一、定义

长度分别为*n*和*m*的向量，为：





定义向量对向量求导：



定义标量函数对矩阵求导：



当矩阵和向量或矩阵和矩阵之间需要求导时，则通常将矩阵按列向量展开成一个列向量：



然后应用向量对向量求导公式。

二、公式

1.标量对向量求导





上面两式直接由定义可直接证明。



用定义也可验证，但比较麻烦。



利用可以直接得到。

2.标量对矩阵求导

设，：



由，对被导标量做转置，可得：



二次情况：





式、、用定义验证已相当麻烦，故下面介绍利用线代知识简化求导过程。

三、线代基础

1.迹

迹可以理解为向量的点积在矩阵上的推广。对于和：



迹运算有交换率（矩阵相乘本身没有）。

2.矩阵（或向量）变元的实值标量函数的全微分



3.三大公式

①夹层饼：



②行列式：



证明：

对行列式用代数余子式按第*i*行展开：



利用矩阵变元的实值标量函数的全微分公式：



其中为伴随矩阵，有。

（可参考<https://blog.csdn.net/bubuxindong/article/details/79376459>）

因此



③逆矩阵：



证明：对两边求导即可。

四、利用全微分计算导数

利用，只需要凑出这种形式，就能知道。

例1：计算

解：



因此，

例2：计算

解：



因此，