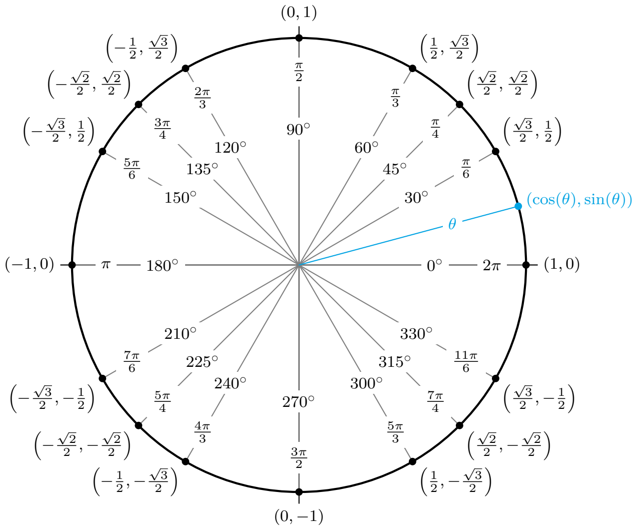
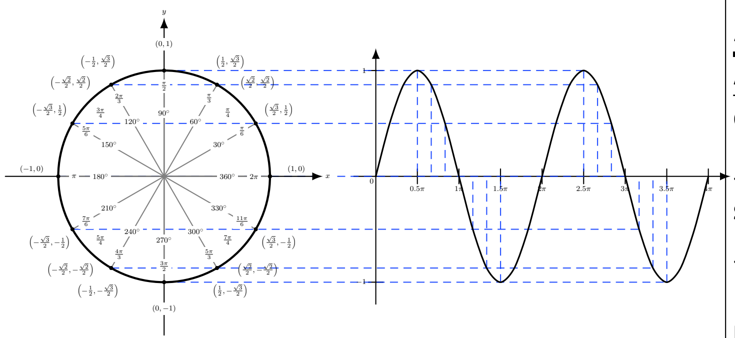
Trigonometrie

Einheitskreis





Trigonometrische Funktionen

$$\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \qquad (1)$$

$$\cot\varphi = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \qquad (2)$$

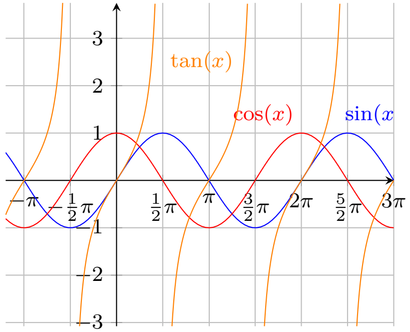
$$\sinh x = \frac{e^x e^x}{2} \qquad (3)$$

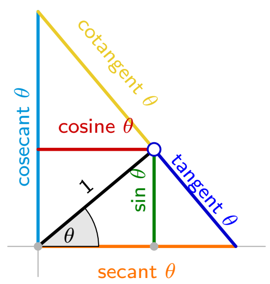
$$\cosh x = \frac{e^x + e^x}{2} \qquad (4)$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \qquad (5)$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} \qquad (6)$$

Sin	Cos	Tan	Cot
G	A	G	A
H	H	A	G





Additionstheoreme

$$\sin\alpha \pm \beta = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad (7)$$

$$\cos\alpha \pm \beta = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta \qquad (8)$$

$$\sin 2 \cdot \alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \qquad (9)$$

$$\cos 2 \cdot \alpha = \cos^2\alpha \sin^2\alpha \qquad (10)$$

$$\tan\alpha \pm \beta = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta} \qquad (11)$$

$$\cot\alpha \pm \beta = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha} \qquad (12)$$

Parität

$$\sin -\varphi = -\sin\varphi \qquad (13)$$

$$\cos -\varphi = +\cos\varphi \qquad (14)$$

$$\tan -\varphi = -\tan\varphi \qquad (15)$$

$$\cot -\varphi = -\cot\varphi \qquad (16)$$

Allgemein

Ableiten

Quotienten Regel

$$f(x) = \frac{z}{n} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{z' \cdot n - n' \cdot z}{n^2} \qquad (17)$$

Standardableitungen

$$f(x) = a^{u(x)} \Leftrightarrow f'(x) = \ln a \cdot u'(x) \cdot a^{u(x)} \qquad (18)$$

