电工技术与电子技术

第 4 章　正弦交流电路

主讲教师：刘玉英

阻抗的串联与并联

主讲教师：刘玉英

阻抗的串联与并联

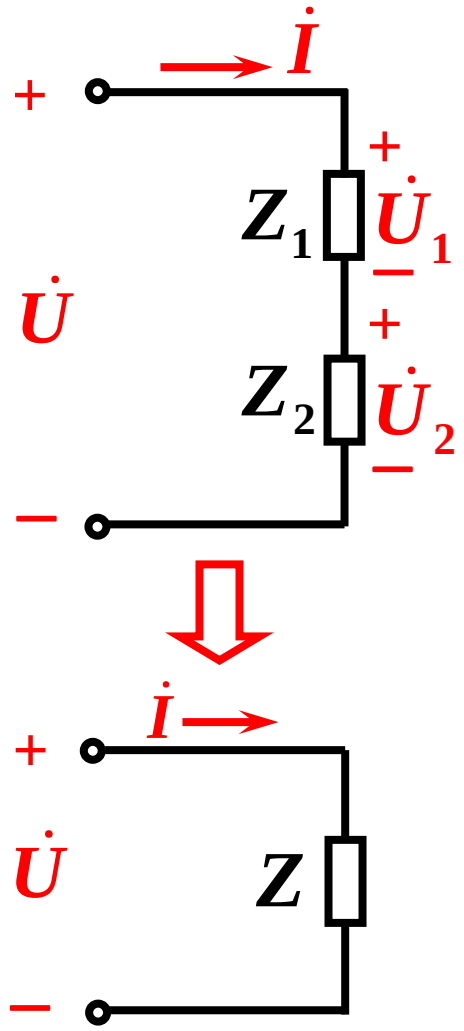
主要内容：

阻抗的串联与并联的概念及电路分析计算

重点难点：

阻抗串联与并联电路的电压电流的分析计算。

1. 阻抗的串联



$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=Z_1\dot{I}+Z_2\dot{I}$$
$$=(Z_1+Z_2)\dot{I}$$

$$Z=Z_1+Z_2 \qquad \dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}$$

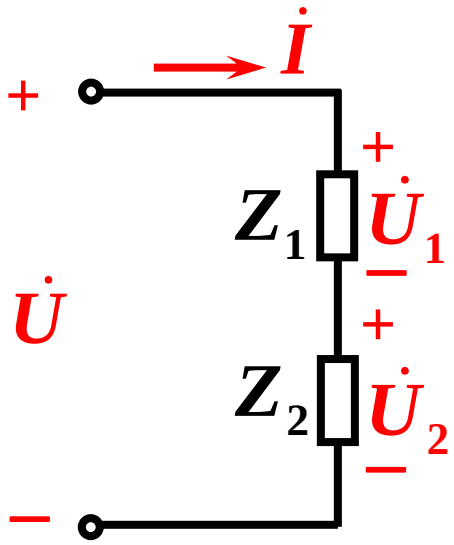
通式：$Z=\sum Z_k=\sum R_k+\mathrm{j}\sum X_k$

注意：对于阻抗模一般 $|Z|\neq|Z_1|+|Z_2|$

分压公式：

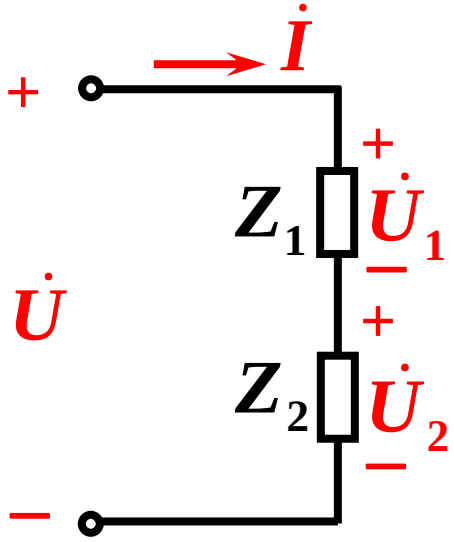
$$\dot{U}_1=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{U} \qquad \dot{U}_2=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{U}$$

