电工技术与电子技术

第 3 章　暂态电路

主讲教师：毛会琼

一阶线性电路暂态分析的三要素法

主讲人：毛会琼

一阶线性电路暂态分析的三要素法

主要内容：

一阶暂态电路中三要素的求解方法；利用三要素公式求解暂态电路的响应。

重点难点：

三要素中初始值以及时间常数的求解。

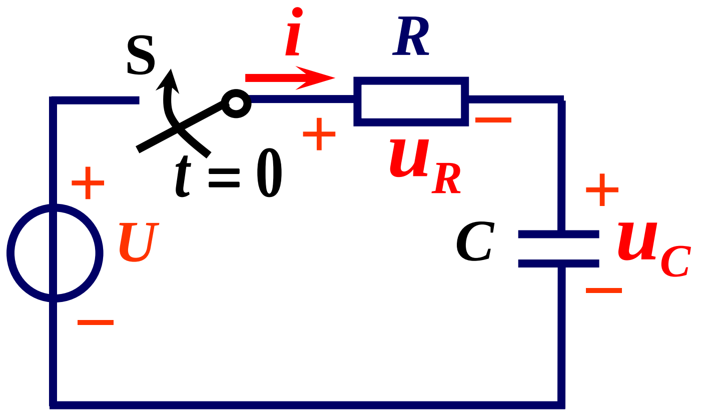
一阶线性电路暂态分析的三要素法

一阶线性电路：仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶常系数线性微分方程描述。

据经典法推导结果

全响应

$$u_C = \underline{U} + (\underline{U_0} - U)e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$u_C(0\,\text{-}) = U_0$

$$u_C(\infty) = U$$ 稳态值

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$ 初始值

$$u_C = \underline{u_C(\infty)} + [\underline{u_C(0_+)} - \underline{u_C(\infty)}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

在直流电源激励的情况下，一阶线性电路微分方程解的通用表达式：

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]e^{-t/\tau}$$

式中,

$f(t)$：代表一阶电路中任一电压、电流函数

$$\begin{cases} f(0_+) \text{ -- 初始值} \\ f(\infty) \text{ -- 稳态值} \\ \tau \text{ -- 时间常数} \end{cases}$$

（三要素）

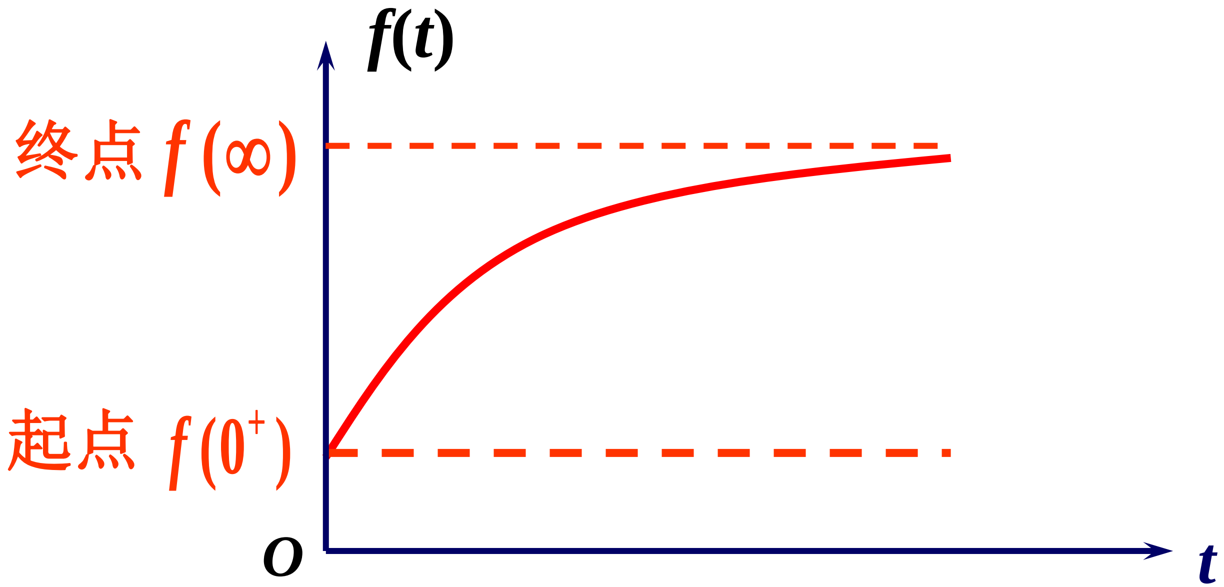
利用求三要素的方法求解暂态过程，称为三要素法。 一阶电路都可以应用三要素法求解，在求得 $f(0_+)$ 、$f(\infty)$ 和 τ 的基础上,可直接写出电路的响应(电压或电流)。

