

# 电工技术与电子技术



## 第3章 电路的暂态分析

主讲教师：王香婷 教授



# $RC$ 电路的零状态响应

主讲教师：王香婷 教授





# RC电路的零状态响应

主要内容:

$RC$ 电路的零状态响应分析; 时间常数的概念。

重点:

$RC$ 电路的零状态响应中电压、电流的变化规律; 时间常数对暂态过程的影响。



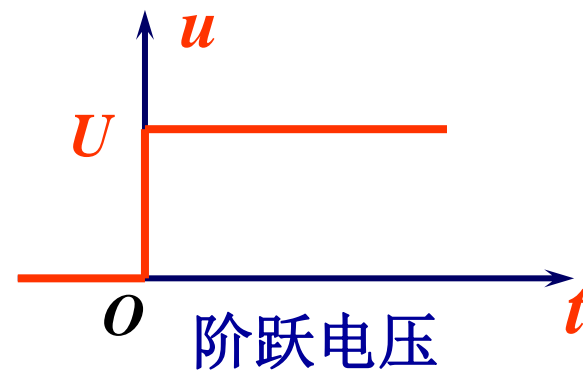
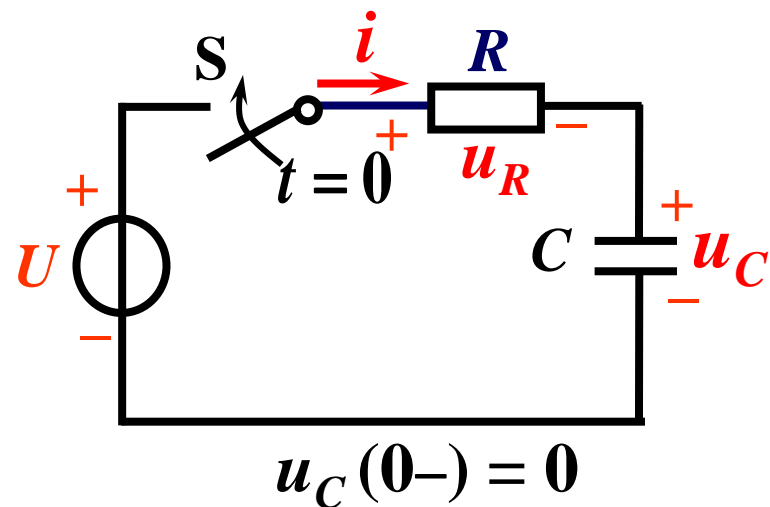
## RC电路的零状态响应

**零状态响应：** 储能元件的初始能量为零， 仅由电源激励所产生的电路的响应。

**实质：** RC电路的充电过程

**分析：** 在  $t = 0$  时，合上开关 S，此时，电路为输入一个阶跃电压  $u$ 。

电压  $u$  表达式 
$$u = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U & t \geq 0 \end{cases}$$



