Analyse ascendante

Mirabelle Nebut

Bureau 332 - M3
mirabelle.nebut at lifl.fr

2011-2012

Analyseur ascendant

- Effectue des lectures et des réductions ;
- construit un arbre en ordre postfixe ;
- en partant du mot à reconnaître ;
- construction d'une dérivation droite ;
- analyseurs LR(k) (from Left to rigth, Rigth derivation).

On parle aussi :

- d'analyse par décalage et réduction
- *shift/reduce analysis*.

Exemple

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow AD \mid B \\
A &\rightarrow aAb \mid b \\
B &\rightarrow aB \mid c \\
D &\rightarrow e
\end{aligned}
$$

Cette grammaire n'est pas LL(k) (pourquoi ?)

On va la traiter en LR(k), avec k=0 pour commencer.

Exemple

Analyseur LR(0) basé sur une variante de l'automate des items.

(vous vous rappelez ?)

$\Rightarrow$ nouvel axiome S'
$\Rightarrow$ production $S' \to S$

$$\begin{aligned} S' &\to S \\ S &\to AD \mid B \\ A &\to aAb \mid b \\ B &\to aB \mid c \\ D &\to e \end{aligned}$$

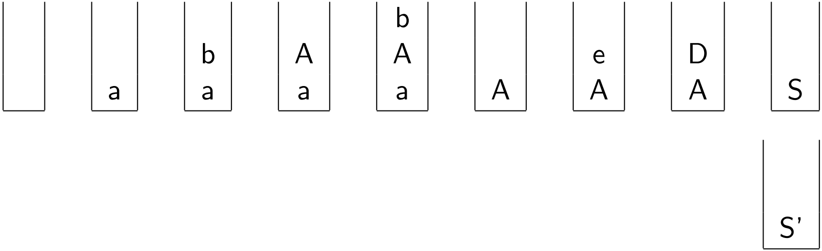
Exemple de reconnaissance

$$
\begin{aligned}
S' &\to S \\
S &\to AD \mid B \\
A &\to aAb \mid b \\
B &\to aB \mid c \\
D &\to e
\end{aligned}
$$

Reconnaître le mot $abbe\#$?

On essaie intuitivement, avec une pile contenant des mots de $(V_T \cup V_N)*$.

Exemple de reconnaissance



- Construction arbre ordre postfixe : lectures et réductions ;
- Dérivation droite.

Analyse ascendante : défis

Contenu de la pile :

- mot de $(V_N \cup V_T)^*$;
- début de la dérivation droite construite ;
- préfixe viable.

Comment choisir de manière déterministe :

- entre lecture et réduction ;
- quelle partie du sommet de pile réduire ? (= le manche)
- par quelle production réduire.

Comment faire ?

Analyse ascendante : solutions

On repart de l'automate des items.

On explicite l'automate fini sous-jacent :

- automate caractéristique (un état = un item) ;
- on comprend comment l'analyse ascendante fonctionne avec ;
- mais cet automate est non déterministe.

On le déterminise.

Et c'est gagné ! On a un analyseur LR(0).

Retour à l'automate des items

Trois types de transitions :

- lecture de a :

$$([X \to \alpha \bullet a\beta] \ , \ a \ ) \to [X \to \alpha a \bullet \beta]$$

- expansion par $Y \to \gamma$:

$$([X \to \alpha \bullet Y\beta] \ , \ \epsilon \ ) \to [X \to \alpha \bullet Y\beta] \ [Y \to \bullet\gamma]$$

- réduction par $Y \to \gamma$:

$$([X \to \alpha \bullet Y\beta] \ [Y \to \gamma\bullet] \ , \ \epsilon \ ) \to [X \to \alpha Y \bullet \beta]$$

Retour à l'automate des items - exemple

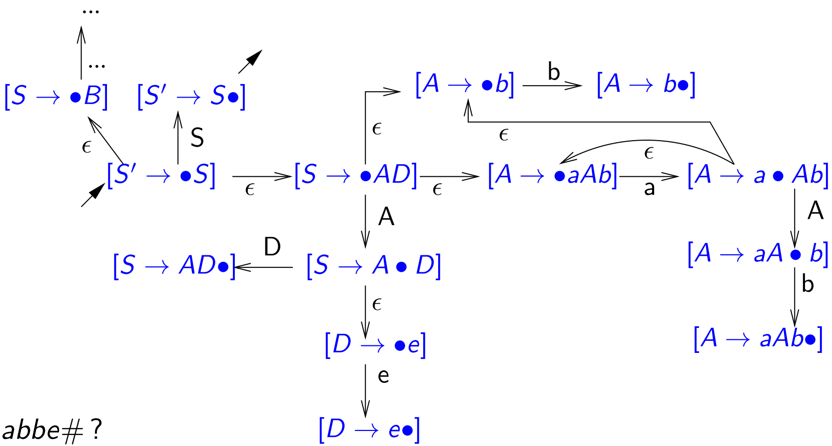
Ex : $abbe\#$?

$$\begin{array}{|c|}[S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{E} \begin{array}{|c|}[S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{E} \begin{array}{|c|}[A \to \bullet aAb]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{L}$$

$$\begin{array}{|c|}[A \to a \bullet Ab]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{E} \begin{array}{|c|}[A \to \bullet b]\\ [A \to a \bullet Ab]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{L} \begin{array}{|c|}[A \to b \bullet]\\ [A \to a \bullet Ab]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{R}$$

$$\begin{array}{|c|}[A \to aA \bullet b]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \xrightarrow{L} \begin{array}{|c|}[A \to aAb \bullet]\\ [S \to \bullet AD]\\ [S' \to \bullet S]\\ \hline\end{array} \ldots \xrightarrow{R} \begin{array}{|c|}[S' \to S \bullet]\\ \hline\end{array}$$

Automate caractéristique - exemple



abbe# ?

