

电工技术与电子技术



第4章 正弦交流电路

主讲教师：刘玉英



串联谐振

主讲人：刘玉英





串联谐振

主要内容:

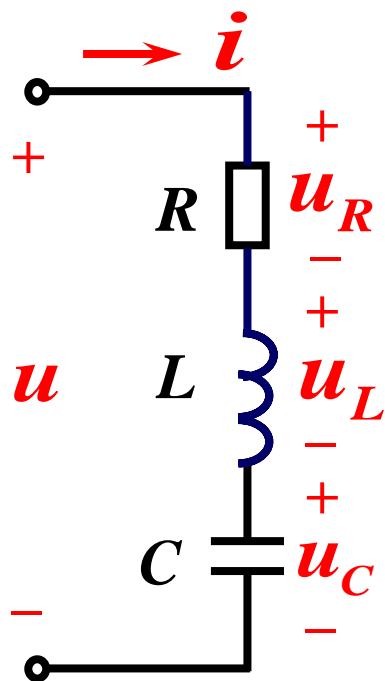
串联谐振的条件；谐振频率；谐振特征；谐振曲线。

重点难点:

谐振过程中各电压之间的关系。



串联谐振电路



1 谐振条件

由定义，谐振时： \dot{U} 、 \dot{I} 同相

$$\text{即 } \varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = 0$$

$$\text{谐振条件: } X_L = X_C$$

$$\text{或: } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

谐振时的角频率

2 谐振频率

$$\text{根据谐振条件: } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$



2 谐振频率

根据谐振条件： $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

或

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

电路发生谐振的方法：

- 1) 电源频率 f 一定，调参数 L 、 C 使 $f_0 = f$;
- 2) 电路参数 LC 一定，调电源频率 f ，使 $f = f_0$ 。



3 谐振特征

1) 阻抗最小

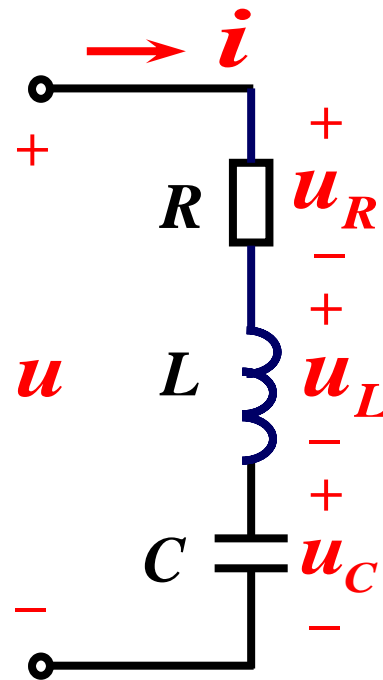
$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

2) 电流最大

当电源电压一定时： $I = I_0 = \frac{U}{R}$

3) \dot{U} 、 \dot{I} 同相 $\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = 0$

电路呈电阻性，能量全部被电阻消耗， Q_L 和 Q_C 相互补偿。
即电源与电路之间不发生能量互换。



3 谐振特征

4) 电压关系

电阻电压: $U_R = I_0 R = U$

电容、电感电压: $\dot{U}_L = -\dot{U}_C$ 大小相等、相位相差 180°

$$U_L = I_0 X_L = U_C = I_0 X_C$$

当 $X_L = X_C \gg R$ 时:

有: $U_L = U_C \gg U_R = U$

U_C 、 U_L 将大于
电源电压 U



3 谐振特征

4) 电压关系

由于 $U_L = U_C \gg U$ 可能会击穿线圈或电容的绝缘，因此在电力系统中一般应避免发生串联谐振，但在无线电工程上，又可利用这一特点达到选择信号的作用。

