

Le mécanisme des opérations ponctuelles est le plus simple en traitement d'images. A partir d'une image source, le résultat est établi *point par point* (fig-1) .

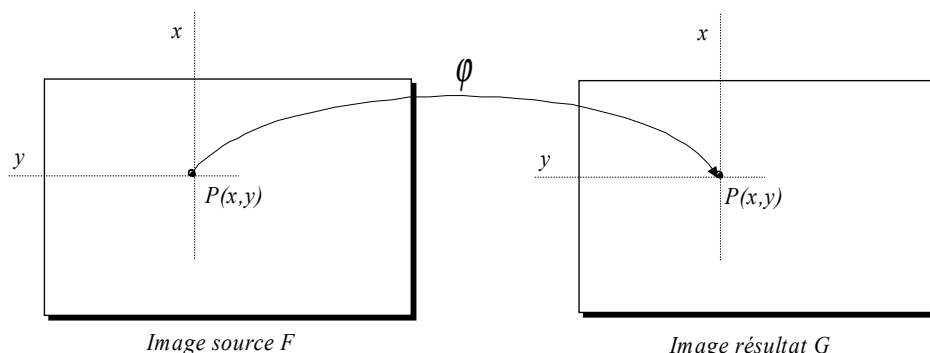


Figure 1 – Mécanisme de l'opération ponctuelle

Soit $f(x,y)$ le niveau de gris du point P de l'image source et $g(x,y)$ le niveau de gris de l'image résultat. L'opération ponctuelle réalise l'application suivante de $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$:

$$g(x, y) = \phi[f(x, y)]$$

Les coordonnées du point résultat sont supposée identiques à celle du point source dans cette étude.

L'opération peut se représenter localement pour le point $P(x,y)$ par un graphe (fig 2) :

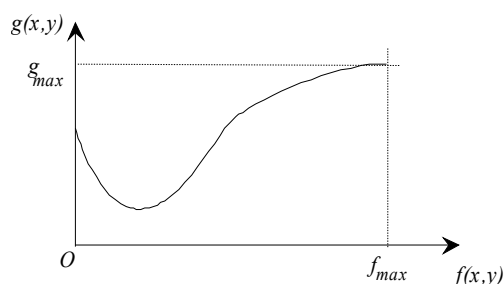


Figure 2 – Graphe d'une opération ponctuelle

Cette opération se définit de la même façon pour les images discrètes en considérant le niveau i de l'image source et le niveau i' de l'image résultat:

$$i'(m, n) = \phi[i(m, n)]$$

La représentation est un graphe discret ou une *table* d'entrée i (calcul de la sortie par *Look Up Table* ou *LUT*)

Propriétés de ϕ

Dans le cas général, l'opération ne possède pas de propriété particulière. Elle peut dépendre du point traité et du niveau de gris.

- l'opération ϕ est *invariante par translation* si elle ne dépend pas des coordonnées du point traité. Dans ce cas, ϕ est une application de f dans g notée :

$$g = \phi(f)$$

- l'opération ϕ peut être *bijective*. A tout valeur de f correspond une et une seule valeur de g ; à toute valeur de g correspond au moins une valeur de f . Cette propriété est rencontrée sur la plus grande partie des opérations ponctuelles.

- l'opération φ peut être *linéaire* par rapport aux niveaux de gris; la propriété s'exprime par les relations usuelles suivantes:

$$\text{pour } f = f_1 + f_2 \quad g = \varphi(f) = \varphi(f_1) + \varphi(f_2)$$

$$\text{pour } f = a f_1 \quad g = \varphi(f) = a \varphi(f_1)$$

La seule écriture possible d'une opération ponctuelle linéaire est :

$$g(x, y) = a(x, y) \cdot f(x, y) \text{ avec } a \text{ paramètre scalaire}$$

La restriction au cas linéaire n'offre aucune perspective de développement de fonction utiles dans l'analyse d'une image.

Exemples d'opérations ponctuelles

- lois de base

Les lois de base ont pour graphe une droite ou un segment de droite. Ces lois ont généralement pour objet de faciliter l'observation d'une image sur un écran.

