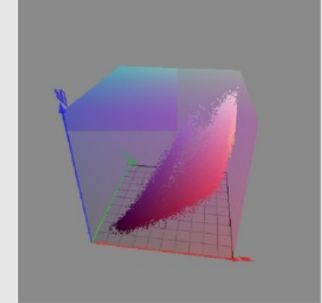
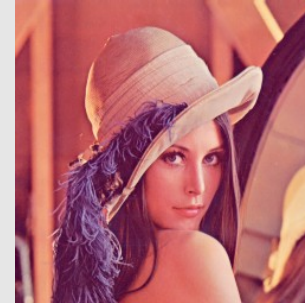


# Traitement d'Images

## Semaine 2 : optique et projection



# Plan du cours

## 1 – Optique géométrique

**principes, loi de Snell-Descartes**

**stigmatisme, image réelle et virtuelle**

**modèle de la lentille mince**

## 2 – Projection perspective

**formation par sténopé**

**projection perspective, systèmes de coordonnées**

**paramètres extrinsèques et intrinsèques**

**transformation globale dans le cas général**

## 3 – Caractéristiques des objectifs

**éléments constitutifs, caractéristiques**

**distance focale, zooms, optiques particulières**

**ouverture et qualité**

# Optique géométrique



## Repose sur trois règles de base

- la lumière se propage en **ligne droite** dans un milieu **homogène** et **isotrope** (Euclide 250 av. JC).
- principe du **retour inverse**, ou réciprocité entre la source et la destination (Fermat, 1657).
- les rayons lumineux suivent les lois de Snell-Descartes (1621 et 1637) qui décrivent leurs **changements de trajet** à l'**interface** entre deux milieux.



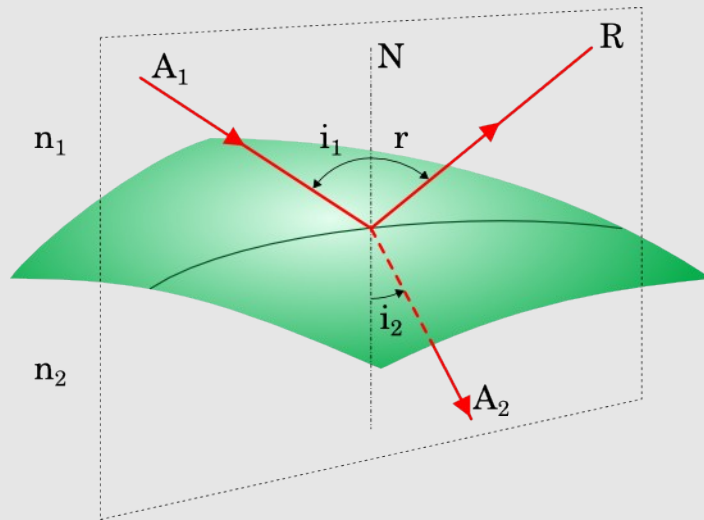
## Pourquoi géométrique ?

l'étude du système optique se réalise par l'intermédiaire de **constructions géométriques** permettant de définir le **trajet des rayons**.



# Lois de Snell-Descartes

## Réflexion et réfraction



**dioptre** : surface séparant deux milieux **transparentes** et **isotropes**, dont les **indices de réfraction** sont différents.

un rayon **incident** est en partie **réfléchi** et en partie **réfracté**.

**loi 1** : les rayons incident, réfléchi et réfracté et la **normale** au dioptre au point d'incidence sont **coplanaires**.

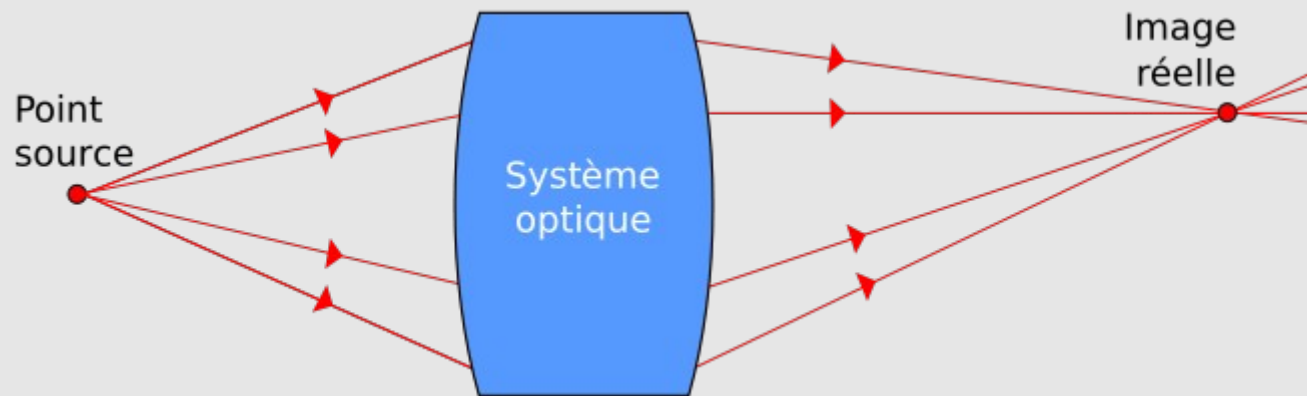
**loi 2** : l'angle d'incidence ( $i_1$ ) est égal à l'angle de réflexion ( $r$ ).