Linearität

$$f(x) \cdot a = f(x \cdot a) \qquad \forall a \in \mathbf{R}, \forall x \in \mathbf{R}^n \qquad (19)$$

$$f(x) + f(y) = f(x + y) \qquad V_{x,y} \in \mathbf{R}^n \qquad (20)$$

Lineares Beispiel: $f(x) = 3x$ mit $a = 3,\ x = 2,\ y = 5$

1. Homogenitätstest: $f(2 \cdot 3) \stackrel{?}{=} 3 \cdot f(2)$

   $f(6) = 6 \cdot 3 = 18$ vs. $3 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 6 = 18 \quad \Rightarrow 18 = 18\ (\checkmark)$

2. Additivitätstest: $f(2) + f(5) \stackrel{?}{=} f(2 + 5)$

   $(3 \cdot 2) + (3 \cdot 5) = 6 + 15 = 21$ vs. $3 \cdot 7 = 21 \quad \Rightarrow 21 = 21\ (\checkmark)$

Gegenbeispiel: $f(x) = x^2$ mit $a = 2,\ x = 3,\ y = 4$

1. Homogenitätstest: $f(3 \cdot 2) \stackrel{?}{=} 2 \cdot f(3)$

   $f(6) = 6^2 = 36 \quad vs. \quad 2 \cdot 3^2 = 18 \quad \Rightarrow 36 \neq 18\ (\times)$

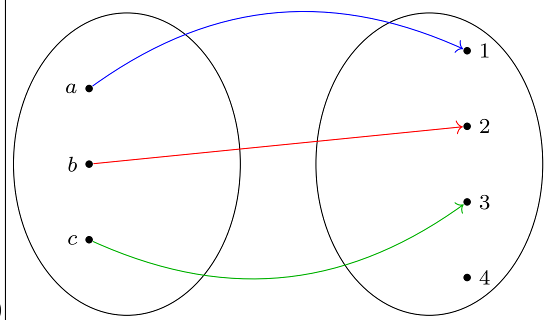
2. Additivitätstest: $f(3) + f(4) \stackrel{?}{=} f(3 + 4)$

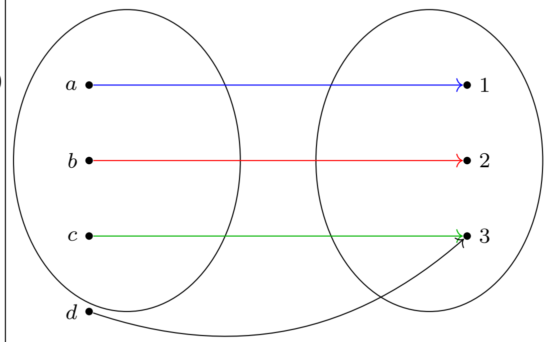
   $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \quad vs. \quad 7^2 = 49 \quad \Rightarrow 25 \neq 49\ (\times)$

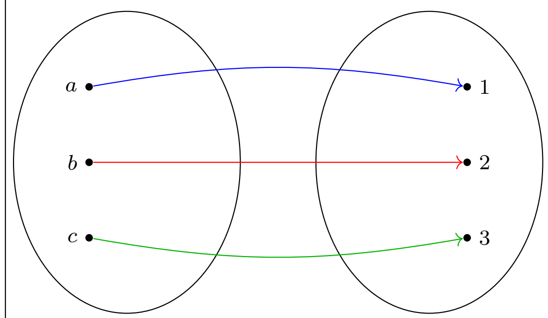
Injektiv

Surjektiv

Bijektiv







Analysis

Polynome

Hornerschema

Hier noch ein gutes beispiel einfügen Polynomial example: $p(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ evaluated at $x = 1$

	2	3	4	5
1	·	2 ↘	5 ↘	9 ↘
	2	5	9	$\boxed{14}$

Where factors are calculated as:

$$2 \times 1 + 3 = 5$$
$$5 \times 1 + 4 = 9$$
$$9 \times 1 + 5 = 14$$

Nusstellen erraten

Integrale

Substitution

Normale Substitution

$$\int_a^b f(g(x))dx \quad | \quad u(x) = g(x) \quad | \quad u'(x) = g'(x) \quad | \quad du = u'(x) \cdot dx$$

$$\int_{u(a)}^{u(b)} u(x) \frac{1}{u'(x)}\, du \quad | \quad dx = \frac{1}{u'(x)}\, du \tag{21}$$