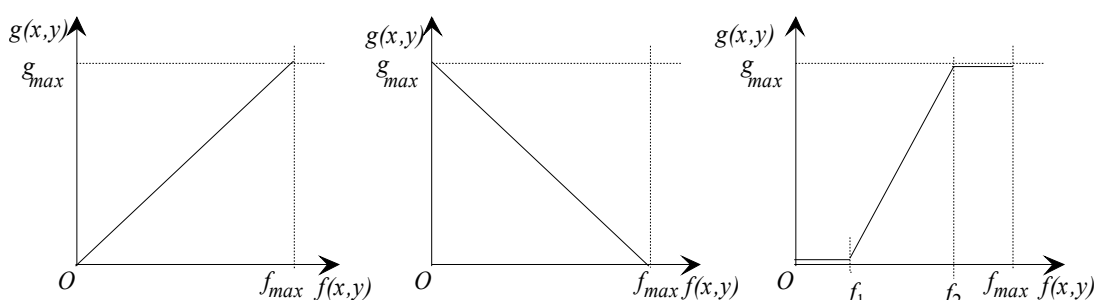


Figure 3 – lois de base (a) loi neutre (b) inverse vidéo (c) compression/expansion des niveaux de gris

La loi de compression/expansion des niveaux de gris a pour effet de réduire la dynamique d'affichage dans les zones $[0, f_1]$ et $[f_2, f_{max}]$ (gain < 1) et de l'augmenter dans la zone $[f_1, f_2]$ (gain > 1). Un tel mode d'affichage permet de disposer de toute l'échelle des gris pour visualiser la zone $[f_1, f_2]$, ce qui met en évidence les nuances de gris de cet intervalle.

- Correction gain/offset d'un capteur

C'est un cas fréquent d'application d'une opération ponctuelle; elle est utilisée dans les caméras de qualité (linéaire ou matricielle). Elle a pour objet de corriger le niveau de noir du signal (offset) et la valeur du blanc (offset).

La loi est du type affine : $g(x, y) = a(x, y) \cdot f(x, y) + b(x, y)$

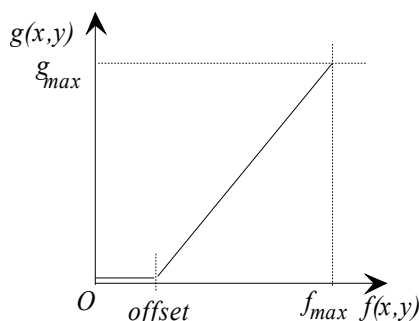


Figure 4 – Correction offset et gain d'un capteur

Pour les applications performantes, la loi est appliquée pixel par pixel. Les coefficients sont déterminés par une prise de vue dans le noir complet (détermination des coefficients d'offset $a(x,y)$), correction du niveau de noir puis prise de vue du blanc de référence (diffuseur blanc sur objectif) et détermination des coefficients de gain $b(x,y)$. Le stockage de ces coefficients demande des structures de dimensions égales à celles du capteur utilisé.

• Correction du vignettage

Le vignettage est un défaut optique des objectifs de prise de vue. Il se traduit par une atténuation des rayons obliques par effet de réflexion partielle sur les lentilles. La conséquence est un assombrissement de l'image sur les bords; les objectifs courants ont un vignettage de 0.7. L'étalonnage de cette correction peut se faire par prise de vue d'un blanc de référence uniformément éclairé.

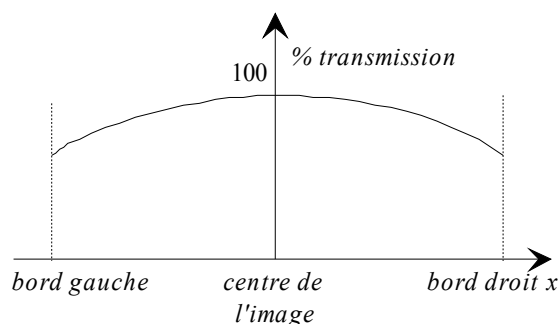


Figure 5 – Courbe du vignettage d'un objectif standard

La loi de correction est l'inverse du coefficient de transmission de l'objectif; elle a pour expression : $g(x, y) = \alpha(x, y) \cdot f(x, y)$ avec $\alpha(x, y)$ coefficient correcteur

Il est évident que cette correction n'est pas invariante par translation.

