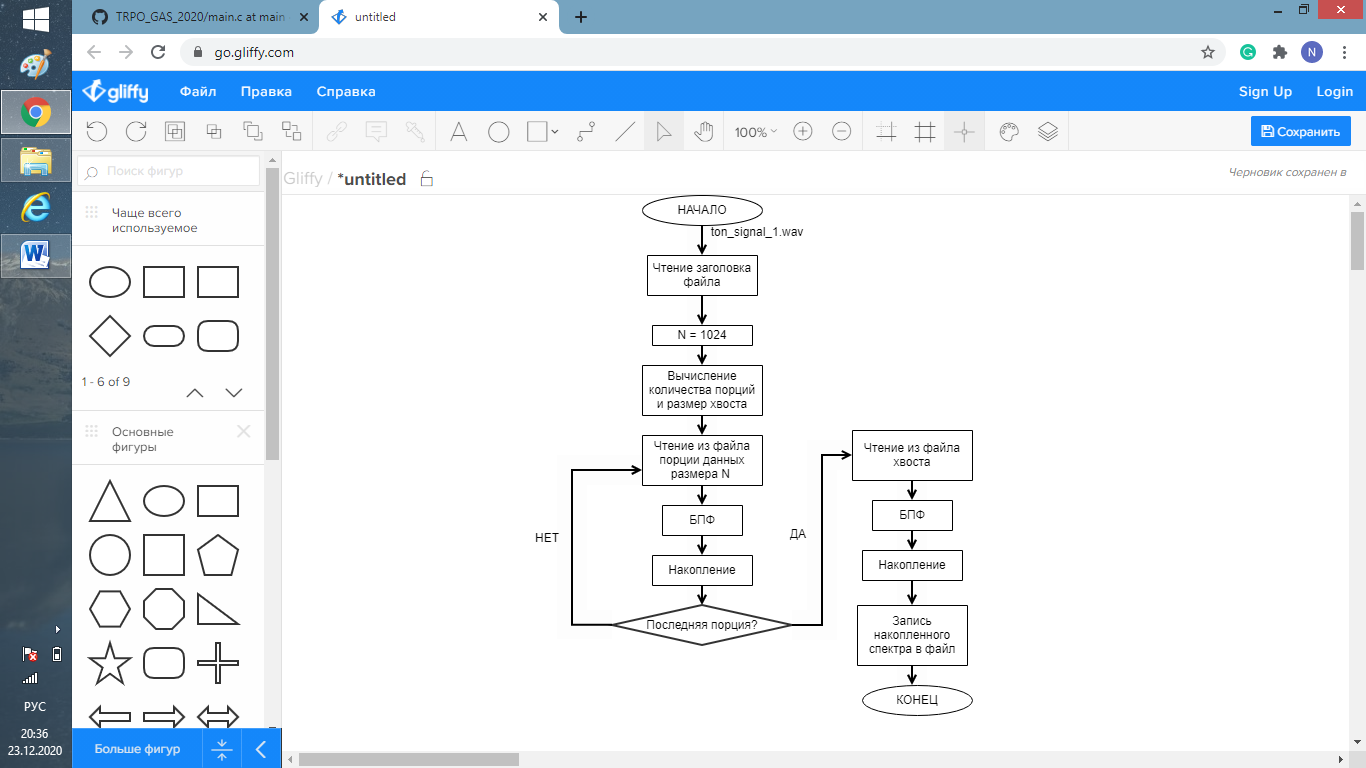


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма

Реализация БПФ с помощью библиотеки fftw-3.3.9.

|  |
| --- |
| fftw\_plan plan; |
|  |
| plan = fftw\_plan\_dft\_r2c\_1d(N, data\_portion, out, FFTW\_ESTIMATE); |
|  |
| fftw\_execute(plan); |
|  |
| fftw\_destroy\_plan(plan); |

Для выполнения преобразования Фурье с помощью библиотеки fftw-3.3.9 необходимо сначала определить план, в который нужно записать параметры преобразования: размер БПФ, порцию обрабатываемых данных и флаги FFTW\_ESTIMATE или FFTW\_MEASURE. Затем выполнить преобразование с заданным планом и очистить план как указано выше.

Экспоненциальное накопление квадратов модулей выполняется по формуле:

,  
где - некоторый коэффициент накопления, например с=4  
 - массив квадратов модулей на текущей итерации цикла.

Результаты выполнения программы при разных размерах БПФ.

На рис.2 представлен график спектра сигнала при N = 256. По массиву данных определяется частота сигнала - 795 Гц.

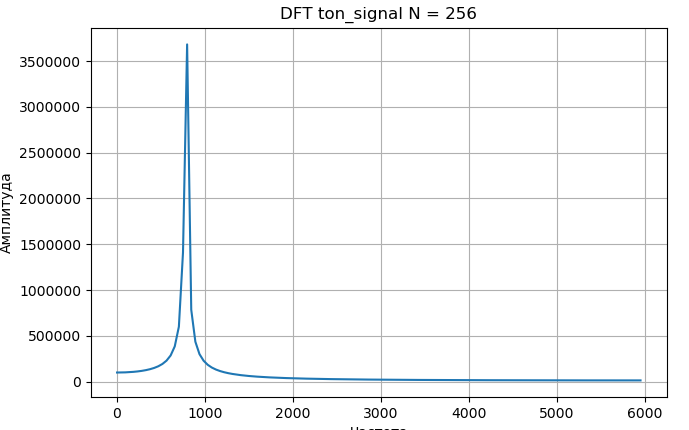


Рисунок 2 – График спектра сигнала при N = 256

На рис.3 представлен график спектра сигнала при N = 512. По массиву данных определяется частота сигнала - 770 Гц.