Automate caractéristique - généralités

Automate à nombre fini d'états :

- sous-jacent à l'automate des items ;
- indique son état courant ;
- = l'item en sommet de pile.

Pour chaque transition de l'aut des items, l'aut caractéristique :

- effectue une transition ;
- ou, depuis un état puit, ≪revient en arrière≫.

Comment se comporte l'automate caractéristique ?

Automate caractéristique et lecture

Idem automate des items.

V_T-transition sur le terminal lu :

$$[X \to \alpha \bullet a\beta] \xrightarrow{a} [X \to \alpha a \bullet \beta]$$

Ex lecture de a :

$$[A \to \bullet aAb] \quad \xrightarrow{a} \quad [A \to a \bullet Ab]$$

Automate caractéristique et expansion

Idem automate des items.

Expansion par $Y \rightarrow \gamma$: ϵ-transition

$$[X \rightarrow \alpha \bullet Y\beta] \xrightarrow{\epsilon} [Y \rightarrow \bullet\gamma]$$

Ex expansion par $A \rightarrow b$:

$$[A \rightarrow a \bullet Ab] \quad \xrightarrow{\epsilon} \quad [A \rightarrow \bullet b]$$

Automate caractéristique et réduction

Différent de l'automate des items (ϵ-production).

Conséquence d'une réduction par $A \in V_N$: V_N-transition sur A

Ex : on réduit par $A \rightarrow aAb$:

- quand on est dans l'état puit $[A \rightarrow aAb\bullet]$;
- alors on rebrousse chemin des 4 transitions qui ont amené dans cet état :
  - les 3 transitions qui correspondent à aAb ;
  - l'ϵ-transition qui correspond à l'expansion par $A \rightarrow aAb$;
- et on transite sur A (A-transition, on a reconnu un A).

Automate caractéristique et réduction par une production vide

Cas particulier, on réduit par $X \to \epsilon$:

- dans l'état puit $X \to \bullet$;
- on rebrousse chemin d'une transition $(|\epsilon| + 1 = 1)$;
- et on transite sur X.

Déterminiser l'automate caractéristique

L'automate caractéristique :

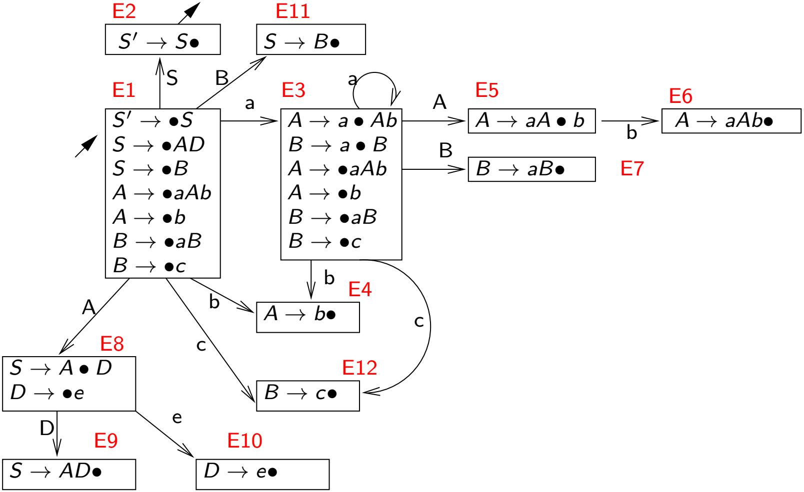
- est non déterministe (des ϵ-transitions) ;
- contient des expansions (justement les ϵ-transitions).

On veut un analyseur ascendant :

- déterministe ;
- sans expansions explicites (lectures et réductions).

$\Rightarrow$ on déterminise l'automate caractéristique.
$\Rightarrow$ on obtient un automate dit LR-AFD.

Automate LR-AFD, exemple



Automate LR(0)

L'automate LR-AFD décrit un automate à pile déterministe appelé automate LR(0) effectuant 2 types d'actions :

- lecture
- réduction

Lecture de a : dans un état contenant $X \to \cdots \bullet a \ldots$

Réduction par $X \to \alpha\bullet$: dans un état contenant $X \to \alpha\bullet$.

La pile permet de mémoriser les états parcourus lors des lectures et des réductions.

Exemple de fonctionnement

$abbe\#$?

$$
\begin{array}{|c|} \\ \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} \\ E_3 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_4 \\ E_3 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_5 \\ E_3 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_6 \\ E_5 \\ E_3 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_8 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_{10} \\ E_8 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
$$

$$
\begin{array}{|c|} E_9 \\ E_8 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} E_2 \\ E_1 \\ \hline \end{array}
$$

On a ce qu'on voulait :

- l'arbre en ordre postfixe, et la dérivation droite ;
- avec des lectures et des réductions.

Reste à formaliser.

Définition de l'automate LR(0)

Un état est un ensemble d'item : si Q est l'ensemble des états

$$Q \subseteq \mathcal{P}(It_G)$$

L'alphabet de pile est Q.

L'état initial q_0 :

- contient l'item initial de la forme $[S' \to \bullet S]$;
- sert à initialiser la pile.

L'état final q_f contient l'item final, de la forme $[S' \to S\bullet]$.

Définition de l'automate LR(0) : relation de transition

On note δ la relation de transition de l'AF LR-AFD.

$\delta(q, X) = q'$ signifie :

- si l'état courant est q ;
- et que $X \in V_T \cup V_N$ est le symbole courant à traiter ;
- alors l'état courant devient q'.

