



Département Licence  
SCIENCES & TECHNOLOGIES

# Cours d'optique géométrique et formation des images

PHY202

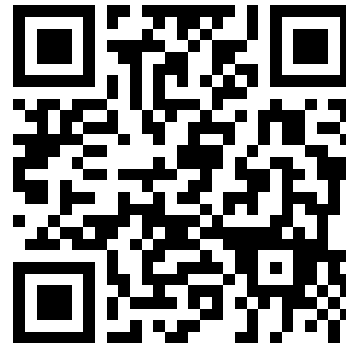
Année 2019-2020

Groupes SPI-ST-IMA-INF

Lien pour poser vos questions sur le cours

→ pour les cours de restructuration:

<https://tinyurl.com/PHY202>



# Chapitre 1: Lois de Snell-Descartes

## 1. Principe de l'optique géométrique

- a) Caractéristiques de la lumière
- b) Indice de réfraction
- c) Rayons lumineux
- d) Principe de l'optique géométrique
- e) Réflexion/réfraction

## 2. Lois de Snell-Descartes

- a) Réflexion
- b) Réfraction
- c) Cas limites: rayon réfracté maximum, réflexion totale
- d) Retour inverse de la lumière
- e) Dispersion

## 3. Prisme

## Résumé

## Chapitre 2: Lentilles minces

1. Les lentilles
  2. Notion d'objet et d'image
  3. Relation de conjugaison
  4. Foyers d'une lentille
  5. Formation d'une image à travers une lentille, grandissement
  6. Exemples: projecteur, loupe, grossissement
- Résumé et généralisation

## Chapitre 3: Association de systèmes optiques – instruments d'optique

1. Association de systèmes optiques simples
2. Grandissement et grossissement
3. Exemples: microscope, lunette astronomique, télescope

## Chapitre 4: L'œil en tant qu'instrument d'optique

1. Description et fonctionnement
2. Œil normal et vision de près et de loin
3. Défauts et correction de l'œil

## Chapitre 5: Aberrations

1. Stigmatisme
2. Conditions de Gauss
3. Aberrations géométriques
4. Aberrations chromatiques et corrections
5. Exemples

## **Bibliographie**

- Bernard Balland, « Optique géométrique. Imagerie et instruments » de, Presses polytechniques de universitaires romandes, 2007
- Sextant, Optique expérimentale, edition Hermann, 1997
- A. Cogne, M. Pernet et J. Vicat, « Optique géométrique », collection Grenoble sciences, 1986
- J-P Faroux et J. Renault, Optique : Cours et 94 exercices corrigés, Editions Dunod, 1988.
- J-M Brébec, P. Denève, T. Desmarais, M. Ménétrier, B. Noel, C. Orsini, Optique exercices et problèmes corrigés, Editions Hachette, 1999.
- G. Bruat : Cours de Physique Générale, Optique 6<sup>ème</sup>, Edition revue et corrigée par A. Kastler, Editions Masson, 1965.
- L. Dettwiller, Optique, Editions Dunod, 1992.
- L. Dettwiller, Qu'est-ce que l'optique géométrique ?, Editions Dunod. ; 1990.
- L. Dettwiller, Les instruments d'optique, étude théorique, expérimentale et pratique, Editions Ellipses , 1997.
- R. Journeaux, Travaux pratiques de Physique, Electricité, Electronique, Optique, Editions De Boeck Université, 1998.
- J-P. Sarmant, Dictionnaire de Physique, Editions Hachette, 1981.

# Chapitre 1: Lois de Snell-Descartes

- ✓ Que se passe-t-il quand la lumière est réfléchi ?
- ✓ Et quand elle passe d'un milieu à un autre ?
- ✓ Comment guider efficacement la lumière dans une fibre optique ?
- ✓ Qu'est-ce que la dispersion ?
- ✓ Comment mesurer l'indice d'un prisme ?



1. Principe de l'optique géométrique
2. Lois de Snell-Descartes
3. Prisme

# 1.a) Caractéristiques de la lumière.

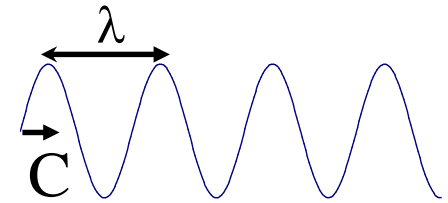
La lumière est à la fois une onde et un corpuscule: **Lumière = onde et photons**

La lumière est une onde particulière car elle peut se propager sans support (dans le vide), au contraire du son ou de la houle par exemple qui se propagent via l'air ou l'eau.

**Une onde lumineuse dans le vide est caractérisée par:**

- son amplitude
- sa fréquence  $\nu$  [ $\text{s}^{-1}$ ] ou période  $T=1/\nu$  [s]
- sa vitesse  $C$  [ $\text{m.s}^{-1}$ ]
- sa longueur d'onde  $\lambda$  [m] (correspond à la distance parcourue pendant une période  $T=1/\nu$ ):

$$\lambda = \frac{C}{\nu} = CT$$



**Photon associé:**

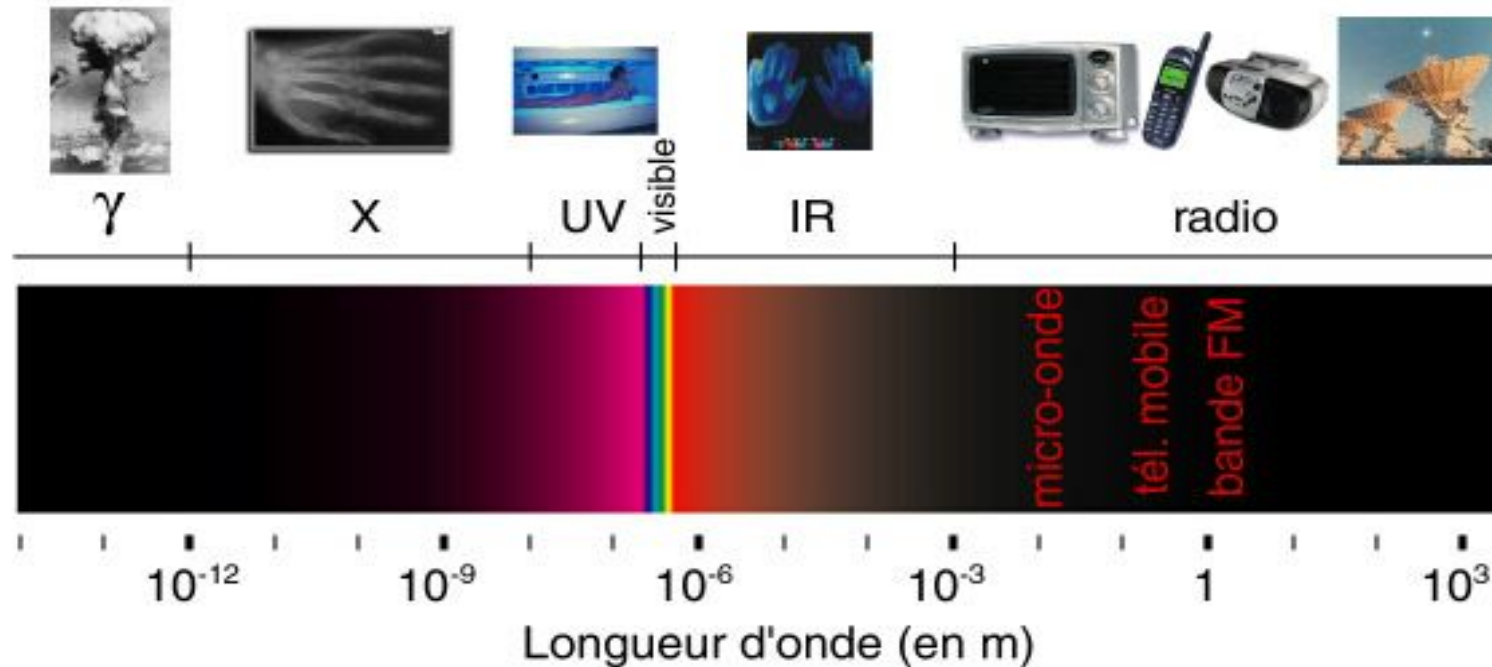
- Énergie  $E$  :  $E=h\nu$  [J] où  $h$  est la constante de Planck  $h=6.626 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$

**Vitesse de la lumière dans le vide:**

- Propagation dans le **vide** à la vitesse  $C$  (vitesse  $v < C$  dans tout autre milieu)
- $C = 299792456 \text{ m.s}^{-1}$  ( $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ )
- Ex: 7 fois le tour de la Terre en 1s; distance Terre-Soleil en  $\approx 8\text{min}$ .



# Ondes électromagnétiques.



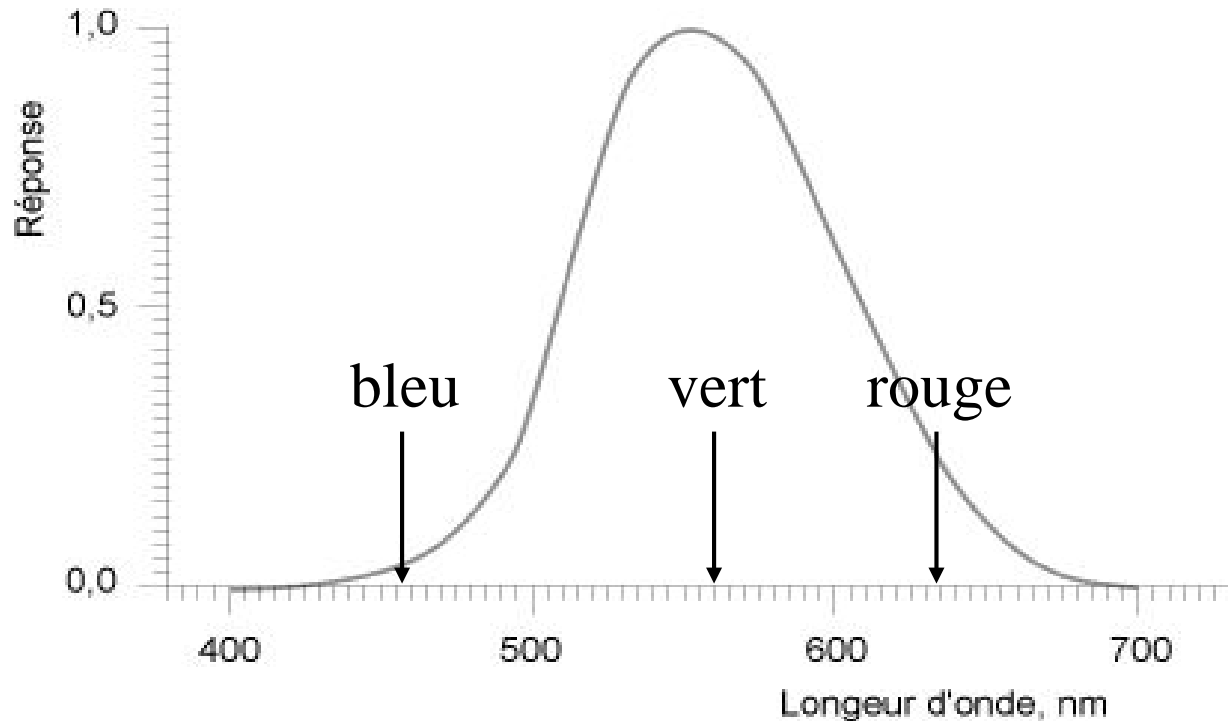
## La lumière

- La lumière visible fait partie d'une grande famille de phénomènes de même nature: **les ondes électromagnétiques**.
- Ces ondes correspondent à une variation d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui se propage dans l'espace et dans le temps.

## La lumière naturelle

- La lumière naturelle (par exemple la lumière solaire) est une superposition d'ondes électromagnétiques de différentes longueurs d'ondes.

# Visible = domaine de sensibilité de l'œil



$$\lambda_{\text{visible}} \approx 0.5\mu\text{m}$$

L'œil est un photodétecteur ayant une bande passante particulière.

Il est uniquement sensible aux radiations lumineuses dont la longueur d'onde est comprise entre  $0.380\mu\text{m}$  (UV) et  $0.780\mu\text{m}$  (IR), correspondant au domaine du visible.

Chaque longueur d'onde peut alors être associée à une couleur du visible (ex:  $\lambda_{\text{bleu}} \approx 0.45\mu\text{m}$ ,  $\lambda_{\text{rouge}} \approx 0.65\mu\text{m}$ )

# 1.b) Indice de réfraction

Dans un milieu autre que le vide, la lumière interagit avec la matière. Cette interaction peut être décrite par un seul paramètre : **la vitesse  $v$  de la lumière dans le matériau considéré.**

On définit alors **l'indice de réfraction  $n$**  comme étant égal à :

$$n(\lambda, T, P) = \frac{c}{v(\lambda, T, P)}$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide ( $c = 299792456 \text{ m.s}^{-1} \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ).

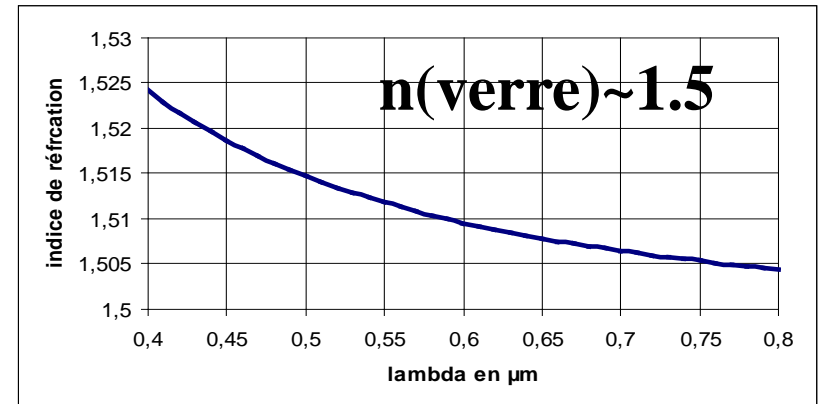
L'indice de réfraction est donc un nombre sans dimension, supérieur ou égal à 1 ( $n \geq 1$ ).

Pour  $P$  et  $T$  fixes on a :  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$  loi de Cauchy

La valeur de **l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde** de la lumière.

Exemple à  $T$  et  $P$  ambiantes :

Longueur d'onde en $\mu\text{m}$	0.486 (raie bleue de l'hydrogène)	0.589 (raie D de sodium)	0.656 (raie H de l'hydrogène)
Indice de l'eau	1.3371	1.3330	1.3311
Indice du verre	1.5157	1.5100	1.5076



# 1.c) Rayons lumineux.

Dans la vie courante, la taille caractéristique des objets qui nous entourent est très largement supérieure à la longueur d'onde de la lumière visible ( $\lambda \sim 0.5\mu\text{m}$ ) qui peut alors être négligée. L'aspect ondulatoire/corpusculaire de la lumière ne se fait pas sentir.

**Dans ces conditions, on peut décrire la lumière par des rayons lumineux.**

**Notion intuitive  
de rayons lumineux:**



**Rayons lumineux:**

- On peut les considérer comme **la trajectoire de l'énergie lumineuse**
- Outil très intéressant pour décrire la propagation de lumière **dans des conditions bien définies** (taille d'objet  $\gg \lambda$ )
- Ils sont à la base du développement de l'optique géométrique.

# 1.d) Principe de l'optique géométrique

## Notions utiles:

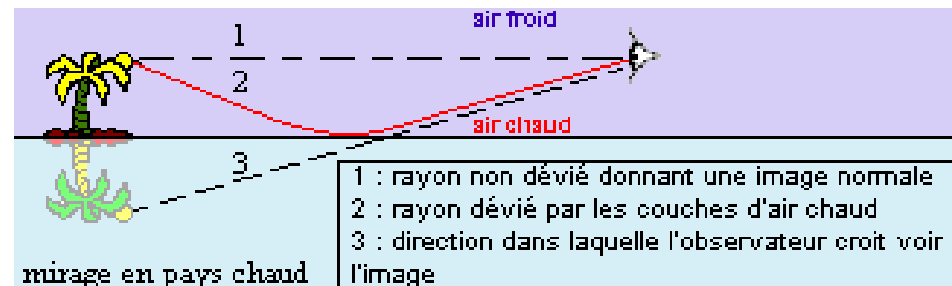
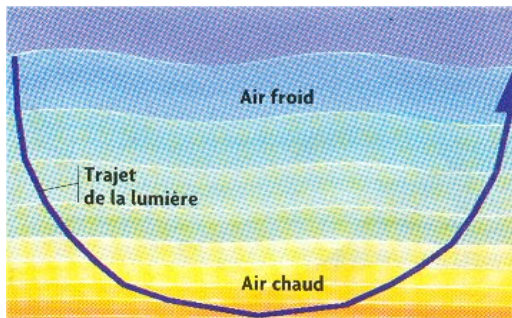
- **Rayons lumineux** (trajectoire de l'énergie lumineuse).
- **Indice de réfraction  $n(\lambda)=c/v$**

## Contexte du cours:

- **Objet grand devant  $\lambda \approx 1\mu\text{m}$**  (taille typique : le cm)
- Milieux **homogènes** : mêmes propriétés partout
- Milieux **transparents** : qui n'absorbent pas la lumière
- Milieux **isotropes** : mêmes propriétés dans toutes les directions

**Dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite à vitesse constante.**

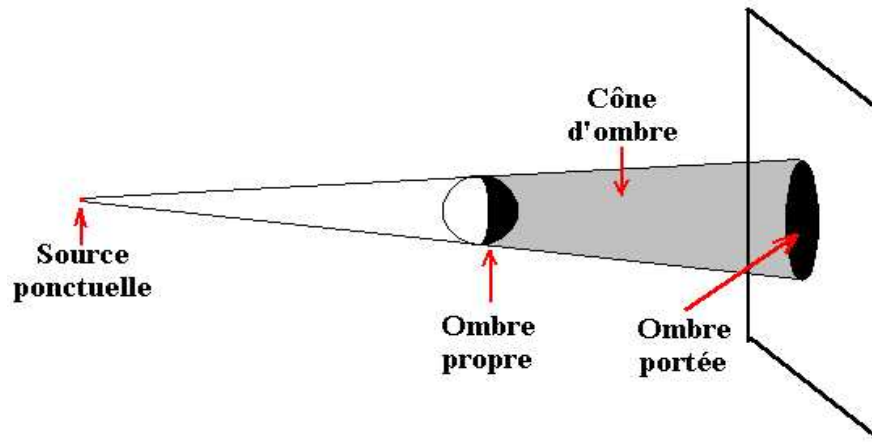
**Dans un milieu inhomogène** la propagation n'est pas rectiligne mais courbe, c'est ce phénomène qui est mis en jeu lorsque l'on observe un **mirage**:



# Principe de l'optique géométrique.

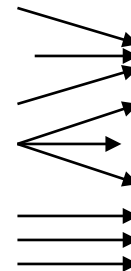
## Propriétés:

- Pas d'interaction entre les rayons lumineux
- Retour inverse de la lumière
- Energie lumineuse plus importante au point de croisement des rayons lumineux
- Existence d'ombre:



## Différents types de faisceaux lumineux :

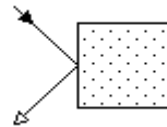
- Faisceau conique **convergent**:
- Faisceau conique **divergent**:
- Faisceau collimaté ou **parallèle**:



# 1.e) Réflexion / réfraction

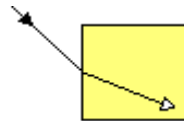
Quand la lumière rencontre un autre milieu homogène, isotrope et transparent on peut observer une:

➤ **Réflexion:**



Interaction lumière-matière conduisant à une déviation de la trajectoire de la lumière du même côté du corps d'où elle est venue.

➤ **Réfraction:**



Interaction lumière-matière conduisant à une déviation de la trajectoire de la lumière au moment où elle traverse la surface séparant deux milieux transparents.

Quand y a t'il réflexion ou réfraction ?

Quelle est la déviation de la trajectoire et de quoi dépend-elle ?

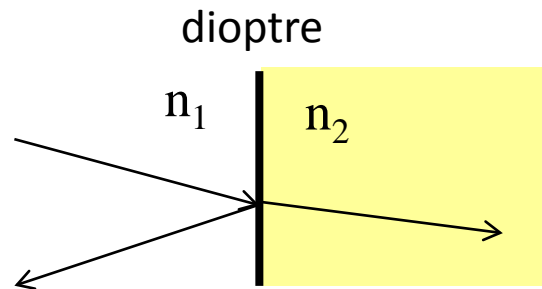
Quel est le lien avec l'indice de réfraction ?

→ **Lois de Snell-Descartes**

# Miroir / Dioptre

## Définitions:

- Un miroir est une surface réfléchissante qui ne laisse pas passer la lumière. Le rayon lumineux est dévié et « renvoyé » dans le milieu d'où il vient.
- Un **dioptre** est une surface séparant deux milieux transparents homogènes et isotropes, d'indices de réfraction différents. La lumière peut le traverser et passer d'un milieu à l'autre. Lorsqu'un rayon lumineux arrive sur un dioptre, une partie au moins de la lumière est réfléchie dans le milieu d'origine. L'autre partie (si elle existe) passe dans le deuxième milieu mais sa trajectoire est déviée. On dit qu'elle est réfractée.



