

# Übungsblatt Ana 6

Computational and Data Science  
FS2025

Mathematik 2

Lernziele:

- Sie kennen die Begriffe Schwerpunkt, Flächenschwerpunkt, Polarkoordinaten, Zylinderkoordinaten und deren wichtigste Eigenschaften.
- Sie können mit Hilfe der Integration den Schwerpunkt homogener Flächen und von Rotationskörpern berechnen.
- Sie können kartesische in Polarkoordinaten umwandeln und umgekehrt.

## 1. Schwerpunkt Rotationskörper

Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Rotationskörpers, der durch Drehung der Funktion  $f(x) = \ln x$ ,  $1 \leq x \leq e$  um die x-Achse entsteht.

## 2. Kreiskegel

Gegeben sei ein homogener gerader Kreiskegel mit Radius  $R$ , Höhe  $H$  und Dichte  $\rho$ . Bestimmen Sie das Volumen des Kreiskegels und seinen Schwerpunkt.

## 3. Kartesische in Polarkoordinaten umrechnen

Wie lauten die Polarkoordinaten der Punkte  $P_1(4;-12)$ ,  $P_2(-3;-3)$  und  $P_3(5;-4)$ ?

Hinweis: Fertigen Sie eine Lageskizze an.

## 4. Polar- in kartesische Koordinaten umrechnen

Von einem Punkt  $P$  sind die Polarkoordinaten  $r$  und  $\varphi$  bekannt. Wie lauten seine kartesischen Koordinaten?

a)  $r = 10$ ,  $\varphi = 35^\circ$

b)  $r = 3,56$ ,  $\varphi = 256,5^\circ$

c)  $r = 9$ ,  $\varphi = 120^\circ$

## 5. Funktionen in Polarkoordinaten umwandeln

a) Geben Sie die Gleichung für einen Kreis mit Radius 5 um den Ursprung in 2D in kartesischen und Polarkoordinaten an.

b) Gegeben ist die in Polarkoordinaten dargestellte Funktion der impliziten Funktionsgleichung  $(x^2 + y^2)^2 - 2xy = 0$ .

(i) Wie lautet die Funktionsgleichung in Polarkoordinaten?

(ii) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

## 6. Funktionen in kartesische Koordinaten umwandeln

Wandeln Sie die folgenden Funktionsgleichungen in kartesische Koordinaten um.

a)  $r = \frac{a}{b \cos \varphi + c \sin \varphi}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b)  $r^2 = 2e^2 \cos(2\varphi)$