电工技术与电子技术

第4章 正弦交流电路

主讲教师：刘玉英

纯电感的交流电路

主讲人：刘玉英

纯电感的交流电路

主要内容：

电感元件上电压、电流之间的相量关系；瞬时功率、有功功率、无功功率的概念。

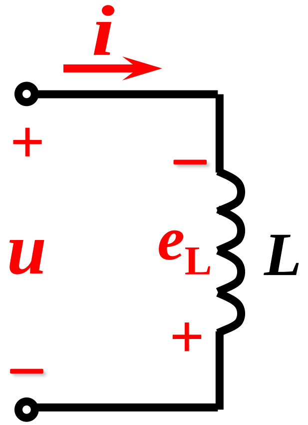
重点难点：

电感元件上电压、电流的相量关系。

纯电感交流电路

1电压与电流的关系

基本关系式：$u = -e_L = L\dfrac{di}{dt}$



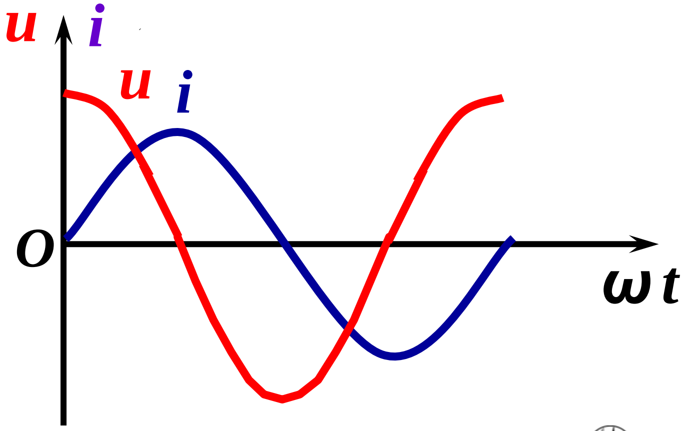
设：$i = \sqrt{2} I \sin\omega t$

$$u = L\frac{d(I_m \sin\omega t)}{dt} = \sqrt{2} I\omega L \sin(\omega t + 90^\circ) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + 90^\circ)$$

☆频率相同　　☆ $U = I\omega L$

☆电压超前电流90°

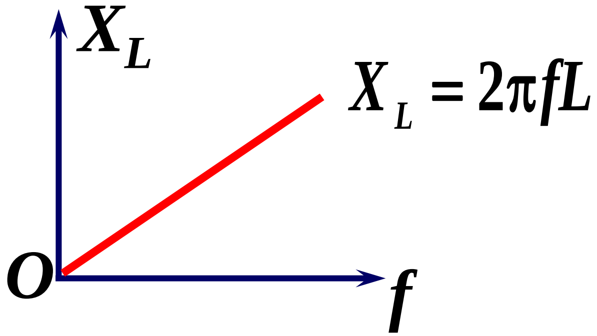
相位差 $\varphi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ$



1 电压与电流的关系

感抗：$X_L = \omega L = 2\pi fL(\Omega)$

则：$\boxed{U = I\omega L = IX_L}$



X_L与 f 的关系

$X_L = 2\pi fL$ $\begin{cases} \text{直流：} f = 0,\ X_L = 0\text{，电感}L\text{视为短路} \\ \text{交流：} f\uparrow \longrightarrow X_L\uparrow \end{cases}$

