

串联谐振

在交流电路，只要有电感 L 和电容 C 同时存在，二者之间就有无功功率的互相补偿。当无功功率处于完全补偿时，电路与电源间就不再有无功功率的交换，电路的总电压和总电流同相位，即 $\varphi = 0$ ，电路呈现为阻性，这时电路处于谐振状态。若在图 1 所示 R 、 L 、 C 串联的交流电路发生这种物理现象，则称为串联谐振

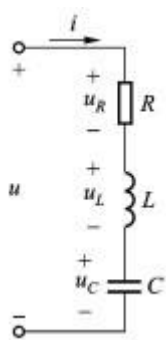


图 1 R 、 L 、 C 串联的交流电路

1. 谐振条件

由定义，谐振时，电压 u 和电流 i 同相，即 $\varphi_1 = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}$

$$\text{谐振条件} \quad X_L = X_C \quad \text{或} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

2. 谐振频率

谐振角频率用 ω_0 表示，根据谐振条件 $\frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$ ，得

$$\frac{1}{2\pi f_0 C} = 2\pi f_0 L,$$

$$\text{谐振频率} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{单位: Hz}$$

对每一个 RLC 串联电路来说，只有一个对应的谐振频率 f_0 ，所以称 f_0 为电路的固有频率。在实际应用中，只要调节 L 、 C 或电源频率 f 满足谐振条件，电路就会在其固有谐振频率下发生谐振。

3. 谐振特性

(1) 电路复阻抗 $Z = R + j(X_L - X_C) = R$ ，即等于电路电阻，且具有最小值。

(2) 当电源电压一定时, 电路中的谐振电流 I_0 具有最大值。

(3) 电阻 R 上的电压等于电源电压, 即 $U_R = IR = U$

因为 $X_L = X_C$, 所以电感上电压 U_L 和电容上电压 U_C 相等, 且相位差 180° , $\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$, 这时, 如果, $X_L = X_C \gg R$ 时, 则 $U_L = U_C \gg U$, 即

$$U_L = I_0 X_L = \frac{U}{R} X_L = \frac{X_L}{R} U \gg U$$

$$U_C = I_0 X_C = \frac{U}{R} X_C = \frac{X_C}{R} U \gg U$$

由于串联谐振会引起高电压, 所又叫电压谐振。在无线电通讯技术等方面经常利用串联谐振选择所需要的微弱信号。由于过高的电感电压和电容电压, 可能会破坏元件的绝缘。因此, 在电力系统, 要尽量避免发生串联谐振, 只要适当选择电路参数 L 、 C 的大小, 使其不满足谐振条件, 可达到消除谐振的目的。

4. 串联谐振时的谐振曲线及品质因数

(1) 频率特性和谐振曲线

在 R 、 L 、 C 串联电路中, 当外加电压的频率 f 变化时, 电路中的电流 I , 阻抗 Z , 阻抗辐角 φ 等各量都将随之而变, 这种随频率变化的关系, 称为频率特性, 表明电流随频率变化的关系的曲线称为谐振曲线, 如图 2 所示。

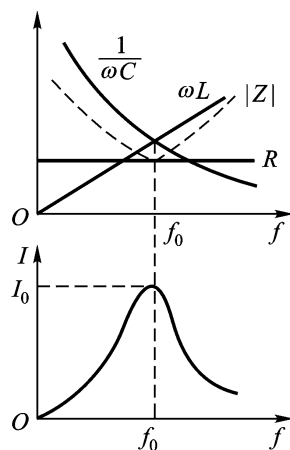


图 2 阻抗模与电流等随频率变化的曲线

如果保持外加电压有效值 U 不变。当 ω 变化时, 电路中电流有效值 I 随 ω 变化的关系由下式求得

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

当 ω 由 $0 \rightarrow \omega_0$ 时, 电流 $I(\omega) = \frac{U}{|Z|}$ 逐渐增大; 由于 $X_C > X_L$, 所以电路呈容性, 故电流超前电压。

当 $\omega = \omega_0$ 时, $X_L = X_C$, 电路发生谐振, 这时电路阻抗 $|Z| = R$, 具有最小值, 电流 $I(\omega) = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{R}$ 具有最大值, 且与电压同相位。

当 ω 由 $\omega_0 \rightarrow \infty$ 时, 电流逐渐减小, 且因 $X_L > X_C$, 电路呈感性, 故电流滞后电压。图 2 是当外加电压 U 恒定时, 电流 I 随 ω 变化的关系曲线, 即为谐振曲线。

