

Nama : M Taufiq Tamilaru m
Kelas : B
Matkul : Komputasi numerik

Nama : Rahel Syahidah - nim 23-032
: Vina Rofita - nim 23-008
: Luluk Wulandari - nim 23-079
: M Taufiq Tamilaru m - nim 23-027

Langkah-langkah

1) Lakukan iterasi cari akar persamaan $f(x) = 0$ dan dr ubah ke bentuk $x = g(x)$

2) Lakukan iterasi:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Jika g memenuhi kondisi tertentu (kontinu dan kontrapositif di sekitar titik tetap r), maka urutan (x_n) akan konvergen ke r yang memenuhi $r = g(r)$ (maka juga $f(r) = 0$)

3) Turunan formal

Misal r adalah solusi dari $x = g(x)$ dengan teorema rata-rata nilai, untuk x_n dekat r ada ξ di antara x_n dan r sehingga

$$x_{n+1} - r = g(x_n) - g(r) = g'(\xi)(x_n - r)$$

Ambil nilai mutlak :

$$|x_{n+1} - r| = |g'(\xi)| |x_n - r|$$

Jika ada konstanta $k < 1$ sehingga $|g'(x)| \leq k$ pada interval r maka

$$|x_{n+1} - r| \leq k|x_n - r|$$

Yang memberi konvergen linier (orde 1) dengan faktor konvergeni kurang dari 1. Kondisi yang sering dipakai (~~o~~ cahaya benach): g kontraktif interval tertutup $[a, b]$ (yakni $|g'(x)| \leq k < 1$ disana) \rightarrow unik titik tetap dan iterasi konvergen dari sembarang $x_0 \in [a, b]$.

Jika $g'(r) = 0$ dan turunan ngga sampai orde $p-1$ nol. Sementara turunan orde p bukan nol, maka iterasi dapat memiliki orde konvergensi > 1 (mis Newton menghasilkan konvergensi kuadratik karena linear term banyak)

4) Analisis galat aror

Untuk iterasi umum $x_{n+1} = g(x_n)$ dengan g cukup halus:

- dengan pendekatan linear (mengunakan $g'(\xi) = g'(r)$) ia memberi hubungan teknis antara $e_{n+1} = g'(r)e_n$, $e_n := (x_n - r)$

Jadi rasio galat e_{n+1}/e_n mendekati $g'(r)$ ketika n besar:

- Jika $g'(r) = 0$ dan $g''(r) \neq 0$ maka biosannya $e_{n+1} = O(e_n^2)$ (konvergensi kuadratik)

5) Contoh Sederhana | Step by Step)

- ambil persamaan $f(x) = \cos x - x = 0$
- bentuk $x = g(x) = \cos x$ akar sebenarnya (dikonsep sebagai literatur) $r = 0,7390851332151607$
- kita gunakan $x_0 = 1$ dan iterasi $x_{n+1} = \cos(x_n)$ di bawah ini beberapa iterasi, galat absolut terhadap nilai referensi r (di bulatkan ke 12 desimal)

tabel iterasi:

$$x_0 = 1.000000000000 \rightarrow \cancel{x_0}$$

$$c_0 = (x_0 - r)$$

$$= 1.000000000000 - 0,7390851332151607$$

$$= 0,2609148667848393$$

$$\text{dibulatkan} = 0,260914866784$$

$$x_1 = \cos(0,7390851332151607)$$

$$= 0,73959682901$$

$$c_1 = 0,0248745496858393$$

$$= 0,024874549685$$

$$x_2 = \cos(1)$$

$$= 0,540302305868$$

$$c_2 = 0,540302305868 - 0,7390851332151607$$

$$= 0,1987828273471607$$

$$\text{bulat} = 0,198782827347$$

$$x_3 = 0,722102425027$$

$$c_3 = 0,0169827081881607$$

$$= 0,016982708188$$

$$x_4 = 0,750417761764$$

$$c_4 = 0,0113326285488393$$

$$= 0,011332628549$$

$$x_5 = \cos(0,857553218546)$$

$$= 0,857553215846$$

$$x_6 = 0,731404042423$$

$$c_5 = 0,857553215846 - 0,7390851332151607$$

$$c_6 = 0,0076810907928393$$

$$= 0,007681090793$$

$$\text{bulat} = 0,118468082631$$

$$x_7 = \cos(0,857553218546)$$

$$= 0,654289790498$$

$$x_8 = 0,744232354901$$

$$c_7 = 0,0847953427168393 \rightarrow 0,084795342717$$

$$c_8 = 0,0051522216858393$$

$$= 0,005152221685$$

$$\text{bulat} = \cancel{0,0} \quad 0,0$$

$$x_9 = \cos(0,654289790498)$$

$$= 0,793480358743$$

$$x_{10} = 0,735604240436$$

$$c_9 = 0,054395225278393$$

$$c_{10} = 0,0034803927791607$$

$$= 0,054395225527$$

$$= 0,003480392779$$

$$x_{11} = \cos(0,793480358743) = 0,701368773623$$

$$c_{11} = 0,0377163595921607 = 0,037716359592$$

caranya berlanjut

x_n = aproksmasi solusi pada iterasi ke n

r = solusi sebenarnya (titik tetap)

c_n = galat absolut ke solusi

Vina rofita (23-028)

Kelompok 10 : M. Taufiq Tamiaul (23-027)

Vina rofita (23-028)

Rebel Syalom (23-032)

Liluk Wicandari (23-079)

Metode Secant

↳ adalah Metode iteratif untuk menemukan akar persamaan non-linear dengan menggunakan deferensi daripada turunan. Dalam metode ini membutkan penentuan garis lurus melalui 2 titik untuk memperkirakan kemiringan dan menghasilkan titik pendekatan berikutnya. Metode ini tidak memerlukan turunan pertama persamaan secara analitik dan dapat digunakan untuk masalah yg sulit mendapat turunannya.

Simpulnya metode secant merupakan perbaikan dari metode regula-falsi dan newton raphson. dimana kemiringan 2 titik dinyatakan secara diskrit dgn mengambil bantuan garis lurus yg melalui satu titik.

Cara soal !

- Tentukan posisi hampiran akar dari fungsi $f(x) = x^4 - 3$ Menggunakan metode secant. gunakan tebakan awal $x_1 = 1,6$ dan $x_{1-1} = 2$ serta $\epsilon_8 = 0,0005$.

Jawab :

$$\text{Rumus secant : } x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i) \cdot x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

Error relatif (y_i) dapat dituliskan :

$$\epsilon_a = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| \times 100\%$$

Iterasi 1 :

- hitung fungsi

$$\cdot f(x_0) = f(2) = 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13$$

$$\cdot f(x_1) = f(1.6) = (1.6)^4 - 3 = 6.5536 - 3 = 3.5536$$

- hitung akar baru

$$x_2 = 1.6 - \frac{3.5536}{3.5536 - 13} \cdot \frac{1.6 - 2}{3.5536 - 13}$$

$$= 1.6 - \frac{3.5536}{3.5536 - 13} \approx \frac{-0.4}{-9.4404}$$

$$= 1.6 - \frac{3.5536}{3.5536 - 13} \approx 0.04238$$

$$x_2 = 1.6 - 3.5536 \approx \underline{\underline{1.4494}}$$

error relatif :

$$\epsilon_a = \left| \frac{1.4494 - 1.6}{1.4494} \right| \times 100\% \approx 10.39\%$$

Iterasi 2 :

$$\cdot f(x_2) = (1.4494)^4 - 3 \approx 4.4186 - 3 = 1.4186$$

- Menggunakan pasangan (x_1, x_2) = (1.6, 1.4494)

$$x_3 = 1.4494 - \frac{1.4186}{1.4186 - 3.5536} \cdot \frac{1.4494 - 1.6}{1.4186 - 3.5536}$$

$$= 1.4494 - \frac{1.4186}{1.4186 - 3.5536} \cdot \frac{-0.1506}{-2.135}$$

$$= 1.4494 - 1.4186 \cdot 0.07055$$

$$\cancel{x_3 = 1.4494 - 1.4186}$$

$$x_3 = 1.4494 - 0.1000 = \underline{\underline{1.3494}}$$

error relatif:

$$\epsilon_a = \left| \frac{1.3494 - 1.4494}{1.3494} \right| \times 100\% \approx 7.41\%$$

Iterasi 3

$$\cdot f(x_3) = (1.3494)^9 - 3 \approx 3.316 - 3 = 0.316$$

$$x_4 = 1.3494 - 0.316 \cdot \frac{1.3494 - 1.4494}{0.316 - 1.4186}$$

$$= 1.3494 - 0.316 \cdot \frac{0.100}{-1.1026}$$

$$= 1.3494 - 0.316 \cdot 0.0907$$

$$x_4 = 1.3494 - 0.0287 = \underline{\underline{1.3207}}$$

error relatif

$$\epsilon_a = \left| \frac{1.3207 - 1.3494}{1.3207} \right| \times 100\% \approx 2.17\%$$

