Egzamin wstępny

Contents

Mechanika

Własności pary sił

Para sił to układ dwóch sił przyłożonych do danego ciała, równych sobie co do wartości i przeciwnie skierowanych, ale zaczepionych w różnych punktach ciała. Siła wypadkowa jest równa zeru. Moment pary sił równy jest iloczynowi wartości siły i odległości pomiędzy ich liniami działania

$$\tau = \frac{P}{s}$$

- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy parę przesuniemy w dowolne położenie w jej płaszczyźnie działania.

- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy zmienimy siły pary i jej ramię tak, aby wektor momentu pary został niezmieniony.
- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, gdy parę sił przesuniemy na płaszczyznę równoległą do jej płaszczyzny działania.
- Działanie pary sił na ciało sztywne nie ulegnie zmianie, jeżeli moment pary się nie zmieni.

Przypadki redukcji przestrzennego układu sił

Dowolny układ sił można zredukować do **wektora głównego** i **momentu głównego** Wartość wektora głównego jest dana jako

$$\vec{W}_g = \sum_i \vec{P}_i$$

Wartość momentu głównego jest dana jako

$$\vec{M}_g = \sum_i \vec{M}_i$$

Przypadki szczególne:

1. $\vec{W}_g \neq 0, \quad \vec{M}_g \neq 0, \quad \vec{W}_g \parallel \vec{M}_g$ - układ redukuje się do **skrętnika**,
2. $\vec{W}_g \neq 0, \quad \vec{M}_g \neq 0, \quad \vec{W}_g \perp \vec{M}_g$ - układ redukuje się do **siły odsuniętej od bieguna**,
3. $\vec{W}_g \neq 0, \quad \vec{M}_g = 0$ - układ redukuje się do **siły**,
4. $\vec{W}_g = 0, \quad \vec{M}_g \neq 0$ - układ redukuje się do **pary sił**,
5. $\vec{W}_g \neq 0, \quad \vec{M}_g \neq 0, \quad \vec{W}_g \nparallel \vec{M}_g, \quad \vec{W}_g \not\perp \vec{M}_g$ - układ redukuje się do **skrętnika o osi odsuniętej od bieguna**.

Warunki równowagi dowolnego układu sił

$$\vec{W}_g = \sum_i \vec{P}_i = 0 \quad \wedge \quad \vec{M}_g = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

Chwilowy środek obrotu i przyspieszenia

W ruchu płaskim istnieje punkt, którego **prędkość jest równa zero**. Jest to chwilowy środek obrotu. Z każdego położenia w inne położenie daje się przesunąć przez obrót dokoła punktu leżącego w tej płaszczyźnie, zwanego środkiem obrotu skończonego. W przypadku szczególnym, dla położeń w czasie t, oraz $t + dt$, gdzie $dt \to 0$, środek obrotu skończonego nazywa się chwilowym środkiem obrotu. Dla translacji chwilowy środek obrotu leży w nieskończoności. W przypadku toczenia bez poślizgu chwilowy środek obrotu jest w punkcie styku.

W ruchu płaskim istnieje punkt, którego **przyspieszenie równa się zero**. Jest to chwilowy środek przyspieszenia.

Prędkość i przyspieszenie punktu w ruchu złożonym

- Prędkość punktu względem nieruchomego układu współrzędnych O_{xyz} nazywamy **prędkością bezwzględną** v_b.
- Prędkość punktu względem ruchomego układu współrzędnych $O_{\xi\eta\zeta}$ nazywamy **prędkością względną** v_w.
- Prędkość układu ruchomego $O_{\xi\eta\zeta}$ względem układu nieruchomego O_{xyz} nazywamy **prędkością unoszenia** v_u.