## RC电路的零状态响应

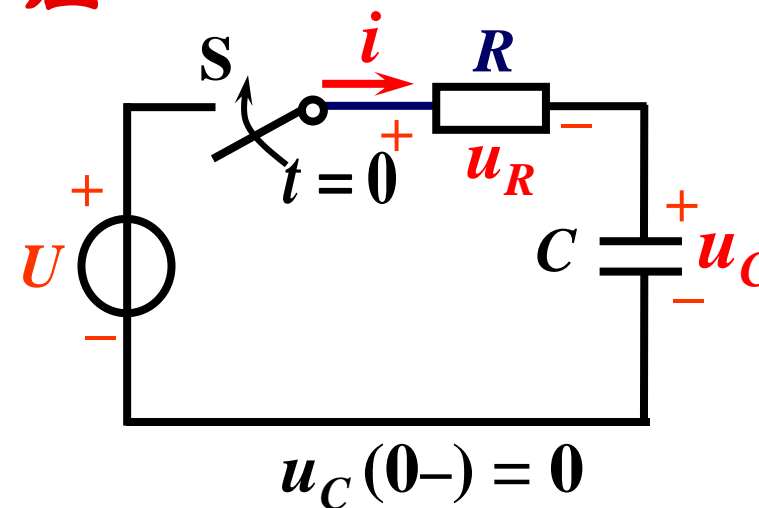
### 1. $u_C$ 的变化规律

#### (1) 列 KVL 方程

$$u_R + u_C = U$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

一阶线性常系数  
非齐次微分方程



方程的通解 = 方程的特解 + 对应齐次方程的通解

$$\text{即 } u_C(t) = u'_C + u''_C$$

#### (2) 解方程

求特解  $u'_C$

$$u'_C(t) = u_C(\infty) = U$$

求对应齐次微分方程的通解  $u_C''$

通解即:  $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$  的解

其解:  $u_C'' = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

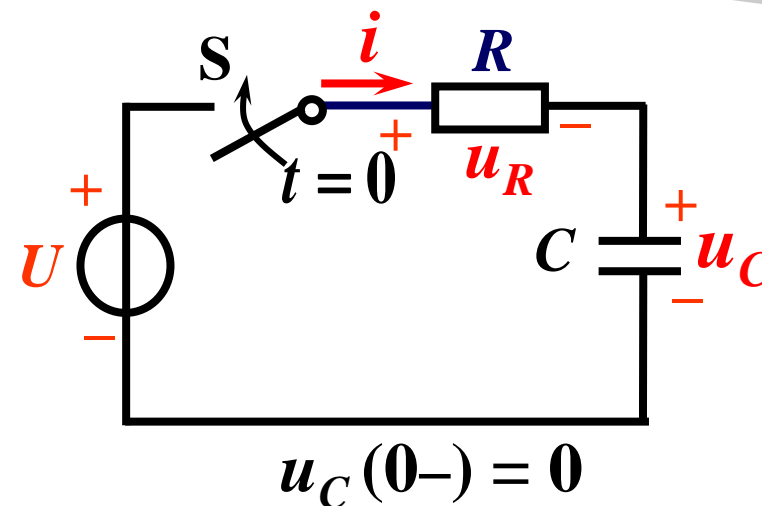
微分方程的通解为

$$u_C = u_C' + u_C'' = U + Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{令 } \tau = RC)$$

确定积分常数A

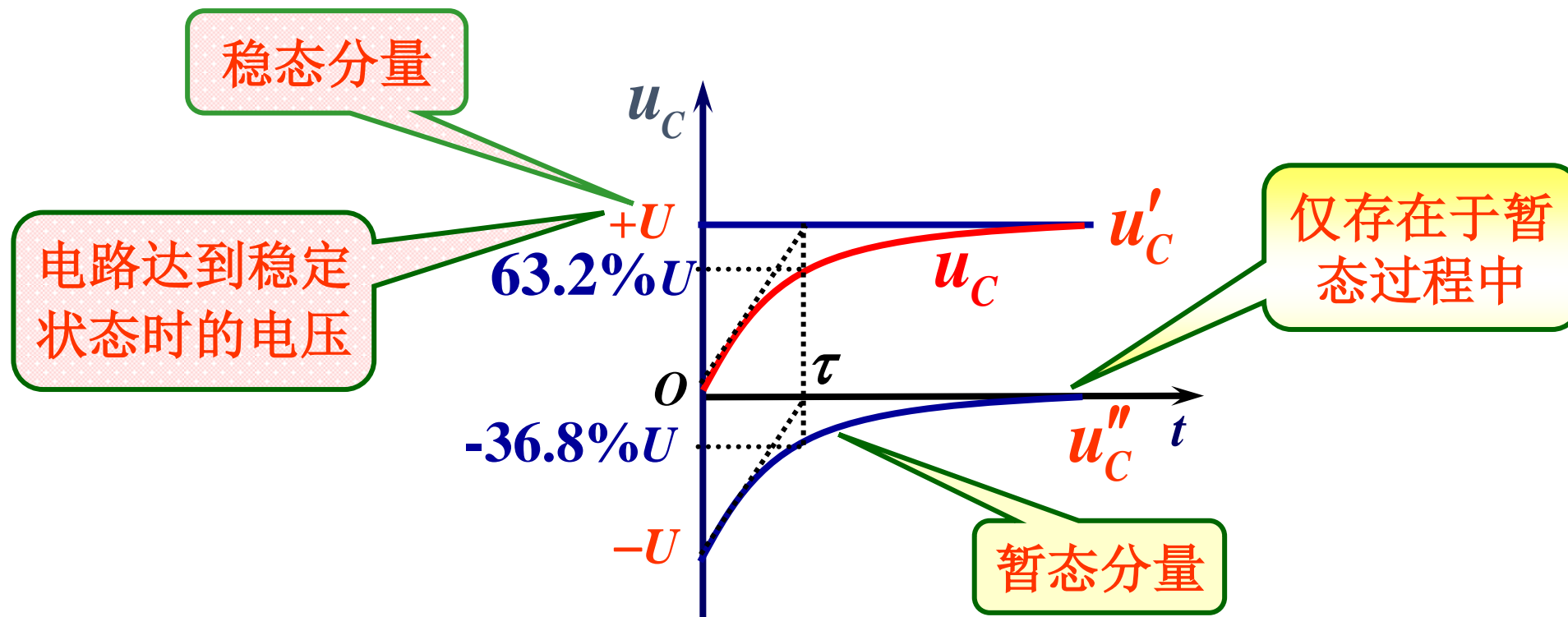
根据换路定则在  $t = 0_+$  时,  $u_C(0_+) = 0$ , 则  $A = -U$