Exemple :

- $\delta(E_1, S) = E_2$ ou $E_1 \xrightarrow{S} E_2$
- $\delta(E_1, b) = E_4$ ou $E_1 \xrightarrow{b} E_2$

Définition de l'automate LR(0) : relation de transition

Lecture

Relation de transition de l'automate LR(0) pour une lecture :

$$(q, a) \rightarrow q\delta(q, a)$$

- si q est en sommet de pile
- si a est sous la tête de lecture
- et l'un des items de q est de la forme $[X \rightarrow \cdots \bullet\, a \ldots]$;
- alors on empile l'état successeur de q pour a dans δ.

Définition de l'automate LR(0) : relation de transition

Réduction

Relation de transition de l'automate LR(0) pour une réduction :

$$(qq_1 \dots q_n, \epsilon) \rightarrow q\delta(q, X)$$

- si q_n est en sommet de pile ;
- si l'un des items de q_n est de la forme $[X \rightarrow \alpha\bullet]$, $\mid \alpha \mid = n$;
- alors on dépile n états ;
- puis on empile $\delta(q, X)$ le successeur par X de l'état q en sommet de pile.

Et les expansions ?

Les ϵ-transition d'expansion ont disparu avec la déterminisation.

Elles se font implicitement à l'intérieur des états.

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{E1} \\ [S' \rightarrow \bullet S] \\ [S \rightarrow \bullet AD] \\ [S \rightarrow \bullet B] \\ [A \rightarrow \bullet aAb] \\ [A \rightarrow \bullet b] \\ [B \rightarrow \bullet aB] \\ [B \rightarrow \bullet c] \end{array}} \xrightarrow{c} \text{E12}$$

lecture de c possible après expansions successives par :

- $S' \rightarrow S \rightsquigarrow [S' \rightarrow \bullet S] \in E1$
- $S \rightarrow B \rightsquigarrow [S \rightarrow \bullet B] \in E1$
- $B \rightarrow c \rightsquigarrow [B \rightarrow \bullet c] \in E1$

Construction de LR-AFD - en première approche

On construit Q (les états) et δ (les transitions) de l'automate caractéristique à partir de la grammaire.

On le déterminise, on obtient LR-AFD.

En fait, on peut construire directement LR-AFD (ouf !).

Construction algorithmique directe de LR-AFD

Principe :

- on sature les états par expansion ;
- on transite sur chaque symbole Y tel que $[\cdots \to \cdots \bullet Y \ldots]$.

Saturation des états par expansion

Un ensemble d'items E est saturé si :

- pour tout item $[X \to \alpha \bullet Y\beta]$ de E, $Y \in V_N$;
- pour toute production $Y \to \gamma$ de G de membre gauche Y ;
- l'item $[Y \to \bullet\gamma]$ appartient aussi à E.

On en déduit la fonction `Saturation` pour une grammaire G :

```
fonction Saturation (s : ensemble d'items) :
                   ensemble d'items
// calcule tous les items d'un état de LR-AFD(G)
// contenant au moins les items de s
// retourne cet état.
```

Algorithme de construction de Q et δ

L'état initial est $\texttt{Saturation}([S' \to \bullet S])$.

Ensuite, pour chaque état saturé E et chaque symbole $Y \in V_T \cup V_N$ (lecture pour V_T, réduction pour V_N) :

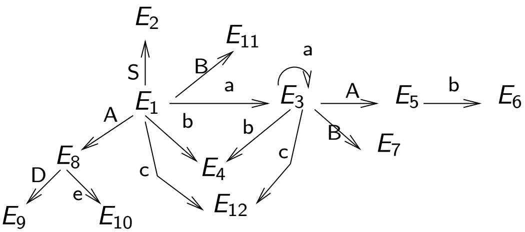
- si E contient un ensemble de n items de la forme «$\bullet Y$» :
$$\{\ [X \to \alpha_i \bullet Y\beta_i] \mid 1 \leq i \leq n\}$$
- alors on calcule
$$E' = \texttt{Saturation}(\{[X \to \alpha_i Y \bullet \beta_i] \mid 1 \leq i \leq n\}\ )$$
- si cet état E' n'existe pas, on l'ajoute à Q ;
- et on définit $\delta(E, Y) = E'$.

Exemple et remarque

Pour ne pas manquer de place sur sa feuille : séparer le contenu des états et la relation de transition.

E1	
	$[S' \to \bullet S]$
	$[S \to \bullet AD]$
	$[S \to \bullet B]$
	$[A \to \bullet aAb]$
	$[A \to \bullet b]$
	$[B \to \bullet aB]$
	$[B \to \bullet c]$

E3
$[A \to a \bullet Ab]$
$[B \to a \bullet B]$
$[A \to \bullet aAb]$
$[A \to \bullet b]$
$[B \to \bullet aB]$
$[B \to \bullet c]$



Conflits LR(0), grammaire LR(0)

L'automate LR(0) construit peut ne pas être déterministe (2 cas).

État autorisant 2 réductions (ou plus) :

conflit LR(0) reduce/reduce Ex : $\boxed{\begin{array}{l} [A \to b\bullet] \\ [B \to b\bullet] \end{array}}$

État autorisant 1 réduction et 1 lecture (ou plus) :

conflit LR(0) shift/reduce Ex : $\boxed{\begin{array}{l} [A \to \bullet b] \\ [B \to c\bullet] \end{array}}$

Conflits LR(0), grammaire LR(0)

Une grammaire est dite LR(0) si aucun de ses états ne contient de conflit LR(0) :

- ni shift-reduce
- ni reduce-reduce

Les conflits shift/shift n'existent pas (aucun sens).