$$\text{令: } Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

Q 品质因数，表征串联谐振电路的谐振质量。

$$U_L = U_C = QU \quad \text{所以串联谐振又称为电压谐振。}$$



3 谐振特征

4) 电压关系

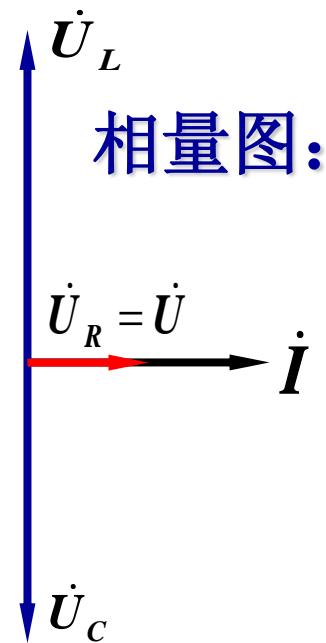
谐振时: \dot{U}_L 与 \dot{U}_C 相互抵消, 但其本身不为零, 而是电源电压的 Q 倍。

$$\begin{cases} U_L = I_0 X_L = \frac{\omega_0 L}{R} U = QU \\ U_C = I_0 X_C = \frac{1}{\omega_0 CR} U = QU \end{cases}$$

如 $Q = 100$, $U = 220\text{V}$, 则在谐振时

$$U_L = U_C = QU = 22000\text{V}$$

所以电力系统应避免发生串联谐振。



4 谐振曲线

1) 串联电路的阻抗频率特性

阻抗随频率变化的关系。

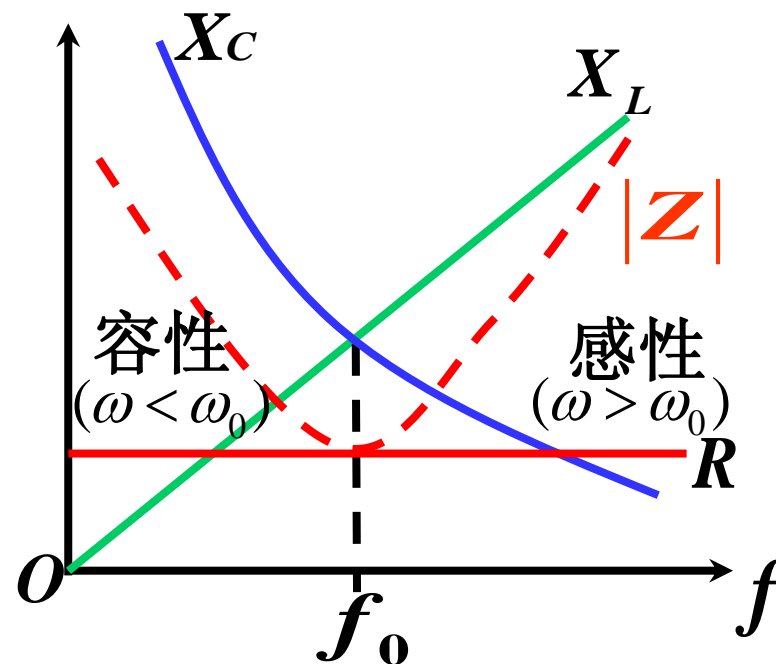
$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega < \omega_0 \Rightarrow |Z| \uparrow \\ \omega = \omega_0 \Rightarrow |Z| = R \\ \omega > \omega_0 \Rightarrow |Z| \uparrow \end{array} \right.$$