**loi 3** : en lumière **monochromatique**, l'angle d'incidence ( $i_1$ ) et l'angle de réfraction ( $i_2$ ) sont liés par la relation :

$$n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$$

# Stigmatisme, point image

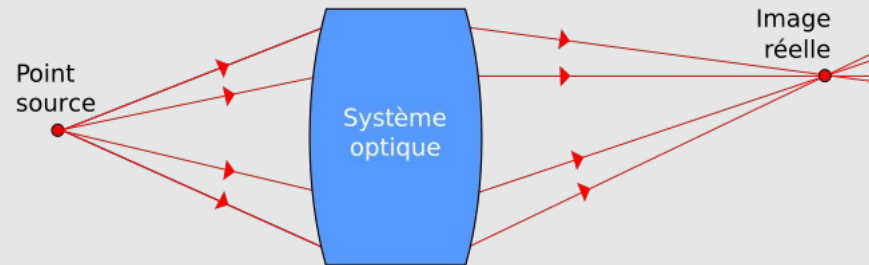
## Propriété d'un système optique réfractant des rayons



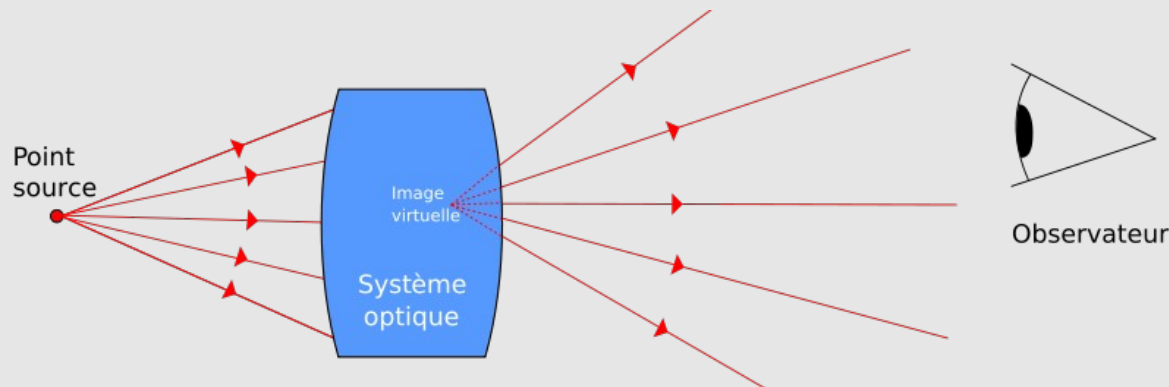
**stigmatisme** : un système est **stigmat** s'il dévie tous les rayons issus d'un **point source** de telle sorte qu'ils soient à nouveau **concourants** à leur sortie du système.

le point d'intersection de tous les rayons sortant du système est appelé **point image**.

# Image réelle, image virtuelle



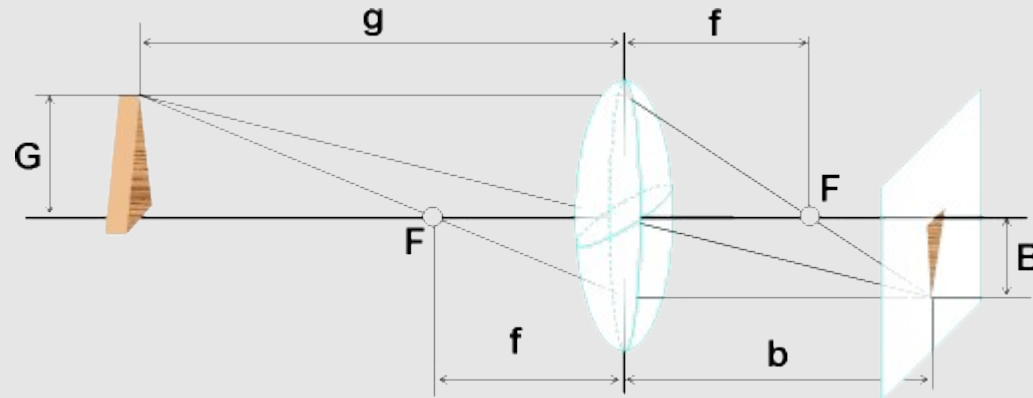
quand le point image est situé **après** le système optique (dans le sens de propagation) il est qualifié de **réel**.



quand le point image est situé **avant**, ou **dans**, le système optique, il est qualifié de **virtuel**. Il faut alors un **autre système** optique stigmatique pour former un point image réel.

## Lentille mince (1/4)

### Modèle de la lentille mince



**F, F' : points focaux ou **foyers** ; droite FF' : **axe optique****

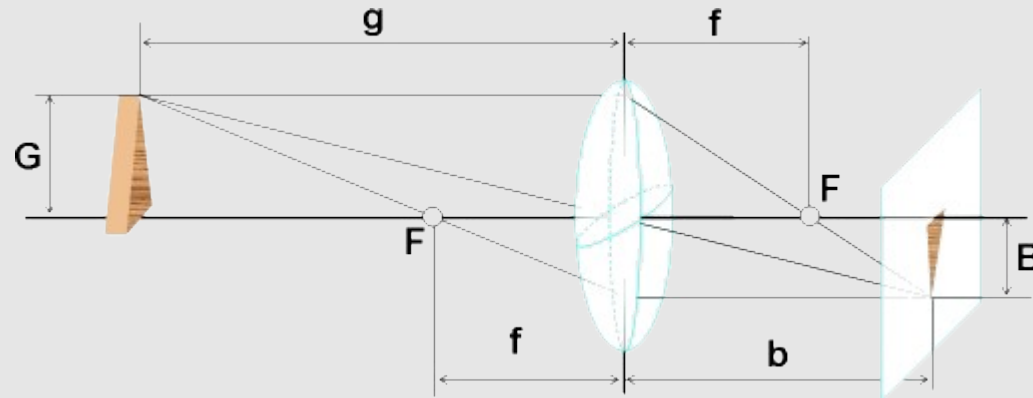
**propriétés caractéristiques :**

- un rayon passant par le **centre optique** n'est pas dévié ;
- un rayon venant de l'infini **parallèlement** à l'axe optique est dévié, puis il suit une droite **passant par un foyer**.