Remarque - Cup

On comprend mieux les messages d'erreurs de Cup, notamment en cas de grammaire ambiguë.

```
[java] Warning : *** Shift/Reduce conflict found
[java] in state #60
[java]   between expr ::= expr MOINS expr (*)
[java]   and     expr ::= expr (*) MOINS expr
[java]   under symbol MOINS
[java]   Resolved in favor of shifting.
```

Tables d'un analyseur LR(0)

Un analyseur LR(0) est défini par 2 tables :

- la table des successeurs ;
- la table des actions.

Table des successeurs LR(0)

Encode la relation de transition δ de LR-AFD :

$$Q \times (V_T \cup V_N) \rightarrow Q$$

Exemple, table des successeurs

Pour tout $q \in Q$ et $X \in V_T \cup V_N$:

$$\text{si } \delta(q, X) = q' \text{ alors mettre } q' \text{ dans la case } (q, X)$$

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}
a	E_3		E_3									
b	E_4		E_4		E_6							
c	E_{12}		E_{12}									
e								E_{10}				
S'												
S	E_2											
A	E_8		E_5									
B	E_{11}		E_7									
D								E_9				

Table des actions LR(0)

Indique quelle action effectuer :

- dans un état $q \in Q$;
- si $x \in V_T \cup \{\#\}$ est sous la tête de lecture.

$$Q \times (V_T \cup \{\#\}) \rightarrow \text{ensemble d'actions}$$

Une action peut être :

- la lecture du terminal x (decale) ;
- la réduction par une production p (red par p) ;
- l'acceptation (acc).

Exemple, table des actions

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}
a	d	e	d	red $A \to b$	e	red $A \to aBb$	red $B \to aB$	e	red $S \to AD$	red $D \to e$	red $S \to B$	red $B \to c$
b	d	e	d	red $A \to b$	d	red $A \to aBb$	red $B \to aB$	e	red $S \to AD$	red $D \to e$	red $S \to B$	red $B \to c$
c	d	e	d	red $A \to b$	e	red $A \to aBb$	red $B \to aB$	e	red $S \to AD$	red $D \to e$	red $S \to B$	red $B \to c$
e	e	e	e	red $A \to b$	e	red $A \to aBb$	red $B \to aB$	d	red $S \to AD$	red $D \to e$	red $S \to B$	red $B \to c$
$\#$	e	a	e	red $A \to b$	e	red $A \to aBb$	red $B \to aB$	e	red $S \to AD$	red $D \to e$	red $S \to B$	red $B \to c$

a : acceptation, d : décale, e : erreur, red : réduction par p

Table des actions, remplissage

Pour tout $a \in V_T$ et $q \in Q$:

si q contient un item de la forme $[X \to \cdots \bullet a \ldots]$
alors mettre decale dans la case (q, a)

Pour tout $q \in Q$, $Q \neq q_f$:

- si q contient un item terminal de la forme $[X \to \alpha \bullet]$;
- alors, pour tout $a \in V_T \cup \{\#\}$, mettre réduction $X \to \alpha$ dans la case (q, a).

Mettre acceptation dans la case $(q_f, \#)$.

Mettre erreur dans les cases encore vides.

Table des actions, remarque

Pour un automate LR(0), cas dégénéré pour le remplissage de la table par une réduction.

k=0 : aucun symbole de prédiction (pas de *Premier*, *Suivant*).

Une réduction est effectuée quelque soit la tête de lecture.

$\Rightarrow$ colonnes remplies de la même réduction.

Le cas général est : pour tout $a \in V_T \cup \{\#\}$ et $q \in Q$:

- si q contient un item terminal de la forme $X \to \alpha\bullet$ et que la réduction peut se faire avec a sous la tête de lecture ;
- alors, mettre réduction $X \to \alpha$ dans la case (q, a).

Caractérisation d'une grammaire LR(0)

Une grammaire est LR(0) si sa table des actions contient pour chaque case :

- une seule action
- ou erreur.

Exemple, table des actions et conflits

E

$$\boxed{\begin{array}{l}[A \to b\bullet] \\ [B \to b\bullet]\end{array}}$$

	E	...
c	red $A \to b$ red $B \to b$	
b	red $A \to b$ red $B \to b$	
...		

E

$$\boxed{\begin{array}{l}[A \to \bullet b] \\ [B \to c\bullet]\end{array}}$$

	E	...
c	red $B \to c$	
b	red $B \to c$ decale	
...		

Quand une grammaire n'est pas LR(0)

C'est peut-être à cause du 0.

On peut essayer une analyse LR(1) : beaucoup plus puissante.

C'est plus facile d'expliquer d'abord les grammaires SLR(1) : Simple LR(1).

Exemple

Soit la grammaire $S' \to S$, $S \to a \,|\, \epsilon$.

Conflit shift/reduce dans l'état initial (lire a, réduire par $S \to \epsilon$) :

$$\boxed{\begin{array}{c} S' \to \bullet S \\ S \to \bullet a \\ S \to \bullet \end{array}}$$

Mais si la tête de lecture est :

- dans $\{a\}$, alors lire a ;
- dans $\{\#\} = \mathit{Suivant}(S)$ alors réduire par $S \to \epsilon$.

Un automate SLR(1) exploite cette information.

Principe : k=1 et exploitation des *Suivant*

Un analyseur SLR(1) prend en compte le symbole sous la tête de lecture (k=1, cf LL(1)) pour décider d'une réduction :

Réduction par $X \rightarrow \alpha$ seulement si tête lecture $\in$ $Suivant(X)$

Repose comme l'analyse LR(0) sur l'automate LR-AFD.

Permet d'arbitrer certains conflits LR(0) S/R et R/R.