Egalisation d'histogramme

L'égalisation d'histogramme est une opération ponctuelle basée sur une analyse de l'histogramme des niveaux de gris de l'image source; elle corrige automatiquement la répartition des niveaux de gris pour utiliser la totalité de la dynamique des niveaux de gris.

• Histogramme des niveaux de gris

L'histogramme des niveaux de gris est obtenu par dénombrement des niveaux de gris contenu dans une image et tracé du graphe discret de ces valeurs en fonction du niveau de gris. Le graphe est une suite de raies; lorsque tous les niveaux de gris sont représentés (absence de "trous" dans la représentation), le graphe suit la forme du graphe de *densité de probabilité* du niveau de gris de l'image avant sa digitalisation.

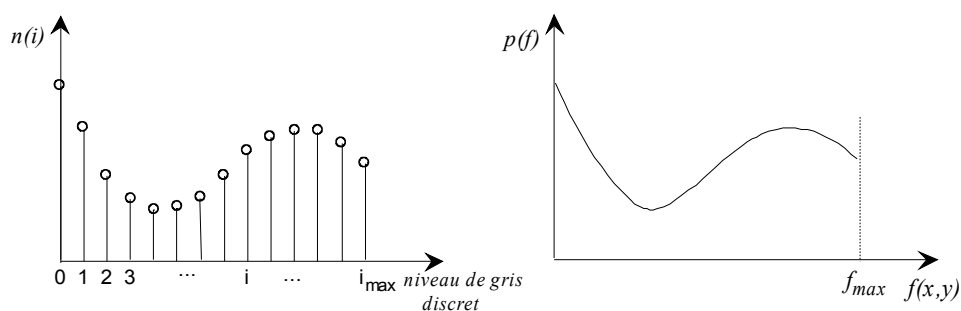


Figure 6 – Histogramme et densité de probabilité

L'histogramme cumulé représente la probabilité $P(f)$ du niveau f ; il est donné par :

$$N(i) = \sum_{j=0}^i n(j) \text{ avec } N(i_{\max}) = N_T \text{ nombre total de pixel de l'image}$$

La probabilité d'avoir un niveau de gris inférieur ou égal à i est $N(i)/N_T$ (fonction de répartition).

• Observation de l'histogramme

L'histogramme est une vue statistique et globale de l'image. La présence d'un niveau de gris dans l'histogramme, caractérisée par une raie, n'indique pas la position spatiale des pixels ayant ce niveau de gris. Il renseigne cependant sur la dynamique des niveaux de gris utilisés dans l'image.

Les exemples suivants montrent des formes usuelles d'histogramme :

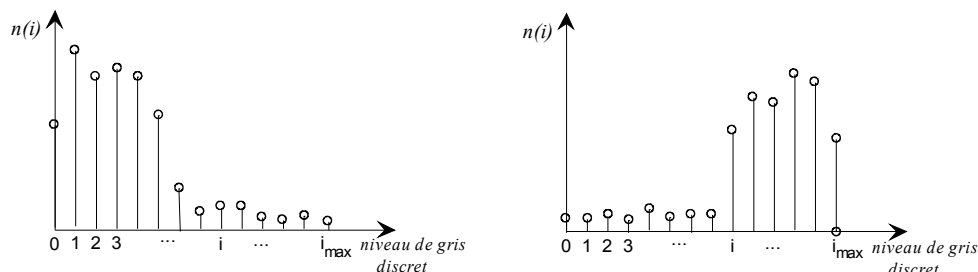


Figure 7 – Histogramme (a) image sombre (b) image claire

• Egalisation de l'histogramme

L'objectif de l'égalisation d'histogramme est de ramener l'histogramme des niveaux de gris à un histogramme plat qui traduit une équiprobabilité des différents niveaux de gris .

La méthode s'appuie sur une transposition discrète du théorème relatif à l'évolution de la densité de probabilité lors d'une opération ponctuelle.