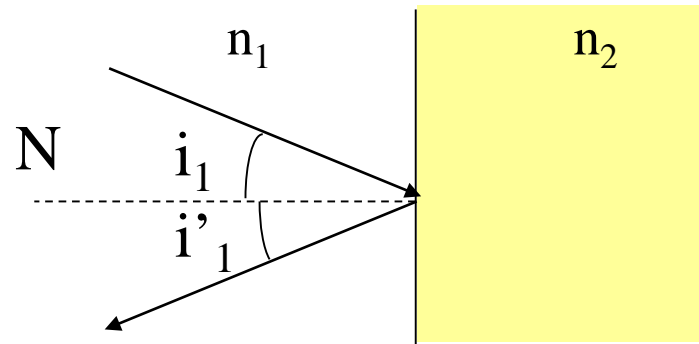
Les changements de direction lors de la réflexion et lors du passage du dioptr sont décrits par les **lois de Snell-Descartes**.



## 2.a) Lois de Snell/Descartes : Réflexion

Soient deux milieux d'indices différents  $n_1$  et  $n_2$  séparés par une surface plane appelée dioptre. On note  $N$  la normale à cette surface.

### Réflexion:



**Plan d'incidence:** Plan formé par le rayon incident et par la normale  $N$  au dioptre

### Réflexion:

- Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence et dans le milieu 1.
- Angle d'incidence  $i_1$ : angle entre la normale  $N$  et le rayon incident
- Angle de réflexion  $i'_1$ : angle entre la normale  $N$  et le rayon réfléchi
- En valeur absolue:  $i'_1 = i_1$

### Surfaces réfléchissantes:

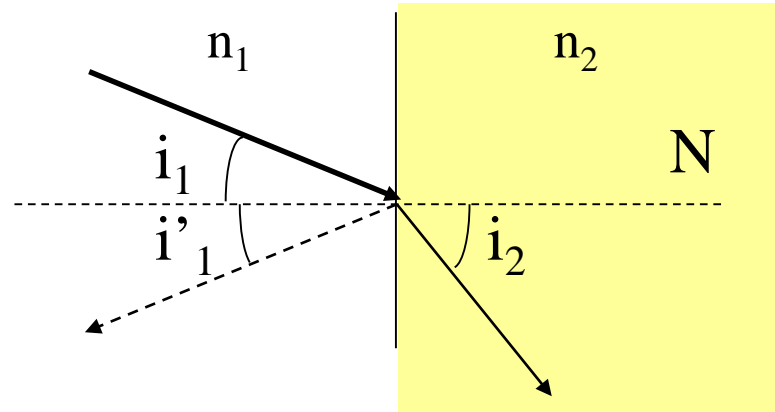
- Toutes surfaces séparant 2 milieux d'indices différents.
- Surfaces métallisées (par ex: surface derrière l'ampoule dans une lampe de poche),

## 2.b) Lois de Snell/Descartes: Réfraction

Soient deux milieux d'indices différents  $n_1$  et  $n_2$  séparés par une surface plane appelée dioptré.

### Réfraction :

$n_1 > n_2$   
onde monochromatique



**Plan d'incidence:** Plan formé par le rayon incident et par la normale  $N$  au dioptré

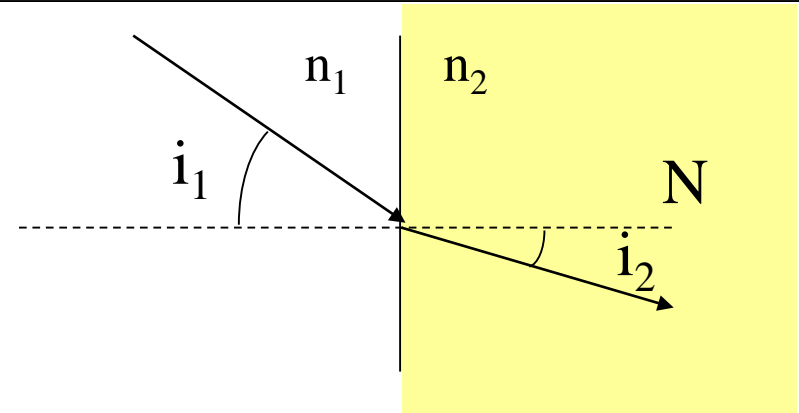
### Réfraction:

- Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et dans le milieu 2.
- Angle de réfraction  $i_2$ : angle entre la normale  $N$  et le rayon réfracté
- L'angle de réfraction  $i_2$  est tel que:  **$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$**
- Si  $n_1 > n_2$  alors  $\sin(i_2) > \sin(i_1)$  et  $i_2 > i_1$  car le sinus est une fonction croissante de 0 à  $\pi/2$
- **Une réfraction est toujours accompagnée d'une réflexion**

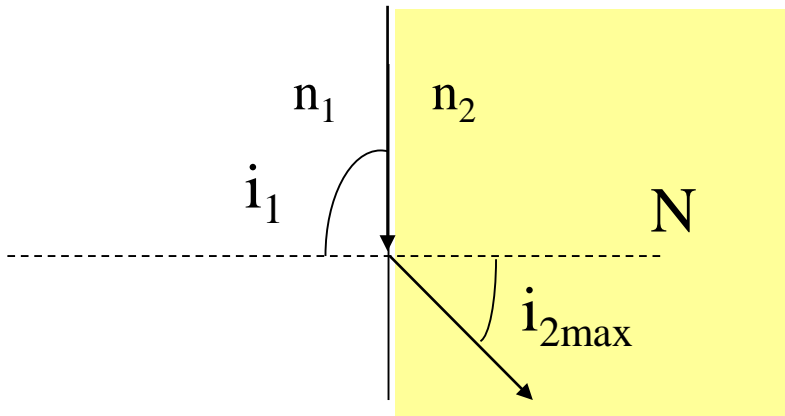
## 2.c) Cas limites : rayon réfracté maximum

**Lorsque  $n_1 < n_2$  :**

D'après la loi de Snell-Descartes on a  $i_1 > i_2$  :



**Cas limite  $i_1 = \pi/2$  :**



**Pour  $i_1 = \pi/2$  on a alors :**

$$i_{2\max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

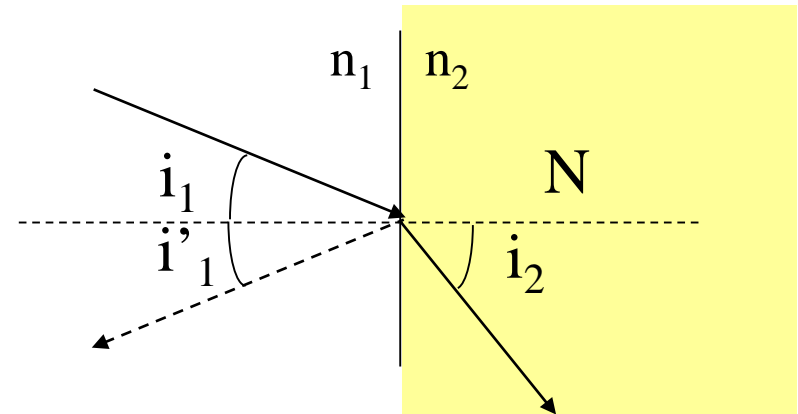
**Quand la lumière passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ( $n_1 < n_2$ ), l'angle de réfraction ne peut pas dépasser la valeur limite  $i_{2\max}$ .**

**Lorsque  $i_2 = i_{2\max}$  , on parle de rayon réfracté maximum.**

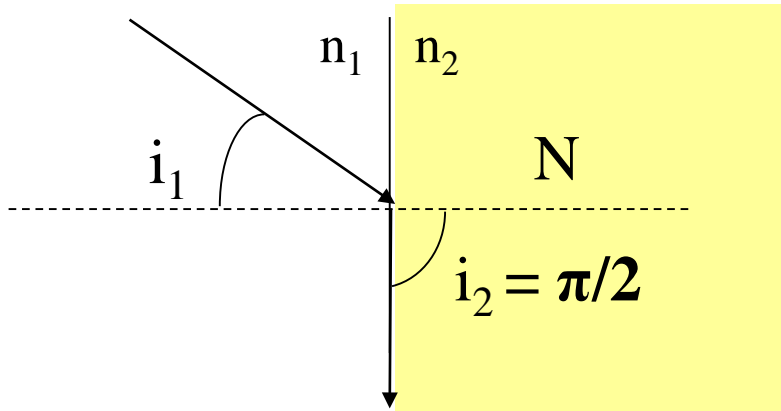
# Cas limites : réflexion totale

Lorsque  $n_1 > n_2$  :

D'après la loi de Snell-Descartes on a  $i_2 > i_1$  :



Cas limite  $i_2 = \pi/2$  :



L'angle de réfraction vaut  $i_2 = \pi/2$

Lorsque  $i_1 = i_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

Si  $i_1 > i_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ ,  $i_2$  n'existe pas.

Quand la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent ( $n_1 > n_2$ ), il existe un angle d'incidence limite  $i_c$  au-delà duquel il n'y a plus de réfraction. Toute l'énergie incidente est réfléchie.

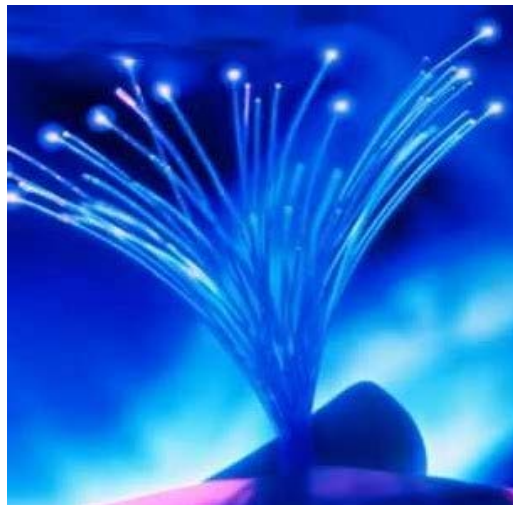
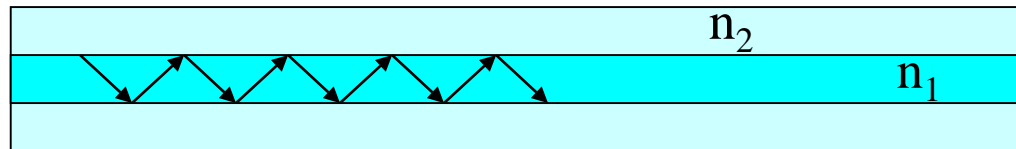
On parle alors de **réflexion totale** lorsque  $i_1 > i_c$ .

# Guidage de la lumière

**Quand la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent on peut alors avoir réflexion totale.**

Si  $n_1 > n_2$  et si  $i_1 > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$  on a alors réflexion totale.

**Application : on peut piéger la lumière entre deux matériaux par phénomène de réflexion totale. C'est le principe des fibres optiques.**

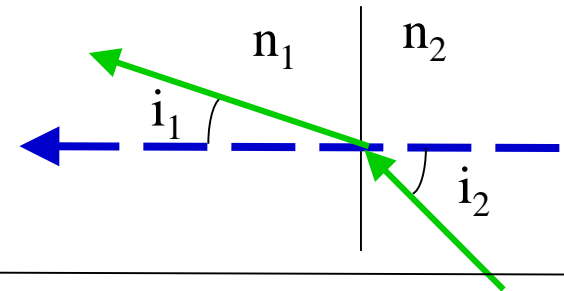
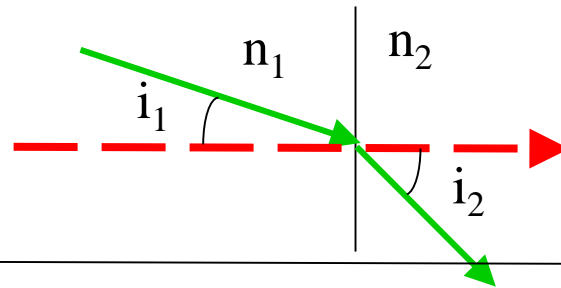


## 2.d) Lois de Snell-Descartes et retour inverse de la lumière

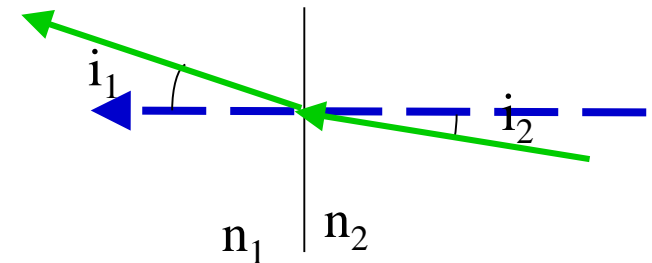
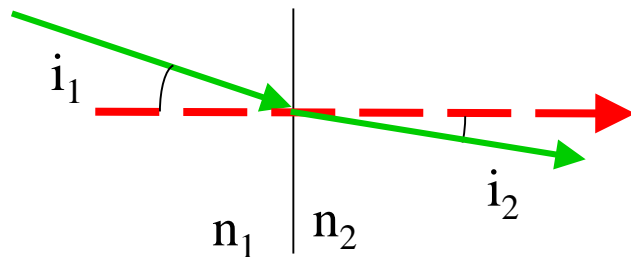
La symétrie des relations Snell-Descartes nous montre que le chemin suivi par la lumière ne dépend pas du sens de propagation : **principe du retour inverse de la lumière**.

Réfraction :  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

$$n_1 > n_2$$



$$n_1 < n_2$$



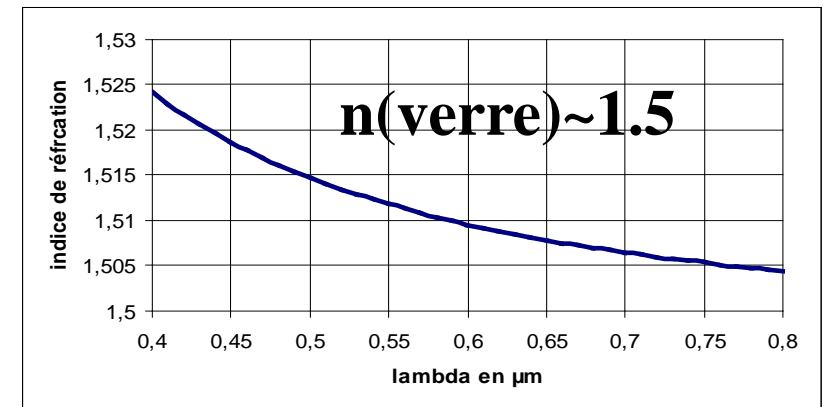
« tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut être suivi en sens opposé »

## 2.e) Dispersion

L'indice de réfraction  $n$  dépend de  $\lambda$ , de la température et de la pression.

Pour  $P$  et  $T$  fixes on a :  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$  loi de Cauchy

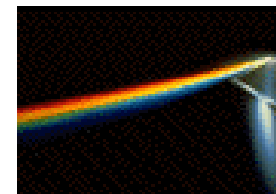
Longueur d'onde en $\mu\text{m}$	0.486 (raie bleu de l'hydrogène)	0.589 (raie D de sodium)	0.656 (raie H de l'hydrogène)
Indice de l'eau	1.3371	1.3330	1.3311
Indice du verre	1.5157	1.5100	1.5076



D'après les lois de Snell-Descartes, l'angle de réfraction dépend de  $n$ , donc de  $\lambda$ .

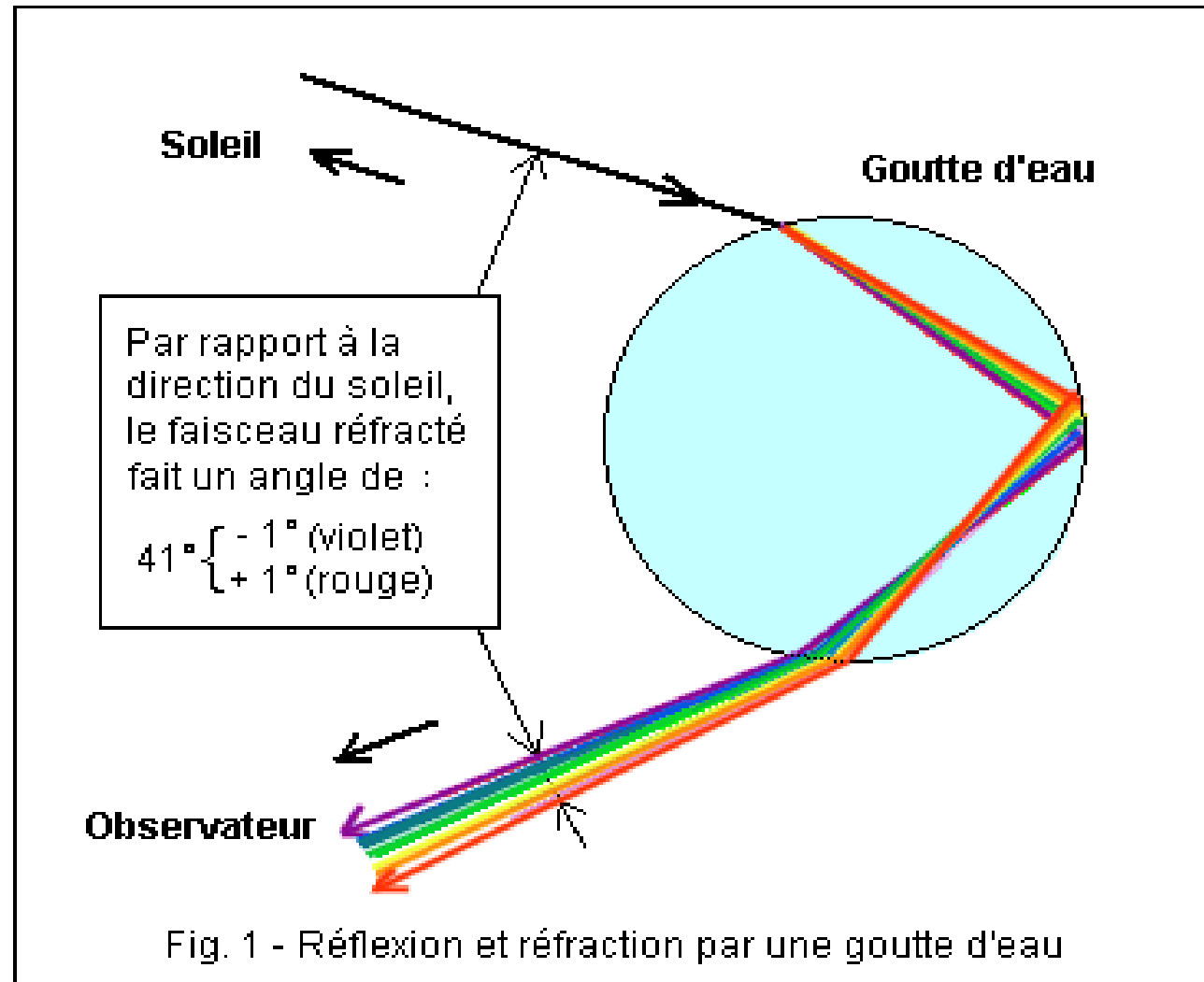
Une lumière constituée de plusieurs longueurs d'onde (par ex la lumière blanche) sera ainsi décomposée en ses différentes composantes lors d'une réfraction.

La décomposition de la lumière est appelée la dispersion.



# Exemple : l'arc en ciel.

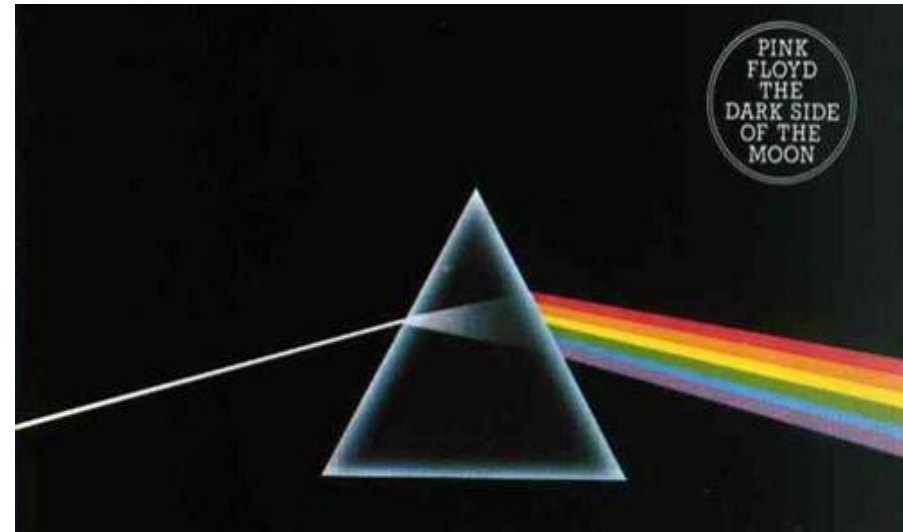
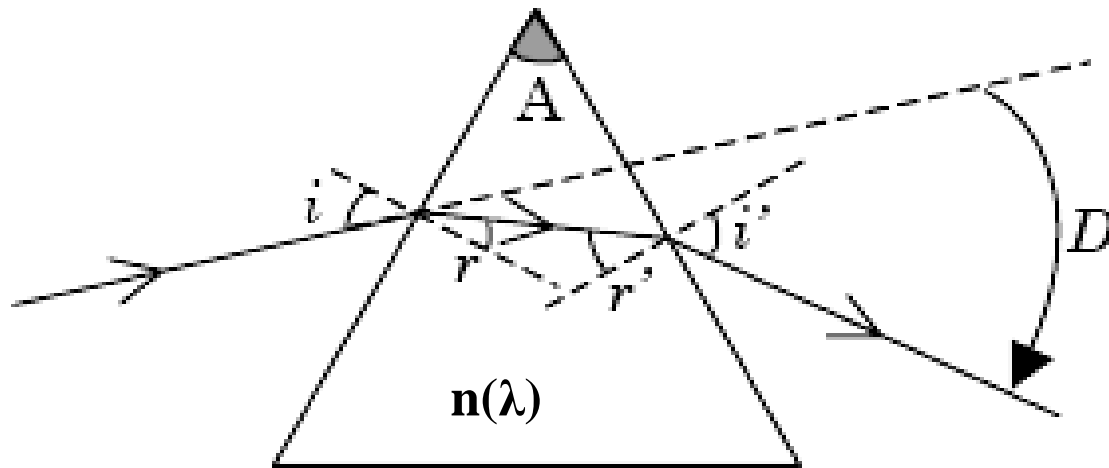
Un phénomène bien connu associé à la dépendance en longueur de l'indice de réfraction (dispersion) est l'arc en ciel.





