

电工技术与电子技术



第3章 电路的暂态分析

主讲教师：王香婷



RC 电路的零输入响应

主讲教师：王香婷





RC电路的零输入响应

主要内容:

RC 电路的零输入响应分析; 时间常数的概念。

重点难点:

RC 电路的零输入响应中电压、电流的变化规律; 时间常数对暂态过程的影响。



RC电路的零输入响应

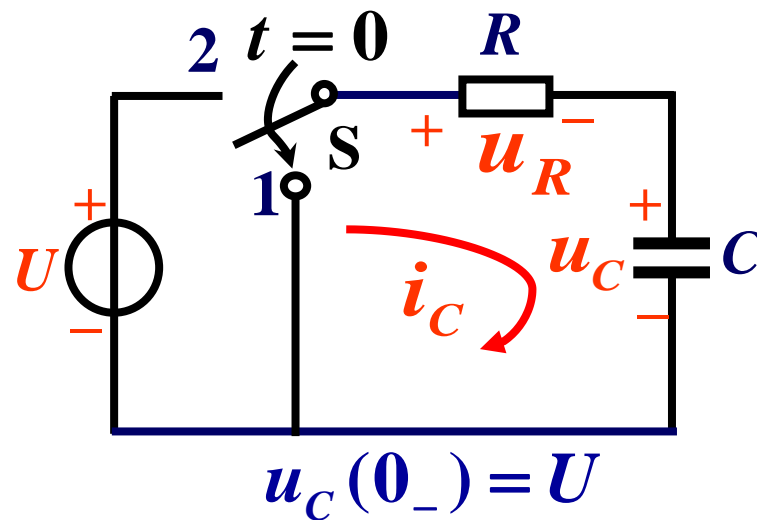
RC电路求解方法:

1. 经典法: 根据激励(电源电压或电流), 通过求解电路的微分方程得出电路的响应(电压和电流)。

2. 三要素法: 求 $\begin{cases} \text{初始值} \\ \text{稳态值} \\ \text{时间常数} \end{cases}$ (三要素)

零输入响应: 无电源激励, 输入信号为零, 仅由电容元件的初始状态所产生的电路的响应。

实质: RC电路的放电过程。



RC电路的零输入响应

图示电路，换路前电路已处稳态。

$$u_C(0_-) = U$$

$t = 0$ 时，开关 $S \rightarrow 1$ ，电容 C 经电阻 R 放电。

1. 电容电压 u_C 的变化规律 ($t \geq 0$)

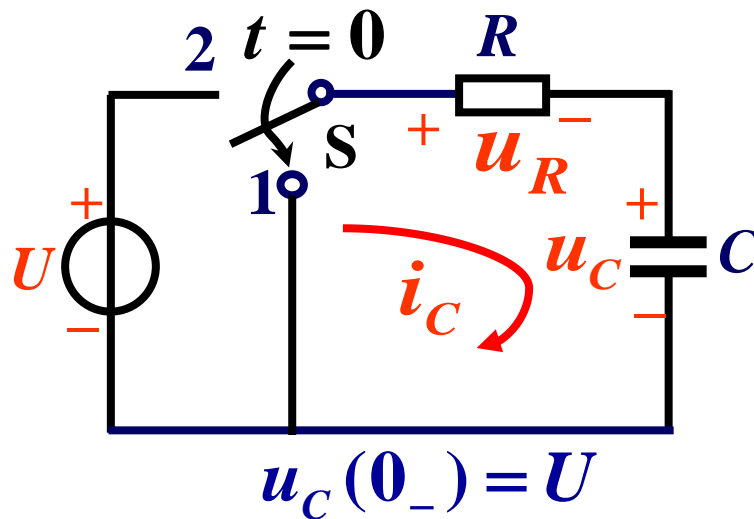
(1) 列 KVL 方程

$$u_R + u_C = 0$$

$$u_R = iR \quad i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

代入上式得 $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

一阶线性常系数
齐次微分方程



(2) 解方程: $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ 通解: $u_C = A e^{pt}$

特征方程 $RCp + 1 = 0$ $\therefore P = -\frac{1}{RC}$

齐次微分方程的通解: $u_C = A e^{-\frac{t}{RC}}$

由初始值确定积分常数 A

根据换路定则, $t = (0_+)$ 时, $u_C(0_+) = U$, 可得

$$A = U$$

(3) 电容电压 u_C 的变化规律

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}} = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

