Береснева Евгения Викторовна - лектор

РЭкз

3PK + 3Д3 (они же лабы) -> Matlab/Python (pog)

Элементы теории погрешностей

А - точное значение

а - приближённое значение

(А - а) - погрешность

 $\Delta = |A - a|$ - абсолюная погрешность

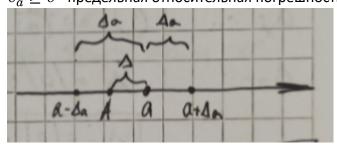
 $arDelta_a$ - предельная абсолютная погрешность, $arDelta_a \geq arDelta$

 $A \in [a - \Delta_a, a + \Delta_a]$

1.
$$\delta = \frac{\Delta}{|A|}$$

2. $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$ - относительная погрешность

 $\delta_a \geq \delta$ - предельная относительная погрешность



Формулы, связывающие а с его предельными, абсолютными и относительными погрешностями

Выводы формул погрешности

Дано: Решение:
$$\delta_a: \frac{\Delta_a}{\delta_a} = ?$$
 1) $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \leq \frac{\Delta_a}{|A| - \Delta_a} = \delta_a \rightarrow \frac{\Delta_a}{|a| - \Delta_a} = \delta_a$ - Срать (2) $\delta = \frac{\Delta}{|a|} = \frac{\Delta_a}{|a|} = \delta_a \rightarrow \frac{\Delta_a}{|a|} = \delta_a$ - Кайфарик (4)

Дано:
$$a; \Delta_a \\ \delta_a - ?$$
1) $\delta = \frac{\Delta}{|A|} \to \Delta = \delta^*|A|$

$$\Delta = \delta|A| \le \delta_a (|a| + \Delta_a = \Delta_a)$$

$$\Delta_a = \frac{\delta_a |a|}{1 - \delta_a} - \text{Срать #2}$$
2) $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \to \Delta|a|\delta$

$$\Delta = |a|\delta \le |a|\delta_a = \Delta_a$$

$$\Delta_a = |a|\delta_a - \text{Кайфарик #2}$$

$$\delta_a < 5\%$$

Значащие цифры и округление

Значащая цифра десятиного числа:

- Всякая цифра!= 0
- 0, если содержится между цифрами != 0
- 0, если является представителем сохраняемых справа десятичных разрядов // Определение попроще

Значащая цифра числа - все цифры записи числа, начиная с первой ненулевой слева

Связь предельной абсолютной погрешности и последнего верного знака приближённого числа

Пусть а - приближённое значение А. Тогда в записи а первые n значащих цифр являются верными, если предельная абсолютная погрешность Δ_a этого числа меньше или равна половине единицы разряда, соответствующего последней из n верных значащих цифр

Значащая цифра верня, если предельная абсолютная погрешность $\varDelta_a \leq \,$ половине единицы разряда, соответствующего этой цифре

Вадача:
$$a=35.97$$
 $\Delta_a \leq 0.5 = \frac{1}{2}*10^0$ $\Delta_a = 0.06$ $a=36\pm0.06$

Связь предельной относительной погрешности с количеством верных знаков приближённого числа

Th. Если в записи числа а приближённо определено положительное число A>0 первые из n значащих цифр являются верными, и цифра k-1-я из них, то относительная погрешность числа а не превосходит

$$\delta \le \frac{1}{2k * 10^{n-1}}$$

Доказательство:
$$a=k*10^m+\alpha_1*10^{m-1}+\alpha_2*10^{m-2}+...+\alpha_{n-1}*10^{m-n+1}$$
 а - число
$$\Delta_a<\frac{1}{2}*10^{m-n+1}$$

$$\delta=\frac{\Delta}{a}\leq\frac{\Delta_a}{a}\leq\frac{\frac{1}{2}*10^{m-n+1}}{k*10^m}=\frac{1}{2k*10^{n-1}}$$
 чтд

Вадача:
$$a=0.2218 \\ \delta_a=0.005 \\ \delta_a \leq \frac{1}{2k*10^{n-1}} \\ 0.005=\frac{1}{2}*10^{-2} \leq \frac{1}{4*10^1}=\frac{1}{4*10^{2-1}} \rightarrow n=2 \\ a=0.22\pm0.005 \\ \textbf{Способ 2:} \\ \Delta_a=|a|*\delta_a=0.2218*0.005=0.001109 \\ \Delta_a=0.001109\leq0.002 \\ \Delta_a=0.002\leq0.005=\frac{1}{2}*10^{-2} \\$$

 $a = 0.22 \pm 0.02$