

Übungsblatt Ana 3

Computational and Data Science
FS2025

Mathematik 2

Lernziele:

- Sie kennen die Begriffe Integral, Stammfunktion, partielle Integration und deren wichtigste Eigenschaften.
- Sie können die partielle Integration anwenden, um bestimmte und unbestimmte Integrale zu berechnen.
- Sie können unbestimmte Integrale mit Python/Sympy berechnen.

1. Aussagen über partielle Integration

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche falsch?

	wahr	falsch
a) Die Methode der partiellen Integration basiert auf der Produktregel der Differentialrechnung.		
b) Mit Hilfe der partiellen Integration kann jedes Produkt von 2 Funktionen integriert werden.		
c) Um ein Produkt von 2 Funktionen mit partieller Integration integrieren zu können, muss man mindestens einen der Faktoren allein integrieren können.		
d) Mit Hilfe der partiellen Integration kann das Integral einer beliebigen differenzierbaren Funktion $f(x)$ auf die Berechnung des Integrals von $x \cdot f'(x)$ zurückgeführt werden und umgekehrt.		

2. Stammfunktionen mit partieller Integration bestimmen

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale mit der Methode der partiellen Integration.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $\int x e^x dx$ | b) $\int x^2 e^x dx$ |
| c) $\int x \sin x dx$ | d) $\int x \cos x dx$ |
| e) $\int x^2 \sin x dx$ | f) $\int x^2 \cos x dx$ |
| g) $\int (\sin x)^2 dx$ | h) $\int (\cos x)^2 dx$ |
| i) $\int (\sinh x)^2 dx$ | j) $\int (\cosh x)^2 dx$ |

3. Bestimmte Integrale mit partieller Integration berechnen

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale mit der Methode der partiellen Integration.

- | | |
|--|------------------------------|
| a) $\int_0^3 \frac{x}{2\sqrt{x+1}} dx$ | b) $\int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$ |
| c) $\int_1^2 x \ln x dx$ | |

4. Stammfunktionen bestimmen

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale mit einer geeigneten Methode.

a) $\int \frac{x}{1+x^4} dx$

b) $\int e^{at} \sin(\omega t) dt$

c) $\int r^3 (\cos r^2) dr$

d) $\int \frac{x}{(\cos x)^2} dx$

e) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$

f) $\int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$

g) $\int \cos(\ln x) dx$

5. Aufleiten mit Python/Sympy

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale aus Aufgabe 4 mit Python/Sympy.

6. Fläche des Einheitskreises

Berechnen Sie die Fläche des Einheitskreises durch Integration, indem Sie einen geeigneten Teil des Kreisbogens als Graph einer Funktion auffassen und diesen integrieren.

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $x = \sin(u)$.