

带时间窗约束的车辆路径基本问题

带有时间窗的车辆路径问题（Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW）指在进行车辆路径选择和分配的时候，考虑到被服务地点的时间窗口的约束，在容量和时间窗限制下最小化若干车辆的总旅行成本的问题。

时间窗是 1 个时间段 $[ET, LT]$ ，是由客户要求的最早服务时间 ET 和最晚服务时间 LT 确定的 1 个服务时间区间。按照客户满意度可将时间窗分为 3 种类型：

- 硬时间窗（Hard Time Windows, HTW）

硬时间窗不允许配送时间违背时间窗约束，一旦违背则惩罚值非常高；

- 软时间窗（Soft Time Windows, STW）

软时间窗允许适当的违反约束，即可放松时间窗口的约束以产生更好的解决方案，但须按照违反时间的长短施加一定的惩罚；混合时间窗针对某客户在特定时间段内按惩罚函数进行惩罚，超过该时间段范围为无效配送。

- 混合型时间窗（Mixed Time Windows, MTW）

混合时间窗针对某客户在特定时间段内按惩罚函数进行惩罚，超过该时间段范围为无效配送。

此 3 种时间窗对应的惩罚函数示意 [19] 如图 1 所示，其中 $P(t)$ 表示惩罚值， t 表示服务时间； M 表示 1 个极大的函数值。

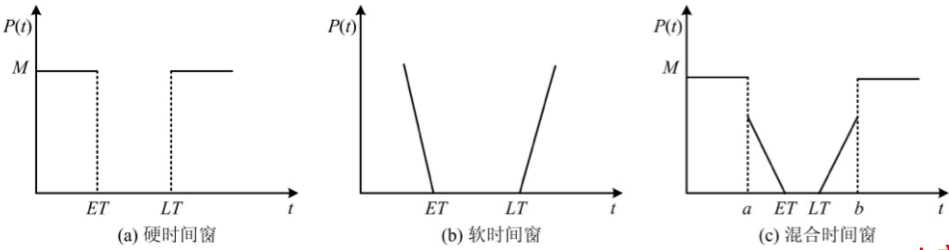


图 1 3 种时间窗口的惩罚函数示意

Fig. 1 Schematic diagram for penalty functions of three time windows

a,b之外-硬时间窗
[a,ET],[LT,b]软时间窗

问题背景及假设：

本文侧重研究自然灾害下软、硬时间窗对应急物资车辆配送路径的综合影响,考虑道路实时交通流密度对运输时间的影响,但不考虑车辆在交通路口处的停车等待问题,并作如下假设:

- 1) 各受灾点的物资需求量和配送时间窗要求已知。
- 2) 1 个物资配送中心可向多个受灾点配送物资, 1 个受灾点只接受 1 个物资配送中心配送的物资。
- 3) 路网完整, 不存在损毁道路, 且路网节点、路段距离和通达性已知。
- 4) 不考虑物资和车辆限制, 默认总物资满足总需求且配送车辆数量充足。
- 5) 不考虑拆分配送。

实际上所有抽象出多目标数学模型的问题都可以由我们的框架来解决。例:

4) 目标函数

目标函数如式(5) ~ (7) 所示:

$$\text{Min}F_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \cdot (t_{ij} - LT_j) \quad (5)$$

$$\text{Min}F_2 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \cdot z_j \cdot SC_j \quad (6)$$

$$\text{Min}F_3 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} \cdot (1 - z_j) \cdot w_{ij} \quad (7)$$

综合 3 个目标函数, 确定多目标函数, 如式(8) ~ (15) 所示:

$$\text{Min}F = F_1 \cdot F_2 \cdot (F_3 + 1) \quad (8)$$

$$s. t: t_{ij} = \sum_{a, b \in G} x_{ij} \cdot d_{kab} / v_{kab}, k_{ab} \in l_{ij} \quad (9)$$

$$SC_j = \begin{cases} 0, t_{ij} < LT_j \\ h \cdot S_{ij} \cdot (t_{ij} - LT_j), LT_j < t_{ij} \leq ST_j \\ M, t_{ij} > ST_j \end{cases} \quad (10)$$

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, t_{ij} \geq LT_j \\ 0, t_{ij} < LT_j \end{cases} \quad (11)$$

$$z_j = \begin{cases} 1, \text{受灾点 } j \text{ 为软时间窗约束} \\ 0, \text{受灾点 } j \text{ 为硬时间窗约束} \end{cases} \quad (12)$$

$$v_{kab} = v_{f, kab} \cdot \exp \left[- \left(\frac{\rho_{kab} - c_1}{c_2} \right)^2 \right] \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \quad (15)$$

选取上海市地图的某级路网,进行道路的提取,如图 3 所示,以暴雨灾害后的应急物资运输为例,进行案例分析。本案例以上海市的上海火车站、上海虹桥站和上海南站 3 个火车站作为应急物资的运输起点(即临时配送中心),编号分别为 a_1, a_2, a_3 ; 以上海市第一人民医院、上海浦东医院等在内的 10 家医院作为应急物资运输终点,即物资需求点,编号及相关信息见表 1,由于篇幅有限,故只列出以下部分数据。图 3(b) 中星号代表上海市的 3 个火车站所在位置,三角表示上海市 10 家医院所在位置,其中每家医院作为物资需求点对应急物资的需求量以及时间窗口要求如表 1 所示。