三要素法求解暂态过程的步骤

(1) 求初始值、稳态值、时间常数；

(2) 将求得的三要素结果代入暂态过程通用表达式；

(3) 画出暂态电路电压、电流随时间变化的曲线。

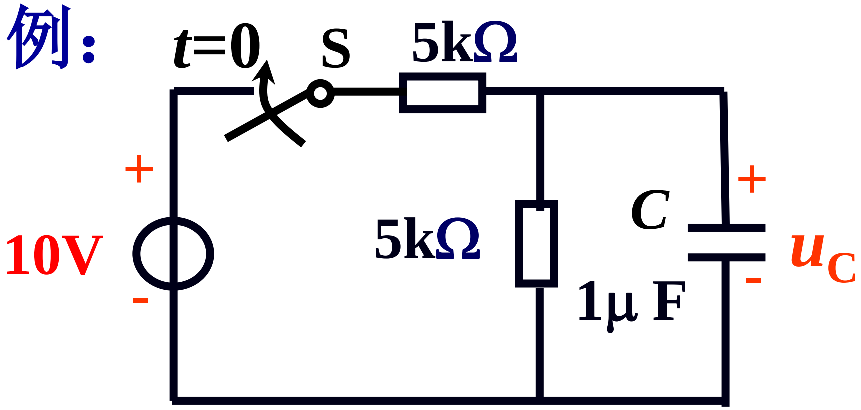


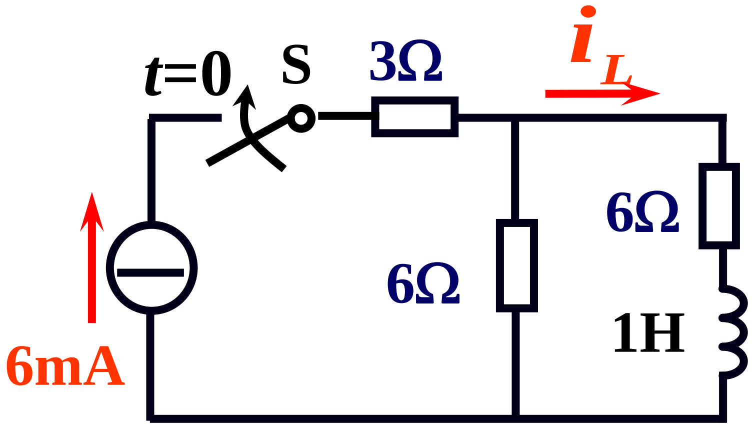
响应中“三要素”的确定

(1) 稳态值 $f(\infty)$的计算

求换路后电路中的电压和电流，其中电容 C 视为开路，电感L视为短路，即求解直流电阻性电路中的电压和电流。

例：





$$u_C(\infty)=\frac{10}{5+5}\times 5$$
$$=5\ \text{V}$$

$$i_L(\infty)=6\times\frac{6}{6+6}$$
$$=3\ \text{mA}$$

(2) 初始值 $f(0_+)$ 的计算

1) 由 $t=0_-$ 电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$

2) 根据换路定则求出 $\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$

3) 由 $t=0_+$时的电路，求所需其它各量的 $u(0_+)$或 $i(0_+)$

注意：

在换路瞬间 $t=(0_+)$ 的等效电路中

(1) 电容元件用理想电压源代替；

(2) 电感元件用理想电流源代替 。

(3) 时间常数τ的计算

对于一阶*RC*电路

$$\tau = R_0 C$$

对于一阶*RL*电路

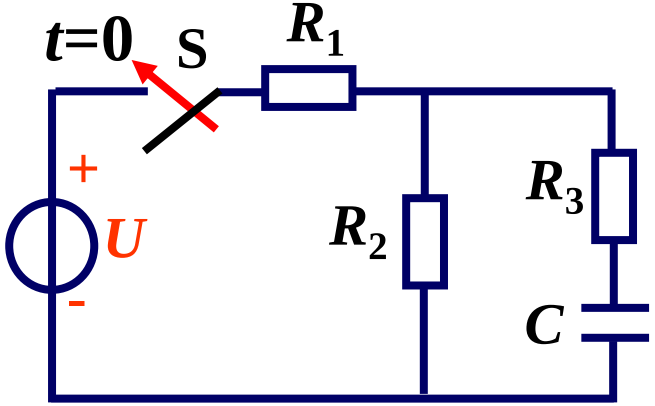
$$\tau = \frac{L}{R_0}$$

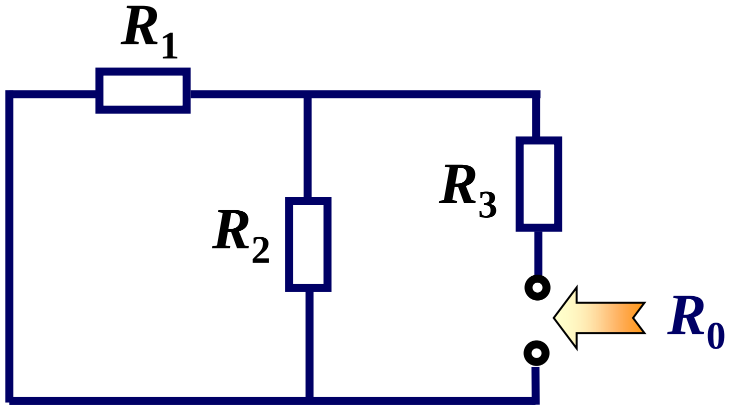
注意:

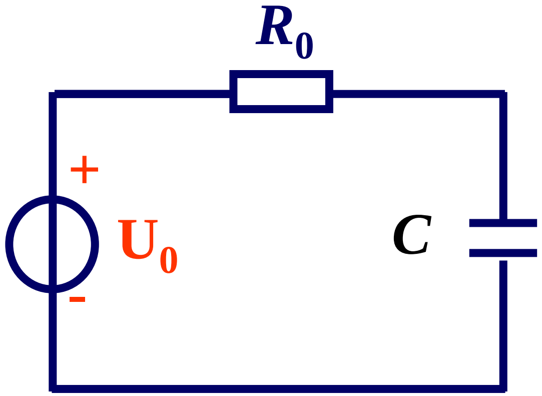
1) 对于简单的一阶电路，$R_0=R$；

2) 对于较复杂的一阶电路， R_0为换路后的电路除去电源和储能元件后，在储能元件两端所求得的无源二端网络的等效电阻。

一阶电路的三要素法





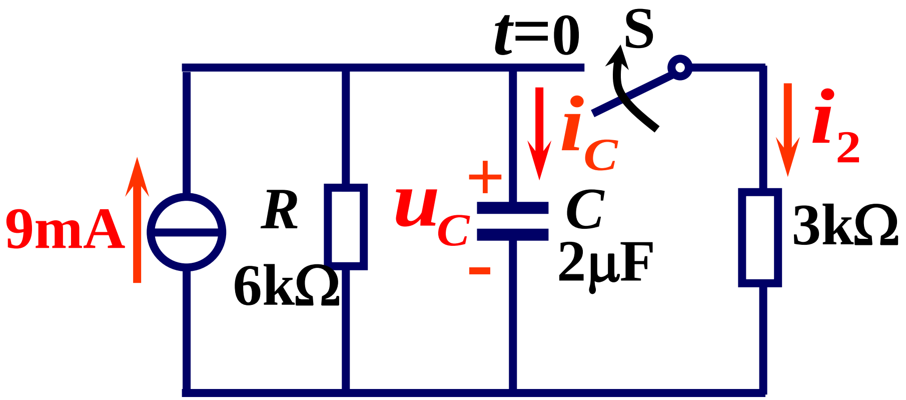


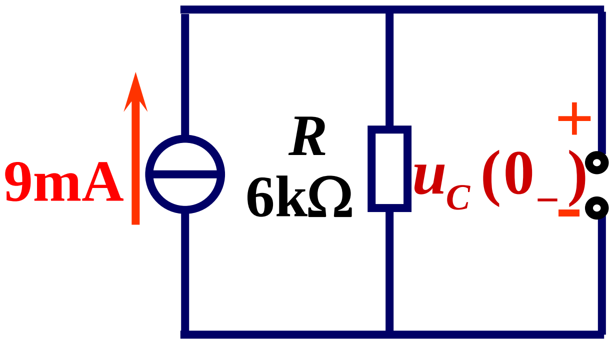
$$R_0 = (R_1 // R_2) + R_3$$

$$\tau = R_0 C$$

R_0的计算类似于应用戴维宁定理解题时计算电路等效电阻的方法。即从储能元件两端看进去的等效电阻，如图所示。

例1：电路如图，t=0时合上开关S，合S前电路已处于稳态。试求电容电压u_c





t=0_等效电路

解：用三要素法求解

$$u_C = u_C(\infty) + \left[u_C(0_+) - u_C(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1)确定初始值 $u_C(0_+)$

由t=0_电路可求得 $u_C(0_-) = 9\times10^{-3}\times6\times10^{3} = 54\ \text{V}$

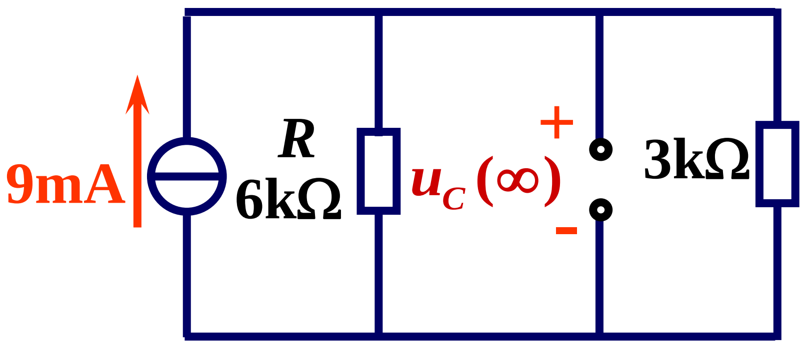
由换路定则 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 54\ \text{V}$

(2) 确定稳态值 $u_c(\infty)$

由换路后电路求稳态值 $u_c(\infty)$