Conflits shift/reduce au sens SLR(1)

Un état de LR-AFD provoque un conflit S/R au sens SLR(1) s'il contient à la fois :

- un item de la forme $[Y \to \cdots \bullet a \ldots]$
- un item de la forme $[X \to \alpha \bullet]$ avec $a \in Suivant(X)$

Comparer avec LR(0) : conflit S/R au sens LR(0) si l'état contient les items $[Y \to \cdots \bullet a \ldots]$ et $[X \to \alpha \bullet]$

Conflits reduce/reduce au sens SLR(1)

Un état de LR-AFD provoque un conflit R/R au sens SLR(1) s'il contient à la fois :

- un item de la forme $[Y \to \beta \bullet]$
- un item de la forme $[X \to \alpha \bullet]$
- avec $Suivant(X) \cap Suivant(Y) \neq \emptyset$

Comparer avec LR(0) : conflit R/R au sens LR(0) si l'état contient les items $[Y \to \beta \bullet]$ et $[X \to \alpha \bullet]$

Grammaire SLR(1)

Une grammaire est dite SLR(1) si l'automate LR-AFD ne contient pas de conflits au sens SLR(1).

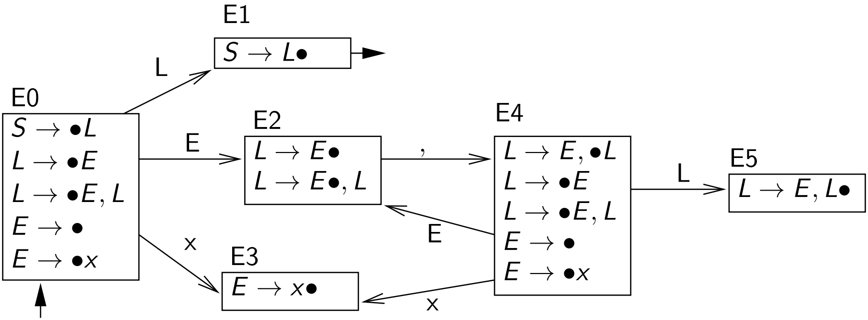
Grammaire SLR(1), exemple

Listes de $\mathtt{x}$ séparés par , et à trou

$$L \rightarrow E \mid E,L$$
$$E \rightarrow \epsilon \mid \mathtt{x}$$

$$S \rightarrow L$$

Exemple : automate LR-AFD



Exemple : conflits au sens LR(0)

- $E0$: conflit S/R entre lire x et réduire par $E \rightarrow \epsilon$;
- $E2$: conflit S/R entre lire "," et réduire par $L \rightarrow E$;
- $E4$: conflit S/R entre lire x et réduire par $E \rightarrow \epsilon$.

La grammaire n'est donc pas LR(0).

Pour savoir si ce sont des conflits au sens SLR(1) : calcul des *Suivant*.

- $Suivant(S) = \{\#\}$;
- $Suivant(L) = Suivant(S) = \{\#\}$;
- $Suivant(E) = Suivant(L) \cup \{","\} = \{",", \#\}$.

Exemple : conflits au sens SLR(1)

- $E0$: $x \notin Suivant(E)$ donc pas de conflit entre lire x et réduire par $E \rightarrow \epsilon$;
- $E2$: "," $\notin Suivant(L)$ donc pas de conflit entre lire , et réduire par $L \rightarrow E$;
- $E4$: idem $E0$.

La grammaire est donc SLR(1).

Construction de la table des actions SLR(1)

Pour tout $a \in V_T$ et $q \in Q$:

si q contient un item de la forme $[X \rightarrow \cdots \bullet a \ldots]$
alors mettre decale dans la case (q, a)

Pour tout $q \in Q$, $q \neq q_f$ et tout $a \in V_T \cup \{\#\}$:

- si q contient un item terminal de la forme $X \rightarrow \alpha \bullet$;
- alors, si $a \in Suivant(X)$, mettre réduction $X \rightarrow \alpha$ dans la case (q, a).

Mettre acceptation dans la case $(q_f, \#)$.

Mettre erreur dans les cases encore vides.

Exemple : table des actions SLR(1)

$Suivant(S) = \{\#\}$ $\quad$ $Suivant(L) = \{\#\}$
$Suivant(E) = \{"," , \#\}$

	$E0$	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$	$E5$
x	decale	erreur	erreur	erreur	decale	erreur
,	red $E \rightarrow \epsilon$	erreur	decale	red $E \rightarrow x$	red $E \rightarrow \epsilon$	erreur
#	red $E \rightarrow \epsilon$	accepte	red $L \rightarrow E$	red $E \rightarrow x$	red $E \rightarrow \epsilon$	red $L \rightarrow E, L$

Caractérisation d'une grammaire SLR(1)

La grammaire est SLR(1) si sa table des actions contient pour chaque case :

- une seule action
- ou erreur.

Remarques

Une grammaire LR(0) ou SLR(1) n'est pas ambiguë.

Une grammaire ambiguë n'est ni LR(0) ni SLR(1).

Comparaison SLR(1) - LR(0)

Méthode SLR(1) basée comme LR(0) sur l'automate LR-AFD :

- les tables des successeurs LR(0) et SLR(1) sont identiques ;
- les tables LR(0) et SLR(1) ont le même encombrement mémoire.

Comparaison SLR(1) - LR(0)

Grâce au $k = 1$:

- l'analyse SLR(1) est strictement plus puissante que l'analyse LR(0) ;
- $=$ elle engendre moins de conflits.

$$\text{LR}(0) \subset \text{SLR}(1)$$

Néanmoins beaucoup de grammaires (non ambiguës) ne sont pas SLR(1).