# Exemple : le prisme

- Prismes dispersifs : ils sont utilisés pour décomposer la lumière => Spectroscopie (analyse spectrale, détection de polluants)
- La lumière subie 2 réfractions successives, ce qui permet d'augmenter le phénomène de dispersion de la lumière.



$D$  : angle de déviation  
 $D(\text{bleu}) > D(\text{rouge})$

Remarque : Le faisceau est dévié vers la base du prisme.

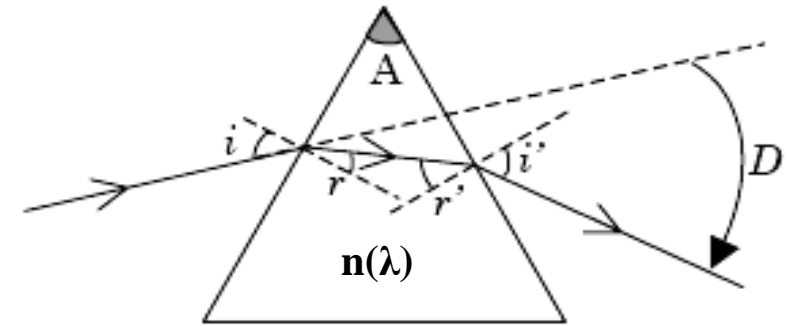
# 3. Le prisme

## Relations fondamentales du prisme

La loi de réfraction de Snell-Descartes impose :

$$\text{➤ } \sin i = n \sin r \quad (1)$$

$$\text{➤ } \sin i' = n \sin r' \quad (2)$$



D'après la géométrie du prisme représentée sur la figure, on a :

$$\text{➤ } A = r + r' \quad (3)$$

On définit la déviation  $D$  entre le rayon incident et le rayon émergent:

Le rayon est dévié à chaque interface. A la première interface la déviation est :

$$\text{➤ } D_1 = i - r$$

A la seconde interface la déviation est :

$$\text{➤ } D_2 = i' - r'$$

Donc la déviation totale est :

$$\text{➤ } D = D_1 + D_2 = i - r + i' - r' = i + i' - A \quad (4)$$

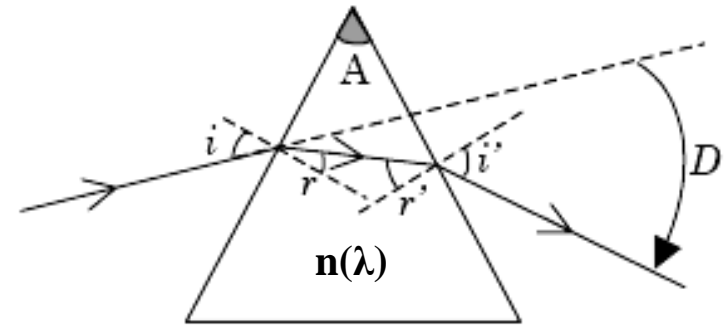
$D$  est une fonction de  $n$  car  $i'$  est une fonction de  $n$ .

**Attention:** On notera que les relations (1), (2) , (3) et (4) sont généralisables à tous les cas de figure, à condition de définir algébriquement les angles, de la façon suivante :

- $i$  et  $r$  sont comptés positifs, s'ils sont décrits à partir de la normale à la face d'entrée AB dans le sens trigonométrique.
- $i'$  et  $r'$  le sont également si, à partir de la normale à la face de sortie AC, ils sont décrits dans le sens inverse, c'est-à-dire rétrograde.
- $D$  est quant à lui compté positivement si, partant de la direction du rayon incident, on le décrit dans le sens rétrograde.
- Les formules du prisme se résument de la façon suivante :
  - $\sin i = n \sin r$
  - $\sin i' = n \sin r'$
  - $A = r + r'$
  - $D = i + i' - A$

# Condition d'émergence du prisme

A la seconde réfraction, on passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, il peut il y avoir **une réflexion totale**.



**Pour avoir un rayon émergent à la sortie du prisme on doit alors respecter la condition suivante:**  $r' < \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

On a :

$$\triangleright r' = A - r$$

$$\triangleright \sin i = n \sin r \rightarrow r \text{ augmente si } i \text{ augmente} \rightarrow r' \text{ diminue si } i \text{ augmente}$$

$$\text{On a : } r' = A - r < \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{soit} \quad A - \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right) < \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\text{ou encore: } A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) < \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right) \quad \text{soit} \quad i > \arcsin\left[n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right] = i_{\text{lim}}$$

Il existe un angle  $i_{\text{lim}}$  tel que si  $i > i_{\text{lim}}$  il existe un rayon émergent.

# Minimum de déviation D

La déviation D présente un extrémum qui permet alors de mesurer avec précision l'indice de réfraction  $n$  du prisme.

L'extremum de déviation correspond à :  $\frac{dD}{di} = 0$

En différentiant les relations (1), (2), (3) et (4), on a :

$$\text{➤ } \cos(i)di = n \cos(r)dr \quad (1')$$

$$\text{➤ } \cos(i')di' = n \cos(r')dr' \quad (2')$$

$$\text{➤ } dA = 0 = dr + dr' \quad (3')$$

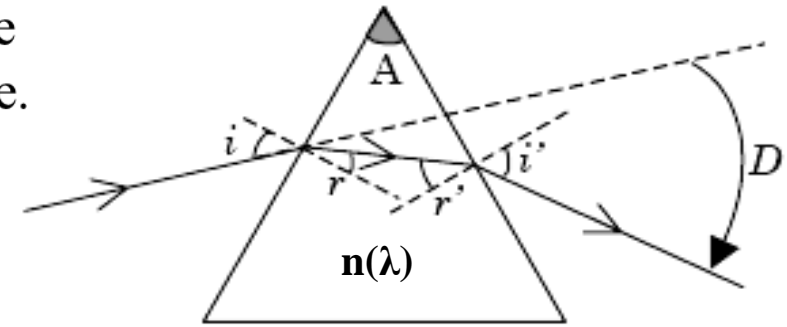
$$\text{➤ } dD = di + di' \quad (4')$$

**Soit:** 
$$\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 1 + \frac{n \cos r' \cos i \, dr'}{n \cos r \cos i' \, dr} = 1 - \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'}$$

$$\frac{dD}{di} = 0 \Leftrightarrow \cos r' \cos i = \cos r \cos i' \Leftrightarrow \cos^2 r' \cos^2 i = \cos^2 r \cos^2 i'$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin^2 r') (1 - \sin^2 i) = (1 - \sin^2 r) (1 - \sin^2 i')$$

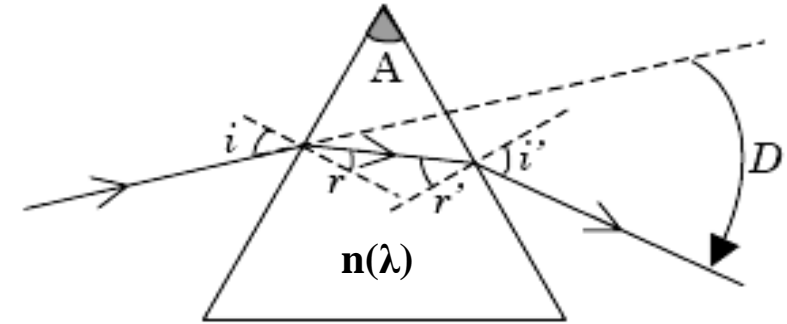
$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{\sin^2 i'}{n^2}\right) (1 - \sin^2 i) = \left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}\right) (1 - \sin^2 i') \Leftrightarrow (n^2 - 1) (\sin^2 i - \sin^2 i') = 0$$



# Minimum de déviation D

La déviation  $D$  présente un minimum qui permet alors de mesurer avec précision l'indice  $n$  du prisme.

$$\frac{dD}{di} = 0 \Leftrightarrow (n^2 - 1) (\sin^2 i - \sin^2 i') = 0$$



Les solutions sont :  $i = \pm i'$ . La solution  $i = -i'$  est à écarter car elle entraîne :  $r = -r'$  et donc  $A = 0$ , ce qui est absurde. Donc il existe un seul extremum  $D_m$  pour une valeur particulière de  $i$  telle que :  $i = i' = i_m$ . On a alors :  $D_m = 2 i_m - A$ .

Une étude de  $dD/di$  permet de montrer que  $D_m$  correspond à un minimum:

$i$	$i_0$		$i_m$		$\pi/2$
$\frac{dD}{di}$	$-\infty$	-	0	+	1
$D$	<div><div><math>i_0 + \pi/2 - A</math></div><div><math>2 i_m - A</math></div><div><math>i_0 + \pi/2 - A</math></div></div>				

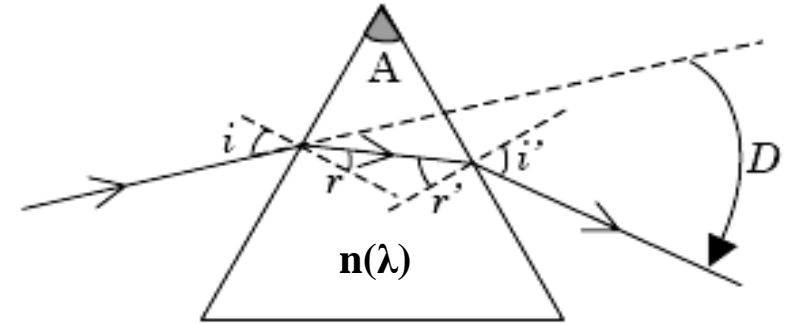
Par ailleurs,  $i = i'$  implique :  $r = r' = A/2$ . La relation (1) donne alors :

$$\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

# Mesure d'indice d'un prisme

La déviation  $D$  présente un minimum qui permet alors de mesurer avec précision l'indice  $n$  du prisme.

$$\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$



En mesurant cet angle  $D_m$  et  $A$ , l'angle du prisme, on obtient alors une mesure de l'indice de réfraction :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

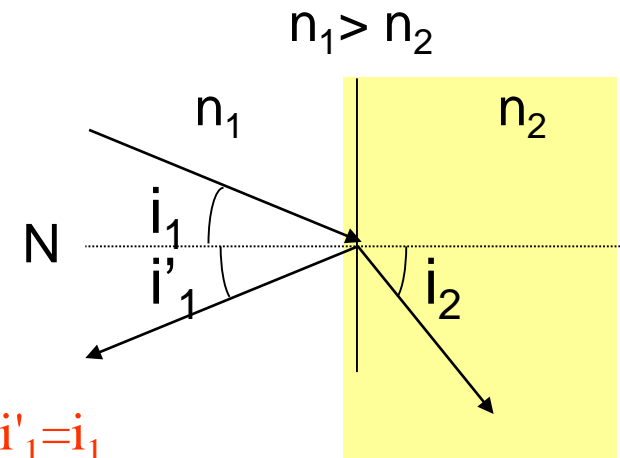
En déterminant pour chaque longueur d'onde  $\lambda$  l'angle  $D_m$ , on obtiendra alors la loi de dispersion  $n(\lambda)$ .

# Résumé: Lois de Snell/Descartes

- **Rayons lumineux** = trajectoire de l'énergie lumineuse
- Milieux homogènes, transparents et isotropes.
- **Indice de réfraction**  $n(\lambda) = c/v \geq 1$

Au passage d'un dioptre (changement de milieu), la lumière est partiellement réfléchi et peut être réfractée.

- La réflexion existe toujours mais pas la réfraction.
- Les rayons réfracté et réfléchi sont dans le plan d'incidence.
- Le rayon réfléchi fait un angle  $i'_1$  avec la normale N, tel que:  $i'_1 = i_1$
- Le rayon réfracté fait un angle  $i_2$  avec N, tel que:  $n_1(\lambda) \sin(i_1) = n_2(\lambda) \sin(i_2)$
- $n_1 < n_2$  : Le rayon réfracté **se rapproche** de la normale ( $i_2 < i_1$ )  
L'angle de réfraction ne peut pas dépasser  $i_{2\max} = \arcsin(n_1/n_2)$
- $n_1 > n_2$  : Le rayon réfracté **s'écarte** de la normale ( $i_2 > i_1$ )  
Il y a réflexion totale (pas de réfraction) pour  $i_1 > i_c = \arcsin(n_2/n_1)$ .
- Le rayon réfracté dépend de n, donc de  $\lambda \rightarrow$  **phénomène de dispersion** (ex: prisme)



**Principe du retour inverse de la lumière:** La symétrie des relations montre que le chemin suivi par la lumière ne dépend pas du sens de propagation.







# Chapitre 2 : Lentilles minces

- ✓ Qu'est-ce qu'une lentille?
- ✓ Où se forme l'image d'un objet à travers une lentille ?
- ✓ Quelle est la taille de l'image ?



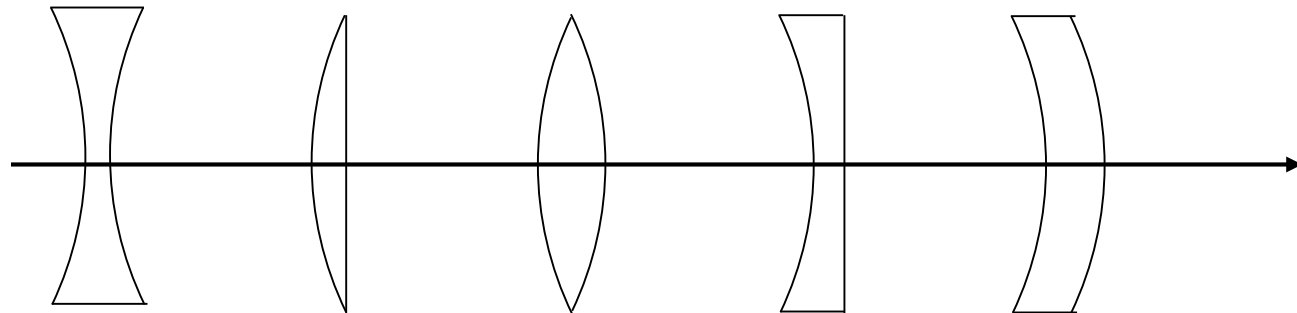
# 1. Les lentilles

**Les lentilles** sont des constituants essentiels des systèmes optiques (jumelles, microscopes, télescopes, appareil photographique...) permettant d'agrandir ou rétrécir la taille apparente d'un objet et d'en faire éventuellement une image sur un détecteur.

## Définition:

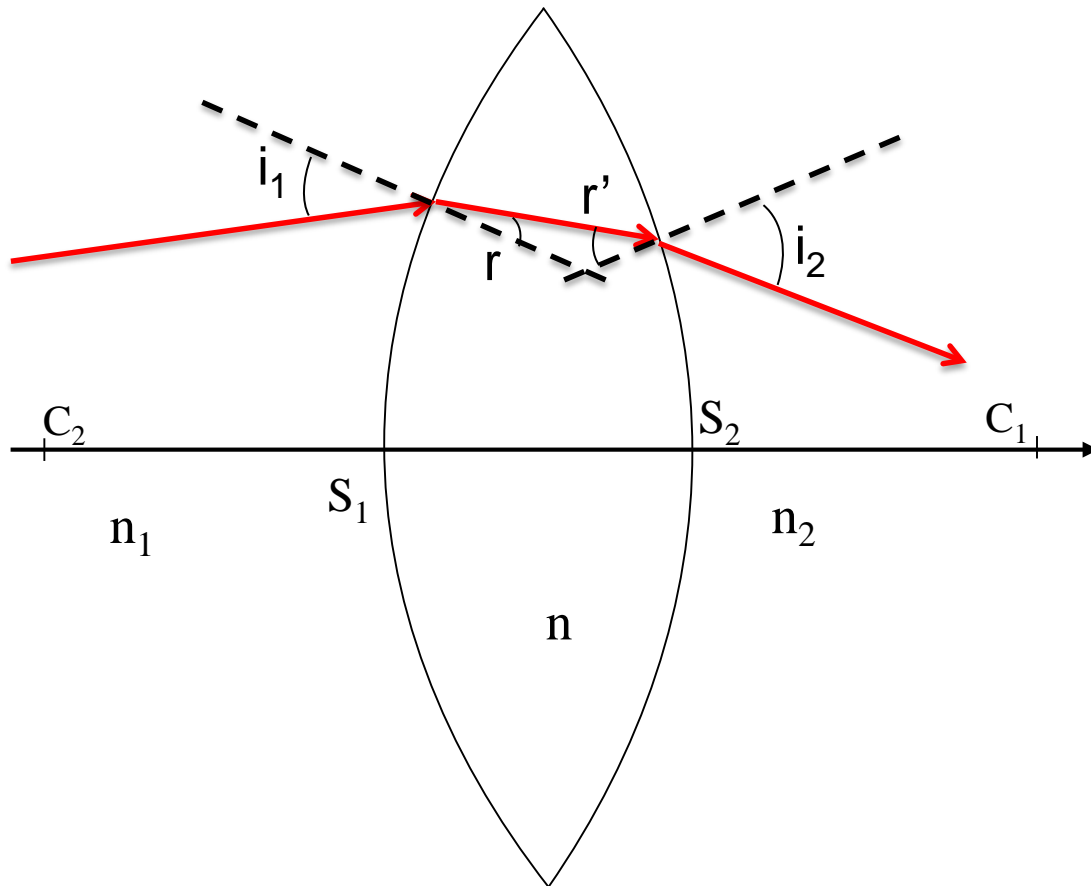
- Une lentille est un milieu homogène, transparent et isotrope d'indice  $n$ , séparé du milieu qui l'entoure par 2 dioptries.
- Soit l'un des dioptries est plan et l'autre est sphérique, soit les 2 dioptries sont sphériques.

Exemples:



# Les lentilles

Pour savoir comment est dévié un rayon lumineux lors du passage à travers une lentille, il suffit d'appliquer deux fois la loi de Snell-Descartes (le rayon incident va subir 2 réfractions): une fois pour le dioptre d'entrée et une fois pour le dioptre de sortie.



On a:

$$n_1 \sin i_1 = n \sin r$$

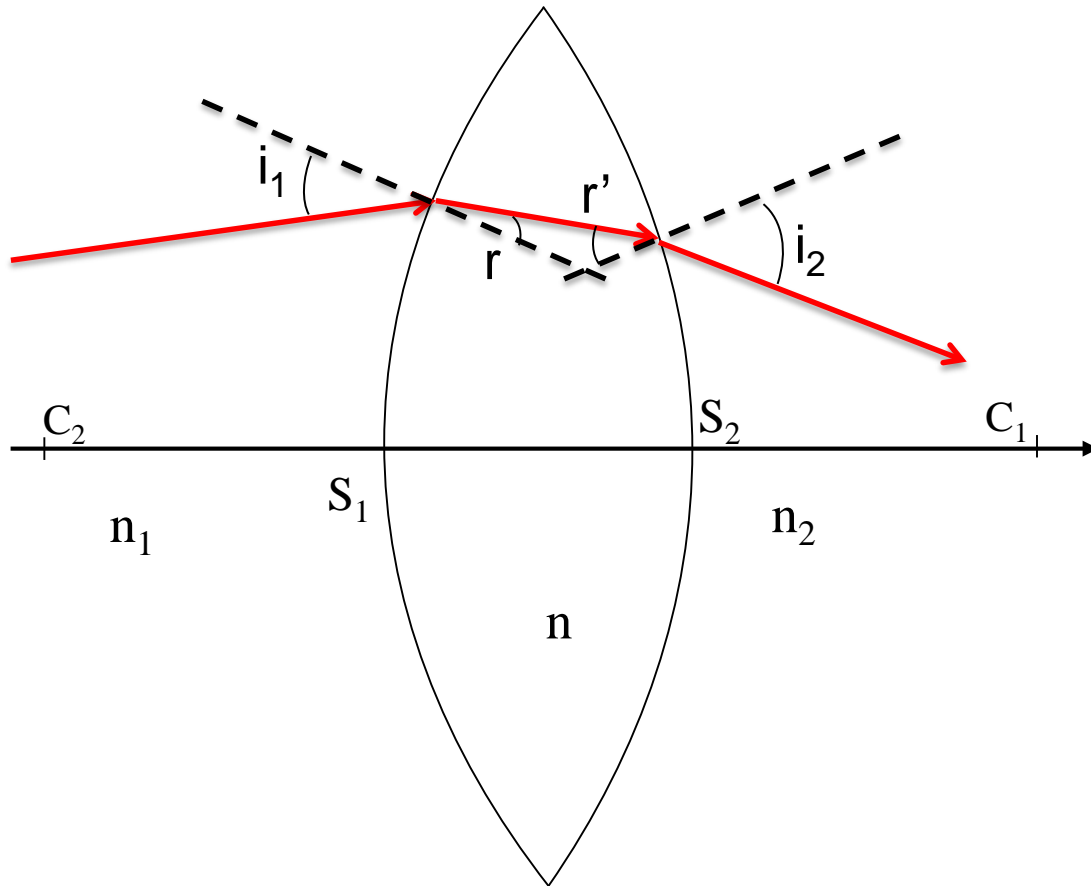
$$n \sin r' = n_2 \sin i_2$$

(en général, on a  $n_1 = n_2 = n_{\text{air}} = 1$ )

# Axe optique

De manière générale, une lentille est constituée de 2 dioptries sphériques, de sommet respectif  $S_1$  et  $S_2$  et de rayon de courbure  $r_1=S_1C_1$  et  $r_2=S_2C_2$ .

