

# Egzamin wstępny

## Contents

|  |          |
|--|----------|
| <b>Mechanika</b>   | <b>1</b> |
| Własności pary sił . . . . .   | 1        |
| Przypadki redukcji przestrzennego układu sił . . . . .                                   | 2        |
| Warunki równowagi dowolnego układu sił . . . . .   | 2        |
| Chwilowy środek obrotu i przyspieszenia . . . . .  | 2        |
| Prędkość i przyspieszenie punktu w ruchu złożonym . . . . .                              | 2        |
| Zasady dynamiki stosowane w dynamice układów punktów materialnych                        | 3        |
| Dynamiczne równania bryły w ruchu postępowym, obrotowym, płaskim<br>i kulistym . . . . . | 4        |

## Mechanika

### Własności pary sił

Para sił to układ dwóch sił przyłożonych do danego ciała, równych sobie co do wartości i przeciwnie skierowanych, ale zaczepionych w różnych punktach ciała. Siła wypadkowa jest równa zero. Moment pary sił równy jest iloczynowi wartości siły i odległości pomiędzy ich liniami działania

$$\tau = \frac{P}{s}$$

- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy parę przesuniemy w dowolne położenie w jej płaszczyźnie działania.
- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy zmienimy siły pary i jej ramię tak, aby wektor momentu pary został niezmienny.
- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy parę sił przesuniemy na płaszczyznę równoległą do jej płaszczyzny działania.
- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, jeżeli moment pary się nie zmieni.

## Przypadki redukcji przestrzennego układu sił

Dowolny układ sił można zredukować do **wektora głównego** i **momentu głównego**. Wartość wektora głównego jest dana jako

$$\vec{W}_g = \sum_i \vec{P}_i$$

Wartość momentu głównego jest dana jako

$$\vec{M}_g = \sum_i \vec{M}_i$$

Przypadki szczególne:

1.  $\vec{W}_g \neq 0$ ,  $\vec{M}_g \neq 0$ ,  $\vec{W}_g \parallel \vec{M}_g$  - układ redukuje się do **skrętnika**,
2.  $\vec{W}_g \neq 0$ ,  $\vec{M}_g \neq 0$ ,  $\vec{W}_g \perp \vec{M}_g$  - układ redukuje się do **siły odsuniętej od bieguna**,
3.  $\vec{W}_g \neq 0$ ,  $\vec{M}_g = 0$  - układ redukuje się do **siły**,
4.  $\vec{W}_g = 0$ ,  $\vec{M}_g \neq 0$  - układ redukuje się do **pary sił**,
5.  $\vec{W}_g \neq 0$ ,  $\vec{M}_g \neq 0$ ,  $\vec{W}_g \nparallel \vec{M}_g$ ,  $\vec{W}_g \not\perp \vec{M}_g$  - układ redukuje się do **skrętnika o osi odsuniętej od bieguna**.

## Warunki równowagi dowolnego układu sił

$$\vec{W}_g = \sum_i \vec{P}_i = 0 \quad \wedge \quad \vec{M}_g = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

## Chwilowy środek obrotu i przyspieszenia

W ruchu płaskim istnieje punkt, którego **prędkość jest równa zero**. Jest to chwilowy środek obrotu. Z każdego położenia w inne położenie daje się przesunąć przez obrót dookoła punktu leżącego w tej płaszczyźnie, zwanego środkiem obrotu skończonego. W przypadku szczególnym, dla położenia w czasie  $t$ , oraz  $t + dt$ , gdzie  $dt \rightarrow 0$ , środek obrotu skończonego nazywa się chwilowym środkiem obrotu. Dla translacji chwilowy środek obrotu leży w nieskończoności. W przypadku toczenia bez poślizgu chwilowy środek obrotu jest w punkcie styku.

W ruchu płaskim istnieje punkt, którego **przyspieszenie równa się zero**. Jest to chwilowy środek przyspieszenia.

## Prędkość i przyspieszenie punktu w ruchu złożonym

- Prędkość punktu względem nieruchomego układu współrzędnych  $O_{xyz}$  nazywamy **prędkością bezwzględną**  $v_b$ .
- Prędkość punktu względem ruchomego układu współrzędnych  $O_{\xi\eta\zeta}$  nazywamy **prędkością względną**  $v_w$ .
- Prędkość układu ruchomego  $O_{\xi\eta\zeta}$  względem układu nieruchomego  $O_{xyz}$  nazywamy **prędkością unoszenia**  $v_u$ .

Prędkość **bezwzględna** jest sumą prędkości **względnej** i prędkości **unoszenia**.

$$\vec{v}_b = \vec{v}_w + \vec{v}_u$$

Przyspieszenie **bezwzględne** jest sumą przyspieszenia **względnego**, przyspieszenia **unoszenia** i przyspieszenia **Coriolisa**.

$$\vec{a}_b = \vec{a}_w + \vec{a}_u + \vec{a}_c$$

Przyspieszenie **Coriolisa** jest podwojonym iloczynem wektorowym prędkości kątowej i prędkości względnej.

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_w$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin \theta \cdot \vec{n}$$

## Zasady dynamiki stosowane w dynamice układów punktów materialnych

- Zasady dynamiki Newtona
  1. W inercjalnym układzie odniesienia, jeśli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.
  2. W inercjalnym układzie odniesienia jeśli siły działające na ciało nie równoważą się (czyli wypadkowa sił  $\vec{F}_w$  jest różna od zera), to ciało porusza się z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do siły wypadkowej, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.
  3. Oddziaływania ciał są zawsze wzajemne. W inercjalnym układzie odniesienia siły wzajemnego oddziaływania dwóch ciał mają takie same wartości, taki sam kierunek, przeciwne zwroty i różne punkty przyłożenia (każda działa na inne ciało).
- Zasada zachowania pędu

$$\sum_i \vec{p}_i = idem, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

- Zasada zachowania krętu

$$\sum_i \vec{L}_i = idem, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

- Zasada zachowania energii mechanicznej

$$E_k + E_p = idem$$

- Zasada równości energii kinetycznej i pracy

$$\Delta E_k = W$$

- Zasada d'Alemberta

$$\delta W = 0$$

- Zasada Lagrange'a

$$\forall \delta x_i \quad \delta W = \sum_i X_i \delta x_i = 0$$

*zg. z w.*

## **Dynamiczne równania bryły w ruchu postępowym, obrotowym, płaskim i kulistym**

TODO

##Energia kinetyczna bryły w ruchu postępowym, obrotowym, płaskim i kulistym TODO

#Równania Lagrange'a I i II rodzaju TODO