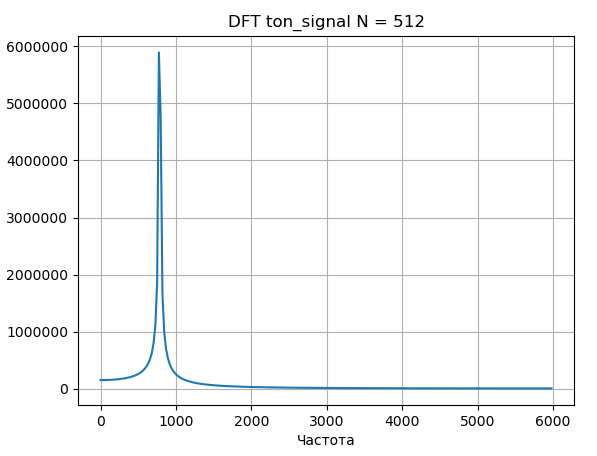


Рисунок 3 – График спектра сигнала при N = 512

На рис.4 представлен график спектра сигнала при N = 1024. По массиву данных определяется частота сигнала - 785 Гц.

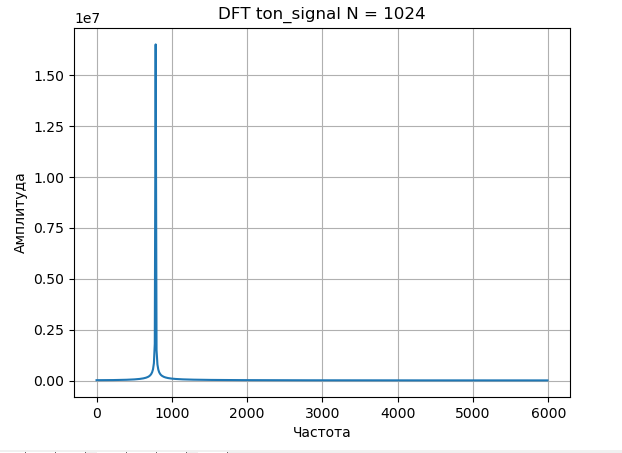


Рисунок 4 – График спектра сигнала при N = 1024

При замере производительности функции fft с разными планами были получены следующие результаты (см.табл.1).

Таблица 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Флаг | FFTW\_ESTIMATE | FFTW\_MEASURE |
| Создание плана | 2 мкс. | 155 мкс. |
| Выполнение БПФ | 0 мкс. | 1 мкс. |

Полученные результаты показывают, что время создания плана с использованием флага FFTW\_MEASURE намного больше, чем FFTW\_ESTIMATE.

FFTW\_MEASURE дает команду FFTW запустить и измерить время выполнения нескольких FFT, чтобы найти лучший способ вычислить преобразование размера N. Этот процесс занимает некоторое время (обычно несколько секунд), в зависимости от вашей машины и размера преобразования. FFTW\_ESTIMATE, напротив, не выполняет никаких вычислений, а просто строит разумный план, который, вероятно, не является оптимальным. То есть если программа выполняет много преобразований одного размера и время инициализации не важно, выгоднее использовать FFTW\_MEASURE; в противном случае используйте FFTW\_ESTIMATE.

Теоретические задачи.

**Задача 1. Найдите ДПФ сигнала ,**

Решение.

Воспользуемся формулой п.Фурье :

*При :*

Следовательно,

*При :*

Следовательно,

*При остальных*

**Задача 2. Найдите взаимосвязь между ДПФ исходного сигнала и ДПФ преобразованного сигнала :**

Решение.

**Задача 3. Найдите взаимосвязь между ДПФ исходного сигнала и ДПФ преобразованного сигнала**

Решение.

**Задача 4. Используя один из алгоритмов Кули-Тьюки, найдите ДПФ исходного сигнала**

Решение.

Используем алгоритм Кули-Тьюки с прореживанием по времени по основанию 2. Что разделает множество компонент исходного вектора на два подмножества – четные и нечетные индексы.

Обозначим:

**Задача 5. Пусть p – простое число, . Докажите, что количество умножений при N-точечном БПФ алгоритме не превосходит , где константа C(p) зависит от p, но не зависит от n. Например, можно взять .**

Решение.

Доказательство по индукции.

Пусть Где – любые целые числа.

Для -точечного БПФ алгоритма количество умножений вычисляется по формуле:

*Нужно доказать, что .*

**База индукции.**

Пусть

, т.к. - простое число.

Тогда из неравенства получаем:

– верно при всех возможных простых .

**Индуктивный переход.**

Пусть

Примем неравенство как верное.

Докажем, что при верно и

Можем записать в виде:

Выразили данное неравенство для через неравенство для :

Осталось доказать, что

, т.к. – простое.

**Следовательно,**

– верно.

Что и требовалось доказать.