(3) 电容电压  $u_C$  的变化规律  $u_C = U - Ue^{-\frac{t}{RC}}$



## (3) 电容电压 $u_C$ 的变化规律

$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{RC}}$$



$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (t \geq 0)$$

## 1. $u_C$ 的变化规律

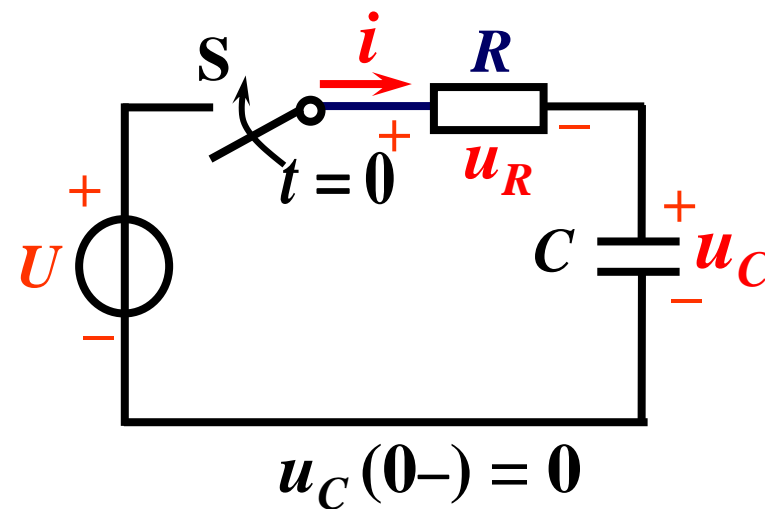
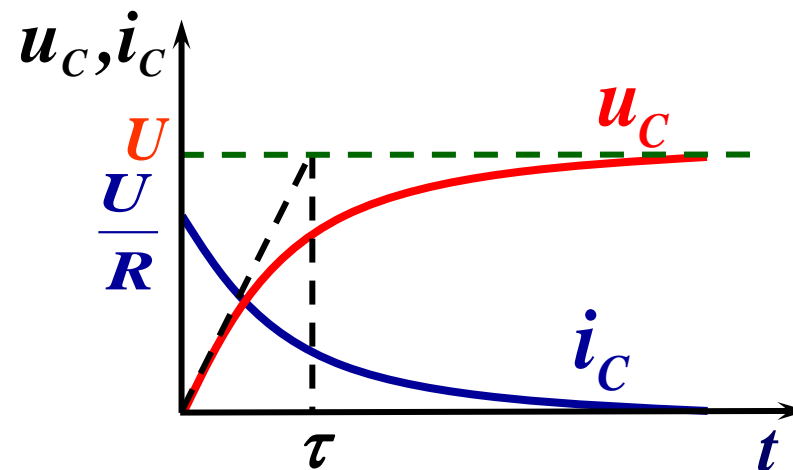
$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad t \geq 0$$

## 2. 电流 $i_C$ 的变化规律

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

## 3. $u_C$ 、 $i_C$ 变化曲线

为什么在  $t = 0$  时电流最大？ 🤔 ?