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f c}$$



4 谐振曲线

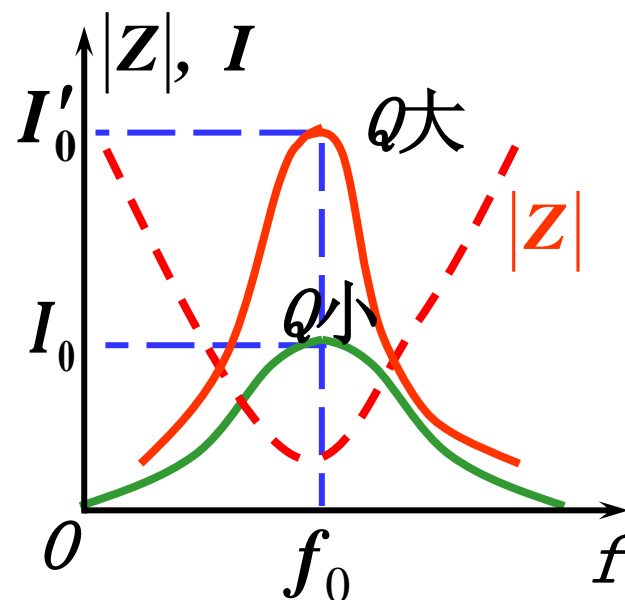
2) 电流频率特性

电流随频率变化的关系曲线。

$$I(\omega) = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

谐振电流 $I_0 = \frac{U}{R}$

分析: $R \downarrow \rightarrow \begin{cases} I_0 \uparrow \\ Q \uparrow = \frac{\omega_0 L}{R} \end{cases}$



