Береснева Евгения Викторовна - лектор
РЭкз
3РК + 3ДЗ (они же лабы) -> Matlab/Python (pog)

**Элементы теории погрешностей**

A - точное значение
a - приближённое значение
(A - a) - погрешность
$\varDelta = |A - a|$ - абсолюная погрешность
$\varDelta_a$ - предельная абсолютная погрешность, $\varDelta_a \geq \varDelta$
$A \in [a - \varDelta_a, a + \varDelta_a]$

1. $\delta = \dfrac{\varDelta}{|A|}$
2. $\delta = \dfrac{\varDelta}{|a|}$ - относительная погрешность
   $\delta_a \geq \delta$ - предельная относительная погрешность
   Pasted image 20250215104021%20darkmode.png

**Формулы, связывающие a с его предельными, абсолютными и относительными погрешностями**

Выводы формул погрешности

| **Дано:** | **Решение:** |
|---|---|
| $a;\ \varDelta_a$<br>$\delta_a = \ ?$ | **1)** $\delta = \dfrac{\varDelta}{\lvert a\rvert} \leq \dfrac{\varDelta_a}{\lvert A\rvert - \varDelta_a} = \delta_a \rightarrow \dfrac{\varDelta_a}{\lvert a\rvert - \varDelta_a} = \delta_a$ **- Срать** 👎<br>**2)** $\delta = \dfrac{\varDelta}{\lvert a\rvert} = \dfrac{\varDelta_a}{\lvert a\rvert} = \delta_a \rightarrow \dfrac{\varDelta_a}{\lvert a\rvert} = \delta_a$ **- Кайфарик** 👍 |

| **Дано:** | **Решение:** |
|---|---|
| $a;\ \varDelta_a$<br>$\delta_a - \ ?$ | **1)** $\delta = \dfrac{\varDelta}{\lvert A\rvert} \rightarrow \varDelta = \delta * \lvert A\rvert$<br>$\varDelta = \delta\lvert A\rvert \leq \delta_a(\lvert a\rvert + \varDelta_a = \varDelta_a$<br>$\varDelta_a = \dfrac{\delta_a\lvert a\rvert}{1 - \delta_a}$ **- Срать #2** 👎<br>**2)** $\delta = \dfrac{\varDelta}{\lvert a\rvert} \rightarrow \varDelta\lvert a\rvert\delta$<br>$\varDelta = \lvert a\rvert\delta \leq \lvert a\rvert\delta_a = \varDelta_a$<br>$\varDelta_a = \lvert a\rvert\delta_a$ **- Кайфарик #2** 👍 |
| $\delta_a < 5\%$ | |

**Значащие цифры и округление**

**Значащая цифра десятиного числа**:

- Всякая цифра != 0
- 0, если содержится между цифрами != 0
- 0, если является представителем сохраняемых справа десятичных разрядов
  // Определение попроще
  **Значащая цифра числа** - все цифры записи числа, начиная с первой ненулевой слева

**Связь предельной абсолютной погрешности и последнего верного знака приближённого числа**

Пусть a - приближённое значение A. Тогда в записи a первые n значащих цифр являются верными, если предельная абсолютная погрешность $\varDelta_a$ этого числа меньше или равна половине единицы разряда, соответствующего последней из n верных значащих цифр
Значащая цифра верня, если предельная абсолютная погрешность $\varDelta_a \leq$ половине единицы разряда, соответствующего этой цифре

| **Задача:** | |
|---|---|
| $a = 0.573$<br>$\varDelta_a = 0.001$ | $\varDelta_a = 0.001 \leq 0.005 = 0.5 * 10^{-2} = \dfrac{1}{2} * 10^{-2}$<br>$a = 0.57'3 = 0.57 \pm 0.001$ |

| **Задача:** | |
|---|---|
| $a = 35.97$<br>$\varDelta_a = 0.06$ | $\varDelta_a \leq 0.5 = \dfrac{1}{2} * 10^0$<br>$a = 36 \pm 0.06$ |

**Связь предельной относительной погрешности с количеством верных знаков приближённого числа**

**Th.** Если в записи числа a приближённо определено положительное число $A > 0$ первые из n значащих цифр являются верными, и цифра $k - 1$-я из них, то относительная погрешность числа a не превосходит
$\delta \leq \dfrac{1}{2k * 10^{n-1}}$

| **Доказательство:** | $a = k * 10^m + a_1 * 10^{m-1} + a_2 * 10^{m-2} + ... + a_{n-1} * 10^{m-n+1}$ |
|---|---|
| **a - число**<br>**n - верных знаков**<br>**k - 1-й из них**<br>**m - разрядов** | $\varDelta_a < \dfrac{1}{2} * 10^{m-n+1}$<br>$\delta = \dfrac{\varDelta}{a} \leq \dfrac{\varDelta_a}{a} \leq \dfrac{\frac{1}{2} * 10^{m-n+1}}{k * 10^m} = \dfrac{1}{2k * 10^{n-1}}$<br>**чтд** |

| **Задача:** | **Способ 1:** |
|---|---|
| $a = 0.2218$<br>$\delta_a = 0.005$ | $\delta_a \leq \dfrac{1}{2k * 10^{n-1}}$<br>$0.005 = \frac{1}{2} * 10^{-2} \leq \dfrac{1}{4 * 10^1} = \dfrac{1}{4 * 10^{2-1}} \rightarrow n = 2$<br>$a = 0.22 \pm 0.005$<br><br>**Способ 2:**<br>$\varDelta_a = \lvert a\rvert * \delta_a = 0.2218 * 0.005 = 0.001109$<br>$\varDelta_a = 0.001109 \leq 0.002$<br>$\varDelta_a = 0.002 \leq 0.005 = \dfrac{1}{2} * 10^{-2}$<br>$a = 0.22 \pm 0.02$ |