(Remarque: si l'un des dioptries est plan, son rayon de courbure est infini)



## Axe optique:

L'axe passant par le centre des dioptries de la lentille est appelé **l'axe optique**.

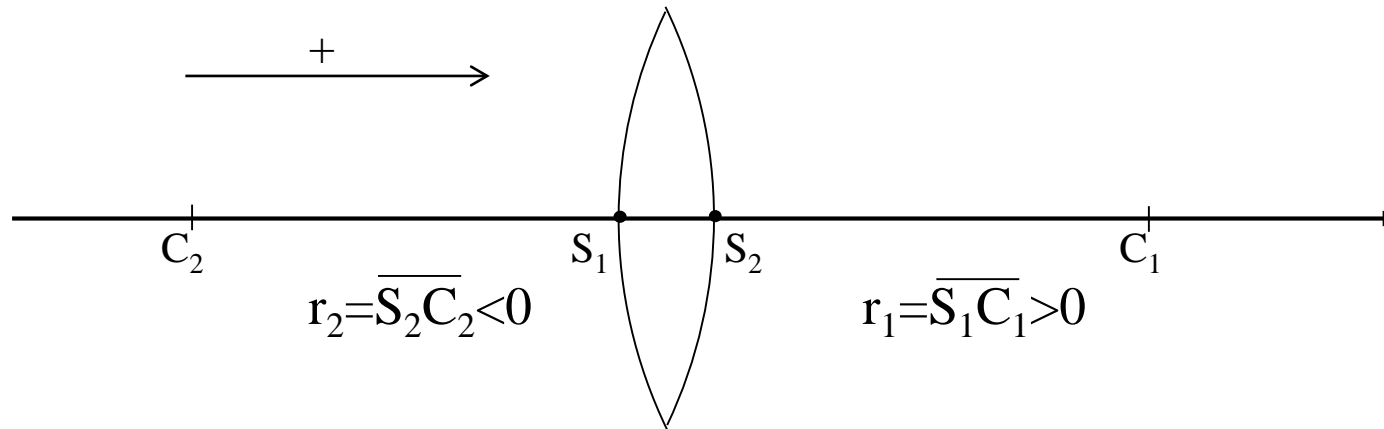
La symétrie de révolution des lentilles impose que l'axe optique soit l'axe de symétrie et que les surfaces des deux dioptries soient **perpendiculaires à l'axe optique**.

**L'axe optique est orienté suivant le sens de propagation de la lumière.**

# Distances algébriques

Afin de pouvoir prendre en compte le sens de la courbure des dioptries qui constituent la lentille et la position de l'image par rapport à la lentille (qui pourra se trouver avant ou après), nous devons travailler en **notation algébrique: les distances peuvent être positives ou négatives (et se notent avec une barre)**.

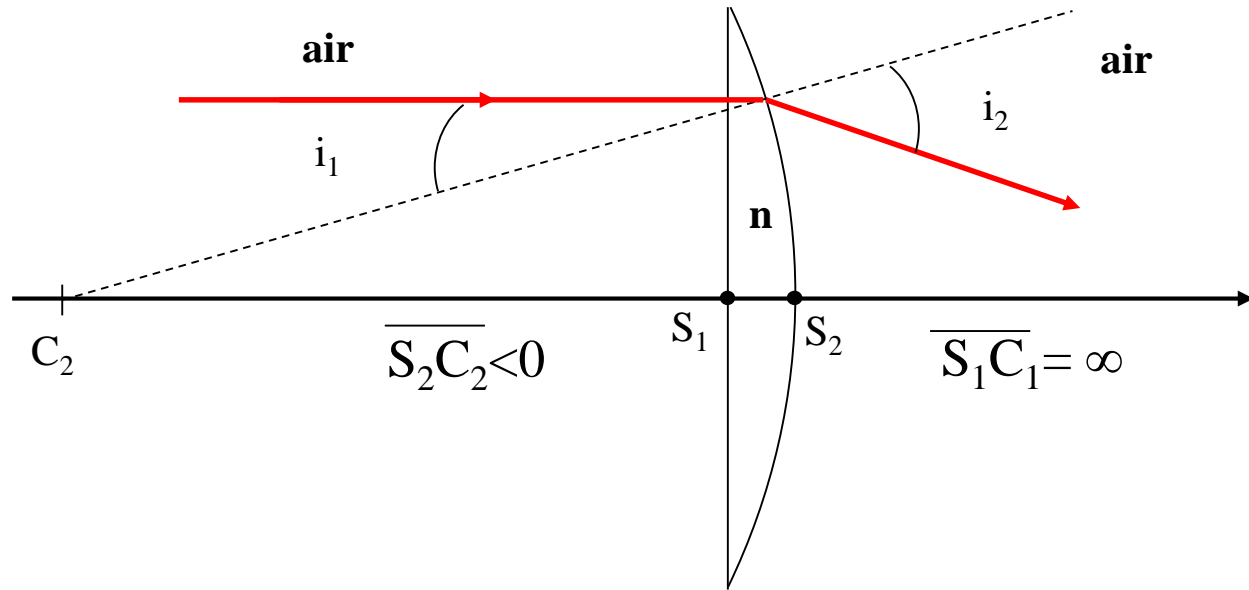
**Le sens positif est celui de la direction de propagation de la lumière.**



Par exemple, pour le cas ci-dessus on a :  $\overline{S_1 C_1} > 0$  et  $\overline{S_2 C_2} < 0$

# Lentilles à bords minces

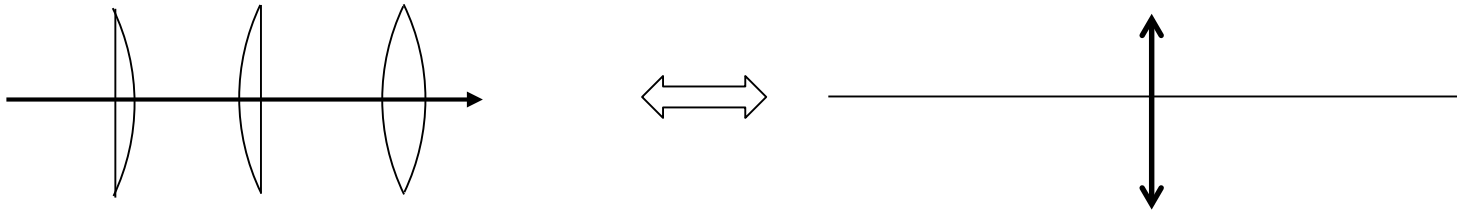
Regardons ce qui se passe pour une **lentille à bords minces dans l'air**, constituée d'un dioptré plan et d'un dioptré sphérique:



- Le rayon incident arrive perpendiculairement au dioptré plan: il n'est pas dévié
- Il y a réfraction au passage du dioptré sphérique (avec  $n > n_{\text{air}}$  et  $S_2 C_2 < 0$ ): le rayon émergent est incliné vers l'axe optique

→ **La lentille est convergente.**

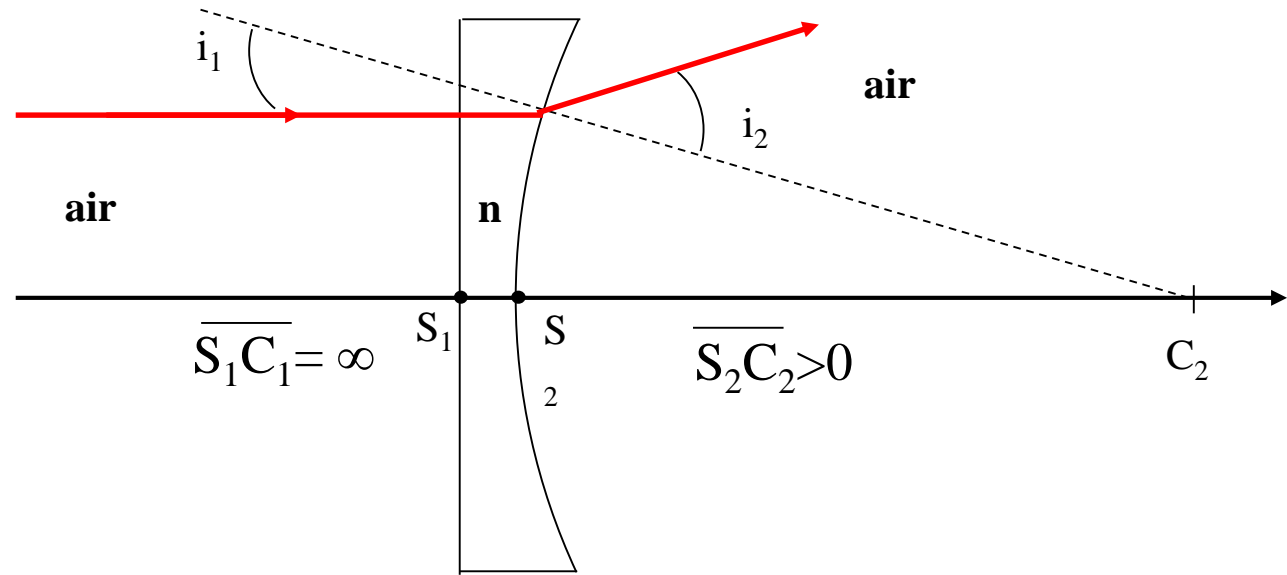
- De manière générale, **les lentilles à bords minces sont convergentes.**





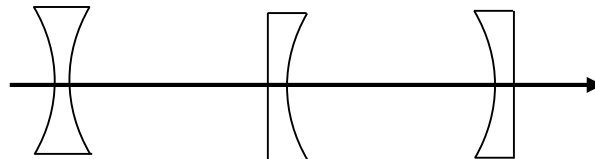
# Lentilles à bords épais

Soit une **lentille à bords épais** dans l'**air** constituée d'un dioptré plan et d'un dioptré sphérique:

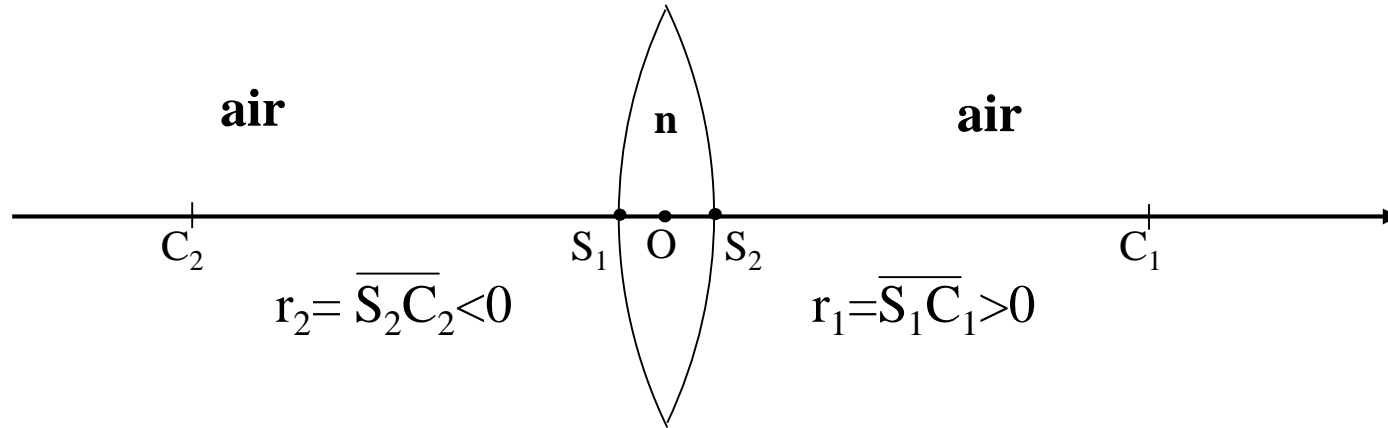


- Le rayon incident arrive perpendiculairement au dioptré plan: il n'est pas dévié
  - Il y a réfraction au passage du dioptré sphérique (avec  $n > n_{\text{air}}$  et  $\overline{S_2C_2} > 0$ ) : le rayon émergent s'écarte de l'axe optique
- **La lentille est divergente.**

- De manière générale, **les lentilles à bords épais sont divergentes.**



# Lentilles minces

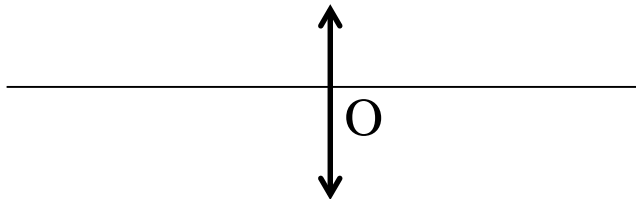


**Une lentille mince est telle que :  $|S_1 S_2| \ll |r_1 - r_2|$**

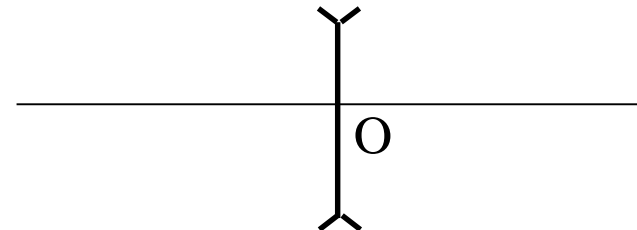
En pratique, cela signifie que l'on pourra considérer que  $S_1$  et  $S_2$  sont confondus avec  $O$ , appelé centre optique de la lentille.

Ce sera le cas pour toutes les lentilles que vous utiliserez en TP.

**On représente les lentilles minces de la façon suivante:**



Lentille convergente



Lentille divergente

# Résumé sur les lentilles minces

## Les lentilles:

- formé de deux dioptries (dont au moins un sphérique)
- Un rayon incident va subir 2 réfractions.
- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort incliné vers l'axe optique, alors la **lentille est convergente (lentille à bords minces)**.
- Si un rayon incident parallèle à l'axe optique sort écarté de l'axe optique, alors la **lentille est divergente (lentille à bords épais)**.
- Une lentille est dite **mince** si  $S_1S_2$  est négligeable. Dans ce cas  $S_1$  et  $S_2$  sont confondus avec le centre  $O$  de la lentille.

Dans toute la suite du cours, **nous ne considérerons que des lentilles dans l'air** ( $n_1=n_2=n_{\text{air}}$ ).

## 2. Objet et image d'une lentille

Les lentilles minces sont utilisées dans les instruments d'optique afin de:

- réaliser une image nette d'un objet sur un écran ou un détecteur,
- agrandir ou rétrécir l'image d'un objet,
- renverser éventuellement l'image d'un objet.

**Qu'est-ce qu'un objet en optique ?**

**Qu'est-ce qu'une image ?**

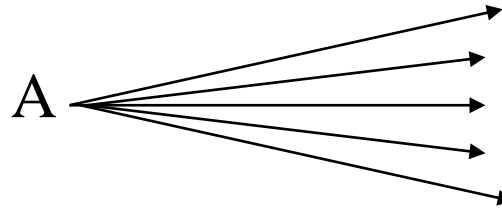
**Comment peut-on déterminer la position et la taille de l'image d'un objet en fonction des caractéristiques de la lentille utilisée ?**

# Notion d'objet en optique

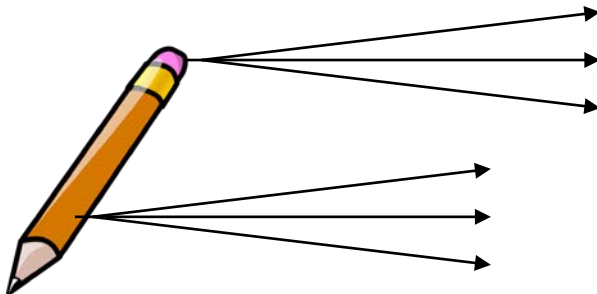
**En optique géométrique un objet équivaut à une source lumineuse.**

En pratique, cela peut être un objet qui émet effectivement de la lumière (ex: lampe, soleil...) ou un objet qui réfléchit la lumière et qui doit donc être éclairé pour être visible (ex: tous les objets qui nous entourent, crayon, feuille, arbre, lune, etc...)

**Objet ponctuel** (ou point objet) = 1 point lumineux. Il correspond au point d'où semblent provenir les rayons lumineux:



**Un objet étendu** (ou une source étendue) est un ensemble d'objets ponctuels, c'est-à-dire que chaque point de la surface d'un objet étendu peut être considéré comme un point source.



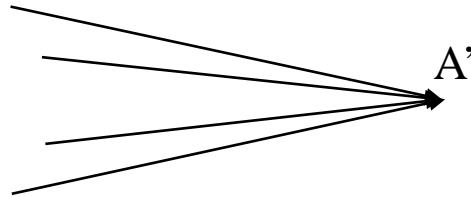
Chaque point objet a une information de puissance lumineuse émise et de couleur.

# Notion d'image à travers une lentille

Les rayons lumineux issus d'un objet sont déviés lors du passage à travers une lentille.

On appelle rayons incidents ceux qui arrivent sur la face d'entrée de la lentille et rayons émergents ceux qui sortent de la lentille.

**Par définition, un point image** correspond au point de croisement des rayons émergents.



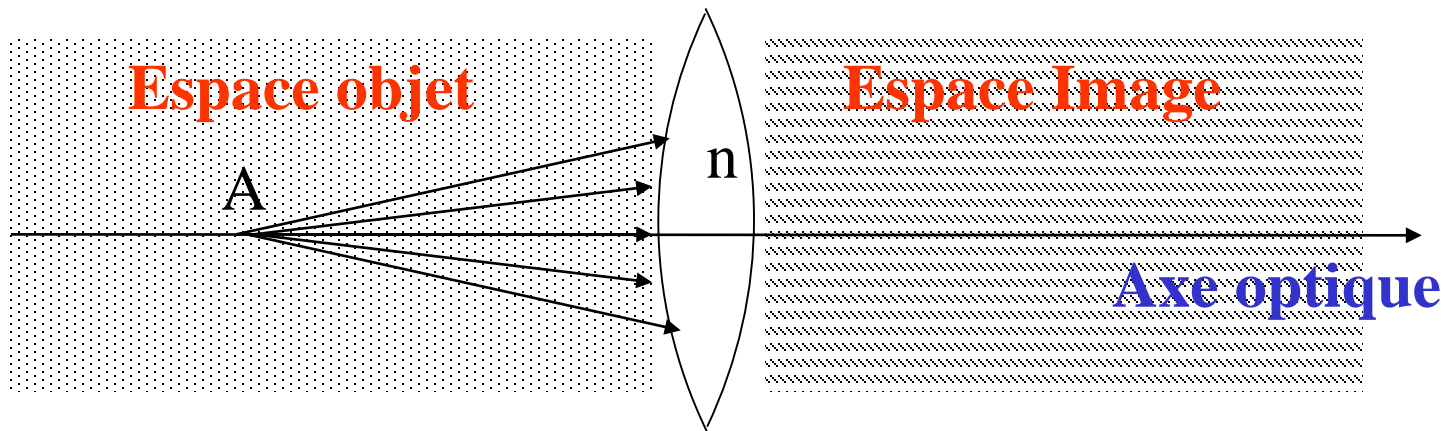
Dans certaines conditions (appelées les conditions de Gauss), un point objet A à travers une lentille donne un seul et unique point image A'.

Un objet étendu étant constitué d'un ensemble de points sources, son image sera un ensemble de points images.