Q 值越大，曲线越尖锐，选择性越好。

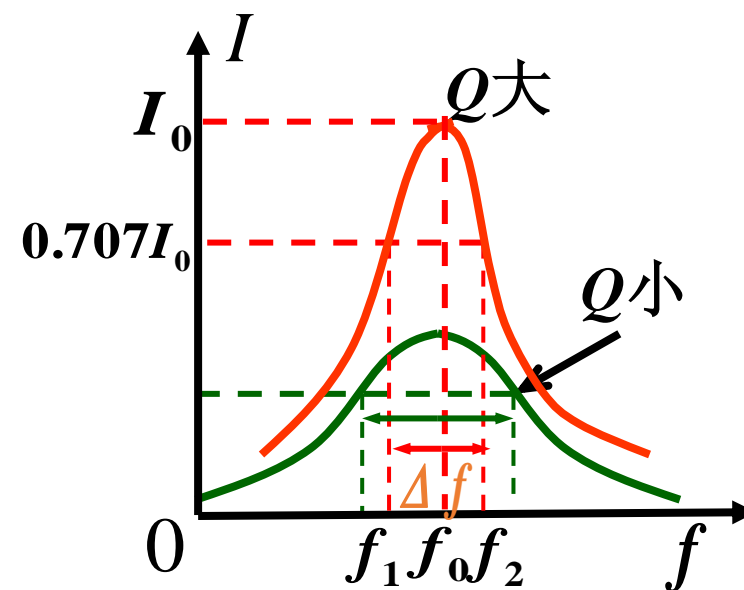
电路具有选择最接近谐振频率附近的电流的能力一称为选择性。

通频带：当电流下降到 $0.707I_0$ 时所对应的上下限频率之差，称通频带。即： $\Delta f = f_2 - f_1$

f_0 ：谐振频率

f_1 ：下限截止频率

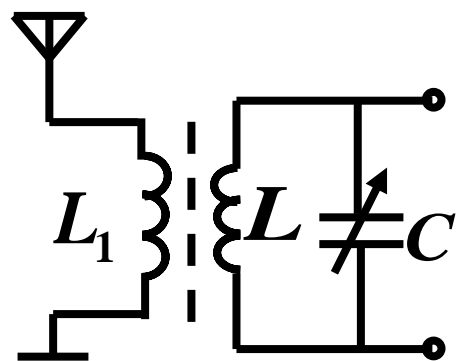
f_2 ：上限截止频率



通频带宽度越小(Q 值越大)，选择性越好，抗干扰能力越强。

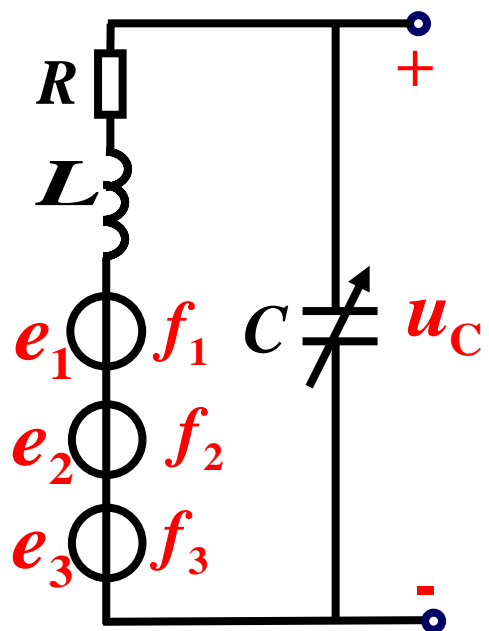
5 串联谐振应用举例

接收机的输入电路



电路图

L_1 : 接收天线
 LC : 组成谐振电路



等效电路

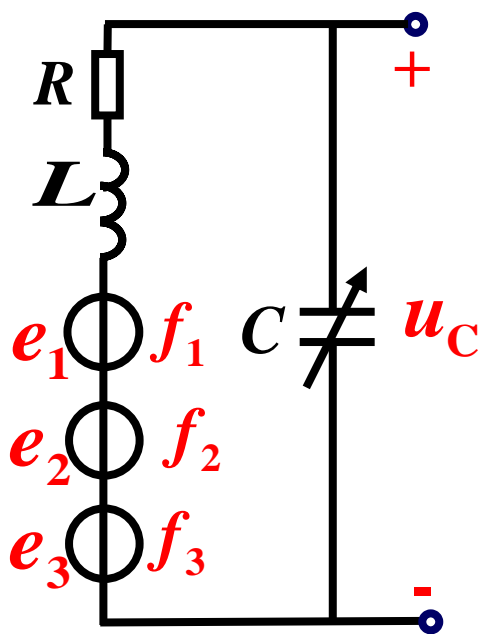
调C, 对所需信号频率产生串联谐振

则 $I_0 = I_{\max} \Rightarrow$

$U_C = QU$ 最大

例 已知: $L = 0.3\text{mH}$ 、 $R = 16\Omega$ $f_1 = 640\text{kHz}$

(1) 若要收听 e_1 节目, C 应配多大?



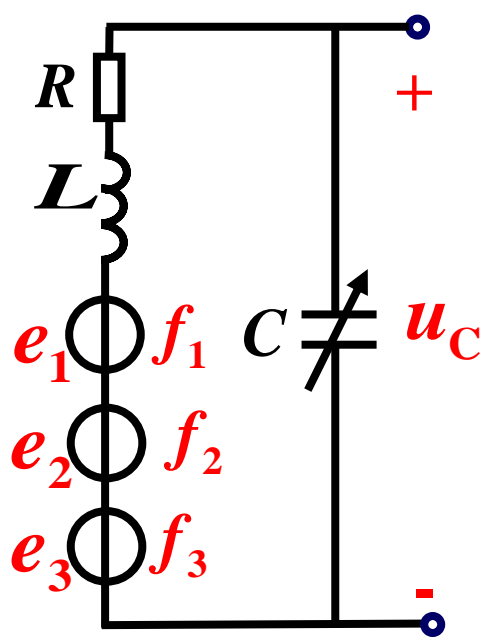
解: $f_0 = f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

则: $C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$

$$C = \frac{1}{(2\pi \times 640 \times 10^3)^2 \times 0.3 \times 10^{-3}} = 204\text{pF}$$

结论: 当 C 调到 204pF 时, 可收听到 e_1 的节目。

例 (2) e_1 信号在电路中产生的电流有多大？在 C 上产生的电压是多少？已知： $E_1 = 2 \mu\text{V}$



解：已知电路在 $f_1 = 640\text{kHz}$ 时产生谐振

$$\text{这时 } I = E_1 / 16 = 0.13 \mu\text{A}$$

$$X_L = X_C = \omega L = 2\pi f_1 L = 1200 \Omega$$

$$U_{C1} = I X_C = 156 \mu\text{V}$$

$$Q = \frac{U_{C1}}{E_1} = \frac{156}{2} = 78$$

所需信号被放大了78倍



小 结

1. 谐振条件

$$X_L = X_C \text{ 或: } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

2. 谐振频率

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ 或 } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

3. 谐振特征

1) 阻抗最小 $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$

2) 电流最大

3) \dot{U} 、 \dot{I} 同相

4) 电压关系 $U_L = I_0 X_L = U_C = I_0 X_C$