Wenn nach einer Substitution noch ein x in der Gleichung vorhanden ist, muss dieses in ein u umgewandelt werden.

$$\int \frac{e^{2x}}{1+e^2}\, dx \quad | \quad u = 1 + e^x \quad | \quad u' = e^x \quad | \quad du = e^x\, dx \Leftrightarrow du = \frac{1}{e^x}$$

$$\int \frac{e^{2x}}{u} \cdot \frac{1}{e^x}\, du = \int \frac{e^x}{u}\, du \quad | \quad u = 1 + e^x \Leftrightarrow e^x = u - 1$$

$$\int \frac{u-1}{u}\, du = \int \frac{u}{u} - \frac{1}{u}\, du = \int 1 - \frac{1}{u}\, du = \underline{\underline{u - \ln|u| + c}}$$

Umgekehrte Substitution (Example)

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\, dx \quad | \quad x = \sin u \quad | \quad x' = \cos u$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 u} \cdot \cos u\, du \quad | \quad dx = \cos u\, du \Leftrightarrow du = \frac{1}{\cos u}\, dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 u\, du \quad = \quad \left[\frac{u}{2} + \frac{\sin 2u}{4}\right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4} + 0 = \frac{\pi}{4}$$

Standardintegrale

Standard

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln x} + c \qquad \int e^x\, dx = e^x \tag{22}$$

$$\int x^n\, dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + c \quad n \neq -1 \tag{23}$$

$$\int x^{-1}\, dx = \int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + c \tag{24}$$

Sinus

$$\int \sin x \cdot \cos x\, dx = \frac{1}{2} \cdot \sin^2 x + c \tag{25}$$

$$\int \sin^2 x\, dx = \frac{1}{2}(x - \sin x \cdot \cos x) + c \tag{26}$$

$$\int \sinh x\, dx = \cosh x + c \tag{27}$$

Cosinus

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \int 1 + \tan^2 x = \tan x + c \tag{28}$$

$$\int \cosh x\, dx = \sinh x + c \tag{29}$$

$$\int \cot x\, dx = \frac{1}{\tan x} + c = \ln|\sin x| + c = \frac{\cos x}{\sin x} + c \tag{30}$$

$$\int \coth x\, dx = \frac{\cosh x}{\sinh x} + c \tag{31}$$

Tangents

$$\int \tan x\, dx = \frac{1}{\cot x} + c = -\ln|\cos x| + c = \frac{\sin x}{\cos x} + c \tag{32}$$

$$\int \tanh x\, dx = \frac{\sinh x}{\cosh x} + c \tag{33}$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\, dx = \arctan x \tag{34}$$

Add these derrivatives somewhere usefull

$$\frac{d}{dx} \tan x \ = 1 + \tan^2 x \tag{35}$$

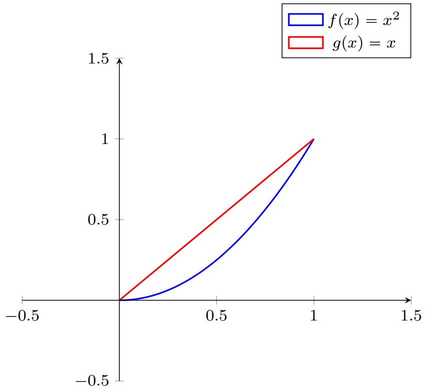
$$\frac{d}{dx} \cot x = -1 - \cot^2 x \tag{36}$$

Integralfläche berechnen (analytisch)

Sobald sich Funktionen schneiden, muss das Integral aufgeteilt werden. Wenn die Fläche über/unter der X-Achse berechnet werden soll, kann diese als Funktion $g(x) = 0$ angesehen werden.

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx \tag{37}$$

Scale Plot and make a better example



Anleitung

1. Funktionen gleich setzen, um Nullstellen zu berechnen
2. Integrale bilden
3. Berechnen

Trapezformel (Numerisch)

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{h}{2}(f(x_{i-1})) + f(x_i) \tag{38}$$

1. Stützstellen bestimmen und ausrechnen
2. Mit Taschenrechner alle Stützstellen mittels Formel 38 zusammenrechnen

Partialle Integration

Formel

$$\int f(x) \cdot g(x)\, dx$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \cdot f^k(x) \cdot g^{-1-k}(x) + (-1)^n \int f^n(x) \cdot g^{-n}(x)\, dx \tag{39}$$

$$\int f(x) \cdot g(x)\, dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g(x)\, dx \tag{40}$$