# Espace objet/image

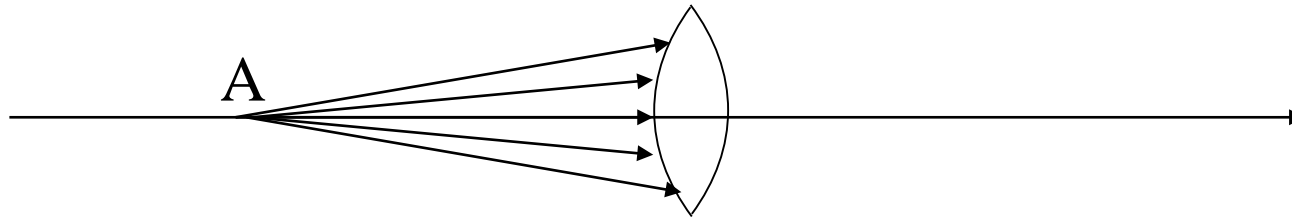
## Espace objet/image:

On appelle l'**espace objet** (respectivement **espace image**), l'espace qui est situé **avant** (respectivement **après**) la lentille d'après le sens de propagation de la lumière.

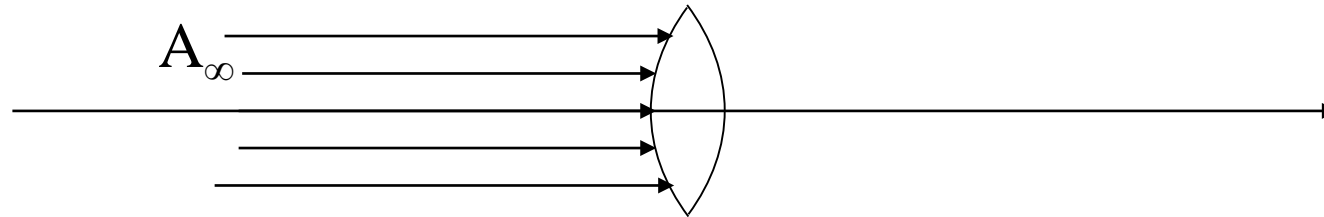


# Objet réel/virtuel

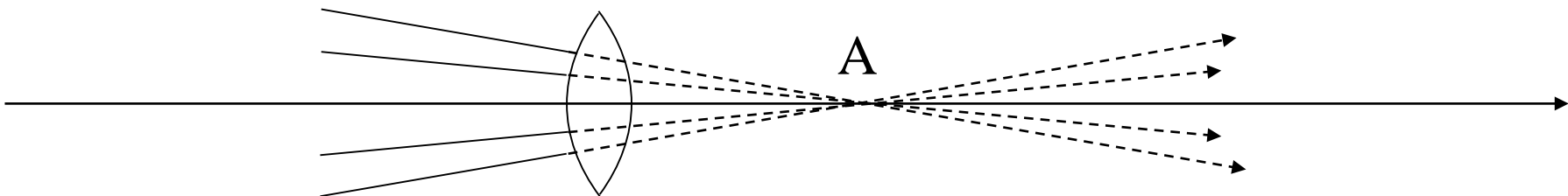
- **Objet réel:** point de croisement **avant** la face d'entrée de la lentille (faisceau conique divergent), **dans l'espace objet**:



- **Objet à l'infini:** point de croisement à l'infini (faisceau parallèle). Lorsqu'un point objet est très éloigné, les rayons lumineux sont quasiment parallèles.



- **Objet virtuel:** point de croisement **après** la face d'entrée de la lentille (faisceau conique convergent), **en dehors de l'espace objet**. En pratique un tel point objet n'existe pas réellement mais peut être produit par une autre lentille.



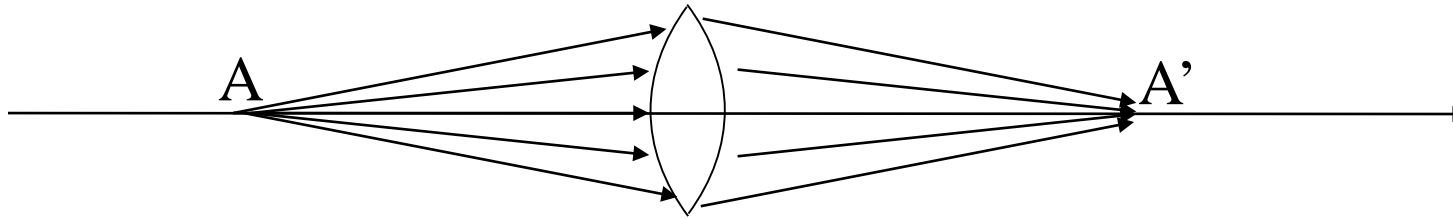


# Image d'un point A.

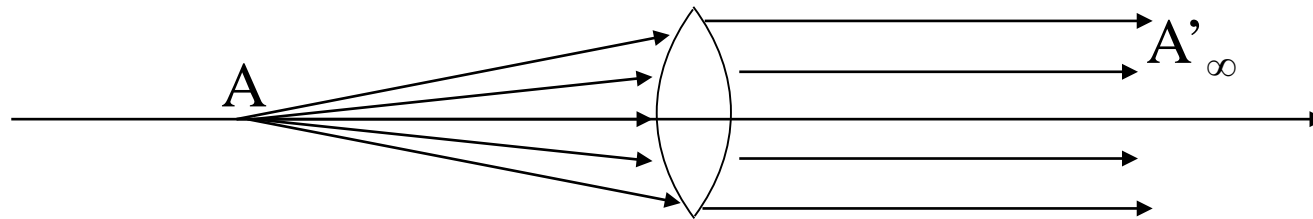
Soit A un point objet. L'image A' du point A à travers un système optique se situe au point de croisement des rayons émergents de la lentille.

3 cas possibles:

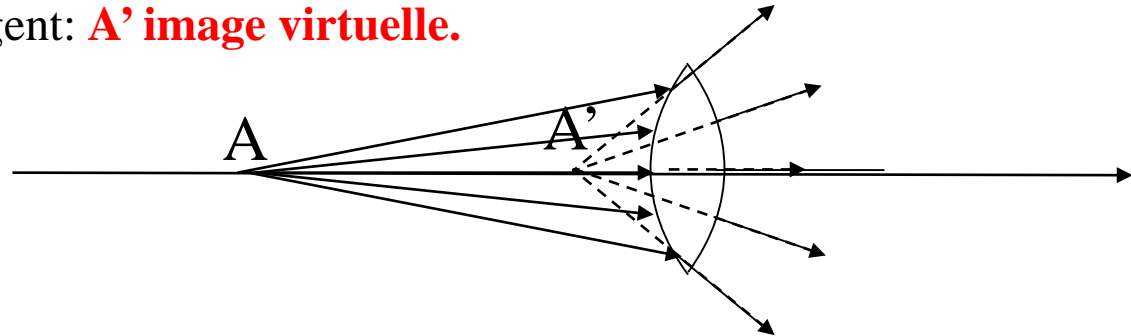
- Faisceau émergent convergent: **A' image réelle.**



- Faisceau émergent parallèle: **A' image à l'infini.**



- Faisceau émergent divergent: **A' image virtuelle.**



# Image réelle/virtuelle

**Image réelle:** Elle est située dans l'espace image.

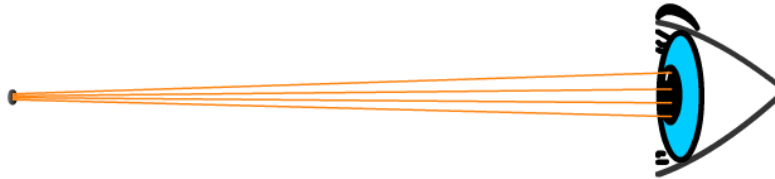
Toute l'énergie issue de A est concentrée au point A'. Intéressant pour l'impression sur un détecteur ou pour la projection sur un écran. On peut visualiser l'image A' en plaçant un écran (ou un capteur) en A'. On peut aussi voir l'image à l'œil à condition de placer l'œil après A' (et suffisamment loin, à plus de ~25cm).

**Image virtuelle:** Elle est située en dehors de l'espace image.

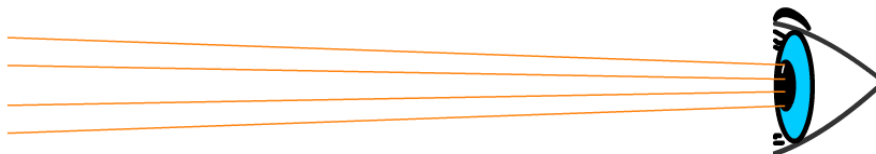
Il n'y a pas d'énergie au point A'. Impossible d'obtenir l'image A' sur un écran, un capteur ou une pellicule photographique. En revanche, on peut voir cette image à l'œil en plaçant l'œil derrière le système optique (en effet A' devient un objet réel pour l'œil).

# Visualisation d'une image à l'œil

On place l'œil après la lentille. Lorsque l'image se trouve devant l'œil, elle devient objet pour l'œil, plusieurs rayons lumineux issus de l'image pénètrent dans l'œil. Un œil normal peut alors faire la mise au point sur l'objet (à condition toutefois qu'il ne soit pas trop proche, distance  $> \sim 25\text{cm}$ ) en détectant que tous les rayons lumineux proviennent du même point. On dit qu'il accommode. Les rayons lumineux forment un **faisceau conique divergent à l'entrée de l'œil**:



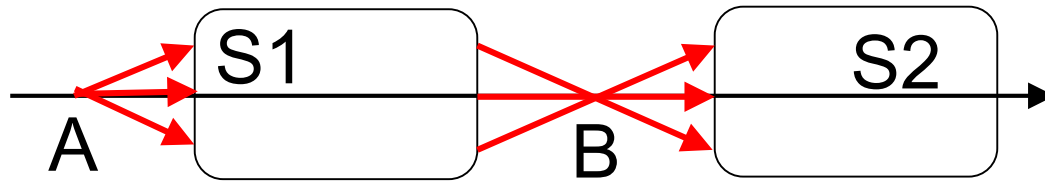
Lorsque l'image est très éloignée, les rayons lumineux entrant dans l'œil sont quasiment parallèles. L'œil voit cette image nette sans avoir besoin d'accommoder (l'œil est au repos). Les rayons lumineux forment un **faisceau parallèle**. On dit que **l'image est à l'infini**.



Si les rayons lumineux émergents de la lentille forment un **faisceau conique convergent** à l'entrée de l'œil, celui-ci ne peut pas accommoder. L'image se forme derrière l'œil (c'est un objet virtuel pour l'œil).

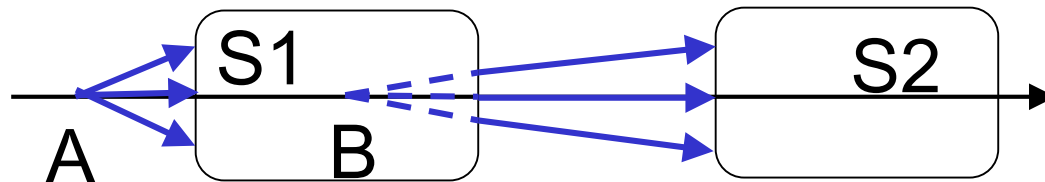
# Bien définir les rôles d'objet et d'image

Soit deux systèmes  $S1$  et  $S2$ . L'image à travers le premier système optique devient objet pour le second système optique. Un même point peut être objet pour un système et image pour l'autre.



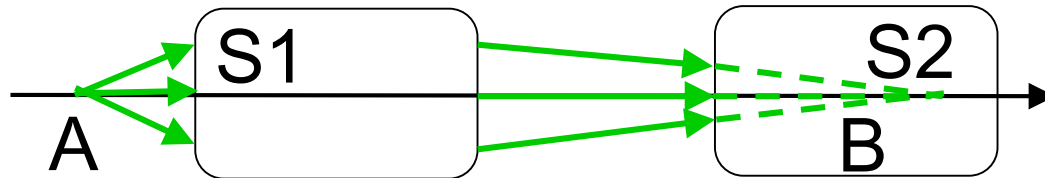
Pour  $S1$  :  $B$  = image réelle

Pour  $S2$  :  $B$  = objet réel



Pour  $S1$  :  $B$  = image virtuelle

Pour  $S2$  :  $B$  = objet réel



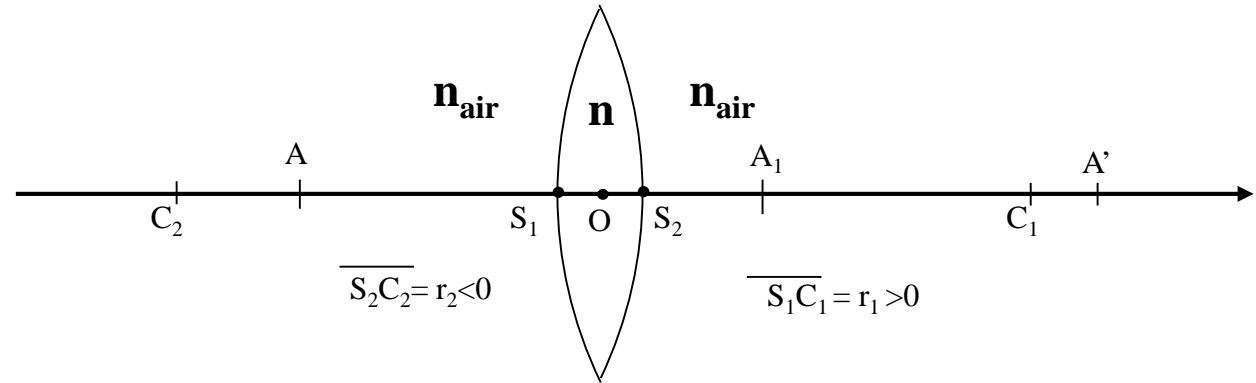
Pour  $S1$  :  $B$  = image réelle

Pour  $S2$  :  $B$  = objet virtuel

Tous les cas :  $A$  = objet réel pour  $S1$

### 3. Relation de conjugaison d'une lentille mince

#### **Cas général:**



Dans des conditions particulières appelées conditions de Gauss (cf. Chap. 5), un point objet A donne une seule et unique image A'. Il existe une relation mathématique permettant de calculer la position de A' à partir de la position de A. Cette relation est appelé **relation de conjugaison entre A et A'**.

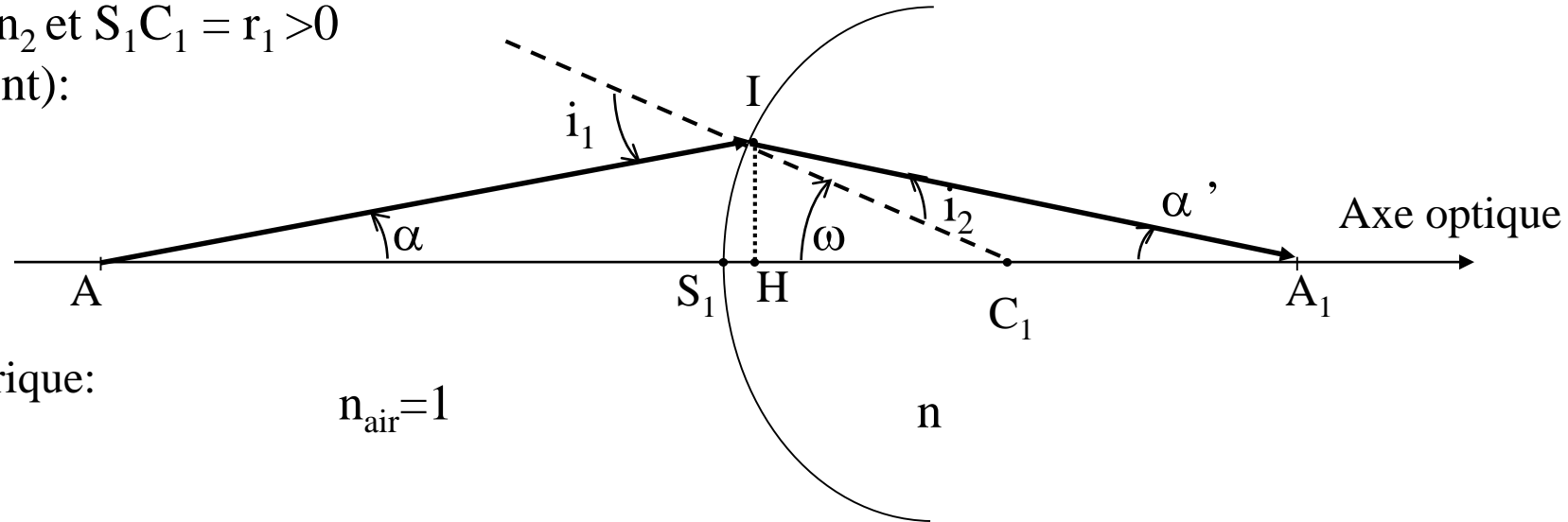
**Pour déterminer l'image A' de A à travers la lentille, on traite successivement les deux dioptres:**

1. On cherche l'image A<sub>1</sub> de l'objet A à travers le dioptre 1,
2. Puis on considère cette image A<sub>1</sub> comme étant l'objet pour le dioptre 2,
3. On cherche alors l'image A' de l'objet A<sub>1</sub> à travers le dioptre 2,
4. Cette image A' est alors l'image de l'objet A à travers l'association des 2 dioptres, c'est-à-dire à travers la lentille.

$$A \rightarrow A_1 \rightarrow A'$$

# Démonstration (pour information)

Exemple où  $n_1 < n_2$  et  $\overline{S_1 C_1} = r_1 > 0$   
(dioptre convergent):



Notation algébrique:

- +  $\rightarrow$
- +  $\nearrow$

$$n_{\text{air}}=1$$

$n$

**Relation entre  $\overline{SA}$  et  $\overline{SA'}$  dans les Conditions de Gauss.**

angles orientés:  $\omega < 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\alpha' < 0$ ,  $i_1 > 0$ ,  $i_2 > 0$

Au point I on a :  $i_1 + (\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha) + (\pi - \frac{\pi}{2} - (-\omega)) = \pi$  soit :  $i_1 + \omega - \alpha = 0$  (1)

Dans le triangle A'IH on a :  $(-\alpha') + \frac{\pi}{2} + (\pi - \frac{\pi}{2} - (-\omega)) + i_2 = \pi$  soit :  $i_2 + \omega - \alpha' = 0$  (2)

# Démonstration (pour information)

(2) associé à la relation de Kepler donne:  $\omega - \alpha' + \frac{1}{n}i_1 = 0$  (3)

(3) et (1) donnent:  $\omega - \alpha' + \frac{1}{n}(\omega - \alpha) = 0$ ; soit:  $\omega(n-1) = n\alpha' - \alpha$  (4)

On est dans les conditions de Gauss donc  $\omega$ ,  $\alpha'$  et  $\alpha$  sont petits et H peut être confondu avec S.

D'où:  $\tan(\omega) \approx \omega$  et  $\tan(\omega) = \frac{\overline{HI}}{C_1H} \approx \frac{\overline{HI}}{C_1S_1}$  soit  $\omega \approx -\frac{\overline{HI}}{S_1C_1}$  (5)

$\tan(\alpha) \approx \alpha$  et  $\tan(\alpha) = \frac{\overline{HI}}{AH} \approx \frac{\overline{HI}}{AS_1}$  soit  $\alpha \approx -\frac{\overline{HI}}{S_1A}$  (6)

$\tan(\alpha') \approx \alpha'$  et  $\tan(\alpha') = \frac{\overline{HI}}{A_1H} \approx \frac{\overline{HI}}{A_1S_1}$  soit  $\alpha' \approx -\frac{\overline{HI}}{S_1A_1}$  (7)

(5), (6), et (7) associées (4) nous donne la relation suivante:  $-\frac{\overline{HI}}{S_1C_1}(n-1) = -n\frac{\overline{HI}}{S_1A_1} + \frac{\overline{HI}}{S_1A}$

on simplifie par  $\overline{HI}$  et on obtient finalement:  $\frac{n}{S_1A_1} - \frac{1}{S_1A} = \frac{1}{S_1C_1}(n-1)$

En adoptant la même démarche, on montre de manière similaire que

si A' est l'image de A<sub>1</sub> à travers le 2e dioptré, on a:  $\frac{1}{S_2A'} - \frac{1}{S_2A_1} = \frac{1}{S_2C_2}(1-n)$

# Relation de conjugaison d'une lentille mince

Dans les conditions de Gauss on a donc :

$$\text{Pour le dioptre 1: } \frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{n-1}{\overline{SC_1}} \text{ et pour le dioptre 2: } \frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_2C_2}}$$

Lentille mince  $\Rightarrow S_1, S_2$  et  $O$  sont confondus. Le point  $O$  est appelé centre optique.

$$\text{D'où: } \frac{n}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{n-1}{\overline{OC_1}} \text{ et } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{n}{\overline{OA_1}} = \frac{1-n}{\overline{OC_2}}$$

$$\text{On a alors: } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \left( \frac{(1-n)}{\overline{OC_2}} + \frac{(n-1)}{\overline{OC_1}} \right)$$

$$\text{On note } V = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \text{ avec } r_1 = \overline{OC_1} \text{ et } r_2 = \overline{OC_2}$$

Et on obtient **la relation de conjugaison d'une lentille mince:**

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V \quad \text{avec } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

*Attention: les distances  $p$  et  $p'$  sont orientées ! Elles peuvent être positives ou négatives*

**$V$  est appelée la vergence et s'exprime en dioptries  $\delta$  ( $m^{-1}$ ).**

C'est une caractéristique de la lentille.