由图 2 谐振曲线可以看出 $\omega = \omega_0$ 时, 电流最大, 当离开谐振频率 ω_0 后, 电流显著减少。这表明电路具有选择最接近谐振频率时的电流的性能, 这种特性在无线电技术中称为选择性。由图可见, 电路选择性好坏, 与谐振曲线的形状有关。

(2) 品质因数 Q

当电路发生串联谐振时, 电路阻抗 $Z = R$ 具有最小值, 谐振电流 $I_0 = \frac{U}{R}$ 具有最大值。如果 $X_L > X_C \gg R$, 在电感和电容器两端将会出现高电压, 此电压比电源电压大得多, 得 $U_L = U_C \gg U$ 。

我们把电感和电容两端的电压有效值和电源有效值之比称为电路的品质因数, 用 Q 来表示, 即

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

或
$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

于是可得:

$$U_L = U_C = QU$$

所以品质因数 Q 也表示在谐振时 U_L 或 U_C 比 U 高出多少倍, 通常 Q 在数十到数百的范围内。

5. 通频带

为了表征谐振曲线的尖锐程度, 对 f_0 相同的谐振曲线常用通频带宽度来作比较。所谓通频带宽度, 就是当电流 $I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$ 时, 所包含的频率范围, 即

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

如图 3 所示。

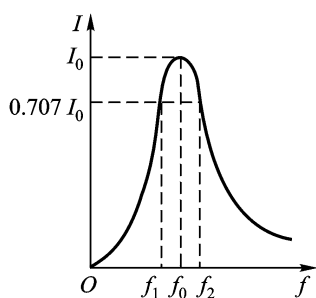


图 3 通频带宽度

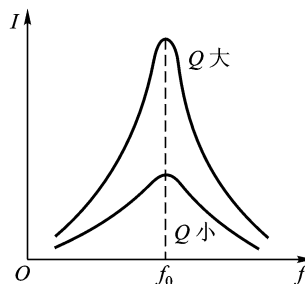


图 4 Q 与谐振曲线的关系

在 L 、 C 不变条件下, R 愈小 Q 值越高, 则 Δf 就小, 曲线也越尖锐, 电路的选择性就越好。根据不同 Q 值画一组谐振曲线, 如图 4 所示。

图 4 清楚表明 Q 值越大, 通频带宽度越小, 曲线就越尖锐, 当 ω 稍微偏离 ω_0 时, 电流从谐振时的 I_0 急剧下降, 所以电路对非谐振频率下的电流具有较强的抑制能力, 也就是选择性好。反之, 当 Q 小时, 由于通频带宽度较大, 在谐振点附近的电流变化就不大, 这时选择性就很差。因此 Q 值是表示选择性好坏的一个重要标志。

6. 串联谐振的应用

串联谐振在无线电通讯技术中应用较多, 例如在接收机里用来选择用信号抑制干扰。图 5 所示, 是接收机里典型的输入电路, 由天线接收到地的各种不同频率的信号, 都会在 LC 谐振电路中感应出相应的电动势 e_1 、 e_2 、 e_3 ……, 如图 5 (b) 所示。

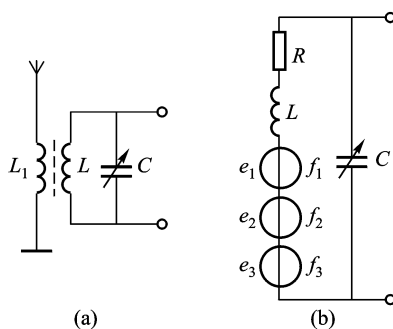


图 5 接收机的输入电路

(a) 电路图 (b) 等效电路

电路的作用就是将需要收听的信号频率, 从天线中所收到的许多频率不同的信号中挑选出来, 其它不需要的信号要尽量加以抑制。输入电路的等效电路是由一个电感线圈和可变电容器 C 组成的串联谐振电路, 也称调谐回路。改变 C 即改变 RLC 电路的固有频率 f_0 。当 f_0 等于所需要的信号频率时, 在回路中, 该频

率的电流最大，电容器两端的电压最高。其它各种不同频率的信号由于它们没有达到谐振，在电路中引起的电流很小，这们就起到了选择信号和抑制干扰的作用。