Iterasi 5

$$\cdot f(x_5) = (1.3207)^9 - 3 \approx 2.996 - 3 = -0.002$$

$$x_6 = 1.3207 - (-0.002) \cdot \frac{1.3164 - 1.3207}{-0.002 - 0.091}$$

$$\approx 1.3207 - (-0.002) \cdot \frac{-0.0043}{-0.091}$$

$$\approx 1.3164 - (-0.002) \cdot 0.01$$

$$x_6 = 1.3164 - (-0.002) = 1. \underline{\underline{13166}}$$

error relatif :

$$\epsilon_a = \left| \frac{1.3166 - 1.3164}{1.3166} \right| \times 100\% \approx 0.015\%$$

Kesimpulan :

hampiran akar yg diperoleh : $x \approx 1.3166$
dgn error yg sudah lebih besar dari toleransi
 $\epsilon_x = 0.0005$ (gantu 0.05%).)

2.

Soal 2

\hookrightarrow Menghitung akar persamaan dari $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$,
 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$. Serta $\epsilon_a \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| < 5 \times 10^{-4}$

Jawab :

Hasil 1 \rightarrow hitung x_3

$$\cdot f(1) = 1 + 1 - 3 - 3 = -4$$

$$\cdot f(2) = 8 + 4 - 6 - 3 = 3.$$

$$X_3 = 2 - 3 \cdot \frac{2-1}{3-(4)} = 2 - 3$$

$$= 2 - 3 \cdot \frac{1}{7} = 2 - \frac{3}{7} = \frac{11}{7} = 1,5714285714285714$$

Perubahan : $|X_3 - X_2| = 1,5714285714285714 - 2 \approx 0,4285714286$

$$\epsilon_a = \left| \frac{0,4285714286}{1,5714285714} \right| \approx 0,272727 \rightarrow 27,27\%$$

Iterasi 2 → hitung X_4 (menggunakan X_2, X_3)

$$\cdot f(x_1) = f(2) = 3$$

$$\cdot f(x_3) = f(1,5714) \approx -1.3644$$

$$X_4 = X_3 - f(x_3) \frac{X_3 - X_2}{f(x_3) - f(x_2)} = 1,5714 - (-1.3644)$$

$$= \frac{1,5714 - 2}{1.3644 - 3} = \underline{\underline{1.70541}}$$

Perubahan : $|X_4 - X_3| \approx 0,1339$

error relatif :

$$\epsilon_a = \left| \frac{0,1339}{1.70541} \right| \times 100\% \approx 0.0785 \rightarrow 7.85\%$$

Keranjang 3 → hitung x_5

$$\cdot f(x_3) = -1.3644$$

$$\cdot f(x_4) = f(1.7054) \approx 0.2477$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4) - f(x_3)}{x_4 - x_3}$$

$$x_5 \approx 1.7054 - (-0.0291) = 1.7345$$

Pembahasan : $|x_5 - x_4| \approx 0.0291$

relatif error :

$$\varepsilon_a = \left| \frac{0.0291}{1.7345} \right| \times 100\% \approx 0.0168 \rightarrow 1.68\%$$

Keranjang 4

$$\cdot f(x_4) \approx 0.2477$$

$$\cdot f(x_5) = f(1.7345) \approx 0.0292$$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5) - f(x_4)}{x_5 - x_4}$$

$$x_6 = 1.7345 - 0.0030 = 1.7314$$

Pembahasan : $|x_6 - x_5| \approx 0.0030$

relatif error :

$$\varepsilon_a = \left| \frac{0.0030}{1.7314} \right| \times 100\% \approx 0.00170 \rightarrow 0.170\%$$

Maka

$$\cdot f(x_3) \approx 0.0292$$

$$\cdot f(x_6) - f(1.7314) = -0.0005$$

$$x_7 = x_6 - f(x_6) \frac{x_6 - x_5}{f(x_6) - f(x_5)}$$
$$x_7 = 1.7314 - (-0.0005) = 1.7315$$

$$\text{Perubahan } |x_7 - x_6| \approx 5.4327 \times 10^{-5}$$

$$\text{Ra error} \cdot \frac{5.4327 \times 10^{-5}}{1.7315} \quad (x100) \approx 2.14 \times 10^{-5} \rightarrow 0.00314$$
$$< 5 \times 10^{-4} \text{ berlaku}$$