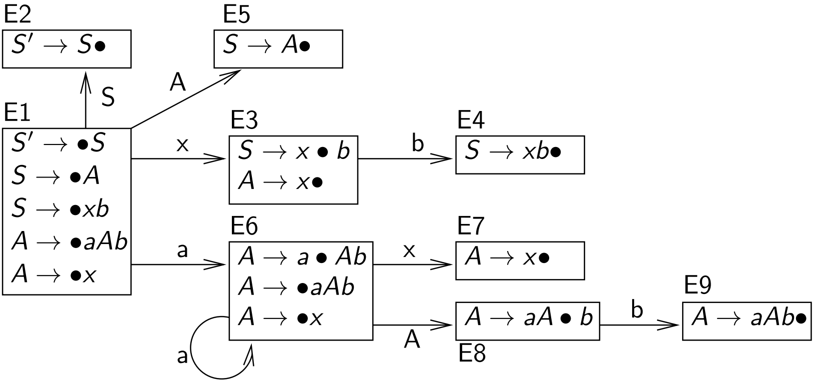
Exemple 1 : G_1

$$S \rightarrow A \,|\, xb$$
$$A \rightarrow aAb \,|\, x$$

G_1 grammaire non ambiguë (mais non LL(1)) :

- si xb : $S \Rightarrow xb$;
- si $a^n xb^n$: $S \Rightarrow A \Rightarrow^n a^n Ab^n \Rightarrow a^n xb^n$.

Automate LR-AFD de G_1



Conflit pour G_1

L'automate LR-AFD contient un conflit S/R au sens LR(0) dans l'état E3 :

$$[S \rightarrow x \bullet b]$$
$$[A \rightarrow x \bullet]$$

Pour savoir si c'est un conflit au sens SLR(1), calcul des *Suivant* :

- $Suivant(S') = Suivant(S) = \{\#\}$;
- $Suivant(A) = Suivant(S) \cup \{b\} = \{\#, b\}$;

$b \in Suivant(A)$ donc E3 contient un conflit S/R au sens SLR(1).

Conflit SLR(1) pour G_1 : origine

Conflit dans E3 car $b \in \mathit{Suivant}(A)$. Et pourtant...

... la lecture de b impose la dérivation $S' \Rightarrow S \Rightarrow xb$.

... mais *Suivant* trop imprécis pour le voir.

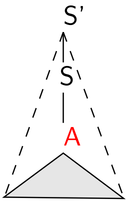
Comment être plus précis ?

Conflit SLR(1) pour G_1 : solution

E1
$[S' \to S]$
$[S \to \bullet A]$
$[S \to \bullet xb]$
$[A \to \bullet aAb]$
$[A \to \bullet x]$

$\xrightarrow{x}$

E3
$[S \to x \bullet b]$
$[A \to x \bullet]$



Les A de $E1$ et $E3$ ne peuvent être suivis que d'un $\#$, pas d'un b.

Ce A (suivi par b) n'est pas expansé dans $E1$ et $E3$, mais dans $E6$.

Si on considère les symboles de $V_T \cup \{\#\}$ qui peuvent suivre A dans E3, on fait sauter le conflit.

Restriction des symboles de look-ahead

L'analyse LR(1) ne considère pas tous l'ensemble $Suivant(X)$ pour réduire par $X \to \ldots$.

Elle calcule :

- pour chaque item $[X \to \alpha]$ d'un état E ;
- un ensemble $L \subseteq Suivant(X)$;
- contenant les symboles qui peuvent suivre X dans E.

L peut parfois être égal à $Suivant(X)$.

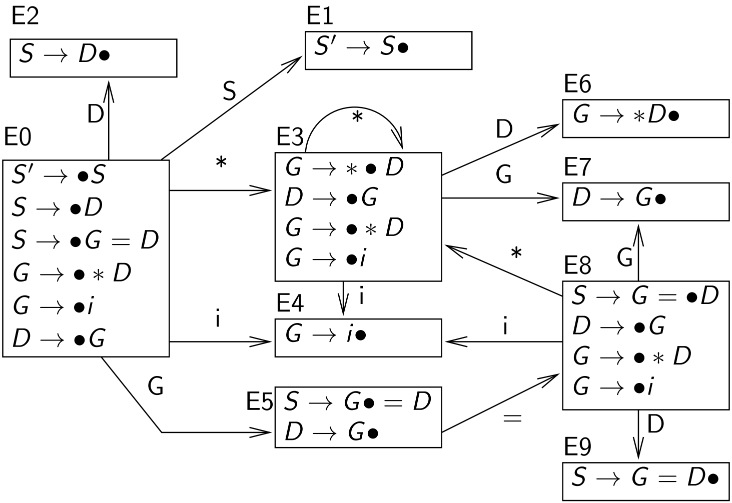
Exemple 2 : G_2

$$S \to G = D \mid D$$
$$G \to *D \mid \mathtt{i}$$
$$D \to G$$

Grammaire G_2 non ambiguë :

- la présence ou l'absence du $=$ indique s'il faut choisir $S \to G = D$ ou $S \to D$;
- la grammaire de productions $\{ G \to *D \mid \mathtt{i},\ D \to G \}$ est LL(1).

Automate LR-AFD pour G_2



Conflit pour G_2

L'automate LR-AFD contient un conflit S/R au sens LR(0) dans l'état 5 :

$$\boxed{\begin{array}{l} E5 \\ [S \to G\bullet = D] \\ [D \to G\bullet] \end{array}}$$

Pour savoir si c'est un conflit au sens SLR(1), calcul des *Suivant* :

- $Suivant(S') = Suivant(S) = \{\#\}$;
- $Suivant(G) = \{=\} \cup Suivant(D)$;
- $Suivant(D) = Suivant(S) \cup Suivant(G)$;

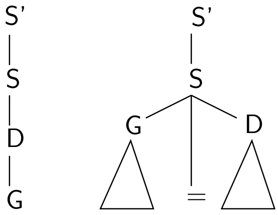
D'où $Suivant(G) = Suivant(D) = \{\#, =\}$.