Prędkość **bezwzględna** jest sumą prędkości **względnej** i prędkości **unoszenia**.

$$\vec{v_b} = \vec{v_w} + \vec{v_u}$$

Przyspieszenie **bezwzględne** jest sumą przyspieszenia **względnego**, przyspieszenia **unoszenia** i przyspieszenia **Coriolisa**.

$$\vec{a_b} = \vec{a_w} + \vec{a_u} + \vec{a_c}$$

Przyśpieszenie **Coriolisa** jest podwojonym iloczynem wektorowym prędkości kątowej i prędkości względnej.

$$\vec{a_c} = 2\vec{\omega} \times \vec{v_w}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin\theta \cdot \vec{n}$$

Zasady dynamiki stosowane w dynamice układów punktów materialnych

- Zasady dynamiki Newtona
  1. W inercjalnym układzie odniesienia, jeśli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.
  2. W inercjalnym układzie odniesienia jeśli siły działające na ciało nie równoważą się (czyli wypadkowa sił $\vec{F_w}$ jest różna od zera), to ciało porusza się z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do siły wypadkowej, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.
  3. Oddziaływania ciał są zawsze wzajemne. W inercjalnym układzie odniesienia siły wzajemnego oddziaływania dwóch ciał mają takie same wartości, taki sam kierunek, przeciwne zwroty i różne punkty przyłożenia (każda działa na inne ciało).
- Zasada zachowania pędu

$$\sum_i \vec{p_i} = idem, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

- Zasada zachowania krętu

$$\sum_i \vec{L_i} = idem, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

- Zasada zachowania energii mechanicznej

$$E_k + E_p = idem$$

- Zasada równości energii kinetycznej i pracy

$$\Delta E_k = W$$

- Zasada d'Alemberta

$$\delta W = 0$$

- Zasada Lagrange'a

$$\underset{zg.\,z\,w.}{\forall \delta x_i} \quad \delta W = \sum_i X_i \delta x_i = 0$$