Jadi perkiraan akar $x \approx 1.7315$ ~~2.41997261310~~

→ M Taufiq 23-027

→ Rahel Syalom (23-032)

→ Vina Rofita 23-028

→ LULUK WULANDARI (23-079)

Metode Bisection

Pengertian

↳ metode numerik untuk mencari akar persamaan non-linear

$F(x) = 0$ dengan cara membagi dua interval secara berulang,

dengan prinsip ambil titik tengah $c = \frac{a+b}{2}$, jika tanda fungsi

berubah antara $[a, c]$ maka akar ada disana; jika tidak, maka

akar ada di $[c, b]$, proses diulang sampai intervalnya sangat kecil.

Perumusan metode bisection

1. Tentukan interval awal $[a_0, b_0]$ sehingga $F(a_0) \cdot F(b_0) < 0$

2. Hitung titik tengah : $c_k = \frac{a_k + b_k}{2}$

3. Tentukan interval baru :

- Jika $F(a_k) \cdot F(c_k) < 0 \rightarrow$ akar ada di $[a_k, c_k]$

- Jika $F(c_k) \cdot F(b_k) < 0 \rightarrow$ akar ada di $[c_k, b_k]$

4. Hentikan jika :

- lebar interval kecil : $(b_k - a_k) < \epsilon$ atau

- $|F(c_k)| < \epsilon$

Contoh 1

Cari akar dari $F(x) = x^2 - 2$ pada interval $[1, 2]$

(akar sebenarnya $r = \sqrt{2} \approx 1.41421356$)

iterasi :

$$\rightarrow \text{iterasi 1 : } C_1 = \frac{1+2}{2} = 1.5, F(1.5) = 0.25 > 0 \text{ akar ada dr } [1, 1.5]$$

$$\rightarrow \text{iterasi 2 : } C_2 = \frac{1+1.5}{2} = 1.25, F(1.25) = -0.4375 < 0. \text{ Akar ada di } [1.25, 1.5]$$

$$\rightarrow \text{iterasi 3 : } C_3 = \frac{1.25+1.5}{2} = 1.375, F(1.375) = -0.1094 < 0. \text{ Akar ada dr } [1.375, 1.5]$$

$$\rightarrow \text{iterasi 4 : } C_4 = \frac{1.375+1.5}{2} = 1.4375, F(1.4375) = 0.0664 > 0. \text{ Akar ada dr } [1.375, 1.4375]$$

ERROR :

$$\rightarrow \text{iterasi 3 (Aproksimasi)} \quad C_3 = 1.375$$

$$\text{Error Absolut} = |1.4142 - 1.375| = 0.0392$$

$$\text{Error Relatif} = 0.0392 / 1.4142 \approx 0.0277 = 2.77\%$$

$$\rightarrow \text{iterasi 4 (Aproksimasi)} \quad C_4 = 1.4375$$

$$\text{Error Absolut} = 1.4142 - 1.4375 \approx 0.0233$$

$$\text{Error Relatif} = 0.0233 / 1.4142 \approx 0.0165 = 1.65\%$$

Contoh 2

Cari akar dari $f(x) = x^3 - x - 2$ pada interval $[1, 2]$

Akar sebenarnya ≈ 1.52138

Iterasi :

- Iterasi 1 : $c_1 = 1.5$, $F(1.5) = -0.125 < 0$. Akar ada di $[1.5, 2]$
- Iterasi 2 : $c_2 = 1.75$, $F(1.75) = 1.609 > 0$. Akar ada di $[1.5, 1.75]$
- Iterasi 3 : $c_3 = 1.625$, $F(1.625) = 0.666 > 0$. Akar ada di $[1.5, 1.625]$
- Iterasi 4 : $c_4 = 1.5625$, $F(1.5625) = 0.252 > 0$. Akar ada di $[1.5, 1.5625]$

Error :