## Lentille mince (2/4)

### Modèle de la lentille mince



**F: point focal; f: distance focale; G hauteur de l'objet; B hauteur de l'image; g distance de l'objet; b distance de l'image**

**loi de Descartes :**  $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  , **grandissement :**  $m = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

**distance focale :**  $f = \frac{b}{(1 + m)}$

*image : [fr.wikipedia.org/wiki/Optique\\_géométrique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optique_géométrique)*



## Lentille mince (3/4)

### Mise au point

consiste à changer la **distance** lentille-capteur.

la distance optique/capteur **maximale** (limite mécanique) définit la distance minimale de l'objet, ou **DMO**. (en deçà, il n'est plus possible d'obtenir une image nette).

$$DMO = \frac{f \cdot b_{max}}{b_{max} - f}$$

les distances minimale et maximale de mise au point peuvent être modifiées par l'utilisation d'une **bague allonge**.

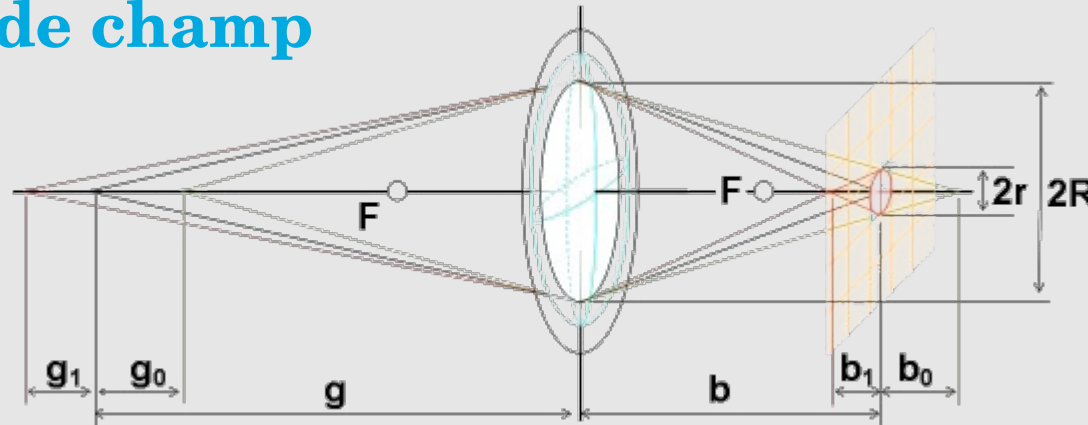
### Angle de champ

angle **maximal** entre deux rayons parvenant sur le capteur

$$\alpha = 2 \cdot \arctg\left(\frac{D_{max}}{2f}\right), \text{ avec } D_{max} \text{ **diagonale** du capteur.}$$

## Lentille mince (4/4)

### Profondeur de champ



le **diaphragme** permet de **limiter** l'intensité.

si l'image d'un point situé à la distance  $g$  est **nette**, l'image d'un point situé plus près ( $g_0$ ), ou plus loin ( $g_1$ ), est un **cercle**.

si les **diamètres** de ces deux cercles sont inférieurs à la taille d'un pixel, tous les objets situés entre  $g-g_0$  et  $g+g_1$  sont **nets**.

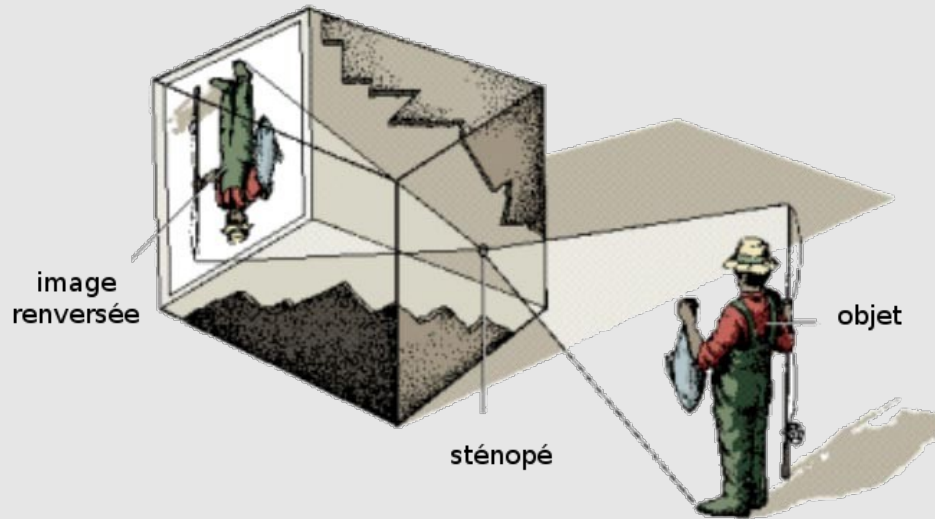
$g_0+g_1$  est appelée **profondeur de champ** :

$$g_0 + g_1 = \frac{4f^2 r k g (g - f)}{f^4 - 4r^2 k^2 (g - f)^2}, \text{ où } k = \frac{f}{2R} \text{ est l'ouverture.}$$

image : [fr.wikipedia.org/wiki/Optique\\_géométrique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optique_géométrique)

## Sténopé (1/3)

### Principe



tous les rayons lumineux issus de la scène et **parvenant** sur le capteur passent par le **sténopé**, qui est un **trou** dont le diamètre est supposé **nul**.

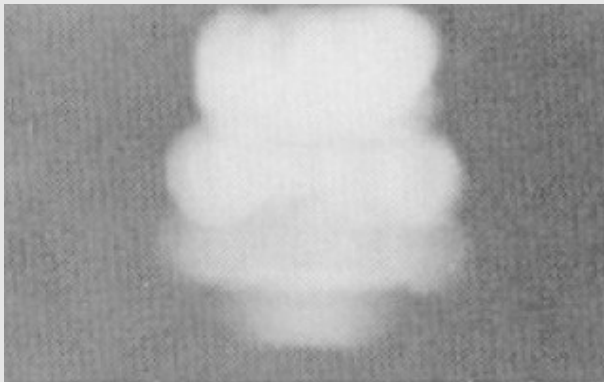
**avantages** : le principe est très simple et les constructions géométriques servant à calculer les images sont élémentaires.

**inconvénient** : impossible de percer un trou de diamètre nul. de ce fait, soit on manque de **luminosité** (peu de lumière passe) soit l'image est **floue** (plusieurs rayons passent par le trou).