例1: 有两个阻抗 $Z_1 = 6.16 + j9\Omega, Z_2 = 2.5 - j4\Omega$，它们串联接在$\dot{U} = 220\angle 30°\text{V}$的电源上，求: $\dot{I}$ 和 $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ ，并作相量图。



解：
$$Z = Z_1 + Z_2 = (6.16 + 2.5) + j(9 - 4)$$
$$= 8.66 + j5 = 10\angle 30°\Omega$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 30°}{10\angle 30°} = 22\angle 0°\text{A}$$
$$\dot{U}_1 = Z_1\dot{I} = (6.16 + j9) \times 22$$
$$= 10.9\angle 55.6° \times 22$$
$$= 239.8\angle 55.6°\text{V}$$

例1： 有两个阻抗 $Z_1 = 6.16 + j9\Omega$，$Z_2 = 2.5 - j4\Omega$，它们串联接在 $\dot{U} = 220\angle 30°\text{V}$ 的电源上，求：$\dot{I}$ 和 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_2$，并作相量图。



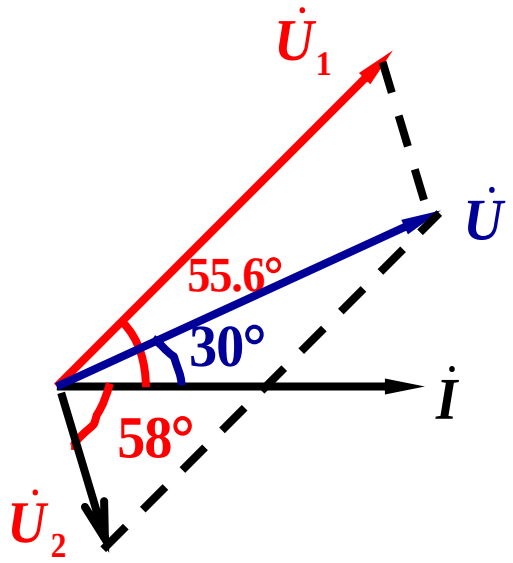
同理：$\dot{U}_2 = Z_2\dot{I} = (2.5 - j4) \times 22\text{V} = 103.6\angle -58°\text{V}$

$$\dot{U} = 220\angle 30°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_1 = 239.8\angle 55.6°\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = 103.6\angle -58°\text{V}$$