Vorzeichen	Differenzieren	Integrieren
+	f	g
-	f^1	g^{-1}
+	f^2	g^{-2}
$\pm$	$\vdots$	$\vdots$
$(-1)^{n-1}$	f^{n-1}	g^{-n+1}
$(-1)^n$	f^n	g^{-n}

Volumenintegral berechnen

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2\, dx \tag{41}$$

Anleitung

1. Rotation um Y-Achse → Umkehrfunktion bestimmen
2. Mit der Formel 41 das Volumen berechnen

Schwerpunkt berechen

$$\frac{1}{V}\pi\int_a^b x \cdot f(x)^2\, dx \tag{42}$$

Anleitung

1. Integral für Fläche erstellen
2. Volumen berechnen
3. Schwerpunkt berechnen 42

Mehrfachintegrale

Satz von Fubini

$$\int_G f\, dA = \int_{y_0}^{y_E}\int_{x_0}^{x_E} f(x;y)\, dx\, dy = \int_{x_0}^{x_E}\int_{y_0}^{y_E} f(x;y)\, dy\, dx \tag{43}$$

Flächenintegral (Rechteck)

$$\int_G f\, dA = \int_{y_0}^{y_E}\int_{u(x)}^{v(x)} f(x;y)\, dx\, dy = \int_{x_0}^{x_E}\int_{u(y)}^{v(y)} f(x;y)\, dy\, dx \tag{44}$$

Flächenintegral (Dreieck)

$$\int_G f\, dA = \int_{y_0}^{y_E}\int_{x_0}^{g(x)} f(x;y)\, dx\, dy = \int_{x_0}^{x_E}\int_{y_0}^{g(y)} f(x;y)\, dy\, dx \tag{45}$$

Volumenintegral

$$\int_Q f\, dV = \int_{y_0}^{y_E}\int_{x_0}^{x_E}\int_{z_0}^{z_E} f(x;y;z)\, dx\, dy\, dz \tag{46}$$

Komplexe Zahlen

Imaginäre Zahlen

Konjugierte

Multiplikation

Division

Koordinaten

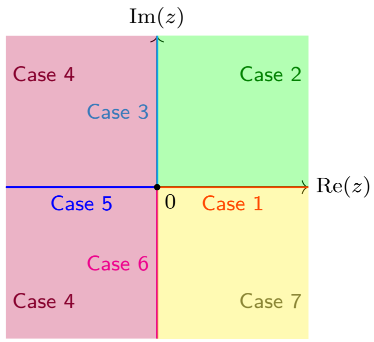
Kartesische Koordinaten
Ein System, das Punkte durch (x, y) beschreibt
Polarkoordinaten
Punkte werden durch den Abstand r und den Winkel φ dargestellt: (r, φ)
Polarkoordinaten - Komplexe Representation
$\operatorname{cis}\varphi = \cos\varphi \cdot i \cdot \sin\varphi$
Komplexe Zahlen: $z = r \cdot \operatorname{cis}\varphi$
Exponential Koordinaten
Verwendung der Euler'schen Formel: $z = re^{i\varphi}$

$$x = r \cdot \cos\phi \quad | \quad y = r \cdot \sin\phi \tag{47}$$

$$\varphi = \arctan\frac{x}{y} \tag{48}$$

$$z = re^{i\varphi} = x + iy = r \cdot \operatorname{cis}\varphi \tag{49}$$

$$\arg(z) = \begin{cases} 0 & \text{if } \operatorname{Re}(z) \geqslant 0 \wedge \operatorname{Im}(z) = 0 & | \text{ CASE 1} \\ \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) & \text{if } \operatorname{Re}(z) > 0 \wedge \operatorname{Im}(z) > 0 & | \text{ CASE 2} \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } \operatorname{Re}(z) = 0 \wedge \operatorname{Im}(z) > 0 & | \text{ CASE 3} \\ \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) + \pi & \text{if } \operatorname{Re}(z) < 0 & | \text{ CASE 4} \\ \pi & \text{if } \operatorname{Re}(z) < 0 \wedge \operatorname{Im}(z) = 0 & | \text{ CASE 5} \\ \frac{3\pi}{2} & \text{if } \operatorname{Re}(z) = 0 \wedge \operatorname{Im}(z) < 0 & | \text{ CASE 6} \\ \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) + 2\pi & \text{if } \operatorname{Re}(z) > 0 \wedge \operatorname{Im}(z) < 0 & | \text{ CASE 7} \end{cases}$$



