

整除

解答题

1. 求以下整数对的最大公因子：(1) $(55, 85)$ ；(2) $(666, 1414)$.
2. 求以下整数对的最小公倍数：(1) $(231, 732)$ ；(2) $(-871, 728)$.
3. 求以下整数的标准分解式：(1) 36；(2) 69；(3) 200；(4) 289.
4. 设 a 为正整数，问 $a^4 - 3a^2 + 9$ 是素数还是合数？

证明题

1. 证明若 $2|n, 5|n, 7|n$ ，那么 $70|n$.
2. 证明任意三个连续的正整数的乘积都被6整除.
3. 证明每个奇数的平方都具有 $8k + 1$ 的形式.
4. 证明若 $m - p|mn + pq$ ，则 $m - p|mq + np$.
5. 证明对于任意给定的正整数 k ，必有 k 个连续的正整数都是合数.
6. 证明若整数 a, b 满足 $(a, b) = 1$ ，那么 $(a + b, a - b) = 1$ 或 2.
7. 证明若 k 为正整数，那么 $3k + 2$ 与 $5k + 3$ 互素.
8. 证明 $12|n^4 + 2n^3 + 11n^2 + 10n$.

9. 证明 n 的标准分解式中次数都是偶数，当且仅当 n 是完全平方数.

编程练习(建议使用C++)

1. 编写程序求1000000内的所有素数.
2. 编写程序计算整数 a, b 的最大公因子.
3. 编写程序求正整数 n 的素因子分解.