$$u_C(\infty) = 9\times10^{-3}\times\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}$$

$$= 18\ \text{V}$$



$t\to\infty$电路

(3) 由换路后电路求时间常数 τ

$$\tau = R_0 C$$

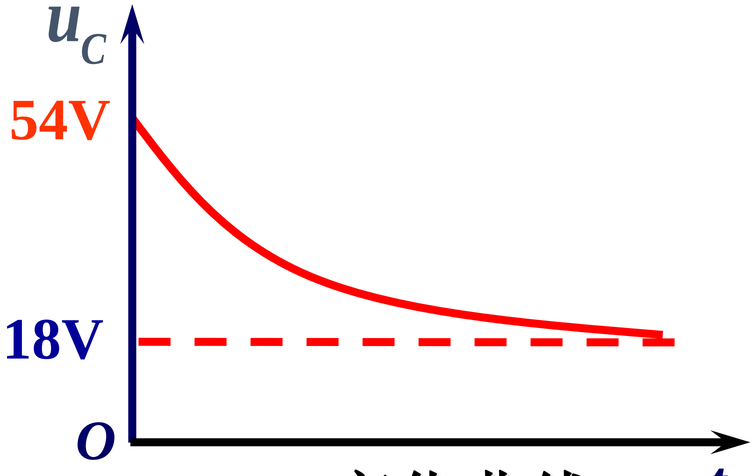
$$= \frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}\times2\times10^{-6}$$

$$= 4\times10^{-3}\ \text{s}$$

三要素 $\begin{cases} u_C(0_+) = 54\ \text{V} \\ u_C(\infty) = 18\ \text{V} \\ \tau = 4\times10^{-3}\ \text{s} \end{cases}$

$$\therefore u_C = 18 + (54-18)\mathrm{e}^{-\frac{t}{4\times10^{-3}}}$$
$$= 18 + 36\mathrm{e}^{-250t}\ \text{V}$$

u_C 的变化曲线如图



u_C变化曲线

小 结

1. 三要素公式

$$f(t)=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)]e^{-t/\tau}$$

2. 各要素的求解方法

(1) 稳态值的求法。

(2) 初始值的求法。

(3) 时间常数的求法。