# 4. Foyers objet et image

On définit des points particuliers de l'axe optique :

- **Foyer image  $F'$**  = image sur l'axe optique d'un point objet  $A_\infty$  à l'infini

On appelle  $f' = \overline{OF'}$  la distance focale image

On a alors 
$$\frac{1}{\overline{OF'}} - \frac{1}{\overline{OA_\infty}} = V$$

Le 2<sup>e</sup> terme tend vers 0 car  $A_\infty$  est à l'infini, d'où finalement:  $1/f' = V$

- **Foyer objet  $F$**  = objet sur l'axe optique dont l'image  $A'_\infty$  se situe à l'infini

On appelle  $f = \overline{OF}$  la distance focale objet

On a alors 
$$\frac{1}{\overline{OA'_\infty}} - \frac{1}{\overline{OF}} = V$$

Le 1<sup>e</sup> terme tend vers 0 car  $A'_\infty$  est à l'infini, d'où finalement:  $-1/f = V$  et  $f = -f'$

La relation de conjugaison d'une lentille mince dans l'air devient:

$$\boxed{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}} \quad \text{où } p' = \overline{OA'}, \quad p = \overline{OA}, \quad f' = \overline{OF'}$$

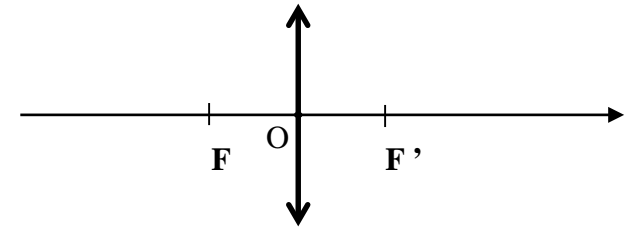
# Vergence d'une lentille mince

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V \quad \text{ou} \quad p' = \overline{OA'} \quad \text{et} \quad p = \overline{OA} \qquad V = (1 - n) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

## Si la vergence $V > 0$ :

Alors  $f' = OF' > 0$ , le foyer image  $F'$  est situé après la lentille (dans le sens de propagation de la lumière).

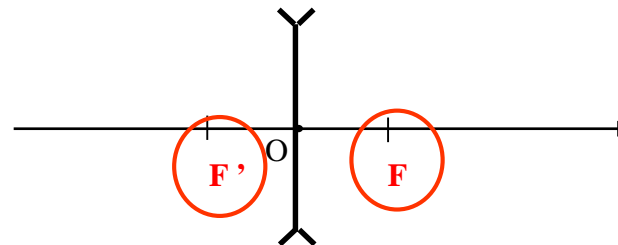
Par définition, le foyer image  $F'$  est l'image d'un point à l'infini situé sur l'axe optique. Autrement dit, dans les conditions de Gauss, tout rayon venant de l'infini, parallèle à l'axe optique passe par  $F'$  → la lentille est **convergente**:



## Si la vergence $V < 0$ :

Alors  $f' = OF' < 0$ , le foyer image  $F'$  est situé avant la lentille.

Le foyer image  $F'$  étant l'image d'un point à l'infini situé sur l'axe optique, tout rayon venant de l'infini, parallèle à l'axe optique passe par  $F'$ , situé avant la lentille → la lentille est donc **divergente**:

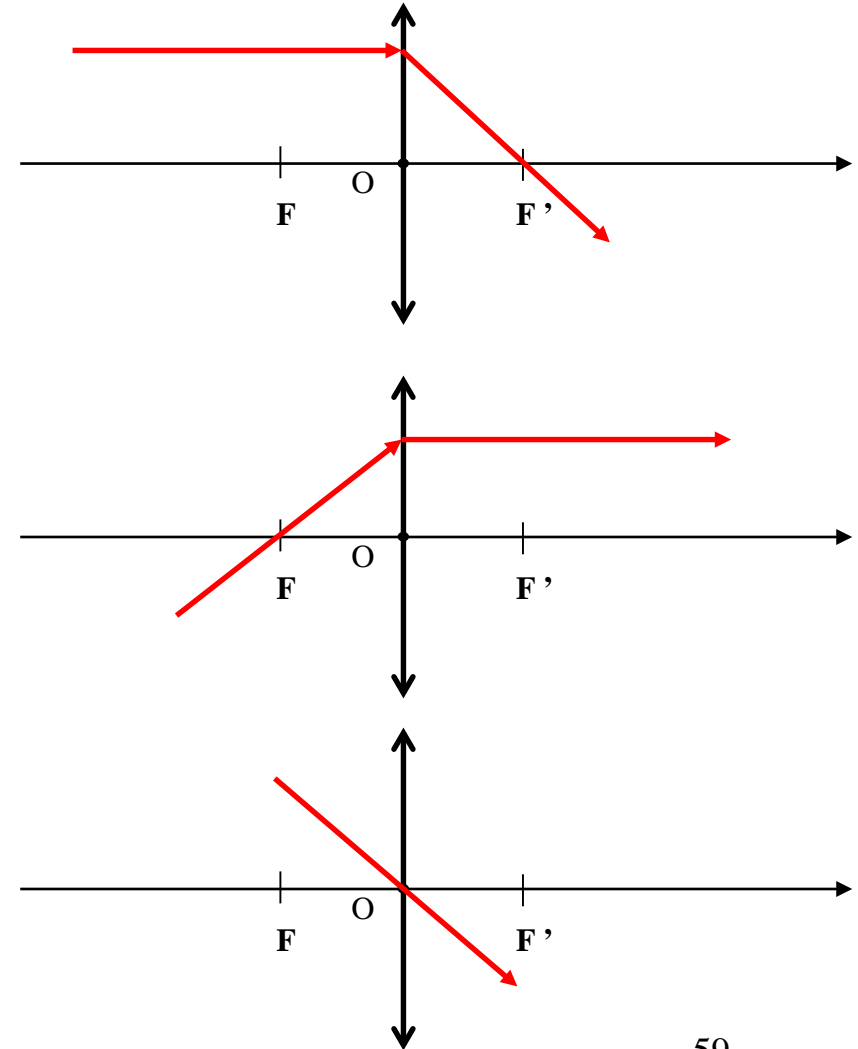


# Rayons particuliers pour une lentille convergente

D'après les définitions des foyers, on sait que  
(dans les conditions de Gauss):

- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique (issu de  $A_\infty$ ) donne un rayon émergent qui passe par  $F'$  (puisque  $F'$  est l'image de  $A_\infty$ )
- Tout rayon incident passant par  $F$  donne un rayon émergent qui est parallèle à l'axe optique (puisque  $A_\infty$  est l'image de  $F$ )

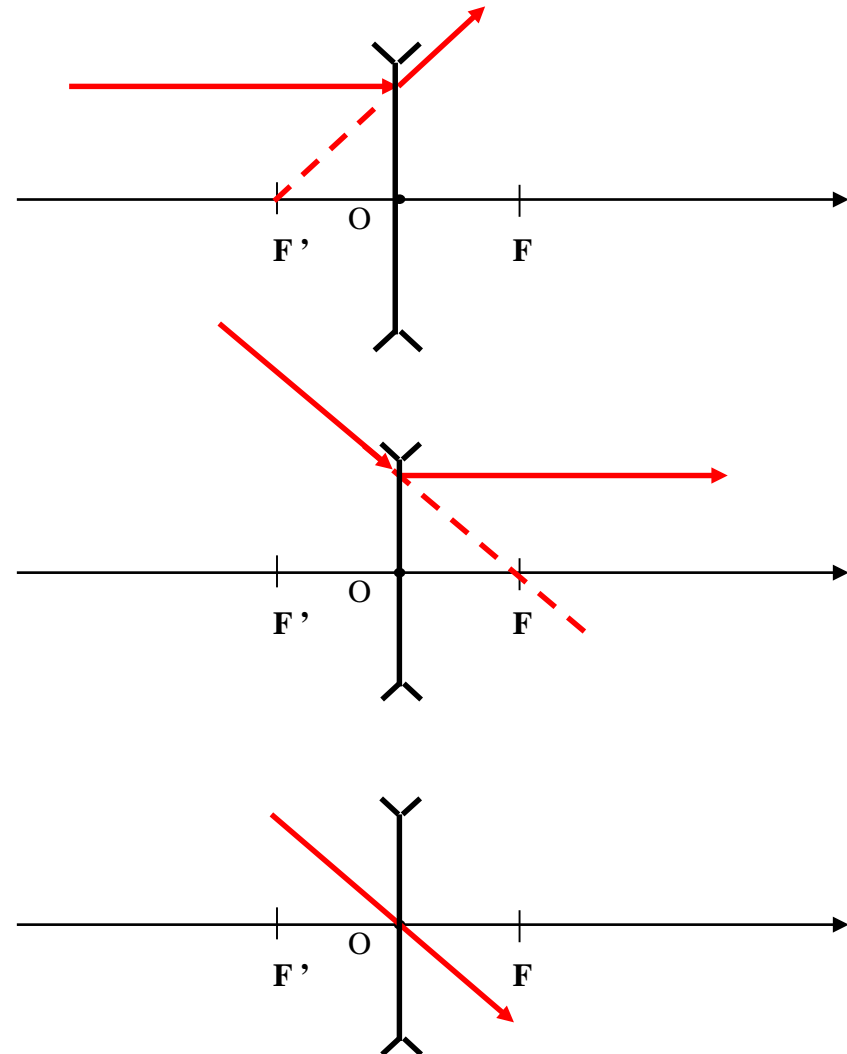
D'autre part, le rayon passant par le centre optique  $O$  de la lentille n'est pas dévié



# Rayons particuliers pour une lentille divergente

De même que pour les lentilles convergentes, on a (dans les conditions de Gauss):

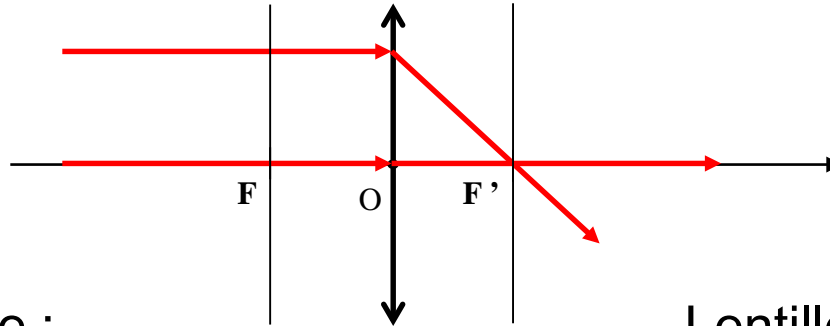
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique donne un rayon émergent qui passe par  $F'$ .  
 *$F'$  est situé avant la lentille dans le cas d'une divergente, le rayon émergent passe donc **virtuellement** par  $F'$*
- Tout rayon incident passant par  $F$  donne un rayon émergent qui est parallèle à l'axe optique.  
 *$F$  est situé après la lentille dans le cas d'une divergente, le rayon incident passe donc **virtuellement** par  $F$*
- Le rayon passant par le centre optique  $O$  de la lentille n'est pas dévié.



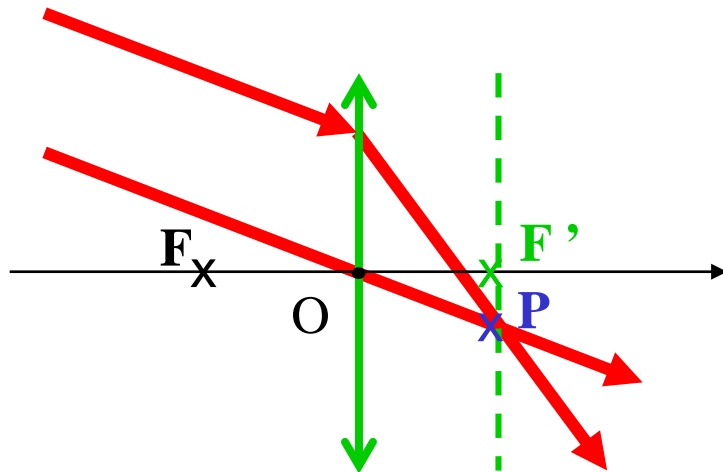
# Plans focaux pour les lentilles.

**Le plan focal objet** (respectivement **image**) est le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par  $F$  (respectivement  $F'$ ).

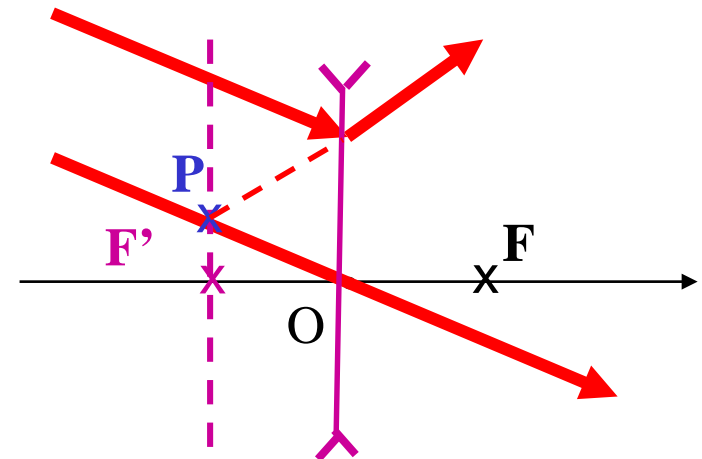
**Définition du plan focal image:** des rayons incidents parallèles entre eux donnent des rayons émergents qui passent tous par un seul point  $P$  du plan focal image.

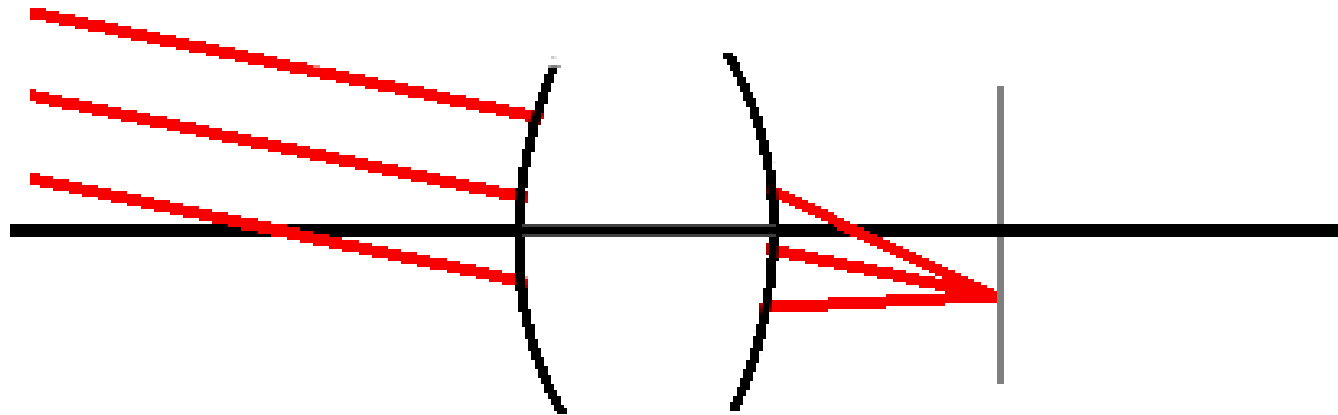


Lentille convergente :

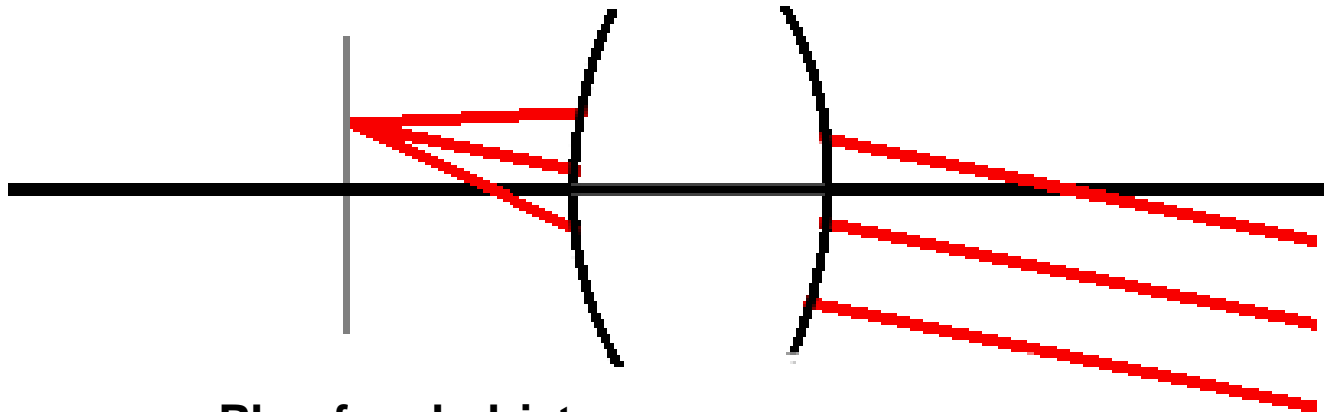


Lentille divergente :





**Plan focal image**



**Plan focal objet**

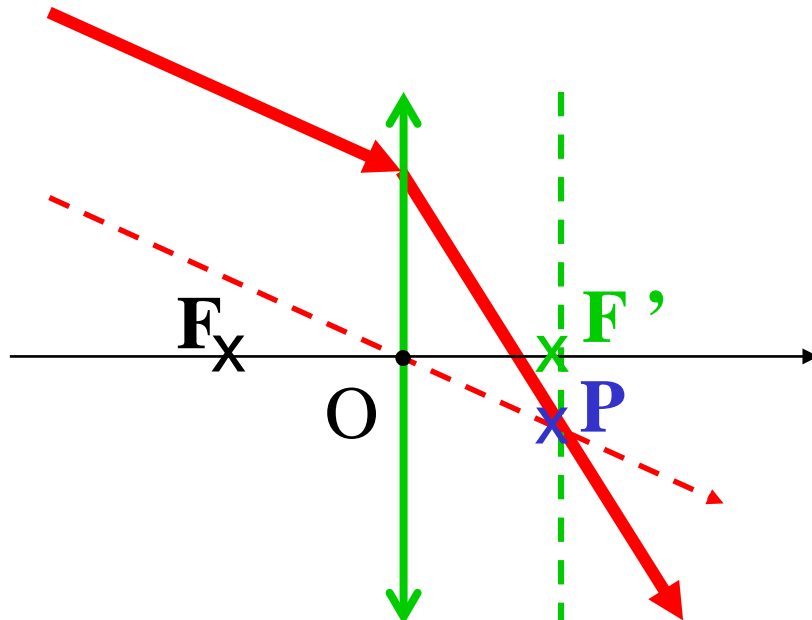
# Application : Déviation d'un rayon incident quelconque

- On imagine un objet à l'infini dans la direction du rayon incident
- Cet objet aurait une image en un point P du plan focal image, donc le rayon émergent passe par ce point !

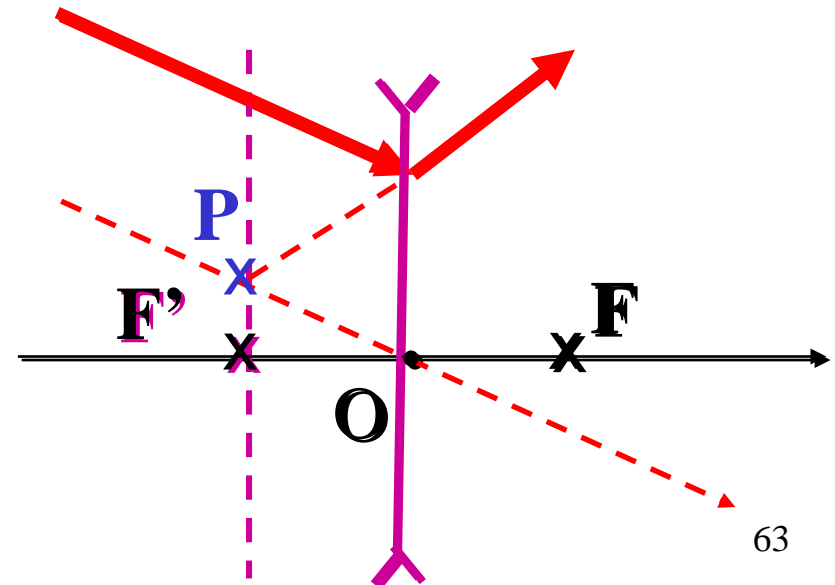
$\infty \longrightarrow P$

- Comment trouver P ?  $\Rightarrow$  c'est l'intersection du plan focal image et du rayon parallèle au rayon incident passant par O.

Lentille convergente :



Lentille divergente :



# 5. Formation d'une image à travers une lentille

## Par le tracé de rayon:

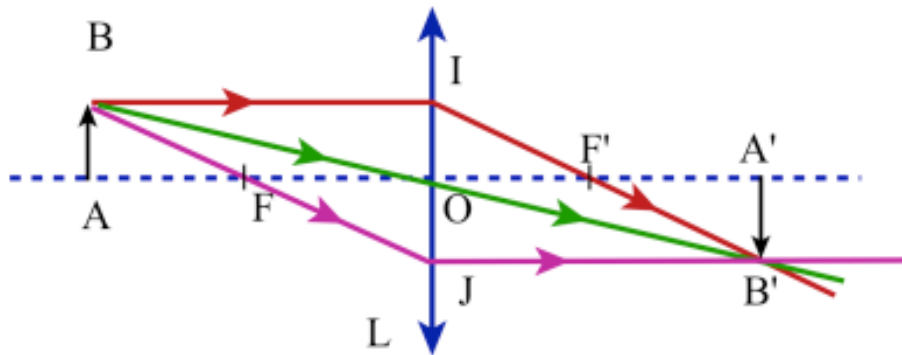
Soit AB un objet perpendiculaire à l'axe optique, avec A sur l'axe optique. Dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image A'B' de AB est également perpendiculaire à l'axe.