$= \in Suivant(D)$ donc E_5 contient un conflit S/R au sens SLR(1).

Conflit SLR(1) pour G_2 : origine

Conflit car "$=$" $\in$ $Suivant(D)$.

Pourtant il n'existe pas de dérivation t.q. $S \Rightarrow^* w_1 D = w_2$



$Suivant(D)$ contient ici un "$=$" jamais rencontré comme look-ahead dans une analyse effective.

Restriction des symboles de look-ahead

Si on particularise les symboles de look-ahead aux états $E0$ et $E5$:

$$\boxed{\begin{array}{l} E0 \\ [S' \to \bullet S] \\ [S \to \bullet D] \\ [S \to \bullet G = D] \\ [G \to \bullet * D] \\ [G \to \bullet i] \\ [D \to \bullet G] \end{array}} \xrightarrow{G} \boxed{\begin{array}{l} E5 \\ [S \to G \bullet = D] \\ [D \to G \bullet] \end{array}}$$

En $E0$ et $E5$, D ne peut être suivi que par $\#$: levée du conflit.

Principe

Enrichissement des items : items généralisés de la forme

$$[X \rightarrow \alpha \bullet, L], \text{ avec } L \subseteq V_T \cup \{\#\}$$

Dans $[X \rightarrow \alpha_1 \bullet \alpha_2, L]$, L contient les symboles qui peuvent suivre X à ce stade de l'analyse.

Remarque : pour $[X \rightarrow \alpha \bullet, L]$, $L \subseteq Suivant(X)$

Principe

Un analyseur LR(1) réduit par $X \to \alpha$ ...

dans un état E contenant $[X \to \alpha\bullet, L]$ ...

seulement si le symbole sous la tête de lecture appartient à L.

Automate LR(1)

La méthode LR(1) ne repose pas sur l'automate LR-AFD.

Deux items $[X \rightarrow \alpha \bullet \beta, L]$ et $[X \rightarrow \alpha \bullet \beta, L']$ sont considérés comme différents si $L \neq L'$.

L'automate fini caractéristique d'un analyseur LR(1) (dit automate LR(1)) est donc beaucoup plus gros que l'automate LR-AFD, ce qui explique sa plus grande puissance.

Algorithme de construction de l'automate LR(1)

On procède comme pour l'automate LR-AFD :

- on sature les états par expansion ;
- on transite sur chaque symbole Y tel que $[\cdots \rightarrow \cdots \bullet Y \ldots]$

Mais on modifie la saturation pour calculer L.

Plus facile à expliquer si on décompose $[X \rightarrow \alpha, \{x_1, \ldots, x_n\}]$ en un ensemble d'items généralisés unitaires :

$$[X \rightarrow \alpha, x_1],\ \ldots,\ [X \rightarrow \alpha, x_n]$$

Saturation des états LR(1) : intuition

On considère l'item généralisé unitaire $[X \to \alpha \bullet Y\beta, a]$;

- on cherche à saturer pour Y : qui peut suivre Y ?
- au moins les *Premier*(β) ;
- mais si $\beta \Rightarrow^* \epsilon$, alors a, qui peut suivre X, peut aussi suivre Y.
- Donc Y peut être suivi par *Premier*(βa).

Saturation des états LR(1) : définition

Un ensemble d'items généralisés unitaires E est saturé si :

- s'il contient l'item généralisé unitaire $[X \to \alpha \bullet Y\beta, a]$;
- alors pour toutes les productions $Y \to \gamma \in P$,
- et pour tout $b \in Premier(\beta a)$,
- on a $[Y \to \bullet\gamma, b] \in E$.

En fin de saturation on reconstruit les items généralisés.

Algorithme de construction de Q et δ

L'état initial est $\texttt{Saturation}([S' \to \bullet S, \{\#\}])$.

Ensuite, pour chaque état saturé E et chaque symbole $Y \in V_T \cup V_N$ (lecture pour V_T, réduction pour V_N) :

- si E contient un ensemble de n items enrichis de la forme «$\bullet Y$» :

$$\{ [X \to \alpha_i \bullet Y\beta_i, L_i] \mid 1 \leq i \leq n\}$$

- alors on calcule

$$E' = \texttt{Saturation}(\{[X \to \alpha_i Y \bullet \beta_i, L_i] \mid 1 \leq i \leq n\})$$

- si cet état E' n'existe pas, on l'ajoute à Q ;
- et on définit $\delta(E, Y) = E'$.

Exemple de G_1

$$S' \to S$$
$$S \to A \mid xb$$
$$A \to aAb \mid x$$

$Premier(S) = Premier(A) \cup \{x\} = \{a, x\}$
$Premier(A) = \{a, x\}$

État initial de G_1

$$\boxed{\begin{array}{l} E0 \\ [S' \to \bullet S, \#] \\ [S \to \bullet A, \#] \\ [S \to \bullet xb, \#] \\ [A \to \bullet aAb, \#] \\ [A \to \bullet x, \#] \end{array}} \text{ ou } \boxed{\begin{array}{l} E0 \\ [S' \to \bullet S, \{\#\}] \\ [S \to \bullet A, \{\#\}] \\ [S \to \bullet xb, \{\#\}] \\ [A \to \bullet aAb, \{\#\}] \\ [A \to \bullet x, \{\#\}] \end{array}}$$

Transition par x vers $E3 = \text{Saturation}\left(\boxed{\begin{array}{l} [S \to x \bullet b, \{\#\}] \\ [A \to x\bullet, \{\#\}] \end{array}} \right)$

$$\boxed{\begin{array}{l} E3 \\ [S \to x \bullet b, \{\#\}] \\ [A \to x\bullet, \{\#\}] \end{array}}$$

Conflit au sens LR(1) ?

