相量分析的过程

1. 相量分析

电阻、电感与电容串联的交流电路如图 1 中所示。

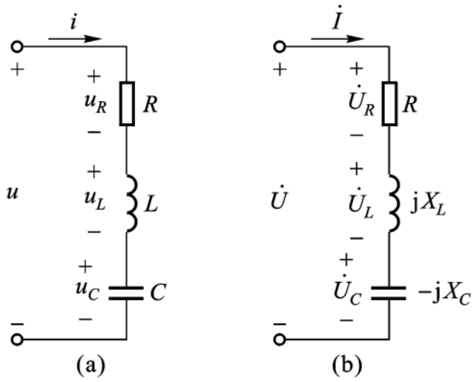

图 1　电阻、电感与电容串联的交流电路

根据相量形式的基尔霍夫电压定律，可求得

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}R + \mathrm{j}\dot{I}X_L - \mathrm{j}\dot{I}X_C \quad = \dot{I}\left[R + \mathrm{j}(X_L - jX_C)\right]$$

或　$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + \mathrm{j}(X_L - X_C),$$

令　$Z = R + \mathrm{j}(X_L - jX_C)$　称为复数阻抗

注意：复数阻抗不是一个相量，而是一个复数计算量，则

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \angle \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = |Z| \angle \varphi$$

$|z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$　　阻抗的模

$\varphi = \arctan\dfrac{X_L - X_C}{R}$　　阻抗的辐角

总电压的有效值　$U = I|Z|$

电压幅值　$U_{\mathrm{m}} = I_{\mathrm{m}}|Z|$

注意：

在分析与计算交流电路时必须时刻具有交流的概念，特别是相位的概念。上述电阻、电容与电感的串联，总的电压应等于三个元件上电压的相量和，如果直接写成$U = U_R + U_L + U_C$是不正确的。

2. **相量(复数)形式的欧姆定律**电阻电路： $\dot{U}=\dot{I}R$

纯电感电路：$\dot{U}=\dot{I}(jX_L)$

纯电容电路：$\dot{U}=\dot{I}(-jX_C)$

一般电路： $\dot{U}=\dot{I}Z$

3. **相量(复数)形式的欧姆定律**

KCL $\sum\dot{I}=0$

KVL $\sum\dot{U}=0$

4. **一般正弦交流电路的解题步骤**

(1) 根据原电路图画出相量模型图(电路结构不变)

$\boldsymbol{R}\rightarrow\boldsymbol{R}\quad \boldsymbol{L}\rightarrow \mathrm{j}\boldsymbol{X}_L\quad \boldsymbol{C}\rightarrow -\mathrm{j}\boldsymbol{X}_C$

$\boldsymbol{u}\rightarrow\dot{\boldsymbol{U}}\quad \boldsymbol{i}\rightarrow\dot{\boldsymbol{I}}\quad \boldsymbol{e}\rightarrow\dot{\boldsymbol{E}}$

(2) 根据相量模型列出相量方程式或画相量图(3) 用相量法或相量图求解

(4) 将结果变换成要求的形式

例 1：在 RLC 串联交流电路中，已知：$R=30\Omega, L=127\mathrm{mH}, C=40\mu\mathrm{F}$, 求：(1) 电流的有效值 I 与瞬时值 i; (2) 各部分电压的有效值与瞬时值。

解: (1) $X_L=\omega L=314\times127\times10^{-3}\Omega=40\Omega$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\times40\times10^{-6}}\Omega=80\Omega$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{30^2+(40-80)^2}=50\Omega$$

$$I=\frac{U}{|Z|}=\frac{220}{50}\mathrm{A}=4.4\mathrm{A}$$

$$\varphi=acr\tan\frac{X_L-X_C}{R}=acr\tan\frac{40-80}{30}=-53°$$

因为：$\varphi=-53°$，所以：$\psi_{\mathrm{i}}=73°$,

$$i=4.4\sqrt{2}\sin(\omega t+73°)\ \mathrm{A}$$

$$U_R=4.4\times30=132\ \mathrm{V}$$

$$u_R=132\sqrt{2}\sin(\omega t+73°)\ \mathrm{V}$$

$$U_L=4.4\times40=176\ \mathrm{V}$$

$$u_L=176\sqrt{2}\sin(\omega t+163°)\ \mathrm{V}$$

$$U_C=4.4\times80=352\ \mathrm{V}$$

$$u_C=352\sqrt{2}\sin(\omega t-17°)\ \mathrm{V}$$

通过计算可看出：$U \neq U_R + U_L + U_C$ 而是：$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

（2）相量计算

解：设 $\dot{U} = 220\angle 0°\ \mathrm{V}$

$$Z = R + \mathrm{j}(X_L - X_C) = 30 + \mathrm{j}(40 - 80) = 50\angle\text{-}53\ °\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 20°}{50\angle -53°}\mathrm{A} = 4.4\angle 73°\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 4.4\angle 73° \times 30\mathrm{V} = 132\angle 73°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}(\mathrm{j}X_L) = 4.4\angle 73° \times 40\mathrm{V} = 16\angle 163°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}(-jX_C) = 4.4\angle 73° \times (\text{-}\ \mathrm{j}80)\mathrm{V} = 352\angle -17°\mathrm{V}$$