

## 二次剩余

### 解答题

1. 利用欧拉判别条件判断2是否为29的二次剩余.
2. 设 $p$ 为奇素数, 求-1是模 $p$ 的二次剩余的充要条件.
3. 判断同余方程 $x^2 \equiv 191 \pmod{397}$ 是否有解.
4. 求解同余方程 $x^2 \equiv 2 \pmod{73}$ .
5. 计算以下勒让德符号(写出计算过程):
  - (1)  $\left(\frac{17}{37}\right)$ ;
  - (2)  $\left(\frac{151}{373}\right)$ ;
  - (3)  $\left(\frac{191}{397}\right)$ ;
6. 计算以下雅可比符号(写出计算过程):
  - (1)  $\left(\frac{51}{71}\right)$ ;
  - (2)  $\left(\frac{313}{401}\right)$ ;

### 证明题

1. 设 $p$ 是奇素数, 证明 $x^2 \equiv 3 \pmod{p}$ 有解的充要条件是 $p \equiv \pm 1 \pmod{12}$ .
2. 证明: 若正整数 $b$ 不被奇素数 $p$ 整除, 则

$$\left(\frac{b}{p}\right) + \left(\frac{2b}{p}\right) + \left(\frac{3b}{p}\right) + \cdots + \left(\frac{(p-1)b}{p}\right) = 0.$$

3. 证明：若 $p$ 是奇素数，则

$$\left(\frac{-3}{p}\right) = \begin{cases} 1 & p \equiv 1 \pmod{6} \\ -1 & p \equiv -1 \pmod{6} \end{cases}$$