## Sténopé (2/3)

### Illustration des inconvénients

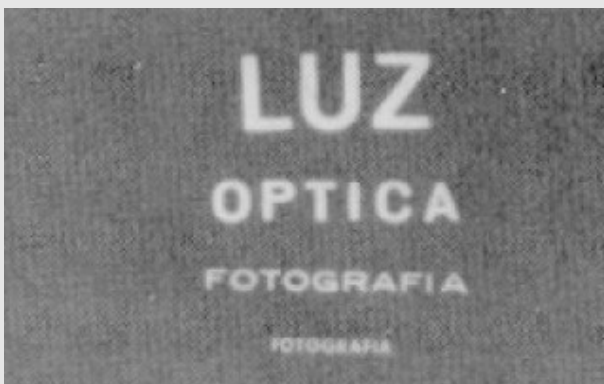
flou par **multiplicité** ou par **diffraction** des rayons lumineux



diamètre trop élevé (2 mm)



diamètre trop élevé (1 mm)



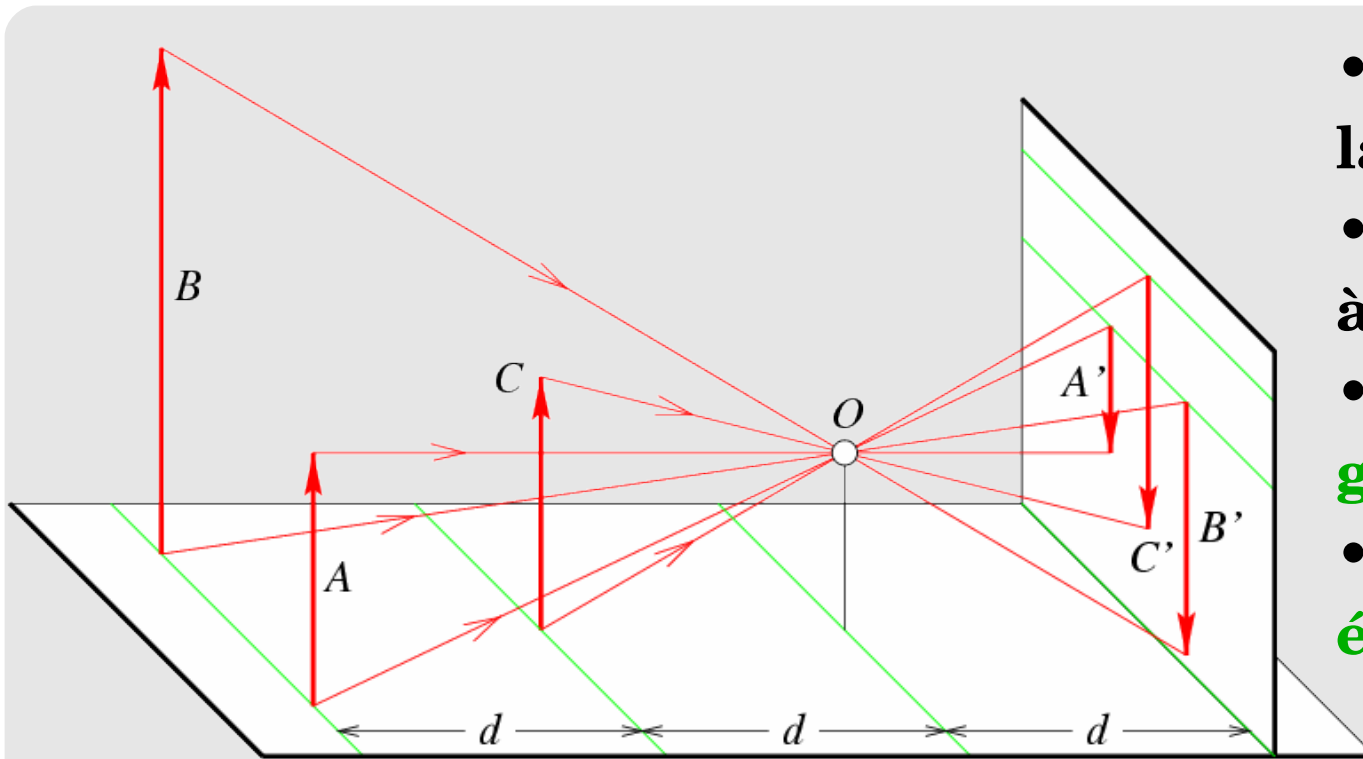
diamètre correct (0.35 mm)



diamètre trop faible (0.07 mm)

