

正弦量的相量表示

正弦量除了采用三角函数式表示，或者用正弦波形图来表示外，还可以用相量来表示。相量表示法的基础是复数，即用复数表示正弦量。要将两个正弦量相加或相减时，这种方法将使计算简便而又形象。

1. 复数复数的表示形式及相互关系

设复平面有一复数 A ，其模为 r ，幅角为 ψ ，如图 1 所示。它可以用以下几种形式表示；(1) 复数的代数式： $A = a + jb$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{复数的模}$$

$$\psi = \arctan \frac{b}{a} \quad \text{复数的辐角}$$

(2) 复数的三角式： $A = A \cos \psi + jA \sin \psi = A(\cos \psi + j \sin \psi)$

(3) 复数的指数式： $A = r e^{j\psi}$

(4) 复数的极坐标式： $A = r \angle \psi$

上述复数的四种表达形式，可以互相转换。

$$A = a + jb = r(\cos \psi + j \sin \psi) = r e^{j\psi} = r \angle \psi$$

复数的加减运算可用代数式，复数的乘除运算可用指数式或极坐标式。

说明：

数学中虚数用 i 表示。电工中在相量表示时，为了不与电流 i 相混淆，改用 j 表示虚数。

2. 正弦量的相量表示

由上可知：复数由模和幅角两个特征来确定，而正弦量由幅值、角频率、初相角三个特征来确定。在分析线性电路时，正弦激励和响应均为同频率的正弦量，频率是已知的，可以不考虑。因此，一个正弦量由幅值(或有效值)何初相位就可确定。比照复数，正弦量可用复数表示。

复数的模即为正弦量的幅值(或有效值)复数的辐角即为正弦量的初相角

为了与一般复数相区别，把表示正弦量的复数称相量。用大写字母加 “ \cdot ” 表示。

若已知正弦电压为 $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ ，相量式可写为

$$\dot{U}_m = U_m (\cos \psi + j \sin \psi) = U_m e^{j\psi} = U_m \angle \psi \quad \text{最大值相量}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{相量的模=正弦量的最大值相量辐角=正弦量的初相角或:} \\ \dot{U} = U (\cos \psi + j \sin \psi) = U e^{j\psi} = U \angle \psi \quad \text{有效值相量} \end{array} \right.$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{相量的模=正弦量的有效值} \\ \text{相量辐角=正弦量的初相角} \end{array} \right.$ 综上所述，正弦量的相量表示，其实质是将同频率的正弦量变换成它的复数形式，这样就把正弦稳态交流电路中繁琐的三角函

数运算变换成复数运算，从而简化了运算过程。因此相量法作为分析交流电路的数学工具，得到广泛应用。

此外，必须注意，相量只是表示正弦量，而不是等于正弦量。

正弦量可以用三角函数式，波形图和相量法表示，这几种方法虽然形式不同，但可互相转换，只要知道其中一种表达法，便可求出其它几种表示法。

例 1： 已知电压相量 $\dot{U}_1 = 110 + j80 \text{ V}$, $\dot{U}_2 = 127 - j50 \text{ V}$, 试把它们化为指数式，并写成正弦量 u_1 、 u_2 的表达式；计算 $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$ ，写出正弦量 u 的表达式。

解： $\dot{U}_1 = 110 + j80 = 136 \angle 36^\circ \text{ V}$

$$u_1 = 136\sqrt{2} \sin(\omega t + 36^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U}_2 = 127 - j50 = 136.5 \angle -21.5^\circ \text{ V}$$

$$u_2 = 136.5\sqrt{2} \sin(\omega t - 21.5^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (110 + j80) + (127 - j50) = 237 + j30 = 239 \angle 7.22^\circ \text{ V}$$

$$u = 239\sqrt{2} \sin(\omega t + 7.22^\circ) \text{ V}$$

例 2： 设 $u_1 = 127 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ， $u_2 = 110 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ V}$ ，试求总电压 $u = u_1 + u_2$ ，及其有效值 U 。

解： (1) 用相量式求解总电压 u

$$\dot{U}_{1m} = 127(\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U}_{2m} = 110(\cos 60^\circ - j\sin 60^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m} = 127(\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) + 110(\cos 60^\circ - j\sin 60^\circ)$$

$$= 127\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) + 110\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= (110 + j63.5) + (55 - j95.3) = 165 - j31.8$$

$$= 168 \angle -10.9^\circ \text{ V}$$

$$u = u_1 + u_2 = 168 \sin(\omega t - 10.9^\circ) \text{ V}$$

有效值 $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{168}{\sqrt{2}} = 119 \text{ V}$