Conflits au sens LR(1)

Un ensemble d'items généralisés provoque un conflit S/R s'il contient à la fois :

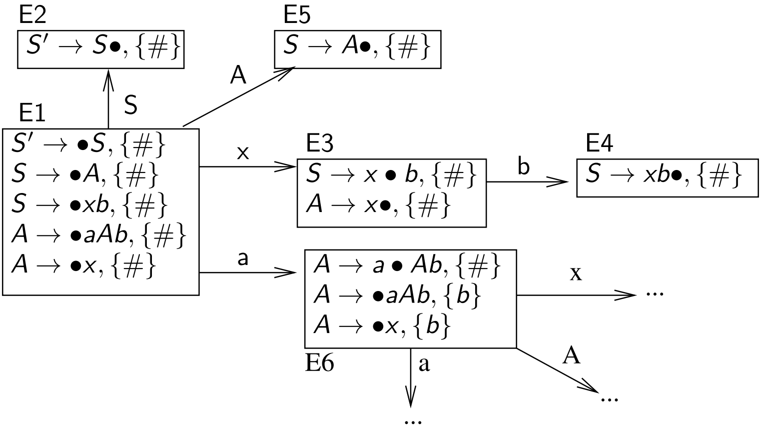
- un item de la forme $[Y \to \cdots \bullet\, a \ldots, L]$, avec $a \in V_T$;
- un item de la forme $[X \to \alpha \bullet, L']$ avec $a \in L'$

Un ensemble d'items généralisés provoque un conflit R/R s'il contient à la fois :

- un item de la forme $[X \to \alpha \bullet, L]$;
- un item de la forme $[Y \to \beta \bullet, L']$ avec $L \cap L' \neq \emptyset$.

$\Rightarrow$ pas de conflit au sens LR(1) en $E3$: G_1 est LR(1).

Automate LR(1) pour G_1, suite



Automate LR(1) pour G_1, remarque

L'état $E6$ de LR-AFD : $\boxed{\begin{array}{l}[A \rightarrow \bullet Ab] \\ [A \rightarrow \bullet aAb] \\ [A \rightarrow \bullet x]\end{array}}$

a éclaté en deux états LR(1) :

$$\boxed{\begin{array}{l}[A \rightarrow \bullet Ab, \{\#\}] \\ [A \rightarrow \bullet aAb, \{b\}] \\ [A \rightarrow \bullet x, \{b\}]\end{array}} \quad \text{et} \quad \boxed{\begin{array}{l}[A \rightarrow \bullet Ab, \{b\}] \\ [A \rightarrow \bullet aAb, \{b\}] \\ [A \rightarrow \bullet x, \{b\}]\end{array}}$$

$\Rightarrow$ automate LR(1) plus gros que LR-AFD.

Exemple de G_2

$$S' \to S$$
$$S \to G = D \mid D$$
$$G \to *D \mid \mathtt{i}$$
$$D \to G$$

État initial LR(1) pour G_2

$[S' \to \bullet S, \#]$
$[S \to \bullet G = D, \#]$
$[S \to \bullet D, \#]$
$[G \to \bullet {*} D, =]$
$[G \to \bullet \mathtt{i}, =]$
$[D \to \bullet G, \#]$
$[G \to \bullet {*} D, \#]$
$[G \to \bullet \mathtt{i}, \#]$

ou

$[S' \to \bullet S, \{\#\}]$
$[S \to \bullet G = D, \{\#\}]$
$[S \to \bullet D, \{\#\}]$
$[G \to \bullet {*} D, \{=, \#\}]$
$[G \to \bullet \mathtt{i}, \{=, \#\}]$
$[D \to \bullet G, \{\#\}]$

Automate LR(1) pour G_2

Transition $E0 \xrightarrow{G} E5$:

$$\boxed{\begin{array}{l} E5 \\ [S \to G\bullet = D, \{\#\}] \\ [D \to G\bullet, \{\#\}] \end{array}}$$

Conflit S/R levé au sens LR(1) : G_2 est LR(1).

L'automate LR(1) comporte 14 états, contre 10 pour l'automate LR-AFD.

Construction de la table des actions LR(1)

Pour tout $a \in V_T$ et $q \in Q$:

si q contient un item de la forme $[X \to \cdots \bullet\, a \ldots]$
alors mettre decale dans la case (q, a)

Pour tout $q \in Q$, $q \neq q_f$ et tout $a \in V_T \cup \{\#\}$:

- si q contient un item terminal de la forme $[X \to \alpha\bullet, L]$;
- alors, si $a \in L$, mettre réduction $X \to \alpha$ dans la case (q, a).

Mettre acceptation dans la case $(q_f, \#)$.

Mettre erreur dans les cases encore vides.

Caractérisation d'une grammaire LR(1)

Une grammaire est LR(1) si sa table des actions contient pour chaque case :

- une seule action
- ou erreur.

Au delà des grammaires LR(1)

Beaucoup de grammaires sont LR(1).

Mais les tables sont rapidement trop grosses pour tenir en mémoire.

L'analyse utilisée en pratique est l'analyse LALR(1) (Look-Ahead LR(1)), avec :

$$\mathrm{LR}(0) \subseteq \mathrm{SLR}(1) \subseteq \mathrm{LALR}(1) \subseteq \mathrm{LR}(1)$$

L'analyse LALR(1) est un bon compromis entre puissance et encombrement mémoire.

CUP est un analyseur LALR(1).