Pour trouver l'image A'B' de AB il suffit donc de déterminer l'image B' de B et d'abaisser de B' une perpendiculaire à l'axe optique pour obtenir A'.

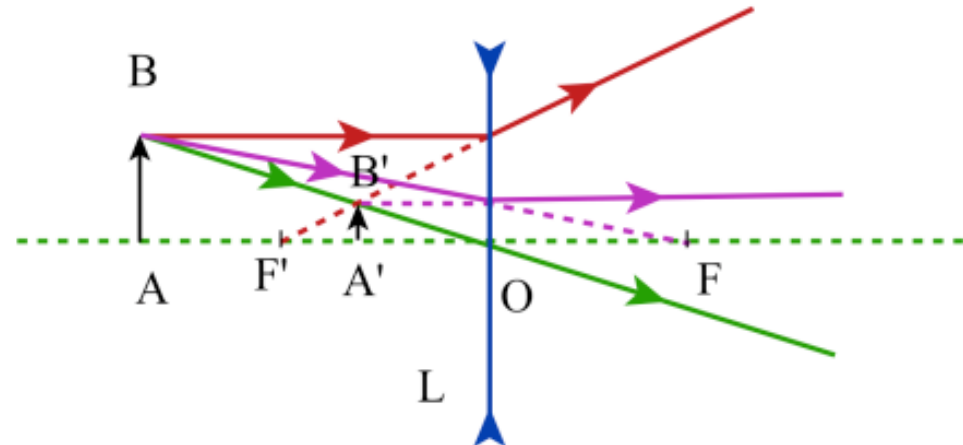
Pour obtenir B', nous pouvons utiliser trois rayons particuliers issus de B :

- le rayon qui passe par le centre optique O et qui n'est pas dévié.
- le rayon qui passe par le foyer objet F de la lentille et qui émerge parallèlement à l'axe principal.
- le rayon parallèle à l'axe principal et qui émerge en passant par le foyer image F'.

Remarque: Seuls deux des trois rayons utilisés suffisent à déterminer la position du point B'.



**Lentille convergente**



**Lentille divergente**



# Formation d'une image à travers une lentille

## Par le calcul:

On utilise la loi de conjugaison pour connaître la position sur l'axe optique de l'image A' du point A.

**Attention:** les distances  $p$ ,  $p'$  et  $f'$  sont orientées. On choisit comme sens positif le sens de propagation de la lumière incidente.

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \text{ avec } p = \overline{OA}, p' = \overline{OA'}, \text{ et } f' = \overline{OF'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{p}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{p'} = \frac{p + f'}{pf'}$$

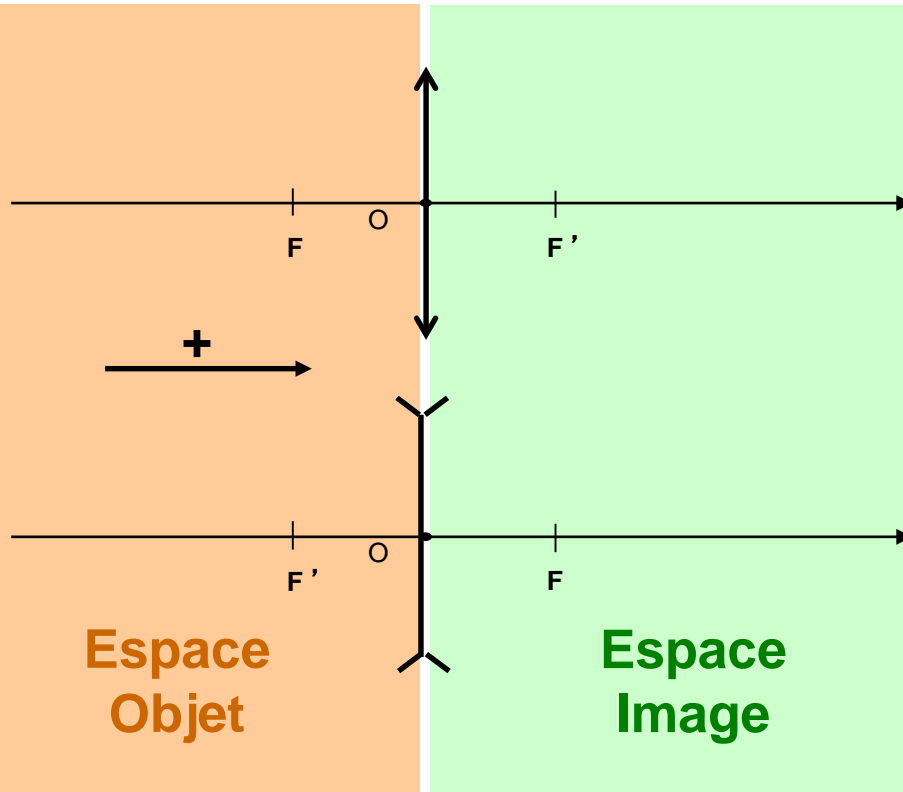
$$\Leftrightarrow p' = \frac{pf'}{p + f'}$$

Remarque: par le calcul nous n'avons accès qu'à la position de A' mais pas de B'.

Nous savons que B' est à la perpendiculaire de A' par rapport à l'axe optique mais il nous manque une relation pour connaître la taille de l'image A'B' → il faut connaître le grandissement pour pouvoir déterminer A'B' complètement.

# Signes de $p$ et $p'$

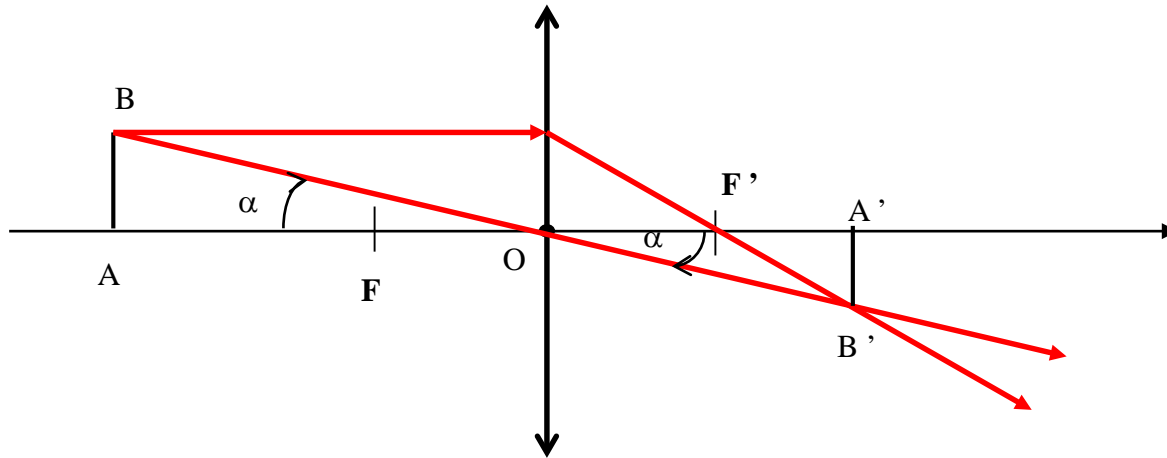
A priori, un objet est situé du côté d'où vient la lumière avant la lentille et l'image à travers la lentille se situe après cette dernière (objet réel, image réelle), mais l'objet et l'image peuvent être virtuels.



- Objet **réel**  $\Leftrightarrow$  avant la lentille.  $p < 0$
- Objet **virtuel**  $\Leftrightarrow$  après la lentille.  $p > 0$
- Image **réelle**  $\Leftrightarrow$  après la lentille.  $p' > 0$
- Image **virtuelle**  $\Leftrightarrow$  avant la lentille.  $p' < 0$

Un objet virtuel n'a pas d'existence physique, il s'agit en réalité de l'image d'un objet réel à travers un premier système optique.

# Grandissement d'une lentille mince dans l'air



On a :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

où  $p' = \overline{OA'}$  et  $p = \overline{OA}$

Grandissement transversal:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

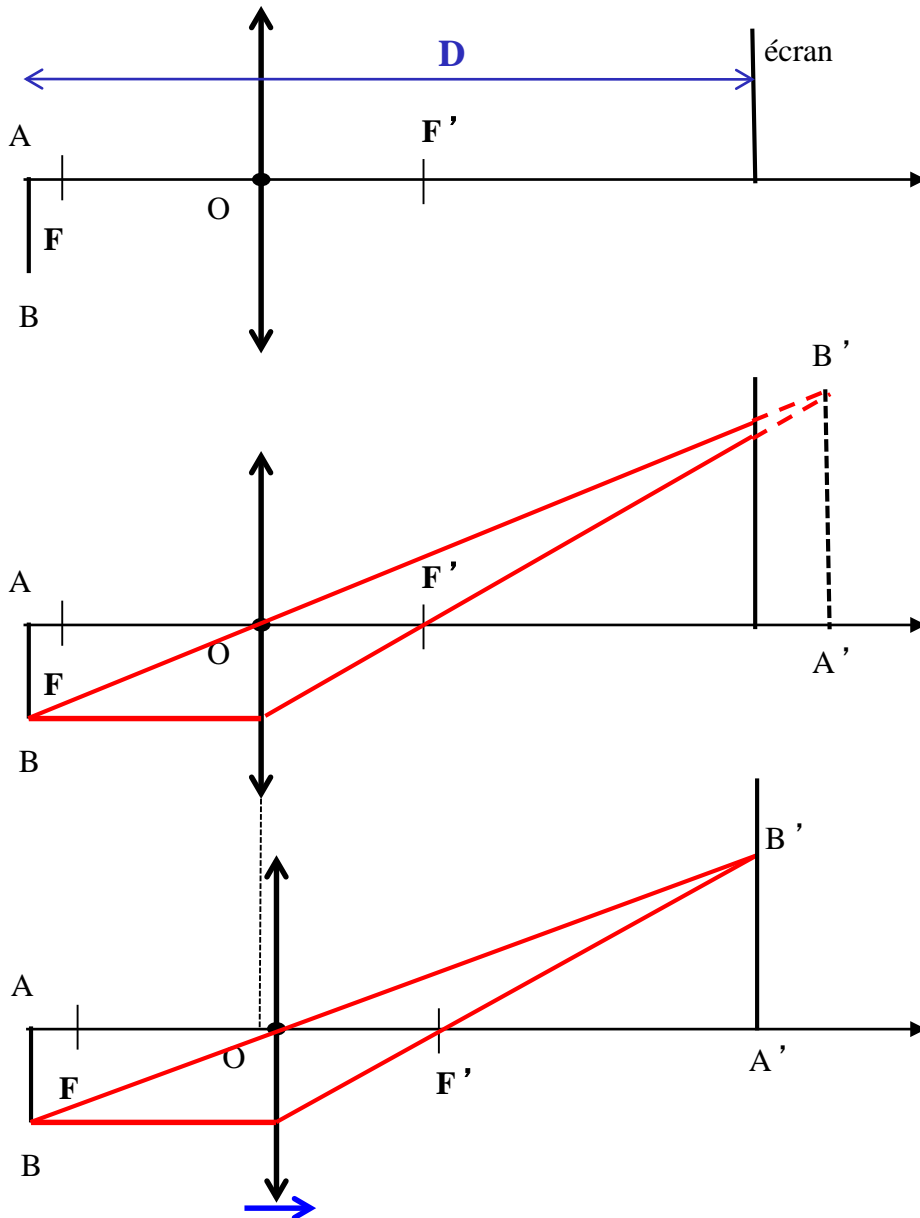
par construction géométrique on a:

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$$

d'où:  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p}$

- Si  $\gamma < 0$ , on dit que l'image est **inversée** par rapport à l'objet.
- Si  $\gamma > 0$ , l'image est dite **droite**.
- Si  $|\gamma| > 1$ , l'image est **agrandie** (**rétrécie** sinon)

## 6. Exemple: vidéo-projecteur



Soit un objet AB petit que l'on souhaite projeter sur un écran situé à une distance  $D$  de l'objet fixe à l'aide d'une lentille.

On a un objet réel ( $p < 0$ ) et on veut une image réelle ( $p' > 0$ ):

→  $f' > 0$  → La lentille à utiliser est convergente

→  $|p| > f'$  → l'objet est situé avant le foyer objet

Si l'image est floue sur l'écran: l'image se forme devant ou derrière l'écran.

$$\overline{AO} + \overline{OA'} = p' - p \neq D$$

**Mise au point:** on déplace la lentille de façon à satisfaire la relation de conjugaison

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec } p' - p = D$$

(possible uniquement si  $D > 4f'$ )

L'image nette est réelle, inversée et agrandie

# Exemple: la loupe

Soit un objet AB petit que l'on souhaite voir plus grand, on utilise alors pour cela une loupe.

**Une loupe est une lentille convergente** ayant une distance focale image de quelques cm (3 à 20cm).  
**L'objet doit être placé entre le foyer objet et le centre optique de la lentille.**

$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{où } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA} ; \text{ et } \gamma = \frac{p'}{p}$$

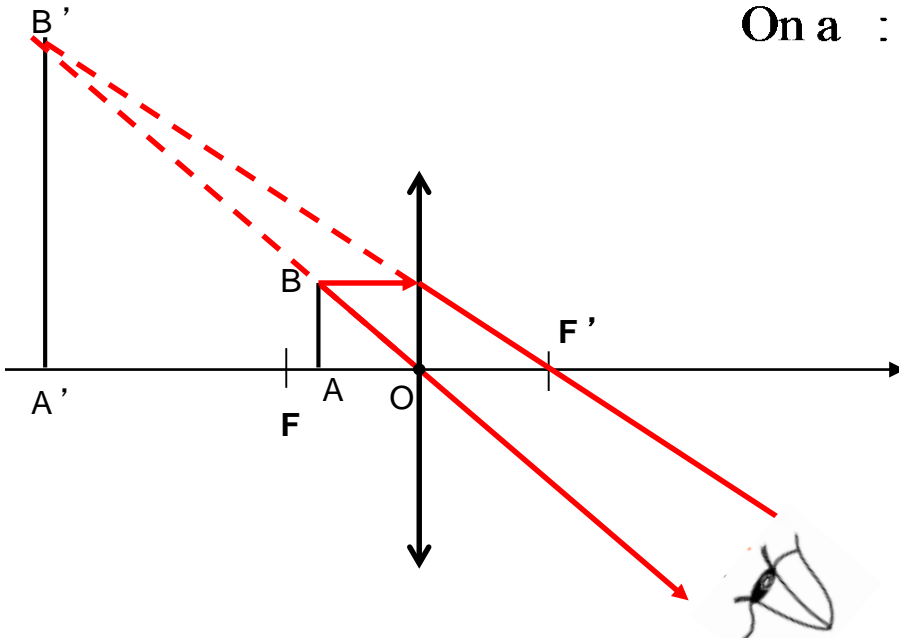
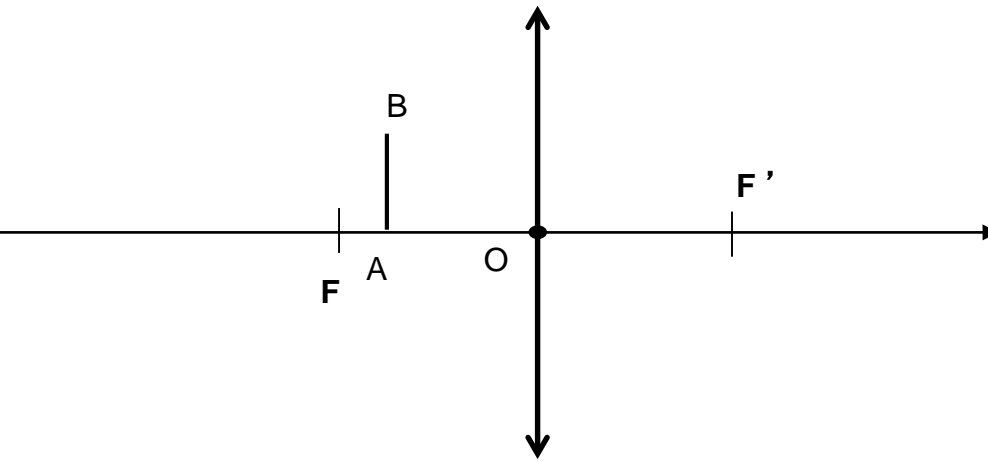
On a un objet réel ( $p < 0$ ),

On veut une image virtuelle ( $p' < 0$ ), agrandie ( $|p'| > |p|$ ):

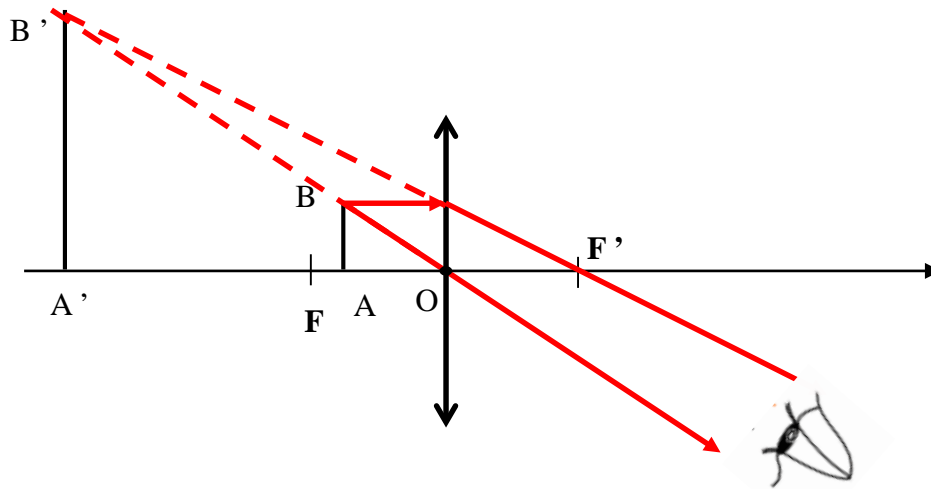
→  $f' > 0$  : la lentille est convergente

→  $|p| < f'$  : l'objet est situé entre le foyer objet et la lentille

L'image nette est **virtuelle, agrandie et droite** (non inversée).



# Exemple: la loupe



$$\text{On a : } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} = V$$

$$\text{où } p' = \overline{OA'} \text{ et } p = \overline{OA}$$

$$p' = \frac{pf'}{p + f'} \text{ et } \gamma = \frac{p'}{p}$$

On considère une lentille de distance focale image  $f' = 5\text{cm}$  ( $V = 0,2\delta$ ).

On calcule  $p'$  et le grandissement transversal  $\gamma$  pour différentes valeurs de  $p$  :

$p$	$f$	$p'$	$\gamma$	Image
-1	5	-1.25	1.25	virtuelle, droite, agrandie
-2	5	-3.333333	1.666667	virtuelle, droite, agrandie
-3	5	-7.5	2.5	virtuelle, droite, agrandie
-4	5	-20	5	virtuelle, droite, agrandie
-5	5	$\infty$	$\infty$	à l'infini

Lorsque l'objet est dans le plan focal ( $p = -5\text{cm}$ ;  $A = F$ ), l'image est à l'infini et possède une taille infinie. Le grandissement n'est alors plus la notion pertinente pour caractériser l'image.