- Iterasi 3 \rightarrow Aproksimasi ($c_3 = 1.625$)

$$\text{Error absolut} = 1.5214 - 1.625 \approx 0.1036$$

$$\text{Error relatif} = 0.1036 / 1.5214 \approx 0.0681 = 6.81\%$$

- Iterasi 4 \rightarrow Aproksimasi ($c_4 = 1.5625$)

$$\text{Error absolut} = 1.5214 - 1.5625 \approx 0.0411$$

$$\text{Error relatif} = 0.0411 / 1.5214 \approx 0.0270 (27\%)$$

230411100079 / Luruk Wulandari

2 Contoh Soal Newton

1. Tentukan salah satu akar persamaan dari $f(x) = x^3 - 5x + 2$ menggunakan metode Newton-Raphson dengan batas toleransi 0,006 dan tebakan awal $x = 3$

$$\Rightarrow \text{Turunan fungsi } f(x) = x^3 - 5x + 2 \\ f'(x) = 3x^2 - 5$$

Tebakan awal $x = 3$

$$f(x) = x^3 - 5x + 2$$

$$f(3) = (3)^3 - 5(3) + 2 = 27 - 15 + 2 = 14$$

$$f'(x) = 3x^2 - 5$$

$$f'(3) = 3(3)^2 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x)}{f'(x)} = 3 - \frac{14}{22} = 3 - 0,636 = 2,364$$

Tabel Pendek

n	x_n	$f(x)$	$f'(x)$	x_{n+1}	Δx
0	3	14	22	2,364	-
1	2,364	3,391	11,765	2,076	0,636
2	2,076	0,567	7,929	2,004	0,288
3	2,004	0,020	7,048	2	0,072
4	2	0	7	2	0,004

$$HP = x = x_n = 2$$

Luluk Wulandari / 230411100079

• Iterasi 1

$$f(x) = (2,364)^3 - 5(2,364) + 2 = 3,391$$

$$f'(x) = 3(2,364)^2 - 5 = 11,765$$

$$x_{n+1} = 2,364 - \frac{3,391}{11,765} = 2,364 - 0,288 = 2,076$$

$$\Delta x = |3 - 2,364| \\ = 0,636$$

• Iterasi 2

$$f(2,076) = (2,076)^3 - 5(2,076) + 2 = 0,567$$

$$f'(2,076) = 3(2,076)^2 - 5 = 7,929$$

$$x_{n+1} = 2,076 - \frac{0,567}{7,929} = 2,076 - 0,072 = 2,004$$

$$\Delta x = |2,364 - 2,076| \\ = 0,288$$

• Iterasi 3

$$f(2,004) = (2,004)^3 - 5(2,004) + 2 = 0,028$$

$$f'(2,004) = 3(2,004)^2 - 5 = 7,048$$

$$x_{n+1} = 2,004 - \frac{0,028}{7,048} = 2,004 - 0,004 = 2$$

$$\Delta x = |2,076 - 2,004| \\ = 0,072$$

• Iterasi 4

$$f(2) = (2)^3 - 5(2) + 2 = 0$$

$$f'(2) = 3(2)^2 - 5 = 7$$

$$x_{n+1} = 2 - \frac{0}{7} = 2$$

$$\Delta x = |2,004 - 2| \\ = 0,004$$

Lulus k/viandari/230411100079

2. Selesaikan persamaan $x - e^{-x} = 0$ dengan titik pendekatan awal = 0

$$\Rightarrow \text{Turunan fungsi } f(x) = x - e^{-x}$$

$$f'(x) = 1 + e^{-x}$$

I iterasi ke-0

$$f(x_0) = 0 - e^{-0} = -1$$

$$f'(x_0) = 1 + e^{-0} = 2$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{-1}{2} = 0,5$$

II iterasi ke-1

$$f(x_1) = 0,5 - e^{-0,5} = -0,106631$$

$$f'(x_1) = 1 + e^{-0,5} = 1,60653$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0,5 - \frac{-0,106631}{1,60653} = 0,566311$$

III iterasi ke-2

$$f(x_2) = 0,566311 - e^{-0,566311} = -0,00130451$$

$$f'(x_2) = 1 + e^{-0,566311} = 1,56762$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$= 0,566311 - \frac{-0,00130451}{1,56762} = 0,567143$$

$f(x_3) = 1,96 \cdot 10^{-7}$, suatu bilangan yang sangat kecil
Sehingga akar persamaan $x = 0,567143$

~~LULUK WULANDARI~~ /230411100079

$$x - e^{-x} = 0 \rightarrow x_0 = 0, \varrho = 0,00001$$

Iterasi	x	f(x)	f'(x)
0	0	-1	2
1	0,5	-0,106531	1,60653
2	0,566311	-0,00130451	1,56762
3	0,567143	-1,9648e-007	1,56714

