Université de Ngaoundéré *Faculté des Sciences*

Département de Mathématiques et Informatique

Contrôle Continu : Algèbre 1 (MIL1MI10)

Date : 03/12/2016 *Heure : 07h30-9h30* *Salle : Préf 5A*

Exercice 1 : **5pts**
Définir :

1. relation d'équivalence ;
2. élément maximal ;
3. monoïde ;
4. partie stable par une application ;
5. anneau intègre.

Exercice 2 : **9pts**
Soient $f : E \to F$ une application.

1. Démontrer que :
   (a) f est injective si et seulement si $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$, pour tous $A, B \in \mathcal{P}(E)$;
   (b) f est surjective si et seulement si $f\left[f^{-1}(B)\right] = B$, pour tout $B \in \mathcal{P}(F)$.
2. On considère les applications

$$\widehat{f}: \begin{array}{ccc} \mathcal{P}(E) & \to & \mathcal{P}(F) \\ A & \mapsto & f(A) \end{array} \quad \text{et} \quad \widetilde{f}: \begin{array}{ccc} \mathcal{P}(F) & \to & \mathcal{P}(E) \\ B & \mapsto & f^{-1}(B). \end{array}$$

   Démontrer que :
   (a) $\widehat{f}$ est surjective si et seulement si f est surjective ;
   (b) $\widetilde{f}$ est injective si et seulement si f est surjective.

Exercice 3 : **6pts**
Soit la permutation $\sigma \in \mathfrak{S}_{10}$:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 10 & 6 & 9 & 2 & 1 & 7 & 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les orbites suivant σ. En déduire sa signature ε_σ.
2. Décomposer σ en produit de cycles à supports disjoints. En déduire une décomposition en produit de transpositions de σ.
3. Déterminer la permutation σ^{2035}.