## 1. $u_C$ 的变化规律

$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad t \geq 0$$

## 2. 电流 $i_C$ 的变化规律

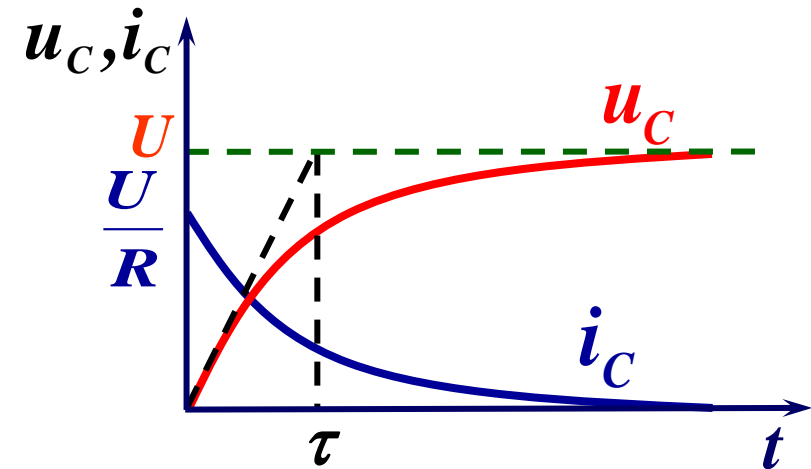
$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

## 3. $u_C$ 、 $i_C$ 变化曲线

## 4. 时间常数 $\tau$ 的物理意义

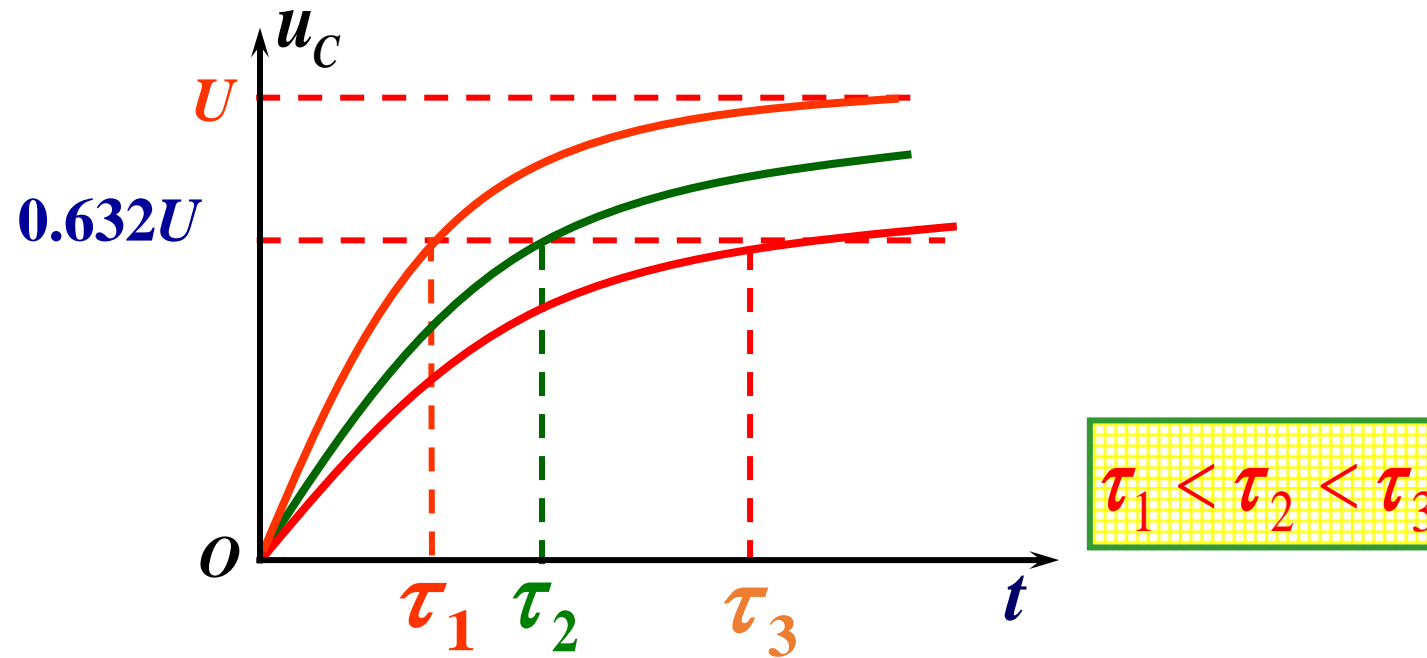
当  $t = \tau$  时

$$u_C(\tau) = U(1 - e^{-1}) = 63.2\%U$$



$\tau$  表示电容电压  $u_C$  从初始值上升到稳态值的 63.2% 时所需的时间。

$t$	0	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$	$6\tau$
$u_C$	0	$0.632U$	$0.865U$	$0.950U$	$0.982U$	$0.993U$	$0.998U$



