Fachhochschule Graubünden
University of Applied Sciences

# Übungsblatt LA 4

Computational and Data Science
FS2025

Mathematik 2

Lernziele:

- Sie kennen die Begriffe Matrix, symmetrische/schiefsymmetrische Matrix, Einheitsmatrix, inverse Matrix, Transposition und deren wichtigste Eigenschaften.
- Sie können Matrizen addieren, subtrahieren und mit einem Skalar bzw. mit einer anderen Matrix multiplizieren und bestimmen, ob diese Operationen für gegebene Matrizen durchführbar sind oder nicht.

### 1. Aussagen über Matrizen

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche falsch?

| | wahr | falsch |
|---|---|---|
| a) Eine reelle $2x3$ Matrix besteht aus 2 Zeilen und 3 Spalten. | | |
| b) Eine reelle Zahl $x \in \mathbb{R}$ kann als $1x1$ Matrix aufgefasst werden. | | |
| c) Ein Vektor $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ kann als reelle $3x1$ Matrix interpretiert werden. | | |
| d) Eine reelle $2x3$ Matrix hat 8 Komponenten. | | |
| e) Wenn $\mathrm{A}$ eine $2123x8248$ Matrix ist und $\mathrm{B}$ eine $8248x9178$ Matrix, dann ist die Summe $A + B$ definiert. | | |
| f) Wenn $\mathrm{A}$ eine $2123x8248$ Matrix ist und $\mathrm{B}$ eine $8248x9178$ Matrix, dann ist das Produkt $A \cdot B$ definiert. | | |
| g) Wenn $\vec{u}$ und $\vec{v}$ zwei Vektoren sind, dann ist das Produkt $\vec{v} \cdot \vec{u}^T$ definiert. | | |
| h) Für zwei beliebige quadratische n x n Matrizen gilt: $A \cdot B = B \cdot A$. | | |
| i) Für jede beliebige Matrix gilt: $(((A^T)^T)^T)^T = (A^T)^T$. | | |
| j) Hat eine Matrix genau 13 Komponenten, so handelt es sich entweder um eine $13x1$ oder eine $1x13$ Matrix. | | |
| k) Wenn $A$ eine $16x20$ Matrix und $B$ eine $16x30$ Matrix ist, dann ist das Produkt $A^T \cdot B$ definiert. | | |
| l) Für 2 beliebige $2x2$ Matrizen $A$ und $B$ mit $A \neq B$ gilt: $A \cdot B \neq B \cdot A$. | | |
| m) Ist eine $2x2$ Matrix sowohl symmetrisch als auch schiefsymmetrisch, dann gilt: $A = 0$. | | |

### 2. Addition, Subtraktion, Transposition mit Matrizen

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke mit den gegebenen Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 9 & 3 \\ -6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

a) $C = A + B$ b) $C = -2A$ c) $C = B/3$ d) $C = 2B - A$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix},\ E = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ F = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 10 \\ 0 & -2 & 8 \end{pmatrix}$$

e) $D + E + F$ f) $3D - 2(E + 5F)$ g) $3D^T - 3(E + 2F)^T$
h) $2(D + E) - 3(D^T - E^T)^T + 5(F - 2D)$

**3. Matrizen berechnen mit Python/Numpy**
Berechnen Sie die Matrizen aus Aufgabe 2a) – d) mit Python/Numpy.

**4. Produkte von Matrizen**
Gegeben seien die Matrizen
$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die jeweiligen Produkte der Matrizen.
a) $C = A \cdot B$ b) $C = B \cdot A$ c) $C = A \cdot \mathbb{E}$ d) $C = \mathbb{E} \cdot A$

**5. Produkte mit Matrizen II**
Gegeben seien die Matrizen

$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die jeweiligen Produkte der Matrizen.
a) $C = A^T \cdot A$ b) $C = A \cdot A^T$ c) $C = (A \cdot B)^T$
d) $C = A^T \cdot B^T$ e) $C = B^T \cdot A^T$ f) $C = (B^T \cdot A^T)^T$

**6. Produkte mit Matrizen III**
Gegeben seien die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 6 & 2 & 5 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix},\ \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix},\ \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die jeweiligen Produkte (falls definiert) der Matrizen.
a) $A \cdot B$ b) $B \cdot A$ c) $A \cdot \vec{u}$ d) $A^2$ e) $B^2$
f) $\vec{v}^T \cdot \vec{u}$ g) $\vec{v} \cdot \vec{u}$ h) $\vec{u} \cdot \vec{v}^T$ i) $B^T \cdot \vec{v}$ j) $\vec{v}^T \cdot B$

**7. Matrizen berechnen mit Python/Numpy**
Berechnen Sie die Matrizen aus Aufgabe 6 mit Python/Numpy.