Koordinaten Wechsel

Kartesisch ⇒ Polar

$$z = |\operatorname{Re}\{z\} + \operatorname{Im}\{z\}| \cdot \operatorname{cis}(\arg(z)) \tag{50}$$

1. Betrag von $|\operatorname{Re}\{z\} + \operatorname{Im}\{z\}|$ berechnen mittels $\sqrt{\operatorname{Re}^2 z + \operatorname{Im}^2 z}$
2. Bestimmen in welchem Quadrant die Zahl liegt
3. Taschenrechner mit RAD Modus $\frac{\text{CASE}}{\pi} \Rightarrow$ Winkel in $\pi = \varphi$
4. $|z| \cdot \operatorname{cis}\varphi$

Polar ⇒ Kartesisch

Lineare Algebra

Vektoranalysis

Begriffe

- Skalarfeld: Definiert was an jedem Punkt im Raum gemessen wird
- Levelmengen: Zeigen wo dieses Feld einen bestimmten Wert hat
- Gradientenfeld: Beschreibt, wie und wohin sich der Wert des Skalarfelds ändert

Levelmengen

$$f^{-1}(\{L\}) = \{p \in A | f(p) = L\} \tag{51}$$

Vektorfelder

Einheitsvektorfeld: $\vec{v}(p) = \hat{v}(p)$ (52)

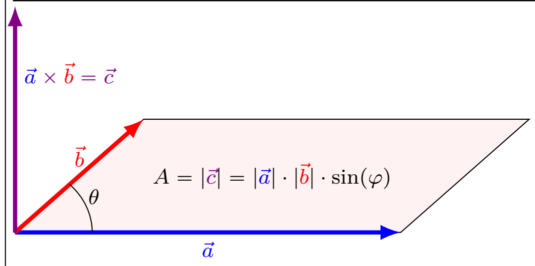
Homogenes Vektorfeld: $\vec{v}(p) = \vec{w}$ (53)

Normalenvektor / Einheitsnormalenvektor

$$\vec{n} := \vec{e_u} \times \vec{e_v} \tag{54}$$

$$\hat{n} = \pm\frac{1}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n} \tag{55}$$

Kreuzprodukt



Parameteriesierte Kurve

$$s : [\tau_0, \tau_E] \Rightarrow \mathbb{R}^n \qquad \tau \mapsto \vec{s}(\tau) := \begin{bmatrix} s_1(\tau) \\ s_2(\tau) \\ \vdots \\ s_n(\tau) \end{bmatrix} \tag{56}$$

- Geschwindigkeitsvektor: $\vec{v}(\tau) := \dot{s}(\tau)$
- Bahngeschwindigkeit: $\vec{v}(\tau) := |\vec{v}(\tau)|$
- Bahnvektor für $\vec{v}(\tau) \neq 0 : \hat{e}(\tau) := \hat{v}(\tau)$
- Beschleunigungsvektor: $\vec{a}(\tau) := \dot{v}(\tau)$
- Bahnbeschleunigung: $a_B(\tau) := \langle a(\tau), \hat{e}(\tau)$
- Bahn: $B := \vec{s}([\tau_0, \tau_E])$
- Ortsvektor zeigt von Ursprung auf Punkt der Bahn

Standardkurven

Kreis mit Mittelpunkt M

$$s(\tau) = M + \begin{bmatrix} R \cdot \cos\tau \\ R \cdot \sin\tau \end{bmatrix} \tag{57}$$

Zylinder

$$P(\varphi; z) = \begin{bmatrix} R \cdot \cos\varphi \\ R \cdot \sin\varphi \\ z \end{bmatrix} \tag{58}$$

$\varphi \in [0, 2\pi[\,; z \in [0, H]$

Kugel

$$P(\theta; \varphi) = \begin{bmatrix} R \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi \\ R \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \\ R \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \tag{59}$$

$\theta \in [0, \pi[\,; \varphi \in [0, 2\pi[$

Kegel

$$P(\varphi; r) = \begin{bmatrix} r \cdot \cos\varphi \\ r \cdot \sin\varphi \\ \frac{H}{R} \cdot r \end{bmatrix} \tag{60}$$