Dynamiczne równania bryły w ruchu postępowym, obrotowym, płaskim i kulistym

TODO

Energia kinetyczna bryły w ruchu postępowym, obrotowym, płaskim i kulistym

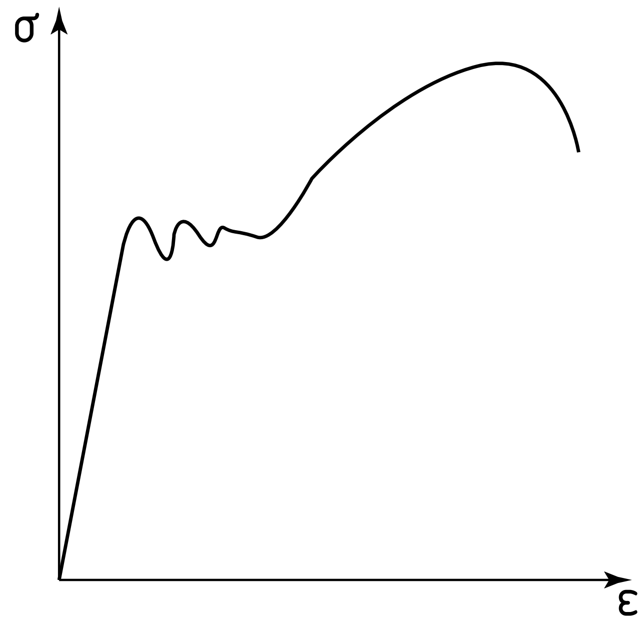
TODO

Równania Lagrange'a I i II rodzaju

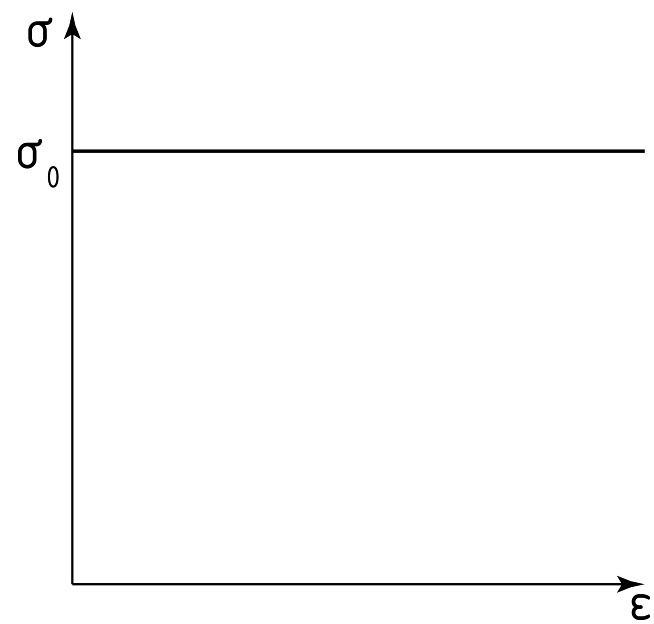
TODO

Wytrzymałości materiałów

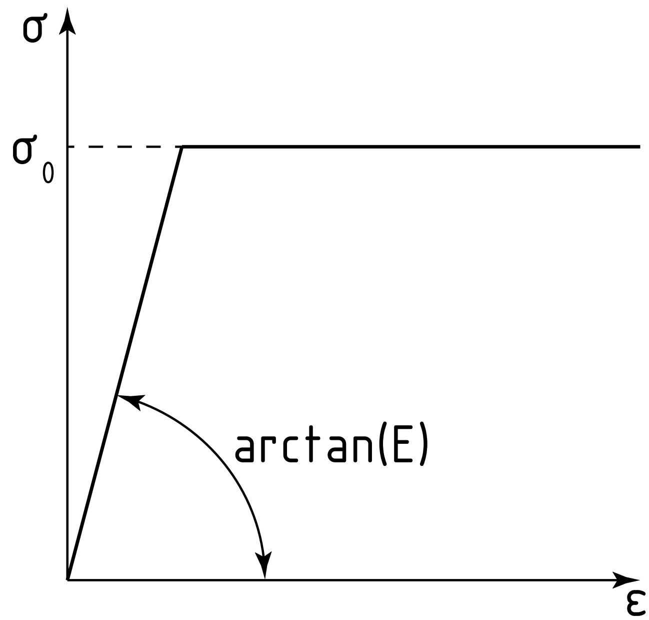
Krzywe statycznego rozciągania, charakterystyczne parametry materiałowe



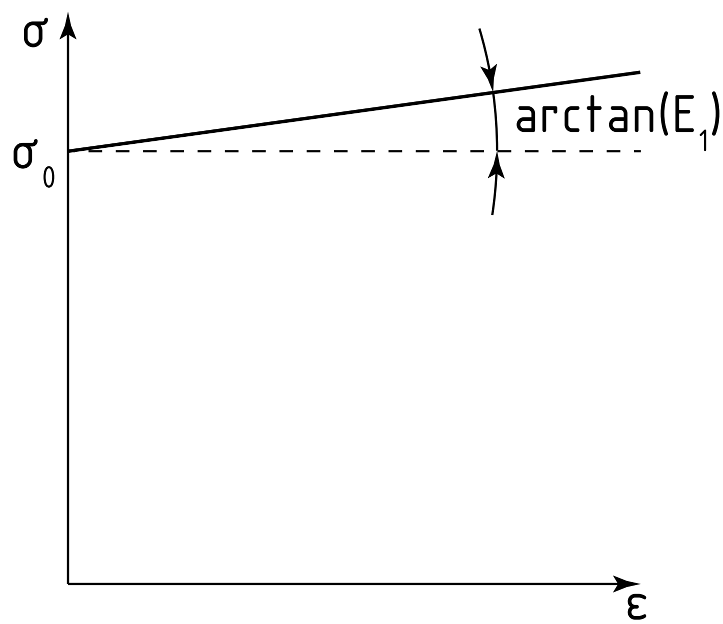
Przykładowa rzeczywista:



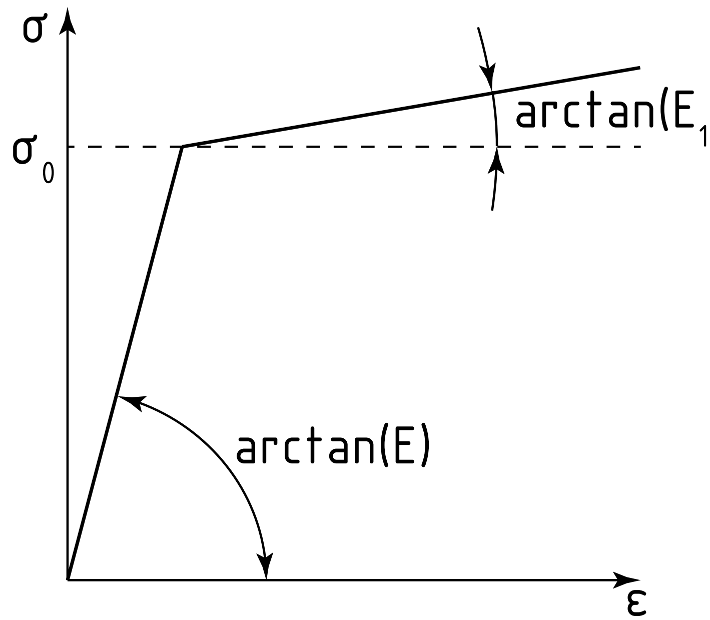
Model sztywno-plastyczny:



Model sprężysto-plastyczny:



Model sztywno-plastyczny z umocnieniem:



Model sprężysto-plastyczny z umocnieniem:

Stałe materiałowe: * Moduł Young'a - odkształcenie od naprężeń * Moduł plastyczności - odkształcenie od naprężeń przy uplastycznieniu * Liczba Poisson'a - stosunek odkształcenia poprzecznego do odkształcenia podłużnego przy osiowym stanie naprężenia * Moduł Kirchoff'a - odkształcenie postaciowe od naprężeń

Czyste zginanie

Naprężenia w odległości h od osi obojętnej

$$\sigma(h) = \frac{M_g}{I} * h$$

Naprężenia maksymalne

$$\sigma_{max} = \frac{M_g}{W_g}$$

Różniczkowe równanie linii ugięcia

$$EI\frac{d^2y}{dz^2} = -M_g(z)$$

Różniczkowe równanie kątu obrotu

$$EI\frac{dy}{dz} = \int -M_g(z)dz + C$$

Równanie linii ugięcia

$$EIy = \int \int -M_g(z)dzdz + Cz + D$$

C, D - stałe całkowania z warunków brzegowych

Skręcanie przekrojów kołowo-symetrycznych

Naprężenia na promieniu r od osi głównej centralnej (Dla koła $I = \frac{\pi d^4}{32}$)

$$\tau = \frac{M_s}{I_0} r$$

Naprężenia maksymalne

$$\tau_{max} = \frac{M_s D}{2I_0}$$

Kąt skręcenia

$$\alpha = \frac{M_s l}{GI} \quad \vee \alpha = \int_0^l \frac{M_s(x)}{GI} dx$$

Wytężenie materiału

Hipotezy wytężeniowe - założenie dotyczące tego, jaka wielkość fizyczna związana ze stanem naprężenia i odkształcenia, decyduje o wytężeniu materiału * Galileusz: $\sigma_{red} = \sigma_1$, decyduje σ_{max}, * de Saint Venant: $\sigma_{red} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$, decyduje max. ε_{osiowe}, * Tresci-Guest: $\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3$, decyduje τ_{max} * Huber-Mises-Hencky: $\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$, decyduje energia właściwa odkształcenia postaciowego.

Naprężenie zredukowane - taka wartość naprężenia, wyznaczona dla danego stanu naprężenia przy użyciu wybranej hipotezy, która przy jednoosiowym rozciąganiu, wywołałaby identyczne wytężenie.