电工技术与电子技术

第 4 章　正弦交流电路

主讲教师：刘玉英

正弦量的相量表示法

主讲教师：刘玉英

正弦量的相量表示法

主要内容：

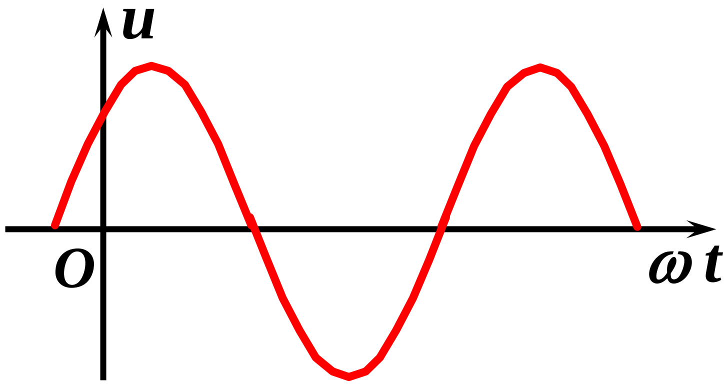
复数的有关知识及正弦量的表示方法。

重点难点：

复数的四则运算及正弦量的相量表示。

1. 正弦量的表示方法

波形图



瞬时值表达式 $u = U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi)$

必须小写

相量 $\dot{U} = U\angle\psi \ \mathrm{V}$

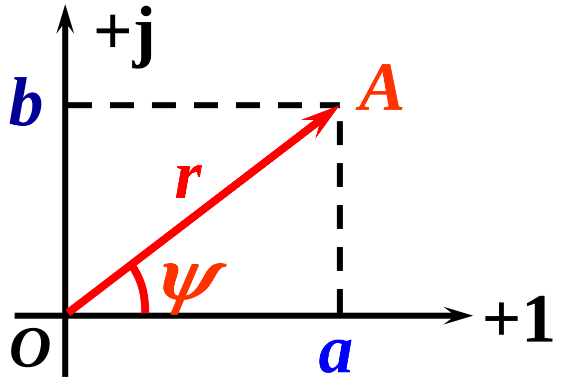
重点

前两种不便于运算，重点介绍相量表示法。

2. 正弦量的相量表示

实质：用复数表示正弦量

(1) 复数表示形式



设A为复数

① 代数式 $A = a + jb$

式中: $a = r\cos\psi$ $\quad b = r\sin\psi$

$$\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} & \text{复数的模} \\ \psi = \arctan\dfrac{b}{a} & \text{复数的辐角} \end{cases}$$

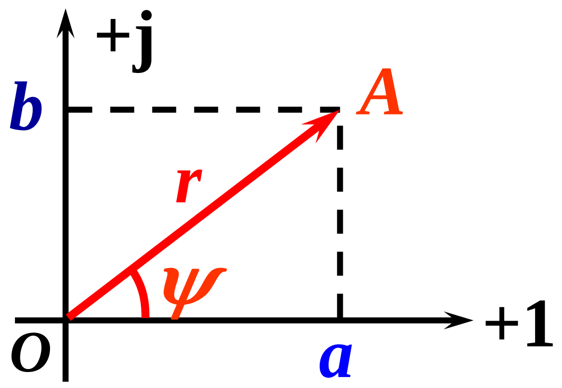
② 三角式

$$A = r\cos\psi + jr\sin\psi = r(\cos\psi + j\sin\psi)$$

2. 正弦量的相量表示

实质：用复数表示正弦量。

(1) 复数表示形式



由欧拉公式：$\cos\psi=\dfrac{e^{j\psi}+e^{-j\psi}}{2}$，　$\sin\psi=\dfrac{e^{j\psi}-e^{-j\psi}}{2j}$

可得：$e^{j\psi}=\cos\psi+j\sin\psi$

③ 指数式　$A=r\,e^{j\psi}$

④ 极坐标式　$A=r\angle\psi$

$$A=a+jb=r\cos\psi+jr\sin\psi=re^{j\psi}=r\angle\psi$$

(2) 正弦量的相量表示

复数由模和辐角两个特征来确定，而正弦量由幅值、角频率、初相角三个特征来确定。在分析线性电路时，正弦激励和响应均为同频率的正弦量，频率是已知的，可以不考虑。因此，一个正弦量由幅值(或有效值)和初相位就可确定。比照复数和正弦量，正弦量可用复数表示。

复数的模即为正弦量的幅值(或有效值)
复数的辐角即为正弦量的初相角

相量：表示正弦量的复数称相量

设正弦量：$u = U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi)$

相量表示:

电压的有效值相量

$$\dot{U} = U e^{\mathrm{j}\psi} = U\angle\psi$$

相量的模=正弦量的有效值
相量辐角=正弦量的初相角

或：$\dot{U}_{\mathrm{m}} = U_{\mathrm{m}} e^{\mathrm{j}\psi} = U_{\mathrm{m}}\angle\psi$

相量的模=正弦量的最大值
相量辐角=正弦量的初相角

电压的最大值相量

注意:

(1) 相量只是表示正弦量，而不等于正弦量，两者只有对应关系。

$$i = I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi) \cancel{=} I_{\mathrm{m}}e^{\mathrm{j}\psi} = I_{\mathrm{m}}\angle\psi$$

正弦量是时间的函数，而相量仅仅是表示正弦量的复数，两者不能划等号！

(2) 只有正弦周期量才能用相量表示，非正弦量不能用相量表示。因此，只有表示正弦量的复数才能称之为相量。

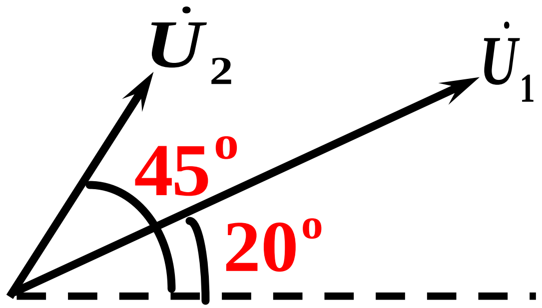
3. 相量的两种表示形式

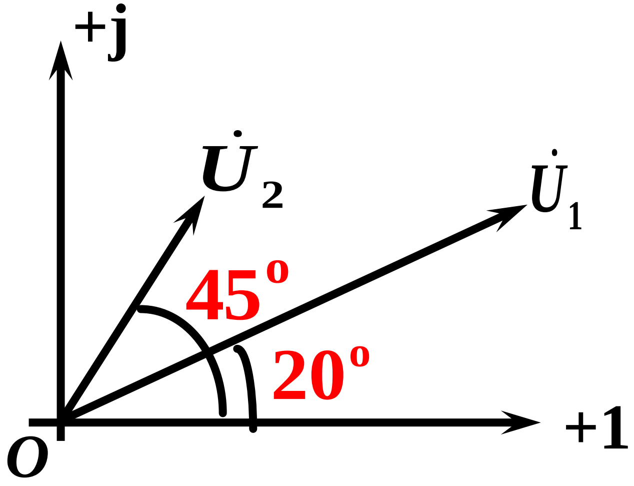
相量式: $\dot{U} = U\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi} = U\angle\psi = U(\cos\psi + \mathrm{j}\sin\psi)$