Soit $g = \varphi(f)$ l'opération ponctuelle appliquée à l'image de niveau f dont la répartition est donnée par sa densité de probabilité $p(f)$. La densité de probabilité du niveau de gris de l'image g pour la valeur g_1 sera donnée par :

$$p(g)|_{g_1} = p(f) \frac{df}{dg} \Big|_{f_1 = \varphi^{-1}(g_1)}$$

La démonstration est simple:

- si φ est une fonction monotone croissante alors $P(g)|_{g_1} = P(f)|_{f_1}$

- $dg = \frac{dg}{df} df$ soit $dg = \varphi' df$ avec φ' pente de l'opération ponctuelle en f_1

$$\text{d'où } p(g)|_{g_1} = \frac{dP(g)}{dg} \Big|_{g_1} = \frac{dP(f)}{dg} \Big|_{f_1} = \frac{dP(f)}{df} \frac{df}{dg} = p(f) \frac{df}{dg}$$

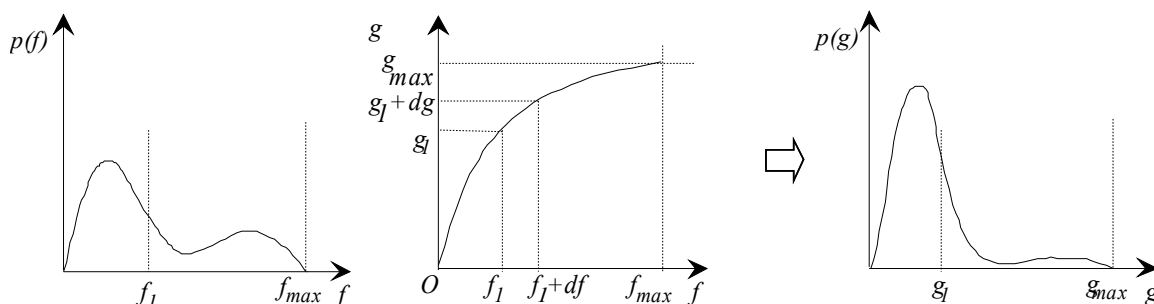


Figure 8 – Modification de la densité de probabilité des niveaux de gris au cours d'une opération ponctuelle

Pour obtenir une densité de probabilité constante pour g , il suffit de choisir:

$$\varphi' = \frac{dg}{df} = p(f) \quad \text{d'où} \quad \varphi = \int_0^f p(f) df = P(f)$$

La densité de probabilité de l'image résultante est alors: $p(g) = 1$

L'application aux images discrètes se fait en utilisant l'histogramme cumulé, notion équivalente à la probabilité.

- $N(i') = N(i)$ avec i' niveau de gris discret de l'image modifiée
- $n(i')/N_{TOT} = (n(i)/N_{TOT}) \varphi'$ sous réserve de donner un sens à φ' dans un espace discret.

On choisit donc :
$$\varphi(i) = \sum_0^i n(i)$$

En introduisant le facteur d'échelle des niveaux i_{\max} , la loi d'égalisation discrète est donnée par:

$$i' = \frac{i_{\max}}{N_{TOT}} \sum_0^i n(i)$$

Les résultats pratiques sont montrés ci-dessous sur l'image *Lenna* volontairement éclaircie par ajout d'une constante de décalage. On remarque que l'histogramme résultant n'est pas égal pour tous les niveaux de gris et que les raies ne sont pas équidistantes; cependant l'histogramme cumulé est une rampe, ce qui traduit une densité de probabilité constante.