相量图

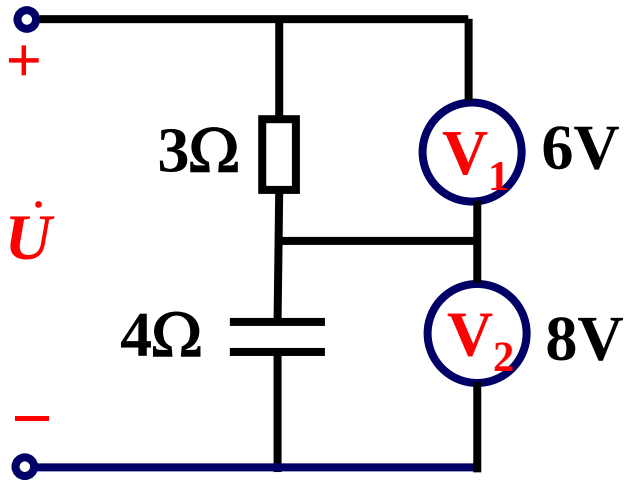


注意：$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$

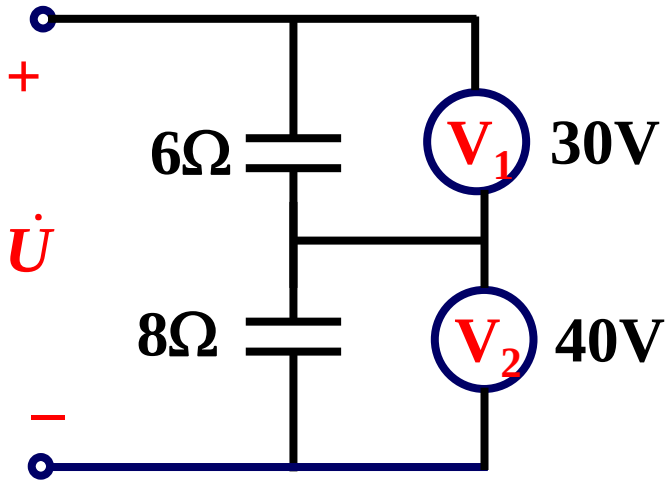
$U \neq U_1 + U_2$

思考

下列各图中给定的电路电压、阻抗是否正确？



(a)



(b)

$|Z| = 7\Omega \quad U = 14\text{V}$?

$|Z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\Omega$

$U = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\,\text{V}$

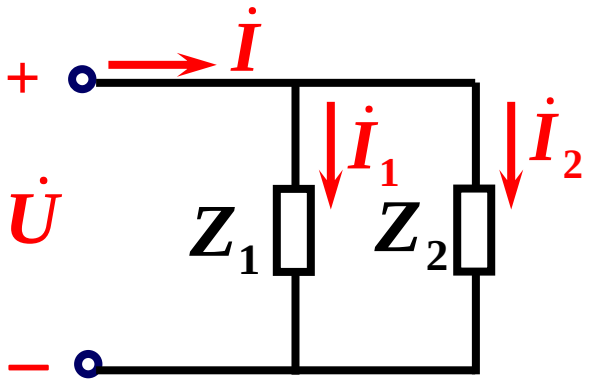
$|Z| = 10\Omega \quad U = 70\text{V}$?

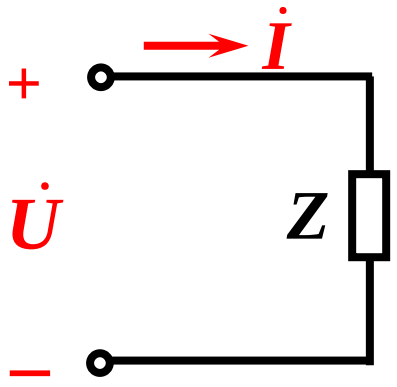
$|Z| = 14\,\Omega$

$U = 70\text{V}$

两个阻抗串联时，在什么情况下：$|Z| = |Z_1| + |Z_2|$ 成立？

2. 阻抗并联





$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\frac{\dot{U}}{Z_1}+\frac{\dot{U}}{Z_2}=\dot{U}\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right)$$

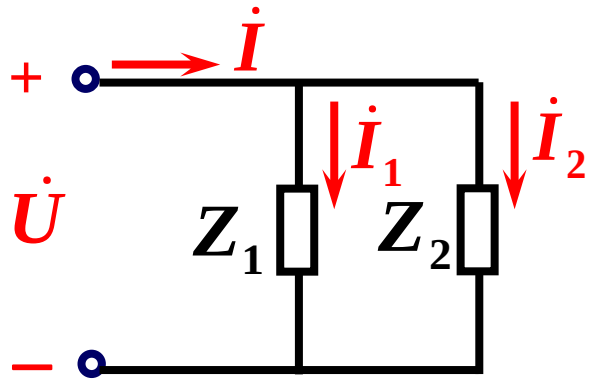
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}\qquad \frac{1}{Z}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\qquad Z=\frac{Z_1\cdot Z_2}{Z_1+Z_2}$$