*images : Computer Vision, A Modern Approach, Forsyth et Ponce*

## Sténopé (3/3)



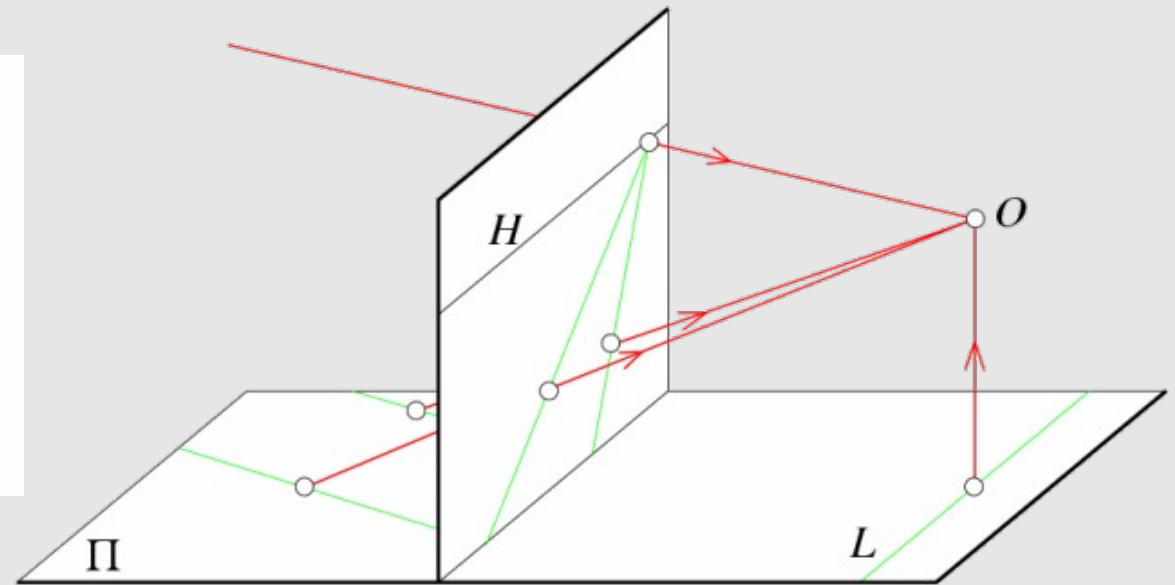
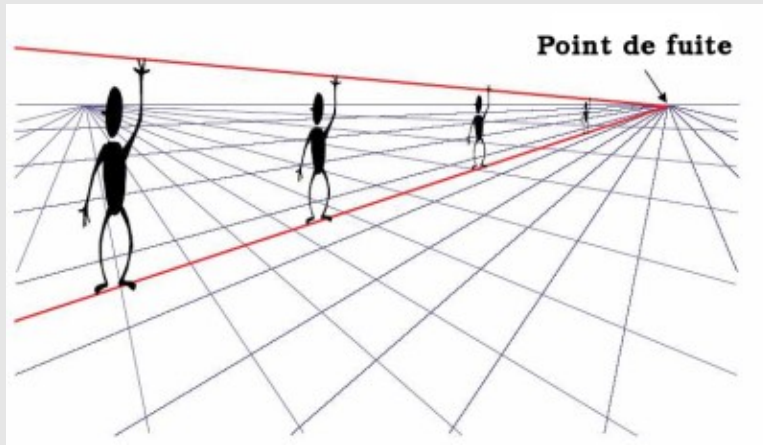
- les objets A et C ont la même **taille** ;
- les objets A et B sont à la même **distance** ;
- B est deux fois plus **grand** que C ;
- B est deux fois plus **éloigné** que C.

L'image d'un objet est d'autant **plus petite** qu'il est **éloigné**.

Les proportions sont respectées :

- même distance : taille image **proportionnelle** à taille objet ;
- même taille : taille image **inversement prop.** à la distance.

# Projection de droites et points de fuite



Une **droite** de la scène est projetée comme une **demi-droite**.  
Des **droites parallèles** dans la scène sont projetées comme des **demi-droites concourantes** dans l'image.  
Le **point d'intersection** entre les demi-droites correspondant à l'image d'un faisceau de droites parallèles dans la scène est appelé **point de fuite**.



## Points de fuites et ligne d'horizon

### Point de fuite = direction dans la scène

Un faisceau de droites parallèles définit une **direction** dans l'**espace 3D** constituant la scène.

Une direction est définie par **deux paramètres** (2 angles par ex.)

La projection perspective associe un **point de fuite** à chaque **direction** de l'espace 3D.

### Ligne d'horizon = ensemble de points de fuite

Dans une scène **naturelle**, il existe une direction privilégiée correspondant à la **gravité** : la direction **verticale**.

Tous les plans ou droites **orthogonaux** à cette direction sont qualifiés d'**horizontaux**.

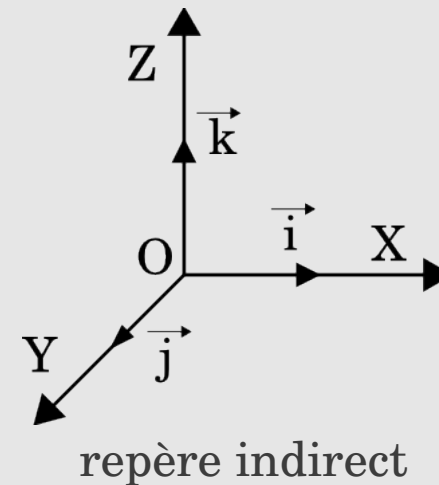
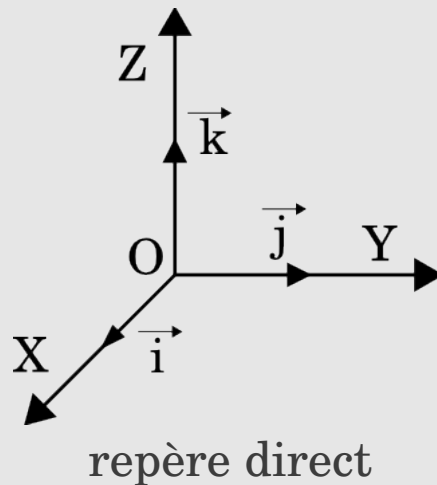
Les points de fuites correspondant à **toutes les directions** de droites horizontales constituent la **ligne d'horizon**.



# Repère cartésien attaché à la scène

## Repère 3D

défini par une **origine** et trois **vecteurs directeurs** ; en général le repère de la scène est **orthonormé**.