给定参数:

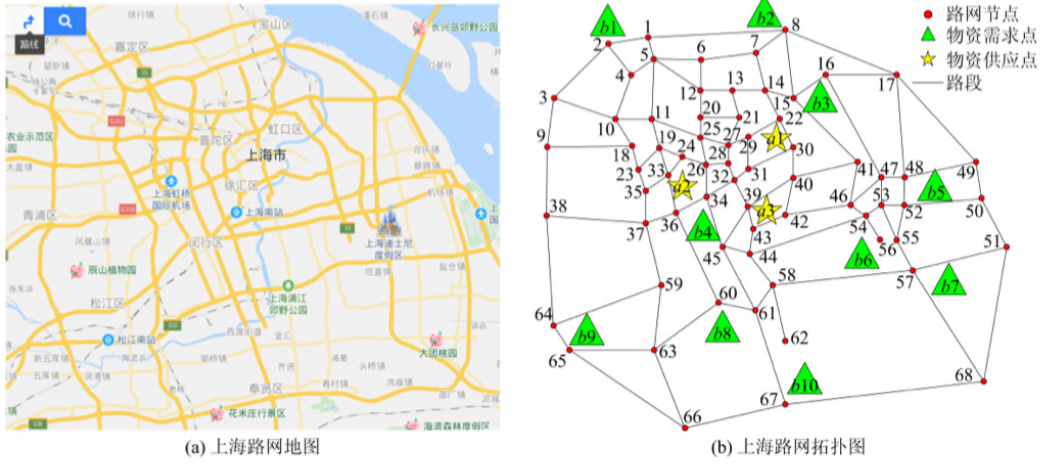


图3 上海市路网(情景覆盖范围)
Fig.3 Road network map of Shanghai (Covering range of scenario)

表 1 需求点物资需求和时间窗信息

Table 1 Information of materials requirements and time windows for requirement points

需求点	编号	物资需求量/kg	规定物资灾后到达时间/h	可放宽的灾后最晚到达时间/h	时间窗类型
嘉定区妇幼保健院	b1	200	0.5	1	S
上海市第一人民医院	b2	380	0.7	/	H
上海交通大学医学院附属新华医院	b3	400	0.5	0.8	S
上海市闵行区中心医院	b4	300	0.6	0.8	S
上海市浦东新区人民医院	b5	280	0.8	1	S
上海市国际医学中心	b6	220	0.8	1	S
上海浦东医院	b7	200	1	1.2	S
上海市第五人民医院	b8	400	0.8	1	S
上海市松江区中心医院	b9	300	1.2	/	H
奉贤区中心医院	b10	320	1	1.5	S

注: H 表示物资需求点受硬时间窗约束; S 表示物资需求点受软时间窗约束。

迭代情况与最终求解方案:

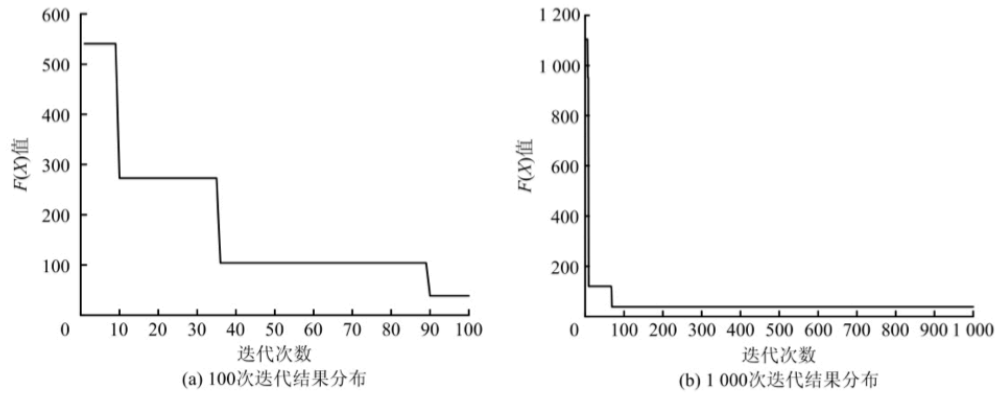


图 4 迭代结果分布情况
Fig. 4 Distribution of iterative results

表 2 应急物资最优路径方案
Table 2 Optimal route scheme of emergency materials

配送中心编号	总供应量/kg	需求点编号	配送量/kg	应急物资配送路径
a1	680	b2	280	a1→14→7→b2
		b3	400	a1→14→b3
a2	800	b1	200	a2→19→11→5→4→b1
		b4	300	a2→36→34→b4
		b9	300	a2→35→37→38→b9
a3	1 420	b5	280	a3→43→42→46→47→48→b5
		b6	220	a3→43→44→54→56→b6
		b7	200	a3→43→44→54→53→55→57→b7
		b8	400	a3→45→61→b8
		b10	320	a3→45→61→b10