Iterasi ke 3

$$f(x_3) = 0,567143 - e^{-0,567143} = -1,9643 e^{-0,007}$$

$$f'(x_3) = 1 + e^{-0,567143} = 1,56714$$

Kelompok 10

M. Taufiq Tamzali

23 - 027

Vina Rofita

23 - 028

Rahel Syalom

23 - 032

Luluk Wulandari

23 - 079

Regula Falsi

Regula falsi / metode posisi yang salah adalah metode yang sangat tua untuk menyelesaikan dengan satu variabel yang tidak diketahui, metode ini dalam bentuk yang dimodifikasi, masih digunakan.

Langkah-langkah

- Cari dua titik awal a dan b . Seiringga :

$$f(a) \cdot f(b) < 0$$

artinya akar ada di antara a dan b , sesuai teorema Bolzano

- Gambar garis lurus antara ~~titik~~ $(a, f(a))$ dan $(b, f(b))$. Potongan garis dengan sumbu x adalah perkiraan akar baru x_r .

Rumus : $x_r = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$

- Cek tanda

• Jika $f(a) \cdot f(x_r) < 0 \Rightarrow$ interval $[a, x_r]$

• Jika $f(x_r) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow$ interval $[x_r, b]$

- Ulangi proses hingga nilai $f(x_r)$ cukup kecil

230411100879 / Lukuk Wulandari

Buatkan 2 Contoh Soal ~~Regula~~ Regula - Falsi

1. Tentukan salah satu akar persamaan berikut

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ dengan Selang } [3, 6]$$

dapat ketelitian 3 desimal !

 \Rightarrow Menentukan Selang $[a, b] = [3, 6]$

i	a	c	b	f(c)	f(b)	Selang baru	(ekar. Selang)
0	3	4,333	6	-2,223	5	$[c, b] \Rightarrow a = c$	1,667
1	4,333	4,846	6	-0,592	5	$[c, b] \Rightarrow a = c$	1,154
2	4,846	4,967	6	-0,131	5	$[c, b] \Rightarrow a = c$	1,033
3	4,967	4,993	6	-0,028	5	$[c, b] \Rightarrow a = c$	1,007
4	4,993	4,999	6	0,004	5	$[c, b] \Rightarrow a = c$	1,001
5	4,999	5	6	0	5	-	-

(Iterasi 0)

$$\left. \begin{array}{l} f(a) = a^2 - 6a + 5 \\ f(3) = 3^2 - 6(3) + 5 \\ = 9 - 18 + 5 \\ = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(b) = b^2 - 6b + 5 \\ f(6) = 6^2 - 6(6) + 5 \\ = 36 - 36 + 5 \\ = 5 \end{array}$$

$$C = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)}$$

$$C = \frac{5 \cdot 3 - (-4) \cdot 6}{5 - (-4)}$$

$$= 4,333$$

• Selang baru

$$f(a) \cdot f(c) = -4 \cdot (-2,223) = + \dots > 0$$

$$f(c) \cdot f(b) = -2,223 \cdot 5 = - \dots < 0 \rightarrow (c, b) \rightarrow a = c$$

Luruk kluang dari / 230411100079

$$\text{lebar selang} = |b - c| = |6 - 4,333| = 1,667$$

$$f(c) \neq 0? f(c) = -2,223$$

Iterasi 1

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} \\ C = \frac{5 \cdot 4,333 - (-2,223) \cdot 6}{5 - (-2,223)} \\ C = 4,846 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} f(c) = c^2 - 6c + 5 \\ = 4,846^2 - 6(4,846) + 5 \\ = -0,592 \end{array} \right\}$$

$$\text{lebar selang} = |b - c| = |6 - 4,846| = 1,154$$

Iterasi 2

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} \\ C = \frac{5 \cdot 4,846 - (-0,592) \cdot 6}{5 - (-0,592)} \\ C = 4,967 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} f(c) = c^2 - 6c + 5 \\ = (4,967)^2 - 6 \cdot (4,967) + 5 \\ = 0,131 \end{array} \right\}$$

$$\text{lebar selang} = |b - c| = |6 - 4,967| = 1,033$$

Iterasi 3

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} \\ C = \frac{5 \cdot 4,967 - (-0,131) \cdot 6}{5 - (-0,131)} \\ C = 4,993 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} f(c) = c^2 - 6c + 5 \\ = 4,993^2 - 6(4,993) + 5 \\ = -0,028 \end{array} \right\}$$