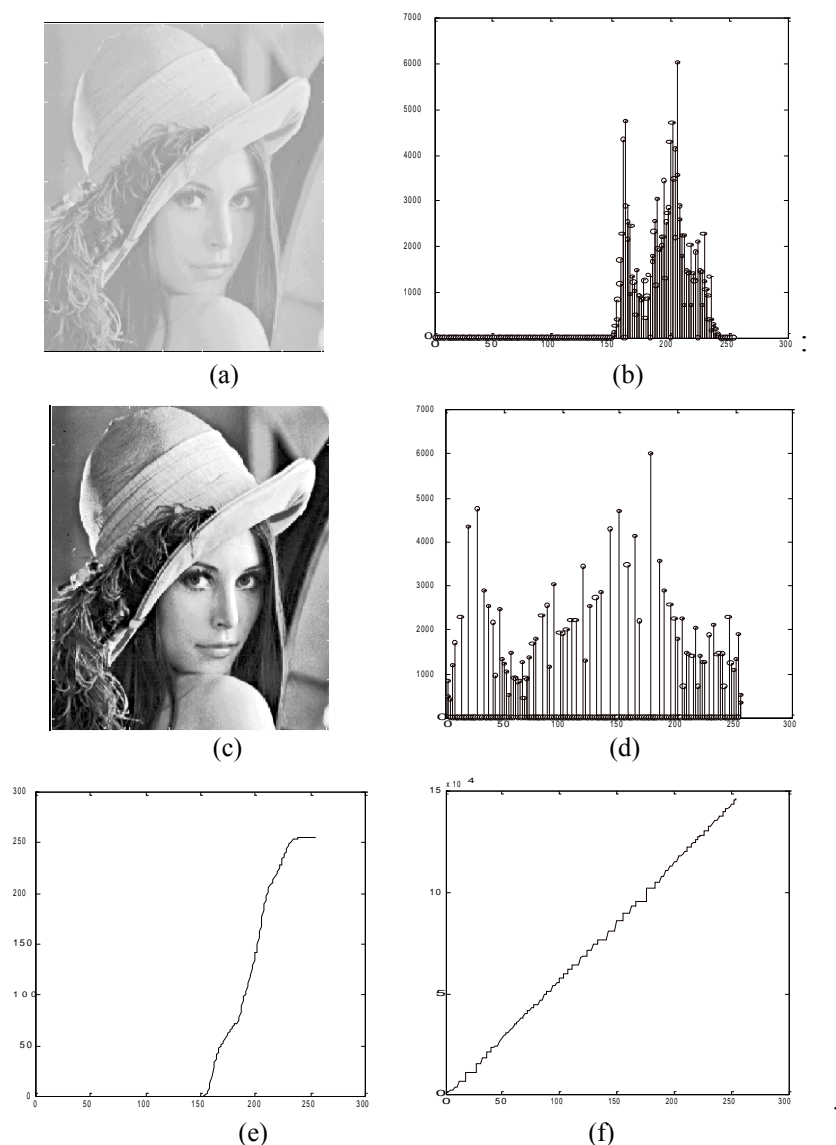


Figure 9 – Egalisation de l'histogramme de Lenna (a) original (b) histogramme de l'original (c) image modifiée (d) histogramme de l'image modifiée (e) loi de correction (f) cumul de l'histogramme d

Travaux Pratiques de Traitements d'images Semaine 5 vers. 2011

Transformations ponctuelles sous ImageJ

Objectifs:

- Implémentation d'opérations ponctuelles d'une image sous imageJ
- Utilisation d'une LUT (Look Up Table)
- Analyse de l'histogramme des niveaux de gris
- Egalisation d'histogramme.

A Rendre:

Compte-rendu en pdf intégrant les 3 macros demandées ainsi que les macros au format txt sous Moodle.

Manipulation:

Lancer le Logiciel ImageJ dont vous trouverez un descriptif rapide dans 'presentation_imageJ.pdf'. Les fonctions à utiliser au sein d'une macro sont présentées dans le document 'ImageJMacroLanguage.pdf'.

Charger l'image 'lena-ndg.tif' et la macro 'exemple_LUT_pour_etudiants.txt' qui parcourt une image et modifie la LUT d'affichage.

Question 1

Proposer une loi de correction affine $g(x,y) = a + b.l(x,y)$ à appliquer sur l'image $l(x,y)$ de telle sorte que la dynamique des niveaux soit comprise entre 0 et 255 par une LUT.

Ecrire une macro qui recherche les niveaux de gris minimum et maximum présents dans l'image et qui modifie ainsi la table de type LUT.

Question 2

Calculer l'histogramme (commande Analyze-Histogram) et observer si la modification de la LUT agit sur les niveaux de gris des pixels.

Question 3

Ecrire une macro qui recherche les niveaux de gris minimum et maximum présents dans l'image, qui modifie ainsi la table de type LUT et qui modifie les niveaux de gris des pixels par la fonction setPixel ().

Question 4

Ecrire une macro qui modifie les niveaux de gris des pixels par une égalisation d'histogramme et qui affiche l'histogramme résultant. Pour ce faire, vous partirez de la macro exemple 'histogramplotter.txt' afin de bien comprendre la fonction gestHistogram().

Question 5 (subsidaire)

Comment la sous-quantification uniforme des niveaux de gris (sur 7, 6, 5 bits) appliquée à l'image influence-t-elle la répartition des niveaux de gris après égalisation?