∴ 电感L具有通直阻交的作用

相量式：$\boxed{\dot{U} = j\dot{I}\omega L = \dot{I}\cdot(jX_L)}$

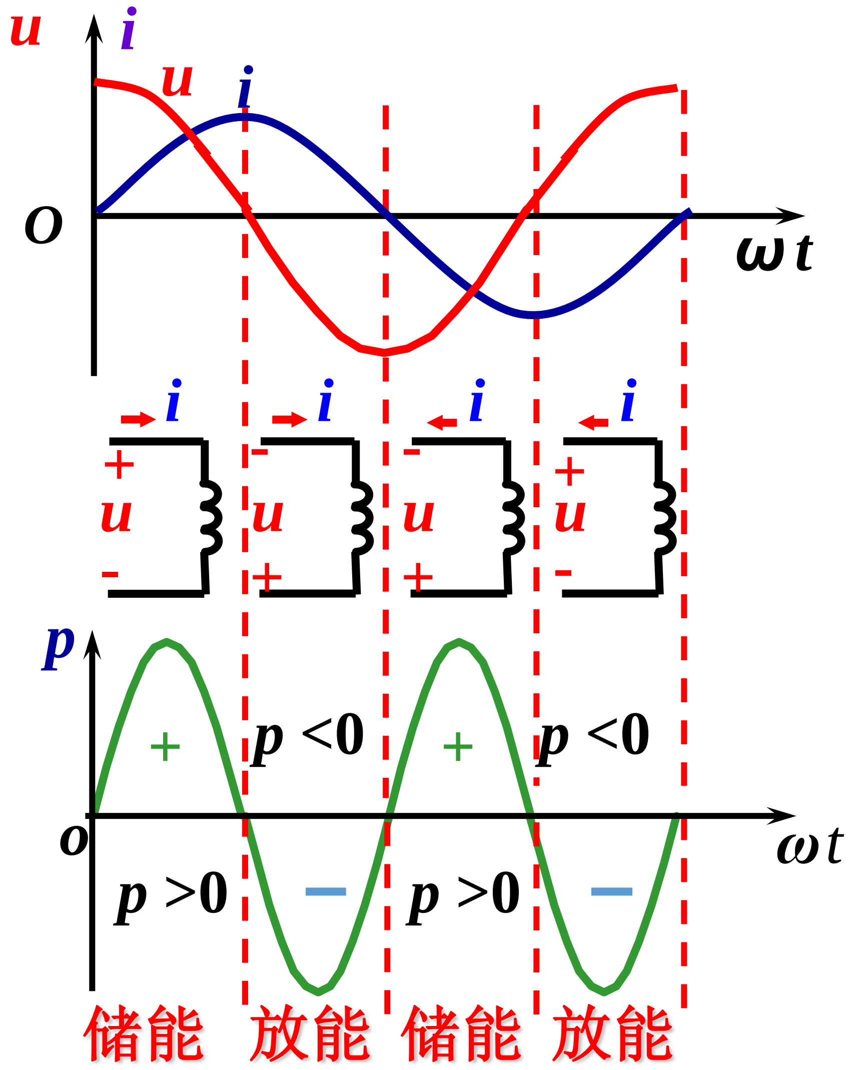
2功率关系

(1) 瞬时功率

$$\begin{cases} i = \sqrt{2} I \sin\omega t \\ u = \sqrt{2} I\ \omega L \cdot \sin(\omega t + 90°) \end{cases}$$

$$p = i \cdot u = U_m I_m \sin\omega t \sin(\omega t + 90°)$$

$$= UI \sin 2\omega t$$



结论:纯电感不消耗能量，只和电源进行能量交换（能量的吞吐）。

∴ 电感L是储能元件。

纯电感交流电路

2 功率关系

(2) 平均功率

$$P = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} UI\sin(2\omega t)\,\mathrm{d}t = \underline{0}$$

*L*是非耗能元件

(3) 无功功率*Q*

用以衡量电感电路中能量交换的规模。用瞬时功 率达到的最大值表征，即

$$Q = UI = I^2 X_L = U^2 / X_L$$

单位：var

例1: 把一个0.1H的电感接到 f=50Hz, U=10V的正弦电源上，求I，如保持U不变，而电源 f = 5000Hz，这时 I 为多少？

解：(1) 当 f = 50Hz 时

$$X_L = 2\pi fL = 2\times3.14\times50\times0.1\Omega = 31.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{31.4} = 318\text{mA}$$

(2) 当 f = 5000Hz 时

$$X_L = 2\pi fL = 2\times3.14\times5000\times0.1 = 3140\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{3140} = 3.18\text{mA}$$

所以电感元件具有通低频阻高频的特性

例2:一只L=20mH的电感线圈，通以 $i=5\sqrt{2}\sin(314t-30°)$A 的电流求线圈两端 的电压$u$。

解法一:

$$u=L\frac{di}{dt}$$

$$=20\times10^{-3}\times5\sqrt{2}\times314\cos(314t-30^{o})$$

$$=31.4\sqrt{2}\cos(314t-30^{o})$$

$$=31.4\sqrt{2}\sin(314t+60^{o})\text{V}$$

例2:一只L=20mH的电感线圈，通以 $i = 5\sqrt{2}\sin(314t - 30°)\text{A}$ 的电流求线圈两端 的电压u。

解法二:

$$X_L = \omega L = 314 \times 20 \times 10^{-3} = 6.28\Omega$$

$$U = IX_L = 5 \times 6.28 = 31.4\text{V}$$

$$\psi_u - \psi_i = 90^o$$

$$\psi_u = 60^o$$

$$u = 31.4\sqrt{2}\sin(314t + 60^o)\text{V}$$

例2:一只L=20mH的电感线圈，通以 $i = 5\sqrt{2}\sin(314t - 30°)$A 的电流求线圈两端 的电压$u$。

解法三:

$$X_L = \omega L = 314 \times 20 \times 10^{-3} = 6.28\Omega$$

$$\dot{I} = 5\angle -30^{\circ}\ \text{A}$$

$$\dot{U} = \dot{I}\mathrm{j}\omega L = 5\angle -30^{\circ} \times \mathrm{j}6.28$$

$$= 5\angle -30^{\circ} \times 6.28\angle 90^{\circ} = 31.4\angle 60^{o}\ \text{V}$$

$$u = 31.4\sqrt{2}\sin(314t + 60^{o})\text{V}$$

小 结

项目 \ 参数		电阻	电感	电容
阻抗或电抗		R	$X_L = 2\pi f L$	$X_C = \dfrac{1}{2\pi f C}$
u与i的关系	基本关系	$u = iR$	$u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$
	相位关系	u 与 i 同相位	U超前 i $90°$	u 滞后 i $90°$
	有效值	$U = IR$	$U = IX_L$	$U = IX_C$
	相量式	$\dot{U} = \dot{I}R$	$\dot{U} = \mathrm{j}X_L\dot{I}$	$\dot{U} = -\mathrm{j}X_C\dot{I}$
功率	有功功率	$P = UI = \dfrac{U^2}{R} = I^2R$	0	0
	无功功率	0	$Q = UI = I^2X_L = U^2/X_L$	$Q = -UI = -I^2X_C = -U^2/X_C$