Fachhochschule Graubünden
University of Applied Sciences

Übungsblatt LA 11

Computational and Data Science
BSc FS2023

Analysis und Lineare Algebra 2

1. Koordinatentransformation

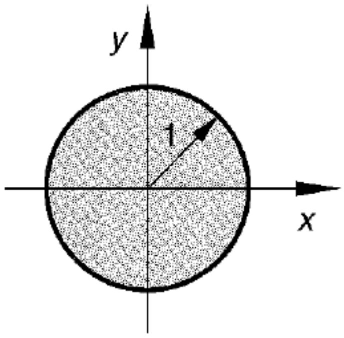
a) Geben Sie **r** = (8, -3, 9) in Zylinder- und in Kugelkoordinaten an.

b) In Kugelkoordinaten ist ein Vektor gegeben zu r = 256, φ = 40° und ϑ = 20°. Geben Sie diesen Vektor in kartesischen Koordinaten an.

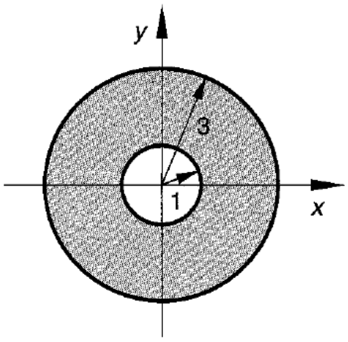
2. Doppelintegrale

Lösen Sie die beiden folgenden Integrale unter Verwendung von Polarkoordinaten.

a) $I = \iint_A (1 + x + y)dA$, wobei der Integrationsbereich der Einheitskreis sein soll.

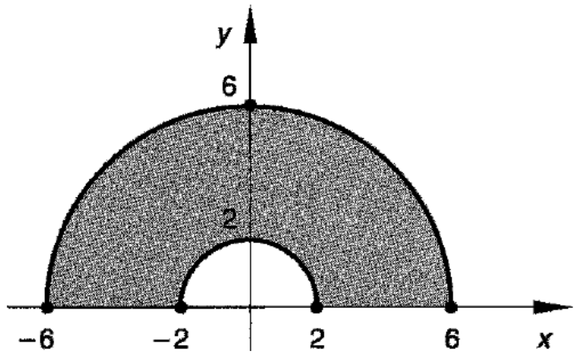


b) $I = \iint_A (3\sqrt{x^2 + y^2} + 4)dA$, wobei der Integrationsbereich der angegebene Kreisring sein soll (Innenradius = 1, Aussenradius = 3).

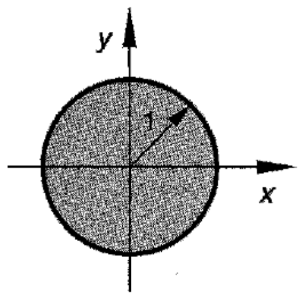


3. Schwerpunkt

Bestimmen Sie den Flächenschwerpunkt S des skizzierten Kreisringausschnitts mit Innenradius r_1 = 2 und Aussenradius r_2 = 6.



4. Volumen zylinderförmiger Körper
Berechnen Sie das Volumen V des Körpers, der durch einen in der xy-Ebene gelegenen kreisförmigen Boden mit Radius r = 1 und einen Deckel mit der Fläche $z = e^{x^2+y^2}$ gebildet wird.



5. Kartesische in Kugelkoordinaten umwandeln
Stellen Sie die folgenden räumlichen Vektorfelder in Kugelkoordinaten dar:

a) $\vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ -z \\ y \end{pmatrix}$ b) $\vec{F}(x,y,z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

6. Kartesische in Zylinderkoordinaten umwandeln
Die folgenden räumlichen Vektorfelder sind in Zylinderkoordinaten darzustellen:

a) $\vec{F}(x,y,z) = \vec{r} = (x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z)$ b) $\vec{F}(x,y,z) = y\vec{e}_x - 2\vec{e}_y + x\vec{e}_z)$.