通式：$\dfrac{1}{Z}=\sum\dfrac{1}{Z_k}$

注意：对于阻抗模一般 $\dfrac{1}{|Z|}\neq\dfrac{1}{|Z_1|}+\dfrac{1}{|Z_2|}$

分流公式：$\dot{I}_1=\dfrac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}\qquad \dot{I}_2=\dfrac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{I}$

例2: 有两个阻抗 $Z_1 = 3 + j4\Omega$，$Z_2 = 8 - j6\Omega$，它们并联接在 $\dot{U} = 220\angle 0°\text{V}$的电源上；求: $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 和 $\dot{I}$，并作相量图。



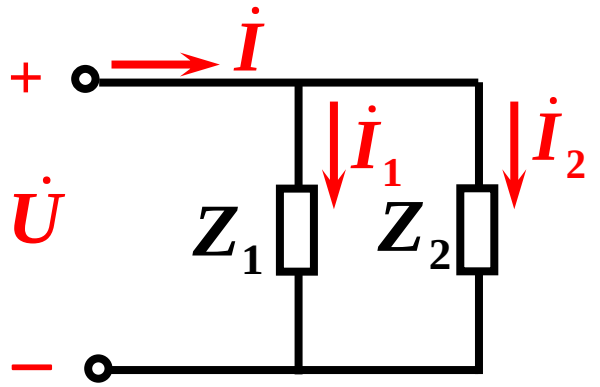
解:

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5\angle 53° \times 10\angle -37°}{3 + j4 + 8 - j6}\Omega$$

$$= \frac{50\angle 16°}{11.8\angle -10.5°}\Omega = 4.47\angle 26.5°\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 0°}{4.47\angle 26.5°} = 49.2\angle -26.5°\text{A}$$

例2: 有两个阻抗 $Z_1 = 3 + j4\Omega$，$Z_2 = 8 - j6\Omega$，它们并联接在 $\dot{U} = 220\angle 0°\text{V}$的电源上；求: $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 和 $\dot{I}$，并作相量图。



解:

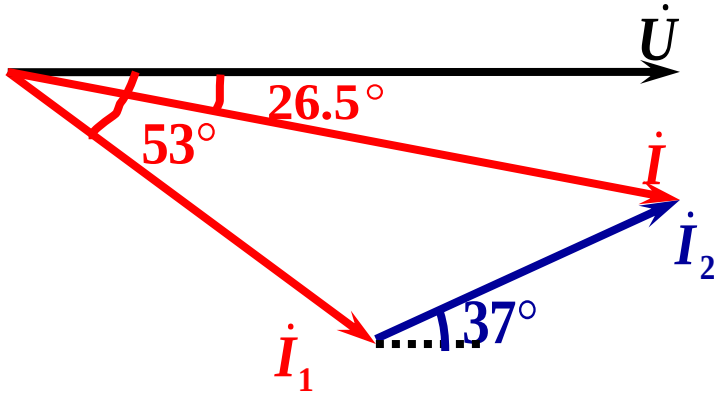
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220\angle 0°}{5\angle 53°}\text{A} = 44\angle -53°\text{A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220\angle 0°}{10\angle -37°}\text{A} = 22\angle 37°\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 44\angle -53° + 22\angle 37°$$

$$= 49.2\angle -26.5°\text{A}$$

相量图



$$\dot{I} = 49.2\angle -26.5°\,\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_1 = 44\angle -53°\,\mathrm{A}$$

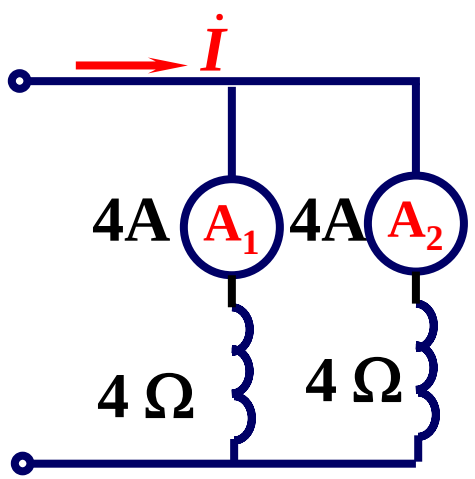
$$\dot{I}_2 = 22\angle 37°\,\mathrm{A}$$