电容电压 u_C 从初始值按指数规律衰减, 衰减的快慢由 RC 决定。

2. 电流及电阻电压的变化规律

电容电压

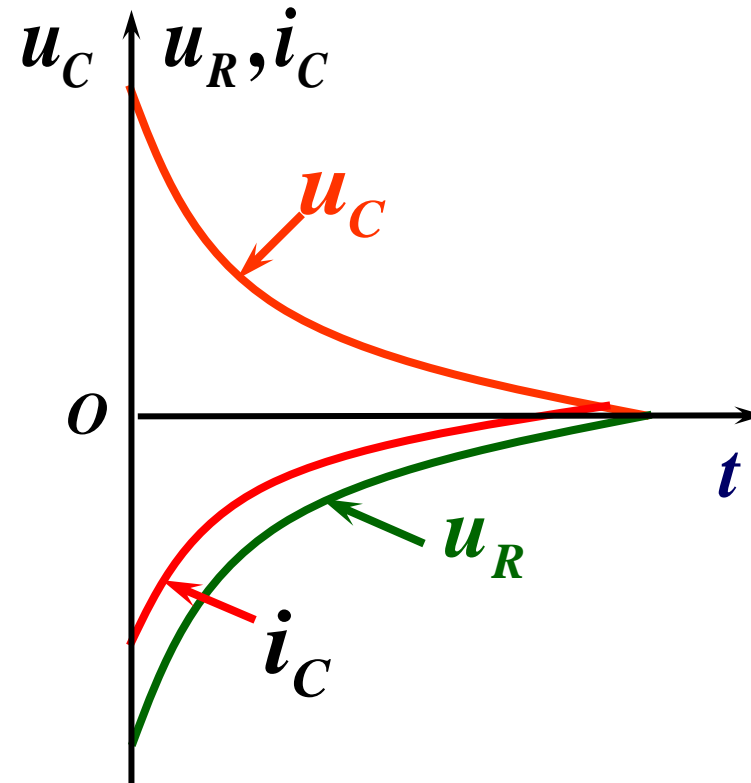
$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}}$$

放电电流

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

电阻电压:

$$u_R = i_C R = -U e^{-\frac{t}{RC}}$$



3. u_C 、 i_C 、 u_R 变化曲线



4. 时间常数

令: $\tau = RC$ 单位: S

(1) 量纲 $\Omega \frac{\text{A} \cdot \text{S}}{\text{V}} = \text{S}$

时间常数 τ 决定电路暂态过程变化的快慢

(2) 物理意义

$$u_C(t) = U e^{-\frac{t}{RC}}$$

当 $t = \tau$ 时, $u_C = U e^{-1} = 36.8\% U$

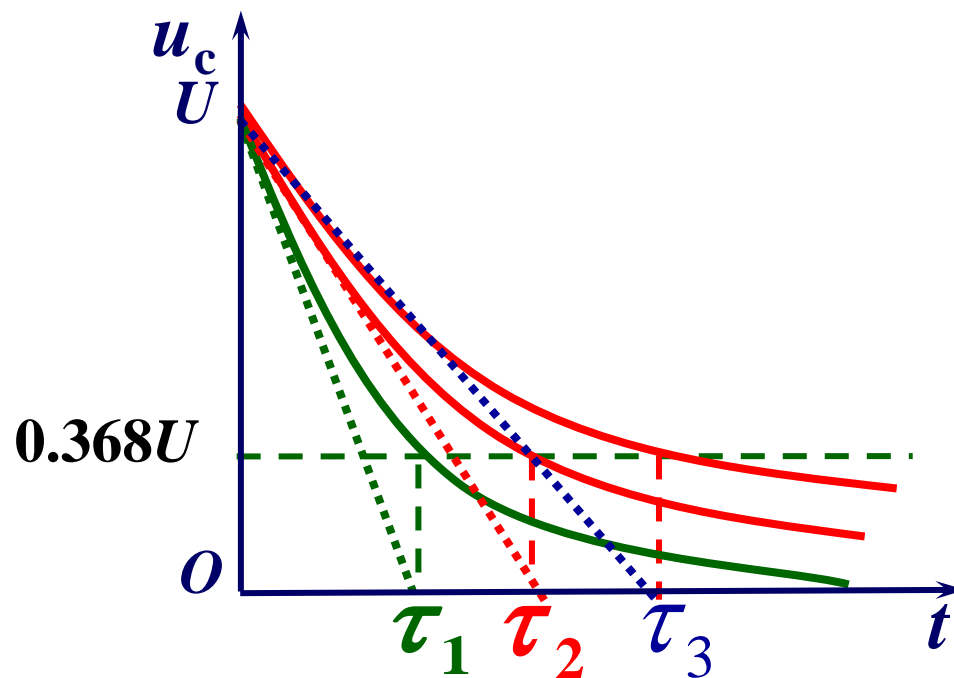
\therefore 时间常数 τ 等于电压 u_C 衰减到初始值 U_0 的 36.8% 所需的时间。



时间常数 τ 的物理意义

$$u_C = Ue^{-\frac{t}{RC}} = Ue^{-t/\tau}$$

$$\tau \uparrow = RC \uparrow$$



$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$$

τ 越大，曲线变化越慢， u_C 达到稳态所需要的时间越长。



(3) 暂态时间

理论上认为 $t \rightarrow \infty$ 、 $u_C \rightarrow 0$ 电路达稳态

工程上认为 $t = (3 \sim 5)\tau$ 、 $u_C \rightarrow 0$ 电容放电基本结束。

$e^{-\frac{t}{\tau}}$ 随时间而衰减

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
$e^{-\frac{t}{\tau}}$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}
u_C	$0.368U$	$0.135U$	$0.050U$	$0.018U$	$0.007U$	$0.002U$

当 $t = 5\tau$ 时，过渡过程基本结束， u_C 达到稳态值。





小 结

1. 零输入响应过程中各电压、电流的变化规律

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}}$$

2. 零输入响应过程中各电压、电流的变化曲线
3. 影响电压、电流变化快慢的因数—时间常数

$$\tau = RC$$

τ 越大，曲线变化越慢， u_C 达到稳态所需要的时间越长。

