Береснева Евгения Викторовна - лектор

3PK + 3Д3 (они же лабы) -> Matlab/Python (pog)

#### Элементы теории погрешностей

А - точное значение

а - приближённое значение

(А - а) - погрешность

 $\Delta = |A - a|$  - абсолюная погрешность

 $arDelta_a$  - предельная абсолютная погрешность,  $arDelta_a \geq arDelta$ 

$$A \in [a - \Delta_a, a + \Delta_a]$$

1. 
$$\delta = \frac{\Delta}{|A|}$$

1. 
$$\delta = \frac{\Delta}{|A|}$$
2.  $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$  - относительная погрешность

 $\delta_a \geq \delta$  - предельная относительная погрешность Pasted image 20250215104021.png

### Формулы, связывающие а с его предельными, абсолютными и относительными погрешностями

Выводы формул погрешности

Дано: Решение: 
$$a; \ \Delta_a \\ \delta_a - ?$$
 1)  $\delta = \frac{\Delta}{|A|} \to \Delta = \delta^*|A|$   $\Delta = \delta|A| \le \delta_a (|a| + \Delta_a = \Delta_a)$  
$$\Delta_a = \frac{\delta_a |a|}{1 - \delta_a} - \text{Срать #2}$$
 2)  $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \to \Delta|a| \delta$  
$$\Delta = |a| \delta \le |a| \delta_a = \Delta_a$$
 
$$\Delta_a = |a| \delta_a - \text{Кайфарик #2}$$
  $\delta_a < 5\%$ 

#### Значащие цифры и округление

## Значащая цифра десятиного числа:

- Всякая цифра != 0
- 0, если содержится между цифрами != 0
- 0, если является представителем сохраняемых справа десятичных разрядов // Определение попроще

Значащая цифра числа - все цифры записи числа, начиная с первой ненулевой слева

# Связь предельной абсолютной погрешности и последнего верного знака приближённого числа

Пусть а - приближённое значение А. Тогда в записи а первые п значащих цифр являются верными, если предельная абсолютная погрешность  $arDelta_a$  этого числа меньше или равна половине единицы разряда, соответствующего последней из п верных значащих цифр

Значащая цифра верня, если предельная абсолютная погрешность  $\varDelta_a \leq \,$  половине единицы разряда, соответствующего этой цифре

Вадача: 
$$\begin{array}{l} \Delta_a = 0.001 \leq 0.005 = 0.5*10^{-2} = \frac{1}{2}*10^{-2} \\ \Delta_a = 0.001 \end{array}$$
  $\alpha = 0.57'3 = 0.57 \pm 0.001$ 

Задача: 
$$a = 35.97 \\ \Delta_a = 0.06 \\ a = 36 \pm 0.06$$

## Связь предельной относительной погрешности с количеством верных знаков приближённого числа

**Th.** Если в записи числа а приближённо определено положительное число A>0 первые из n значащих цифр являются верными, и цифра k-1-я из них, то относительная погрешность числа а не превосходит

$$\delta \le \frac{1}{2k*10^{n-1}}$$

Доказательство: 
$$a=k*10^m+\alpha_1*10^{m-1}+\alpha_2*10^{m-2}+...+\alpha_{n-1}*10^{m-n+1}$$
 а - число 
$$\Delta_a<\frac{1}{2}*10^{m-n+1}$$
 
$$\delta=\frac{\Delta}{a}\leq\frac{\Delta}{a}\leq\frac{\frac{1}{2}*10^{m-n+1}}{k*10^m}=\frac{1}{2k*10^{n-1}}$$
 чтд

Задача: 
$$a=0.2218 \atop \delta_a=0.005$$
 
$$\delta_a \leq \frac{1}{2k*10^{n-1}} \atop 0.005=\frac{1}{2}*10^{-2} \leq \frac{1}{4*10^1}=\frac{1}{4*10^{2-1}} \rightarrow n=2$$
 
$$a=0.22\pm0.005$$
 Cnoco6 2: 
$$\Delta_a=|a|*\delta_a=0.2218*0.005=0.001109$$
 
$$\Delta_a=0.001109\leq0.002$$
 
$$\Delta_a=0.002\leq0.005=\frac{1}{2}*10^{-2}$$

 $a = 0.22 \pm 0.02$