## Conventions

1. repère direct : z vertical, x droite, y profondeur
2. repère indirect : y vertical, x droite, z profondeur (ex : povray)

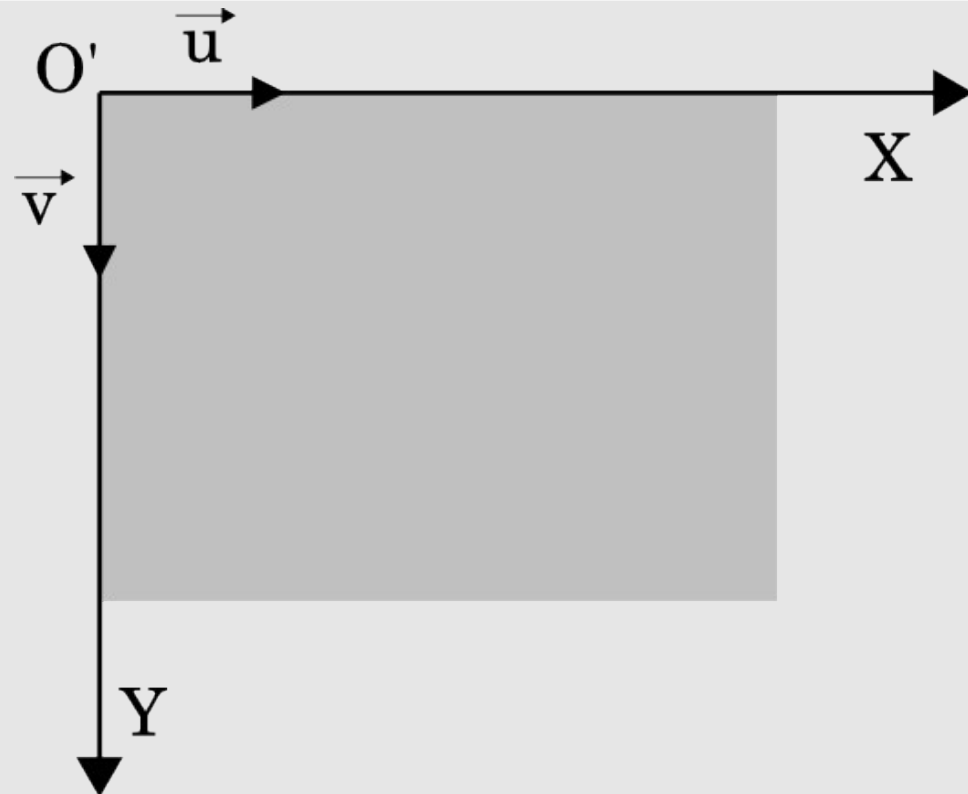
## Repère cartésien attaché à l'image

### Repère 2D

origine et deux vecteurs directeurs pour définir le **plan image**.

un point de l'image est positionné par ses deux **coordonnées image** :

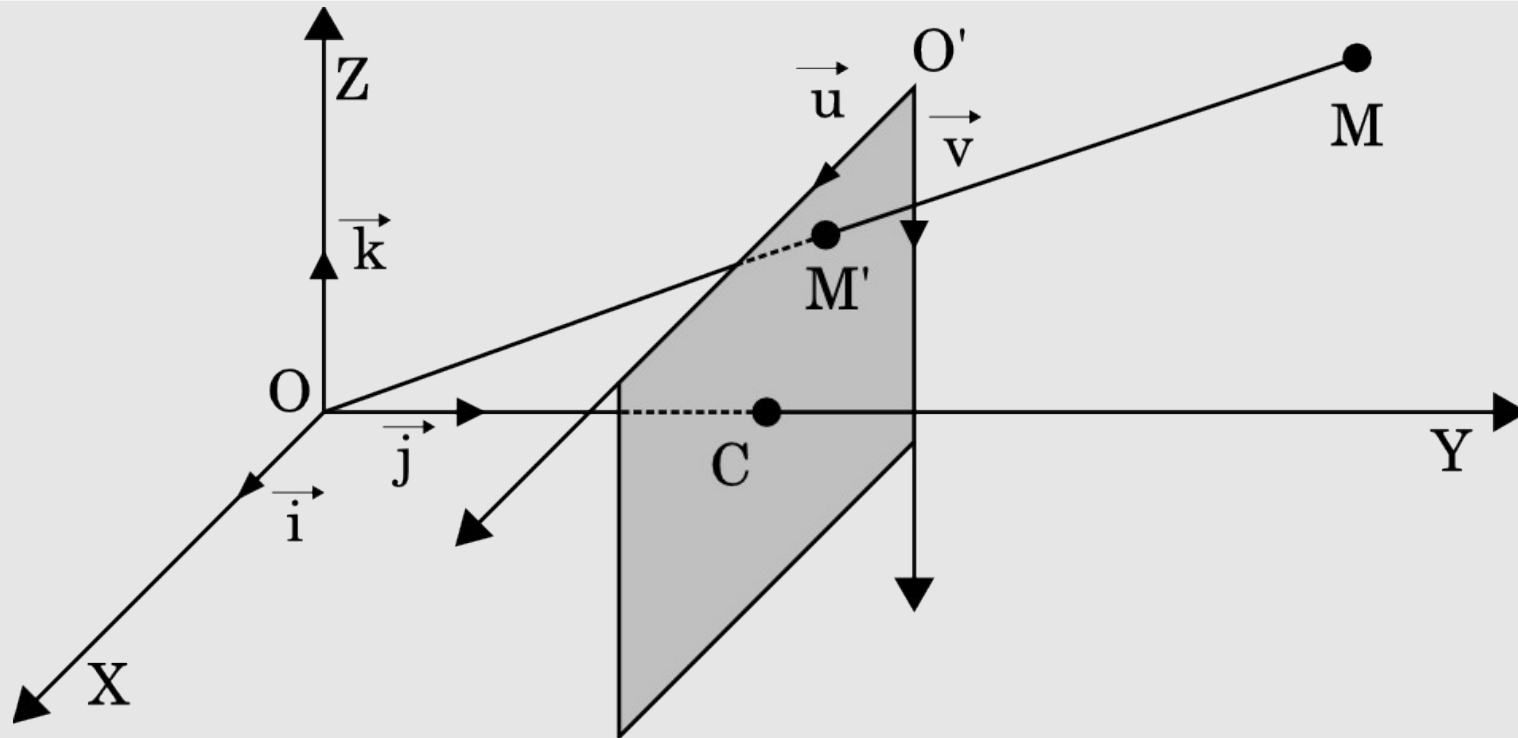
- **colonne (c)** selon X ;
- **ligne (l)** selon Y.



### Conventions

en pratique l'image est de taille **limitée** par celle du capteur ;  
les coordonnées sont donc **bornées** par  $T_x$  et  $T_y$  ;  
l'origine est placée dans le **coin supérieur gauche** ;  
l'axe vertical est orienté **vers le bas**.

