Nom, Prénom: [redacted]

10 pts

Note: 3.8

Travail écrit de statistiques, classes T-2a/T-2f, 18.11.2016

Dans tous les exercices, il est demandé d'écrire les détails des calculs et des phrases contenant les idées de résolution. Une solution non développée sera considérée comme fausse. Simplifiez vos résultats lorsque c'est possible. Veuillez répondre directement sur la feuille de données. La machine peut être utilisée pour les opérations de base.

3

1. (5 points) On a mesuré à plusieurs reprises (sur une période de 12 mois consécutifs, une fois par mois) le statut économique d'une personne (E = ayant un emploi, U = au chômage). On obtient ainsi des chaînes de longueur 12, formées de U et de E exclusivement.

   (a) Combien de séquences différentes sont possibles?

   (b) Combien de ces séquences contiennent une durée de chômage d'exactement 10 mois consécutifs?

   (c) Combien de ces séquences correspondent à une durée de chômage d'au moins 10 mois consécutifs?

a) Pour longueur 2 : UU, UE, EU, EE $= 4 = 2 \cdot 2 = 2^2$

3 : $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 =$ UUU, UUE, UEU, UEE, EUU, EUE, EEU, EEE $= 2^3$

Pour 12 : 2^{12} ✓

b) $\left.\begin{array}{l} \text{UUUUUUUUUUEE} \\ \text{EUUUUUUUUUUE} \\ \text{EEUUUUUUUUUU} \end{array}\right\} = 3$ + UUUUUUUUUUEU, UEUUUUUUUUUU $= \underline{5}$ ✓

c) Comme au b, mais pour chaque E, on fait $\cdot 2$ ✗

2

2. (5 points) Une urne contient 10 jetons numérotées

$$5 \quad 2 \quad 49 \quad 65 \quad 9 \quad 4 \quad 8 \quad 25 \quad 22 \quad 27$$

On suppose que tous les jetons ont la même probabilité d'être tirés de l'urne. On effectue cinq fois l'opération suivante: on extrait 1 jeton, on note le nombre obtenu et on remet le jeton dans l'urne.

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 jetons pairs sur les 5 opérations ?

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 3 jetons impairs sur les 5 opérations?

a) nombre de paires : 4 impaires : 6

$\text{Prob}(\text{paire}) = \frac{4}{10}$ ✓ $\text{Prob}(\text{impair}) = \frac{6}{10}$ ✓

$\text{Prob pair} \cdot 3 = \left(\frac{4}{10}\right)^3$ $\text{prob impair} \cdot 2 = \left(\frac{6}{10}\right)^2$

$\text{Prob 3 pair et 2 impaires} = \left(\left(\frac{4}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{10}\right)^2\right)$

tenir compte qu'il n'y a pas d'ordre

b) $P = 1 - \left(\frac{6}{10}\right)^5$ = ~~prob de pas avoir de pair~~ prob de au moins un pair ✓

$P = 1 - \left(\frac{6}{10}\right)^4$ = " d'avoir ~~un~~ ~~seul~~ deux pair ✗

$P = 1 - \left(\frac{6}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{10}\right)^2$

prob de au moins trois pair

= 1 - prob de 3 impairs

modèle binomial !

3.5

3. (5 points) Pour cet exercice, vous pouvez laisser votre réponse avec des notations du type Σ, $\binom{n}{k}$ ou encore C_n^k ou A_n^k.

Un système utilise des mots de passe de six caractères exactement. Un caractère est soit une des vingt-six lettre de l'alphabet en minuscule (a..z), soit un des dix chiffres de 0 à 9. Supposons qu'il y ait 10'000 utilisateurs du système avec un mot de passe unique. Tous les mots de passe sont différents.

(a) Combien y a-t-il de mots de passe possibles?

(b) Je choisis au hasard un mot de passe. Quelle est la probabilité que ce mot de passe appartienne à un utilisateur?

(c) Un hacker choisit au hasard (avec remplacement) $N = 10^9$ mots de passe de l'ensemble des possibles et lorsqu'il tombe sur l'un des 10'000 mots de passe existants, on dit qu'il tombe sur un **hit**. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucun hit? Quelle est la probabilité qu'il y ait k hits?

a) Avec plusieurs fois le même char possible : $(26+10)^6$ ✓
Sans plusieurs " " " " " : $(36)\cdot 35\cdot 34\cdot 33\cdot 32\cdot 31 = \frac{36!}{30!}$

b) 10'000 mots de passe sont utilisés sur 36^6 mots de passe, donc $\underbrace{\frac{10000}{36^6}\cdot 100}_{\text{en }\%}$ des mots de passe sont utilisés. La prob d'avoir le même mot de passe que qqun vaut donc $\frac{10000}{36^6}\cdot 10$ ✓

c) Si $N=1$, on a $\frac{10000}{36^6}\cdot 100$ % de chance de trouver un mot de passe