注意：$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

$I \neq I_1 + I_2$

思考

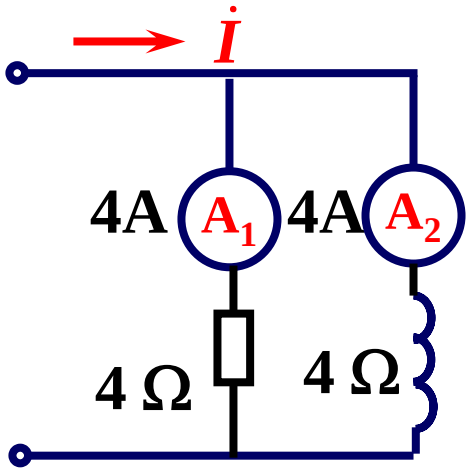
下列各图中给定的电路电流、阻抗是否正确？



(c)

$|Z| = 2\Omega \quad I = 8\text{A}$？

$|Z| = 4//4 = 2\ \Omega \quad I = 8\text{A}$



(d)

$|Z| = 2\Omega \quad I = 8\text{A}$？

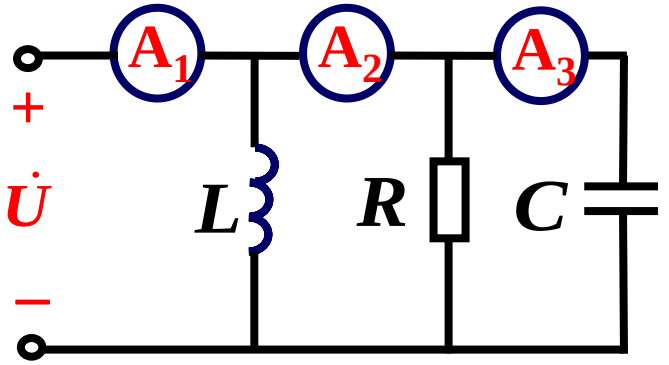
$Z = 4//\text{j}4\ \ \Omega \quad |Z| = 4\sqrt{2}\ \Omega$

$I = 4\sqrt{2}\ \text{A}$

两个阻抗并联，在什么情况下：$\dfrac{1}{|Z|} = \dfrac{1}{|Z_1|} + \dfrac{1}{|Z_2|}$ 成立？

例3： 图示电路中，已知 $X_L = X_C = R = 2\Omega$，电流表 A_1 的读数为 3A，试问 (1) A_2 和 A_3 的读数为多少？

(2) 并联等效阻抗 Z 为多少？



解： $X_L = X_C = R$

所以 $I_L = I_C = I_R \quad \dot{I}_L = -\dot{I}_C$

因为 $\dot{I}_1 = \dot{I}_L + \dot{I}_R + \dot{I}_C$

所以 $\dot{I}_1 = \dot{I}_R$

即 $I_1 = I_R = I_L = I_C = I_{A3} = 3\text{A}$

$$I_{A2} = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}\text{A}$$

小结

1. 阻抗串联

分压公式：$\dot{U}_1 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{U}$　　$\dot{U}_2 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{U}$

阻抗：$Z = Z_1 + Z_2$　　对于阻抗模一般 $|Z| \neq |Z_1| + |Z_2|$

2. 阻抗并联

分流公式：　$\dot{I}_1 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{I}$　　$\dot{I}_2 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{I}$

阻抗：$Z = \dfrac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$　　对于阻抗模一般 $\dfrac{1}{|Z|} \neq \dfrac{1}{|Z_1|} + \dfrac{1}{|Z_2|}$