# Projection perspective = transformation



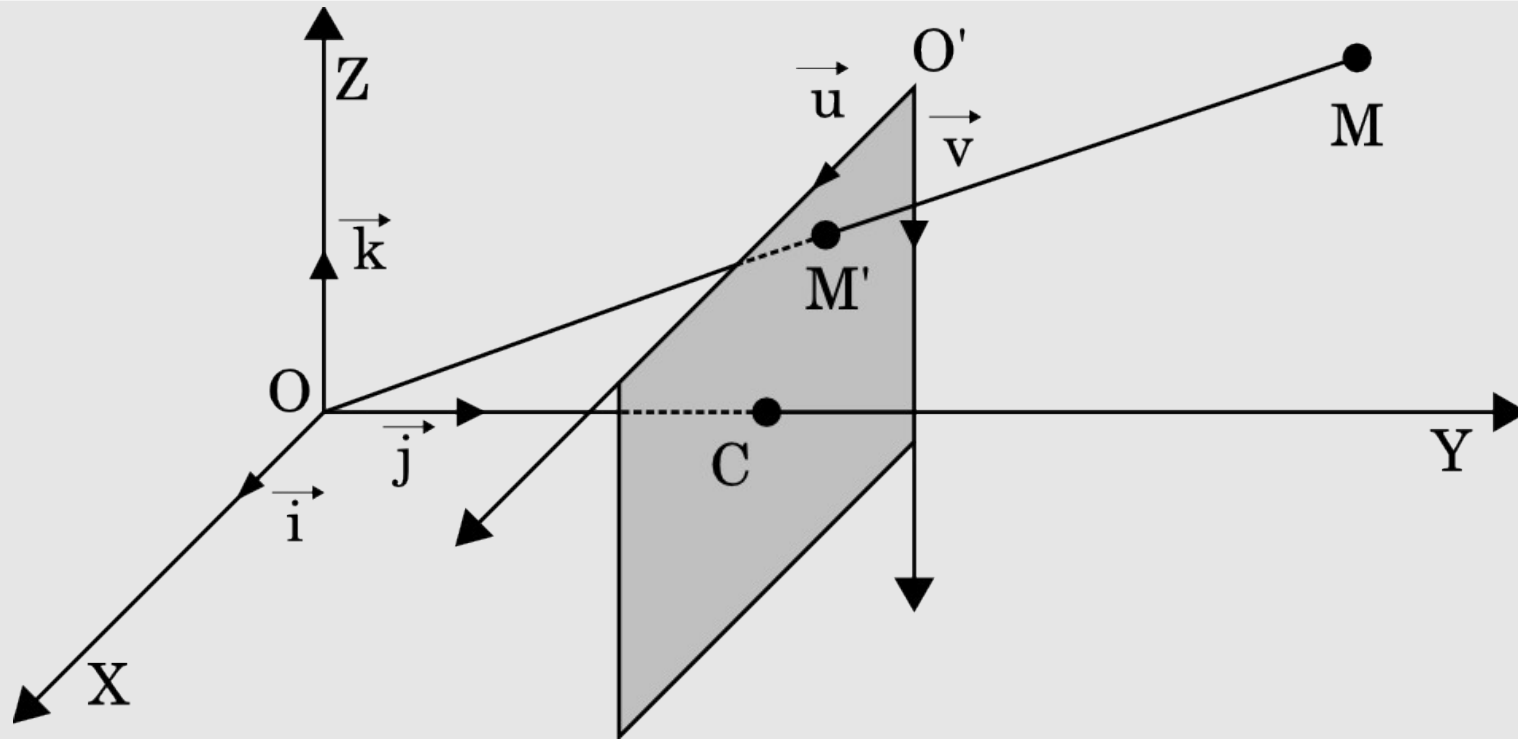
## Configuration directe (pas d'inversion comme en sténopé)

le plan image est **orthogonal** à l'axe Y, qui mesure la **profondeur** ;  
cet axe est confondu avec l'**axe optique** du système ;

l'axe optique passe par le **centre** de l'image ;

le centre de l'image est situé à la **distance f** du centre du repère.

# Projection perspective = transformation



## Équations de la transformation

$M(x, y, z)$  dans le **repère scène**,  $M'(c, l)$  dans le **repère image**.

$$c = f \cdot x / y + T_x / 2 \quad \text{et} \quad l = -f \cdot z / y + T_y / 2$$

## Cas général : paramètres de la projection (1/2)

### Position de la caméra dans la scène

le **centre optique** de la caméra n'est pas positionné à l'**origine** du repère de la scène : sa position est définie par une **translation**.

l'**axe optique** de la caméra ne correspond pas à l'axe Y du repère de la scène : son orientation dépend de **2 angles**.

l'orientation du repère de l'image **autour** de cet axe optique est également définie par **un angle**.

### Paramètres extrinsèques

définissent la position et l'orientation de la caméra par rapport au repère cartésien associé à la scène.

**3 paramètres** de rotation + **3 paramètres** de translation donnent donc **6 paramètres extrinsèques**.

-> matrice de changement de repère.

## Cas général : paramètres de la projection (2/2)

### Propriétés de la projection

le **plan image** de la caméra est situé à une distance  **$f$**  du centre optique (distance **focale** quand on utilise un objectif).

les **pixels**, dont les coordonnées sont exprimées en coordonnées **entières**, sont définis par une **grille** de pas  **$sc$**  et  **$sl$** .

l'inverse du pas de la grille définit la **résolution** de l'image.

le **centre** du repère image n'est pas situé à l'intersection du plan image et de l'axe optique : **2 paramètres** définissent sa position.

### Paramètres intrinsèques

définissent les **caractéristiques** propres à la caméra : position et échelle du repère image, distance focale.

**2 paramètres** d'échelle + **2 paramètres** de translation et la distance focale, donnent donc **5 paramètres intrinsèques**.