相量图: 把相量在复平面中用有向线段表示出来

$\dot{U}_1 = 220\angle+20°\mathrm{V}$

$\dot{U}_2 = 110\angle+45°\mathrm{V}$

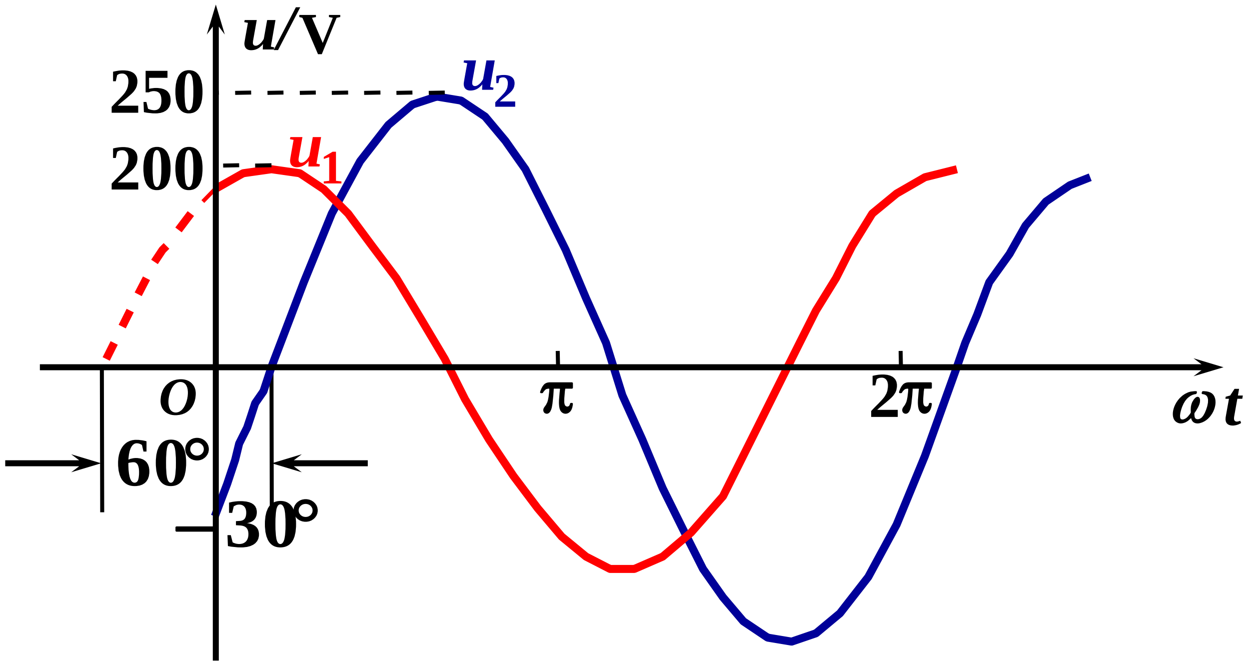




坐标轴一般省略不画出

注意: 只有同频率的正弦量才能画在同一相量图上。

例 1: 已知选定参考方向下正弦量的波形图如图所示，试写出正弦量的表达式。（设两个正弦量的角频率为ω）



解：$u_1 = 200\sin(\omega t + 60°)\ \text{V} \qquad u_2 = 250\sin(\omega t - 30°)\ \text{V}$

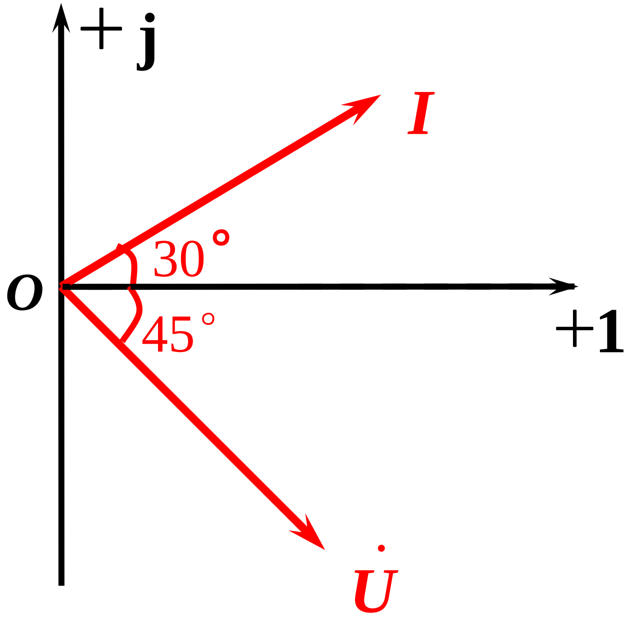
例 2: 已知同频率的正弦量的表达式分别为 $i = 10\sin(\omega t + 30°)\ \text{A}$， $u = 220\sqrt{2}\sin(\omega t - 45°)\ \text{V}$，写出电流和电压的相量 $\dot{I}$、$\dot{U}$，并绘出相量图。

解: (1) 相量式

$$\dot{I} = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle 30° = 5\sqrt{2}\angle 30°\ \text{A}$$

$$\dot{U} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle -45°\ \text{V}$$

(2) 相量图



例3: 已知 $i_1 = 12.7\sqrt{2}\sin(314t + 30°)\text{A}$

$i_2 = 11\sqrt{2}\sin(314t - 60°)\text{A}$

求：$i = i_1 + i_2$ 。

解： $\dot{I}_1 = 12.7\underline{/30°}\text{A}$

$\dot{I}_2 = 11\underline{/-60°}\text{A}$

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 12.7\underline{/30°}\text{A} + 11\underline{/-60°}\text{A}$

$= 12.7(\cos 30° + j\sin 30°)\text{A} + 11(\cos 60° - j\sin 60°)\text{A}$

$= (16.5 - j3.18)\text{A} = 16.8\underline{/-10.9°}\text{A}$

$i = 16.8\sqrt{2}\sin(314t - 10.9°)\ \text{A}$

有效值 I =16.8 A

小结

1. 正弦量的相量表示

式 $\begin{cases}\text{最大值相量式}\\\text{有效值相量式}\end{cases}$

图：相量图

2. 熟练掌握复数的四则运算

加减运算常用复数的代数形式

乘除运算常用复数的指数形式或极坐标式