

## 正弦量的三要素

正弦量随时间按正弦规律作周期性变化，它与时间的函数关系可以用频率、初相位和最大值三个量表示其基本特征，这三个量称正弦函数的三要素。因此对于一个正弦量，只有当三要素确定之后，正弦量才是唯一确定的量。

设正弦交流电流

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

其波形如图 1 所示。下面讨论正弦量的三要素。

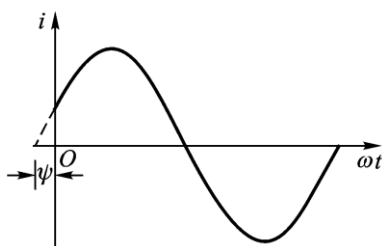


图 1 正弦交流电流波形

### 1. 正弦量的三要素

#### (1) 周期、频率、角频率

正弦量变化的快慢可以用三种方法表示，它们是周期  $T$ 、频率  $f$ 、角频率  $\omega$ 。

**周期  $T$ :** 正弦交流量重复变化一周所需的时间称为周期  $T$ 。单位：秒 (s) 周期越短，表示交流电变化越快。

**频率  $f$ :** 每秒时间内正弦量变化的周期数称为频率  $f$ 。单位：赫兹 (Hz)，

$1\text{Hz} = 1/\text{s}$ 。较高的  $f$  用千赫或兆赫表示。

$$1\text{kHz} = 10^3\text{Hz}$$

$$1\text{MHz} = 10^6\text{Hz}$$

频率和周期互为倒数，即

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

我国电力系统交流电的标准频率（简称工频）是  $50\text{Hz}$ 。所以  $T = \frac{1}{f} = 0.02\text{s}$

在其它技术领域里使用各种不同频率的交流电。

如音频是  $20\text{Hz} \sim 20\text{kHz}$ ；

航空工业用的交流电是  $400\text{Hz}$ ；

无线电广播的中波段频率是  $535\text{kHz}$  到  $1650\text{kHz}$ ；

电视广播的频率则在几十兆赫到几百兆赫之间。

**角频率**  $\omega$ ：表示正弦量在 1 秒钟内所变化的电角度。单位：弧度/秒 (rad/s)。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \text{ rad/s}$$

$T$ 、 $f$ 、 $\omega$  从不同角度描述了正弦交流量变化的快慢，上式表示三者之间的关系。

当  $f=50\text{Hz}$  时， $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$ 。

例 4.1 已知电台广播频率  $f = 640 \text{ kHz}$ ，试求  $T$  和  $\omega$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: } T &= \frac{1}{f} = \frac{1}{640 \times 10^3} = 1.56 \times 10^{-6} \text{ s} = 1.56 \text{ } \mu\text{s} \\ \omega &= 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 640 \times 10^3 = 4.02 \times 10^6 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

## 2. 最大值和有效值

正弦交流量的大小可用瞬时值、最大值和有效值表示。

**瞬时值**：正弦交流量在任一瞬间的实际值称瞬时值。

瞬时值一律用小写字母表示，如  $i$ 、 $e$ 、 $u$  分别表示正弦交流电流、电动势和电压的瞬时值。

**最大值**：正弦交流量的变化过程中所出现的最大瞬时值称最大值或幅值。

最大值用带下标  $m$  的大写字母表示，如  $I_m$ 、 $E_m$ 、 $U_m$  分别表示电流、电动势、电压的最大值。

瞬时值和最大值，都不能确切反映交流电在电路中做功的真实效果。为了计算和测量的方便，引入了交流电的有效值概念。

**有效值**：所谓交流电流的有效值就是与它的热效应相当的等效直流值。

假定在同一电阻上，并且用相等的时间，分别通以交流电流  $i$  和直流电流  $I$ ，如果它们产生的总热量相等，我们就说这两个电流量是等效的，则称该直流电流  $I$  是该交流的有效值。

由于交流电流在一个周期时间  $T$  内产生的热量为

$$Q = \int_0^T i^2 R dt \quad (\text{J})$$

直流电流在同一个时间  $T$  内产生的热量为

$$Q = I^2 RT, \quad (\text{J})$$

所以得 
$$\int_0^T i^2 dt = I^2 RT$$

则交流电流有效值  $I$  为 
$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

若正弦交流电流， $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ ，则有

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \psi) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

同理可得

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0.707 E_m$$

有效值用大写字母表示，并且不带下标，如  $I$ 、 $E$ 、 $U$  分别表示电流、电动势、电压的有效值。

在交流电路中，用交流电压表、电流表测得的数据均为有效值，通常交流电气设备铭牌上标注的额定电压、额定电流也都是有效值。

### 3. 相位、初相位、相位差

设正弦交流电流  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$

**相位：** $(\omega t + \psi)$  表示正弦量在交变过程中瞬时值的变化进程，称为正弦量的相位或相位角。当相位角随时间连续变化时，正弦量的瞬时值也随之作相应的连续变化。

**初相位：**初相位是确定正弦交流量初始值的一个特征量，它表示当  $t = 0$  时正弦量的相位或相位角。

当所取计时起点（即  $t = 0$  时的时间坐标原点）不同时，初相位  $\psi$  有三种情况，即  $\psi$  为正值、零、负值。

**相位差：**两个同频率的正弦量的相位之差或初相位之差。

对于同频率的正弦交流电压和电流，如果初相位不同，那它们周期性变化的先后次序就不同，即不是同时到达正的最大值或零值，则认为这两个正弦量的相位不同。

例如：两个同频率正弦量分别是

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

它们的相位差

$$\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i$$

上式表明，两个同频率的正弦交流量，在任何瞬时的相位差恒等于其初相位之差。从相位差  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ ，可知

如果  $\varphi = \psi_u - \psi_i > 0$ ，表明  $\psi_u > \psi_i$ ，即  $u$  比  $i$  先到达正的最大值或零值，称  $u$  超前于  $i$  一个  $\varphi$  角，或称  $i$  滞后于  $u$  一个  $\varphi$  角，如图 2 所示。

两个同频率正弦量在相位上的超前或滞后与它们的初相位  $\psi_u$  和  $\psi_i$  有关。

如果  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$ ，表示  $\psi_u = \psi_i$ ，说明  $u, i$  随时间变化的先后次序相同，即同时到达正的最大值或零值，这种相位关系称同相，如图 3 所示。

如果  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 180^\circ$ ，表明一个正弦量到达正的最大值时，另一个正弦量恰好到达负的最大值，这种相位关系称反相，如图 3 所示。

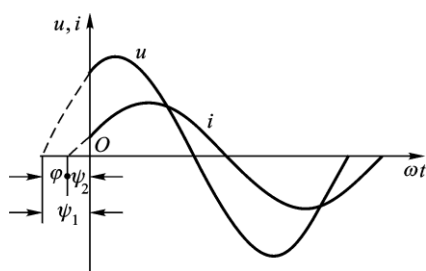


图 4.2  $u$  和  $i$  的初相位不相等

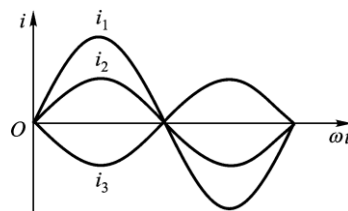


图 4.3  $u$  和  $i$  同相和反相

注意：两频率不同的正弦量之间比较它们的相位关系是无意义的。