0.5

Si $N=2$, on a $\frac{\frac{10000}{36^6}\cdot 100 + \left(\frac{10000}{36^6}\cdot 100\right)}{2}$ % de trouver un mot de passe

Pour $n = ?$ on a :

binomial

$$\frac{\sum^{n} \frac{10000}{36^6}\cdot 100}{\cdot}$$

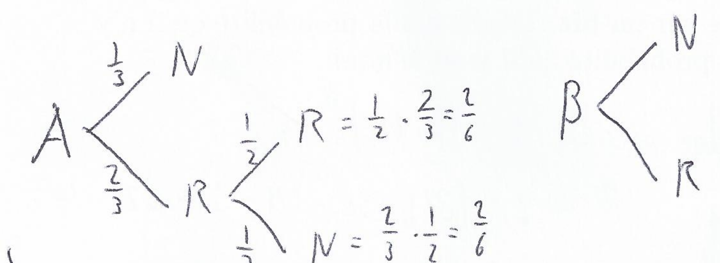
1.5

4. (5 points) Deux urnes A et B contiennent respectivement deux boules rouges plus une noire (2R 1N) et une rouge plus cinq noires (1R 5N). On tire au hasard une boule dans l'urne A et on la place dans B. On tire alors une boule de B et on note la couleur de la boule tirée.

   (a) Dresser le diagramme en arbre illustrant les différents résultats de cette épreuve aléatoire, en indiquant les probabilités de chaque branche et de chaque feuille.

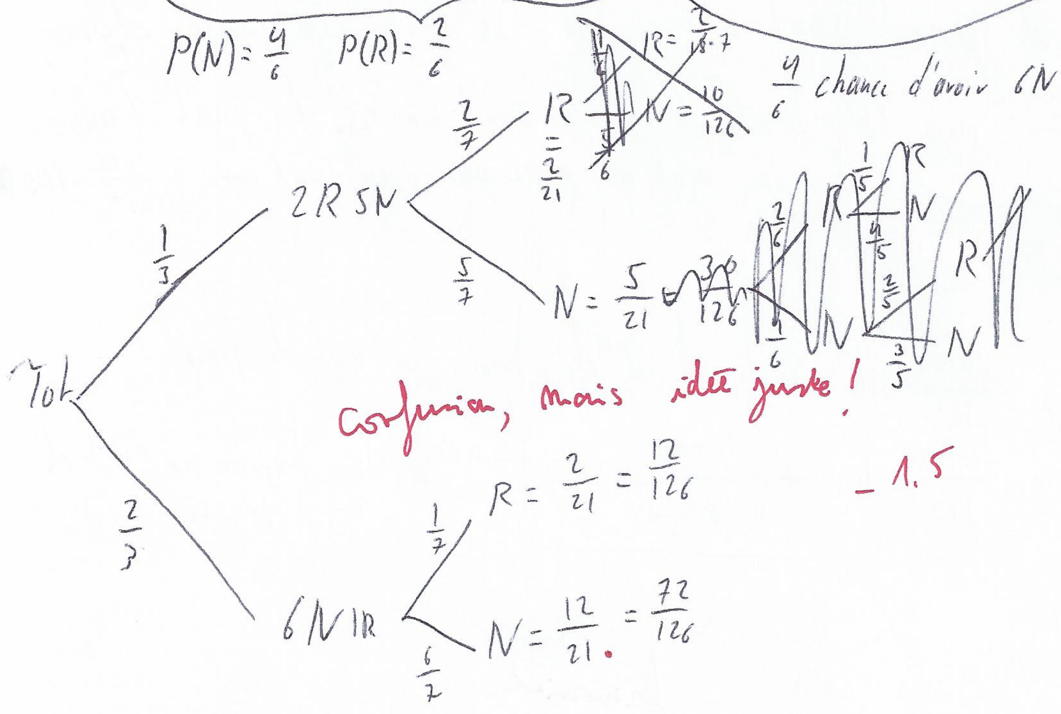
   (b) Sachant que la boule tirée en deuxième est rouge, quelle est la probabilité que la boule transférée ait aussi été rouge?

A = 2R 1N B = 1R 5N



$P(N) = \frac{4}{6}$ $P(R) = \frac{2}{6}$

$\frac{4}{6}$ chance d'avoir 6N $\frac{2}{6}$ d'avoir 2R



Confusion, mais idée juste !

-1.5

non, cf correction

b) boule rouge : $\frac{2}{21}$ chance si 2R, $\frac{2}{21}$ si 1R = numérateurs

donc 50 %