结论:

$\tau$  越大, 曲线变化越慢,  $u_C$  达到稳态时间越长。

当  $t = 5\tau$  时, 暂态基本结束,  $u_C$  达到稳态值。

**例：**电路如图， $t = 0$ 时合上开关 S，合 S 前电路已处于稳态。  
试求电容电压  $u_C$  的变化规律。

**解：**据换路定则： $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

换路后，将电容以外的有源二端网络用戴维宁定理等效电路替代。

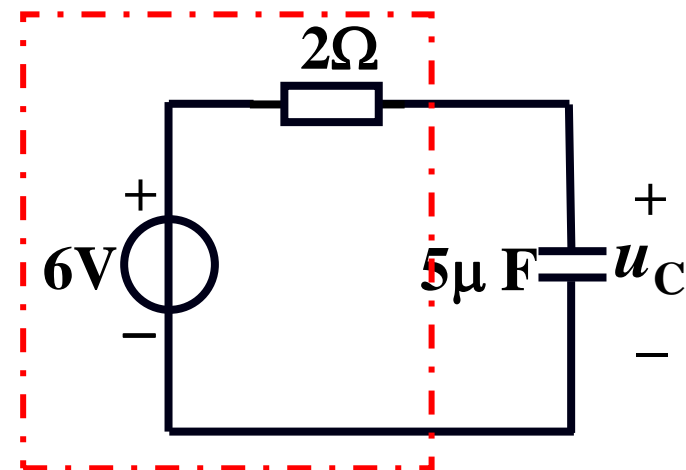
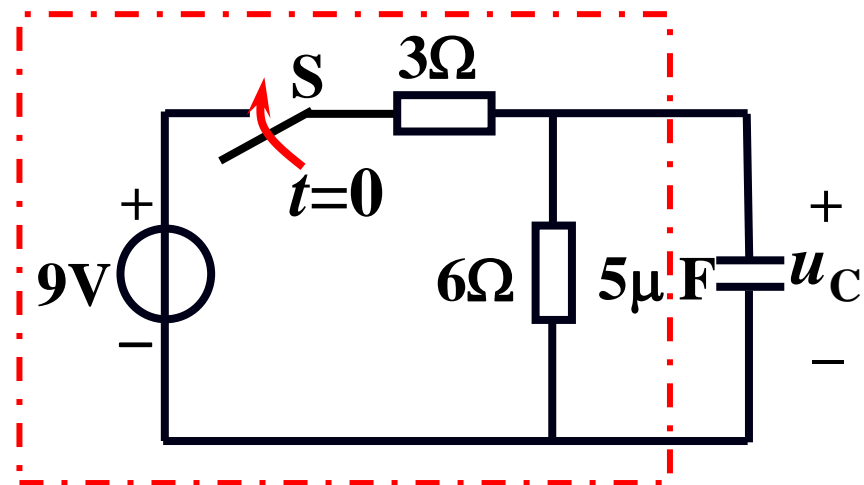
$$E = \frac{9}{3+6} \times 6 = 6 \text{ V} \quad R_0 = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2 \Omega$$

电路的时间常数

$$\tau = R_0 C = 2 \times 5 = 10 \mu\text{F}$$

电容电压  $u_C$  的变化规律 (**RC 零状态响应**)

$$u_C = 6(1 - e^{-10^5 t}) \text{ V}$$





## 小 结

1. 零状态响应过程中各电压、电流的变化规律。

$$u_C = U (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (t \geq 0)$$

2. 零状态响应过程中各电压、电流的变化曲线。
3. 影响电压、电流变化快慢的因数 — 时间常数。

$$\tau = RC$$

$\tau$  表示电容电压  $u_C$  从初始值上升到 稳态值的63.2% 时所需的时间。