$\varphi \in [0, 2\pi[\,; r \in [0, R]$

Turnus

$$P(\theta; \varphi) = \begin{bmatrix} (R + r \cdot \sin\theta) \cdot \cos\varphi \\ (R + r \cdot \sin\theta) \cdot \sin\varphi \\ r \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \tag{61}$$

$\theta, \varphi \in [0, 2\pi[$

R = Radius | r = Variable

Bogenlänge

$$\Delta s := \int_{\tau_0}^{\tau_E} v(\tau)\, d\tau \tag{62}$$

Linienintegral

$$I := \int_{\tau_0}^{\tau_E} \langle \vec{w}, \vec{v} \rangle\, d\tau = \int_{s_0}^{s_E} \langle \vec{w}, \hat{e} \rangle\, ds \tag{63}$$

- Vektorfeld $\vec{w}$
- Geschwindigkeitsvektor Parameteriesierte Kurve: $\vec{v}$
- Sei $\langle \vec{w}, \hat{e} \rangle =: C \equiv$ konst dann gilt: $I = C \cdot \Delta s$

Gradient

$$\nabla f := \begin{bmatrix} f_{,1} \\ f_{,2} \\ \vdots \\ f_{,n} \end{bmatrix} \tag{64}$$

- Faktor-Regel: $\nabla(a \cdot g(x)) = a \cdot \nabla g(x)$
- Summen-Regel: $\nabla(g(x) + h(x)) = \nabla g(x) + \nabla h(x)$
- Linearität: $\nabla(a \cdot g(x) + b \cdot h(x)) = a \cdot \nabla g(x) + b \cdot \nabla h(x)$
- Produkt-Regel: $\nabla(g(x) \cdot h(x)) = \nabla g(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot \nabla h(x)$
- Ketten-Regel $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$: $\nabla f = g'(h(x^1; \cdots; x^n)) \cdot \nabla h(x)$
- Ketten-Regel $\mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R} : f'(x) = \langle \nabla g(\vec{h}(x)), \vec{h}'(x) \rangle$

Hessematrix

$$H = \nabla^2 f = \begin{bmatrix} f_{,1,1} & f_{,1,2} & \cdots & f_{,1,n} \\ f_{,2,1} & f_{,2,2} & \cdots & f_{,2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{,n,1} & f_{,n,2} & \cdots & f_{,n,n} \end{bmatrix} \tag{65}$$

Schwarz-Clairaut-Young-Satz

$$H = H^T \tag{66}$$

Richtungsableitung

Formel

$$\frac{\nabla f(x_0; y_0)^T \cdot \vec{r}}{|\vec{r}|} \tag{67}$$

Länge des steilsten Anstiegs $= |\nabla f|$ (68)

Steigungswinkel $= \arctan |\nabla f|$ (69)

Folgendes muss gegeben sein:

1. Richtung $\vec{r}$
2. Punkt $P(x_0; y_0)$
3. Gradient ∇f

Anleitung

1. Gradient berechnen
2. Betrag des Richtungsvektor berechnen
3. Punkt in Gradient einsetzen
4. Mit Formel 67 berechnen
5. Steilster Ansteig berechnen 68
6. Steigungswinkel 69

Divergenz

$$\nabla \cdot \vec{v} = v^1_{,1} + v^2_{,2} + \cdots + v^n_{,n} \tag{70}$$

- Quelle: $\nabla \cdot \vec{v} > 0$
- Senke: $\nabla \cdot \vec{v} < 0$
- Quellenfrei: $\nabla \cdot \vec{v} = 0$
- Faktor-Regel: $\nabla \cdot \vec{v} > 0$
- Summen-Regel: $\nabla \cdot \vec{v} + \vec{w} = \nabla \cdot \vec{v} + \nabla \cdot \vec{w}$
- Produkt-Regel: $\nabla \cdot f \cdot \vec{v} = \langle \nabla f, \vec{v} \rangle + fcdot \nabla \cdot \vec{v}$

Beispiel

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3xz - 4e^{2z} \\ 2z + 2xe^{-4y} \\ 3xy^2 z \end{pmatrix}$$

$$div\, \vec{v} = \vec{\nabla} \circ \vec{v}$$

1. Gradient berechnen :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 3z$$
$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = -4 \cdot 4x \cdot e^{-4y}$$
$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 3xy^2$$