$$\text{lebar selang} = |b - c| = |6 - 4,993| = 1,007$$

Liluk Yusandari / 230411C0079

Iterasi 4

$$\begin{aligned} \text{I} & c = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} \\ & = \frac{5 \cdot 4,993 - (-0,0028) \cdot 6}{5 - (-0,028)} \\ & = 4,999 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f(c) = c^2 - 6c + 5 \\ = 4,999^2 - 6(4,999) + 5 \\ = 0,009 \end{array} \right.$$

lebar selang = $|b - c| = |6 - 4,999| = 1,001$

Iterasi 5

$$\begin{aligned} \text{I} & c = \frac{f(b) \cdot a - f(a) \cdot b}{f(b) - f(a)} \\ & = \frac{5 \cdot 4,999 - (-0,004) \cdot 6}{5 - (-0,004)} \\ & = 5 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f(c) = c^2 - 6c + 5 \\ = 5^2 - 6 \cdot 5 + 5 \\ = 25 - 30 + 5 \\ = 0 \end{array} \right.$$

lebar selang = $|b - c| = |6 - 5| = 1$

\Rightarrow Jadi $x = c = 5$
dengan $f(c) = 0$

Lukuk Kulandari / 230411100079

2). Tentukan akar dari fungsi $f(x) = x^3 - 2x - 5$ pada interval $[2, 3]$ menggunakan regula-falsi. Lakukan iterasi hingga galat relatif hampiran (ϵ_a) kurang dari 1%

\Rightarrow Evaluasi fungsi pada ujung interval

$$f(2) = (2)^3 - 2(2) - 5 = 8 - 4 - 5 = -1$$

$$f(3) = (3)^3 - 2(3) - 5 = 27 - 6 - 5 = 16$$

Karena $f(2)$ dan $f(3)$ memiliki tanda berlawanan maka akar berada di antara 2 dan 3

Iterasi 1

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)} \\ &= \frac{2(16) - 3(-1)}{16 - (-1)} \\ &= \frac{32 + 3}{17} \\ &= 2,0588 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} f(c) &= c^2 - 2c - 5 \\ &= (2,0588)^2 - 2(2,0588) - 5 \\ &= -0,3908 \end{aligned} \right.$$

$$f(2,0588) = -0,3908 \neq f(2) = -1$$

Perbaiki a menjadi c jadi $[2,0588; 3]$

Iterasi 2

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)} \\ &= \frac{2,0588(16) - 3(-0,3908)}{16 - (-0,3908)} \\ &= 2,0813 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} f(c) &= c^2 - 2c - 5 \\ &= (2,0813)^2 - 2(2,0813) - 5 \\ &= -0,0273 \end{aligned} \right.$$

Lukuk Khuzandari /230411100079

• Iterasi 3

$$C = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$$

$$C = \frac{2,0813(16) - 3(-0,0273)}{16 - (-0,0273)}$$

$$C = 2,0825$$

$$f(c) = c^2 - 2c - 5$$

$$= (2,0825)^2 - 2(2,0825) - 5$$

$$= -0,142$$

• Iterasi 4

$$C = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$$

$$= \frac{2,0825(16) - 3(-0,142)}{16 - (-0,142)}$$

$$= 2,0896$$

$$f(c) = c^2 - 2c - 5$$

$$= (2,0896)^2 - 2(2,0896) - 5$$

$$= -0,061$$

• Iterasi 5

$$C = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$$

$$= \frac{2,0896(16) - 3(-0,061)}{16 - (-0,061)}$$

$$= 2,0913$$

$$f(c) = c^2 - 2c - 5$$

$$= (2,0913)^2 - 2(2,0913) - 5$$

$$= 0,040$$

• Galat Relatif

$$E_a = \left| \frac{C_n - C_{n-1}}{C_n} \right| \times 100\%$$

Dari iterasi 4 ke 5

$$= \left| \frac{2,0913 - 2,0896}{2,0913} \right| \times 100\%$$

$$= 0,081\%$$

$E_a < 1\%$ iterasi berhenti

Jadi akar ~~adalah~~ hampiran dari persamaan

$f(x) = x^3 - 2x - 5$ adalah

2,091 (dengan galat relatif $< 1\%$)