## Expression matricielle de la projection (1/2)

### Coordonnées homogènes

permettent d'utiliser un formalisme **matriciel unique** pour décrire les translations, rotations, changements d'échelle et les projections.

point en **2D** défini par **trois** coordonnées homogènes.

point en **3D** défini par **quatre** coordonnées homogènes.

### Matrice extrinsèque

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{x/x} & R_{x/y} & R_{x/z} & t_x \\ R_{y/x} & R_{y/y} & R_{y/z} & t_y \\ R_{z/x} & R_{z/y} & R_{z/z} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \\ 1 \end{pmatrix}$$



# Expression matricielle de la projection (1/2)

Projection ...

... puis changement de repère

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix}$$

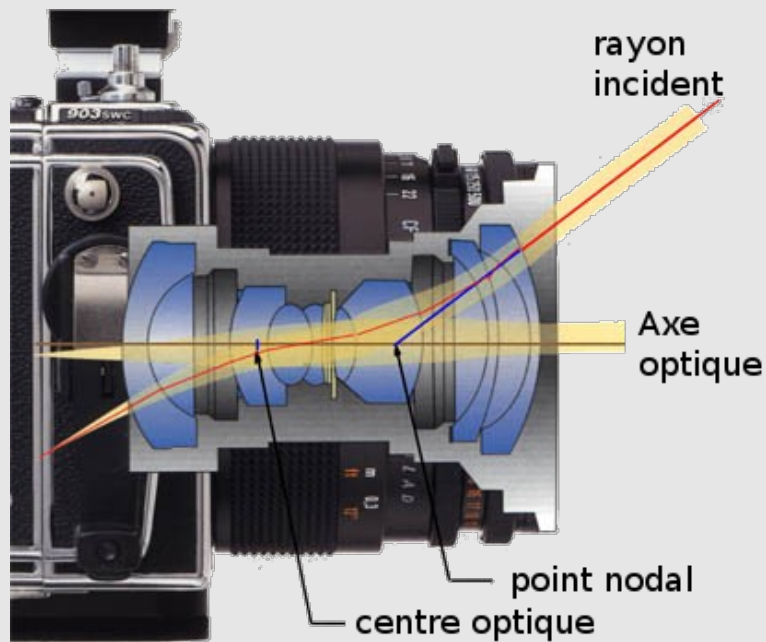
$$\begin{pmatrix} c \\ l \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/s_c & 0 & o_c \\ 0 & 1/s_l & o_l \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ w \end{pmatrix}$$

Définissent la matrice intrinsèque

$$\begin{pmatrix} c \\ l \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/s_c & 0 & o_c \\ 0 & 1/s_l & o_l \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f/s_c & 0 & o_c \\ 0 & f/s_l & o_l \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ w \end{pmatrix}$$

# Objectif

## Association de lentilles et d'un diaphragme



tous les éléments optiques sont associés dans un **montage** qui permet de régler :

- l'**ouverture** par l'intermédiaire du **diaphragme** ;
- la **mise au point** en déplaçant certains éléments le long de l'axe optique.

sur la plupart des objectifs, le **centre optique** est différent du **point nodal**, du fait de la longueur importante de l'association de lentilles.

# Gammes d'objectifs photographiques (Canon EF)

- objectifs à **focale fixe**



28 mm (grand angle)



50 mm (standard)



400 mm (téléobjectif)

- objectifs à focale variable ou **zooms**



24-70 mm



70-200 mm

## Gammes d'objectifs photographiques

**taille standard de l'image : 24 x 36 mm (pellicule photo)**

**distance focale standard = 43 mm (équivalente vision humaine)**



distance focale 28 mm (grand angle)



distance focale 50 mm (standard)



distance focale 70 mm (longue)



distance focale 210 mm (téléobjectif)

# Ouverture relative d'un objectif

## Intérêt du diaphragme

le **diaphragme** est inséré dans la chaîne optique d'un objectif :

- pour ajuster la **quantité de lumière** reçue par le capteur ;
- pour fixer la **profondeur de champ**.

## Définition

l'**ouverture relative** d'un objectif est le **rapport** entre la distance focale et le **diamètre** du diaphragme de l'objectif.

par abus de langage, on utilise souvent le terme **ouverture** seul.

## Valeurs standard

définies en multipliant ou divisant la surface par 2, donc avec une proportion en **racine carrée de 2** sur le diamètre :

- $f/1.4$  ,  $f/2$  ,  $f/2.8$  ,  $f/4$  ,  $f/5.6$  ,  $f/8$  ,  $f/11$  ,  $f/16$  ,  $f/22$  ,  $f/32$



## Qualité d'un objectif (1/2)

### Taux de transmission lumineuse

la quantité de lumière atteignant le capteur est toujours **inférieure** à celle qui rentre dans l'objectif : un bon objectif a un taux de **transmission lumineuse** proche de 1.

### Aberrations

- aberration **géométrique** : l'image qui est projetée sur le capteur apparaît **déformée**, les droites deviennent **courbes**.
- aberration **chromatique** : les rayons sont plus ou moins déviés selon leur longueur d'onde, de **fausses couleurs** apparaissent.

### Vignettage

l'image projetée sur le capteur est souvent **plus claire au centre** que sur les bords, du fait que les rayons sont plus **dispersés** sur le bord des lentilles qu'à proximité de l'axe optique.

## Qualité d'un objectif (2/2)



aberration chromatique



vignettage



aberration géométrique (coussinet)



aberration géométrique (barillet)



# Pour approfondir

## Optique géométrique

**cours de licence «physique», Eric Tanguy, université de Nantes**

<http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/enseignement/DeugA/Physique1/optique/cours/index.html>

**wikipedia, articles sur l'optique géométrique**

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Optique\\_géométrique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optique_géométrique)

## Formation des images

**cours de master « vision par ordinateur », Alain Boucher, IFI**

[http://www1.ifi.auf.org/personnel/Alain.Boucher/cours/vision\\_par\\_ordinateur/index.html](http://www1.ifi.auf.org/personnel/Alain.Boucher/cours/vision_par_ordinateur/index.html)