2. Divergenz Gleichung aufstellen

$$div\, \vec{v} = \vec{\nabla} \circ \vec{v}$$
$$= \sum_{i=x}^{z} \partial_i v_i = 3z - 16x \cdot e^{-4y} + 3xy^2$$

3. Punkt in Gleichung einsetzen und Divergenz bestimmen

$$P(x_P | y_P | z_P)$$

Rotation

Rotation

$$\text{rot}\, \vec{v} = \vec{v}^1_{,1} - \vec{v}^1_{,2} \tag{71}$$

Rotation in 3D

$$\text{rot}\, v = \begin{bmatrix} v^3_{,2} - v^2_{,3} \\ v^1_{,3} - v^3_{,1} \\ v^2_{,1} - v^1_{,2} \end{bmatrix} \tag{72}$$

Tangentialebene

$$z = f(x_0; y_0) + \nabla f_x(x_0; y_0) \cdot (x - x_0) + \nabla f_y(x_0; y_0) \cdot (y - y_0) \tag{73}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} f_x(x_0; y_0) \\ f_y(x_0; y_0) \\ -z \end{pmatrix} \tag{74}$$

74 Normalenvektor, welcher senkrecht auf der Tangentialebene steht

Priorisierung um den Gradienten in die Tangentialebenenform zu bekommen

1. Faktorisieren
2. Additionsverfahren
3. Umstellen und Einsetzen

Beispiel

$$f(x, y) = x^3 + x^2 \cdot \ln y^2 + 1 - 3x$$

$$\nabla f(x, y) = \begin{matrix} 3x^2 - 2x \cdot \ln y^2 + 1 - 3 \\ -\frac{2x^2 y}{y^2+1} \end{matrix}$$

$$f(3; 1) = 27 - 9 \cdot \ln 2 - 9 = 18 - 9 \cdot \ln 2$$
$$\nabla f_x(3; 1) = 27 - 6 \ln 2 - 3 = 24 - 6 \ln 2$$
$$\nabla f_y(3; 1) = -9$$
$$-45 + 9 \ln 2 - 6x \ln 2 + 24x - 9y$$

Totales Differential

Extremwertstellen/Kritische Stellen

Lagrange Verfahren einfügen

Kritische Stellen $= \nabla f = 0$ (75)

$$L(\vec{x}, \lambda) = f(\vec{x}) + \lambda \cdot g(\vec{x}) \tag{76}$$

$$\nabla L \stackrel{!}{=} 0 \tag{77}$$

(78)

Matrizen

Begriffe

- Kern: $A \cdot$ Kern $= \vec{0}$
- Spektrum: Menge der Eigenvektoren
- Spur: Diagonale addiert

Definitheit

Hier noch erklären was Definit bedeutet und wie es zu bestimmen ist

Standardmatrizen

$$\mathbb{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{79}$$

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{80}$$

$$\mathbb{R}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \tag{81}$$

$$\mathbb{R}_{-\alpha} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \tag{82}$$

Spaltenvektorkonstruktionsverfahren

noch nicht fertig Transformationsmatrix erklärung fehlt noch

1. Vektoren definieren (Einheitsvektoren)
2. Gleichung aufstellen S_{xy}
3. Erhaltene Vektoren zusammenbauen
4. Determinante berechnen

Determinante

2x2 Matrizen

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a \cdot d) - (c \cdot b) \tag{83}$$

3x3 Matrizen

$$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = (a \cdot e \cdot i) + (b \cdot f \cdot g) + (c \cdot d \cdot h) - (g \cdot e \cdot c) - (h \cdot f \cdot a) - (i \cdot d \cdot b) \tag{84}$$

4x4 Matrizen / nxn Matrix

$$\begin{pmatrix} a^+ & b^- & c^+ & d^- \\ e^- & f^+ & g^- & h^+ \\ i^+ & j^- & k^+ & l^- \\ m^- & n^+ & o^- & p^+ \end{pmatrix} = A$$

1. Spalte/Reihe mit den meisten Nullen auswählen
2. Die Vorfaktoren der Spalten/Reihenwerte mit der Vorzeichenmatrix (+, -) bestimmen

test

3. test

Inverse berechnen mittels Adjunkter Matrix

1. Determinante berechnen

Eigenwerte

Spur

Alle Einträge der Matrix auf der Diagonalen summiert. Aussagefähigkeit:

- $trace(A) = \sum_0^n \lambda_n$