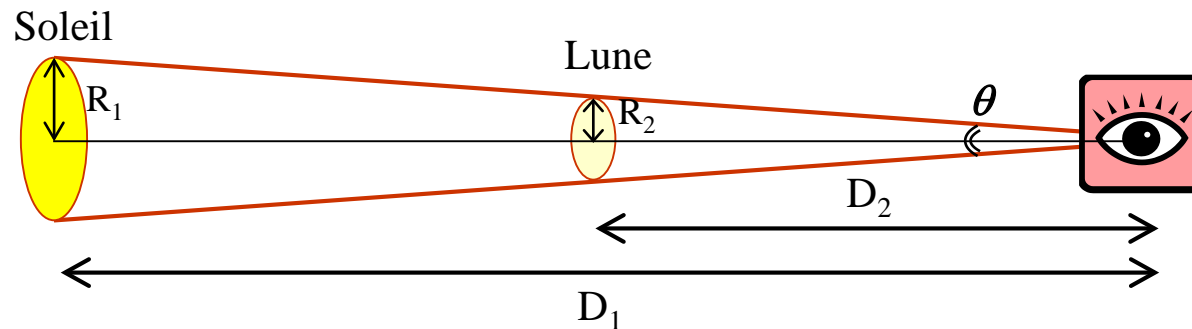
# Taille apparente

Le seul paramètre de choix pour l'observation à l'œil nu est l'angle de vue  $\theta$ , appelé **taille apparente (ou taille angulaire)**

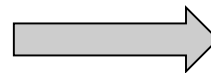
Mais parler de « taille » sans connaître la distance  $D$  n'a pas de sens ! (Ex: le loup et la lune ont la même taille apparente ici)



De même, la lune et le soleil vue de la Terre ont la même taille apparente (ce qui explique d'ailleurs que les éclipses soient possibles):



- Distance  $D_1$  Terre-lune:  $384 \cdot 10^3 \text{ km}$
- Distance  $D_2$  Terre-soleil:  $149 \cdot 10^6 \text{ km}$
- Rayon lune  $R_1$  : 1738 km
- Rayon soleil  $R_2$ :  $696 \cdot 10^3 \text{ km}$



$$\tan(\theta / 2) = \frac{R}{D} \quad \text{soit } \theta = 2 \arctan\left(\frac{R}{D}\right)$$

$$\theta_1 \approx 0,52^\circ = 15,5'$$

$$\theta_2 \approx 0,53^\circ = 16'$$

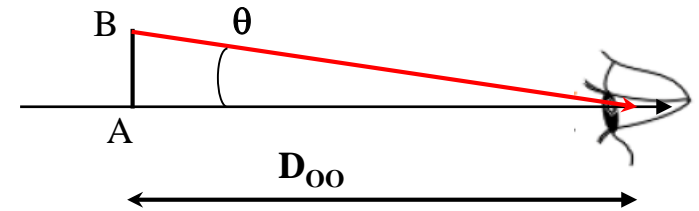
# Grossissement

Le **grossissement G** est par définition :

$$G = \frac{\text{angle } \theta \text{ sous lequel on voit l'image}}{\text{angle } \theta \text{ sous lequel on voit l'objet}}$$

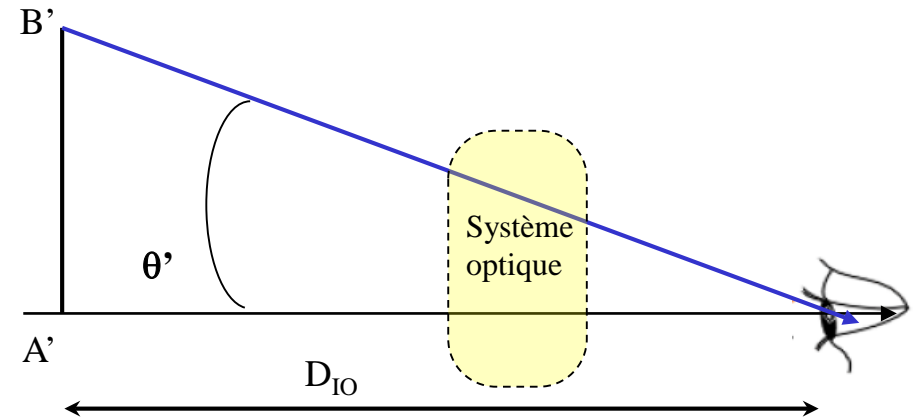
$\theta$  est l'angle sous lequel on voit l'objet sans système optique. Il dépend de la taille de l'objet et de la distance objet-œil  $D_{oo}$  :

$$\theta = \arctan\left(\frac{AB}{D_{oo}}\right)$$



$\theta'$  est l'angle sous lequel on voit l'image à travers le système optique. Il dépend de la taille de l'image et de la distance image-œil  $D_{io}$  :

$$\theta' = \arctan\left(\frac{A'B'}{D_{io}}\right)$$



Si les angles  $\theta$  et  $\theta'$  sont petits, on a  $\theta \sim AB/D_{oo}$  et  $\theta' \sim A'B'/D_{io} \rightarrow G = \theta'/\theta \sim A'B'/AB \cdot D_{oo}/D_{io}$

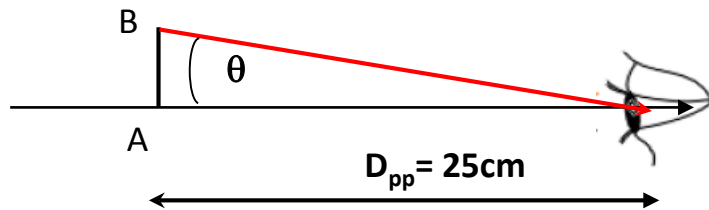


# Grossissement commercial d'une loupe

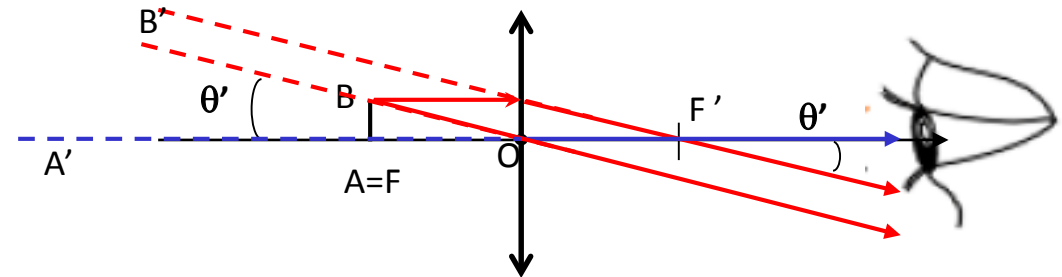
Le **grossissement commercial**  $G_c$  est un cas particulier du grossissement.

Par définition:

- Pour déterminer  $\theta$ , on utilise la distance  $D_{pp}$  (punctum proximum) la plus proche pour laquelle l'œil peut voir net. **Par convention  $D_{pp}=25cm$ .**
- Pour déterminer  $\theta'$ , on prend le cas où l'image se forme à l'infini, c'est-à-dire lorsque l'objet est situé en F dans le cas de la loupe.



$$\theta = \arctan\left(\frac{AB}{D_{pp}}\right) \approx \frac{AB}{D_{pp}} \text{ car } \theta \ll 1$$



$$\theta' = \arctan\left(\frac{AB}{f'}\right) \approx \frac{AB}{f'} \text{ car } \theta' \ll 1$$

$$\Rightarrow G_c = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{D_{pp}}{f'}$$

Application numérique :  $f' = 5cm \Rightarrow G_c = 5$

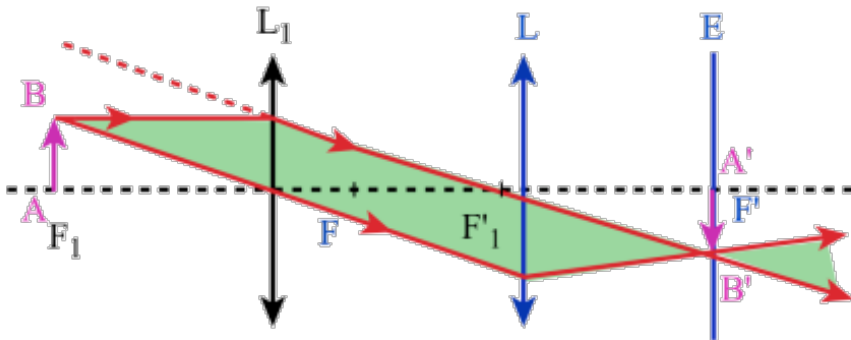
(Rq: le grandissement ne peut pas être calculé car l'image est à l'infini et a donc une taille infinie)

f	p	p'	$\gamma$	$G_c$	Image
5	-5	$\infty$	$\infty$	5	à l'infini

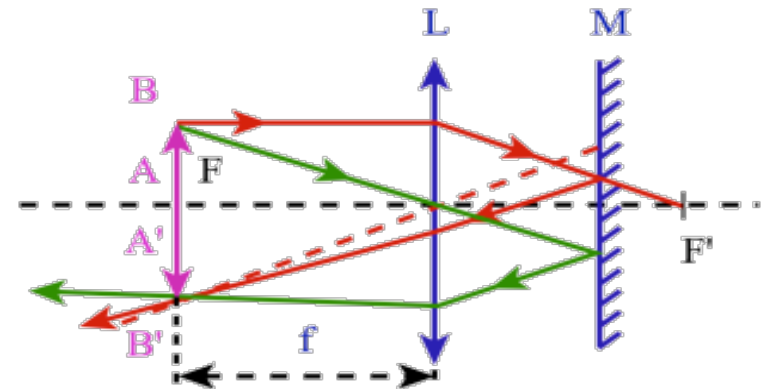
# Focométrie

La mesure de la distance focale  $f'$  d'une lentille mince quelconque peut se déduire de la formule de conjugaison. D'un point de vue expérimentale, de nombreuses méthodes peuvent être mises en oeuvre. En voici quelques unes:

- **Mesure directe de  $p$  et  $p'$**  puis calcul de  $f'$
- **Méthode de l'objet à l'infini** (pour une lentille convergente): à l'aide d'une lentille auxiliaire  $L_1$  on forme une image d'un objet AB à l'infini, puis on interpose la lentille L, dont on cherche à mesurer la distance focale, entre cette lentille  $L_1$  et l'écran E. La distance qui sépare la lentille L à l'écran E mesurée lorsque l'image de l'objet AB est nette sur l'écran E correspond à la distance focale  $f$  de la lentille L.



- **Méthode d'autocollimation** (pour une lentille convergente): on déplace l'ensemble (miroir M + lentille L) de manière à former l'image A'B' de l'objet AB dans le plan de l'objet. On mesure alors la distance entre l'objet et la lentille, distance qui correspond à la distance focale de la lentille L.



- **Pour une lentille divergente**, on pourra par exemple accoler une lentille convergente de façon à rendre le doublet convergent puis utiliser la formule de Gullstrand:

$$V_{\text{doublet}} = V_{\text{CV}} + V_{\text{DV}}$$

# Résumé sur les lentilles minces dans l'air

Pour avoir une image nette **dans les conditions de Gauss** à travers **une lentille mince dans l'air**, les positions d'objet A et d'image A' doivent satisfaire la **relation de conjugaison**:

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec } p = \overline{OA}, p' = \overline{OA'} \text{ et O le centre optique de la lentille mince}$$

Les distances sont algébriques, comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière.

$f' = \overline{OF'}$  est la **distance focale image** de la lentille. Elle est positive (négative) pour une lentille convergente (divergente).

Lorsque la lentille est dans l'air, on a  $f' = -f = 1/V$  où  $f = \overline{OF}$  est la distance focale objet et  $V$  la vergence.

**La vergence  $V$**  caractérise les propriétés de focalisation de la lentille. C'est une grandeur algébrique, elle est positive (négative) pour une lentille convergente (divergente).  $V$  est homogène à l'inverse d'une longueur et s'exprime en dioptrie ( $\delta$ ).  $V$  dépend des caractéristiques de la lentille (indice et rayon de courbure des dioptries):

$$V_{\text{lentille}} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{avec } n = \text{indice de la lentille}$$

Le **grandissement** d'une lentille mince dans l'air est donné par

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p}$$

Dans certains cas, on utilise plutôt la notion de **grossissement**

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

# Généralisation

On peut généraliser les équations précédentes au cas où la lentille est en contact avec un milieu incident d'indice  $n_1$  et un milieu émergent d'indice  $n_2$ :

$$\frac{n_2}{p'} - \frac{n_1}{p} = V \quad \text{avec } p = \overline{OA}, \quad p' = \overline{OA'} \quad \text{et } O \text{ centre optique de la lentille mince}$$

$n_2$  est l'indice de réfraction de l'espace image et  $n_1$  est l'indice de réfraction de l'espace objet

$$V_{\text{lentille}} = \left( \frac{(n - n_1)}{r_1} - \frac{(n - n_2)}{r_2} \right) \quad \text{avec } n = \text{indice de la lentille}$$

$$\text{De plus : } f = \frac{n_2}{V} \quad \text{et} \quad f' = -\frac{n_1}{V}$$

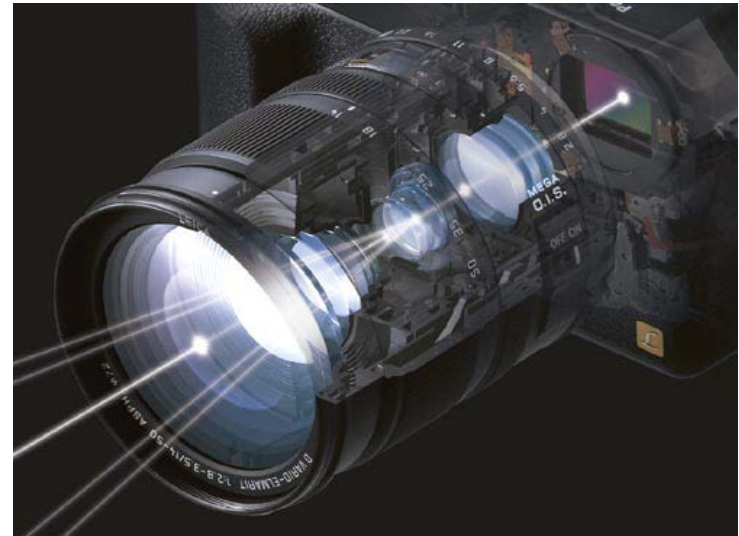
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 p'}{n_2 p} = -\frac{f}{f'} \frac{p'}{p}$$





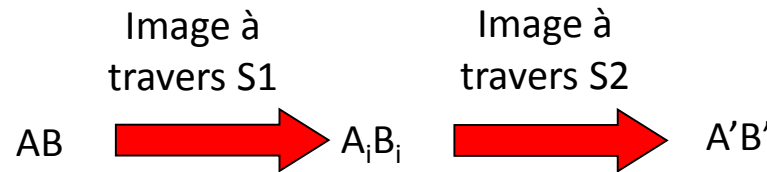
# Chapitre 3: Association de systèmes optiques – Instruments d'optique

- ✓ Pourquoi faire des systèmes composés de plusieurs lentilles ?
- ✓ Comment les caractériser ?



# 1. Association de systèmes optiques simples.

- Exemples de systèmes optiques simples: dioptres plans, dioptre sphériques, lentilles minces.
- L'association de systèmes optiques simples permet de réaliser des instruments d'optique tels que le microscope, la lunette astronomique ou le téléobjectif.
- Pour déterminer l'image d'un objet à travers une association on traite successivement (selon le sens de propagation de la lumière) les différents éléments optiques constituant l'association. Soit une association constituée de deux systèmes optiques  $S1$  et  $S2$ , l'image à travers  $S1$  devient objet pour  $S2$ :



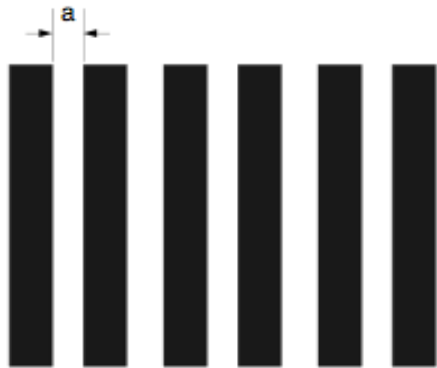
Remarque: la lentille mince est un système optique centré constitué par une association de 2 dioptres (c'est une association particulière car la distance entre  $S1$  et  $S2$  est négligeable).



# Association de systèmes optiques simples.

On caractérise un instrument d'optique à l'aide des paramètres suivants:

- **La clarté** : caractérise la luminosité de l'image.
- **Le grandissement transversal** (rapport de tailles) ou **le grossissement angulaire** (rapport d'angles), en particulier lorsque l'image (et/ou l'objet) est à l'infini.
- **Le champ** : caractérise la portion de l'objet qui peut être observée dans les conditions de Gauss.
- **Le pouvoir de résolution ou pouvoir séparateur** : caractérise la finesse des détails que l'instrument permet d'observer.



Mire de Foucault

Par exemple, le pouvoir séparateur de l'œil, appelé aussi **acuité visuelle**, correspond au plus petit détail que l'on est capable de distinguer à l'œil nu. Celui-ci peut être mesuré à l'aide d'une « mire de Foucault ». Lorsqu'on éloigne progressivement la mire, l'œil cesse de distinguer les bandes noires des bandes blanches à partir d'une certaine distance  $d$ .

Soit  $a$  la distance entre les bandes, le pouvoir séparateur de l'œil se caractérise alors par l'angle  $\varepsilon = a/d$ .

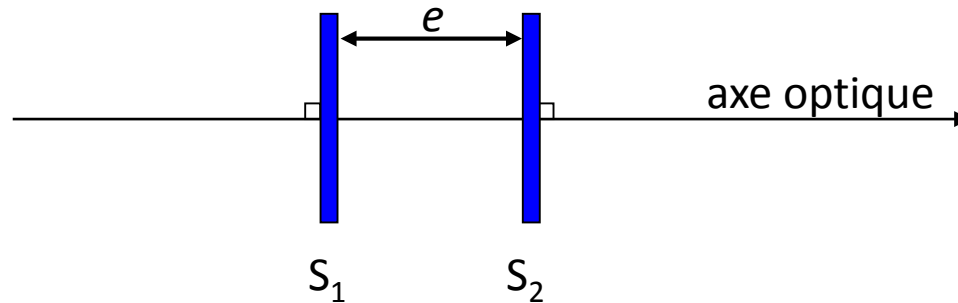
Pour un œil normal, l'acuité visuelle est de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-4}$  rad ou 1 minute d'arc (= 1/60 degré, noté 1').

# Association de systèmes optiques simples

Dans la suite, nous allons étudier des **systèmes optiques centrés** formés de l'association de 2 systèmes optiques simples centrés sur le même axe optique et séparés d'une **distance  $e$** .

Par exemple :

- **2 dioptries sphériques** = lentille (mince ou épaisse)
- **2 lentilles minces** (accolées ou espacées) = doublet



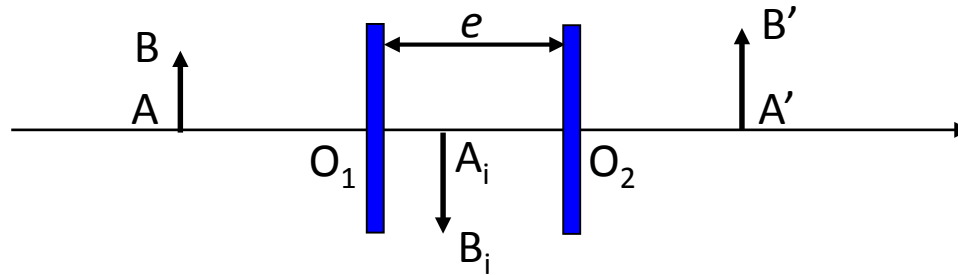
Les dioptries sphériques et les lentilles minces ayant les même relations de conjugaison et de grandissement, l'étude de l'association est identique pour les deux cas. Nous allons ici nous intéresser à 2 lentilles minces que nous supposons dans l'air pour alléger les calculs. Le résultat sera également valable pour l'association de 2 dioptries sphériques.

# Association de systèmes optiques simples

On considère deux lentilles minces  $L_1$  et  $L_2$  de distances focales respectives  $f_1'$  et  $f_2'$ , de centre  $O_1$  et  $O_2$ , et séparées d'une distance  $e$  dans l'air.

On note  $A_iB_i$  l'image intermédiaire de l'objet  $AB$  formée par la lentille  $L_1$ .

On note  $A'B'$  l'image de l'objet secondaire  $A_iB_i$  formée par la lentille  $L_2$ .



On a quatre distances algébriques, reliées entre elles par la distance de séparation  $e$  et par deux relations de conjugaison faisant intervenir les distances focales  $f_1'$  et  $f_2'$ .

$$\left| \begin{array}{l} p_1 = \overline{O_1 A} \\ p_1' = \overline{O_1 A_i} \\ p_2 = \overline{O_2 A_i} \\ p_2' = \overline{O_2 A'} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} \frac{1}{p_1'} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1'} \quad (f_1' = -f_1) \\ \frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2'} \quad (f_2' = -f_2) \\ p_1' - p_2 = e \quad (\overline{O_1 A_i} + \overline{A_i O_2} = \overline{O_1 O_2}) \end{array} \right.$$

# Cas de 2 lentilles accolées

On s'intéresse dans un premier temps au cas où **les deux lentilles minces sont accolées:  $e=0$**

Les centres  $O_1$  et  $O_2$  peuvent alors être considérés comme confondus en un point unique  $O$ .

On a alors  $\overline{O_1 A_i} = \overline{O_2 A_i} = \overline{O A_i}$  soit  $p'_1 = p_2$

En additionnant les relations de conjugaison des deux lentilles minces dans l'air, on obtient:

$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{p'_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

On retrouve une équation de la forme :  $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$  avec  $p' = \overline{O A'}$ ,  $p = \overline{O A}$  et  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$

En ce qui concerne le grandissement  $g$ , on montre facilement que :

$$\gamma = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A B}} = \frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{A B}} \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_i B_i}} = \gamma_1 \gamma_2 \quad \text{avec} \quad \gamma_1 = \frac{p'_1}{p_1} = \frac{\overline{O A_i}}{\overline{O A}} \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{p'_2}{p_2} = \frac{\overline{O A'}}{\overline{O A_i}}$$

$$\text{soit } \gamma = \gamma_1 \gamma_2 = \frac{\overline{O A'}}{\overline{O A}} = \frac{p'}{p}$$

# Généralisation au cas de 2 lentilles séparées

Dans le cas général où les deux lentilles minces  $L_1$  et  $L_2$  sont séparées d'une distance  $e$ , on peut montrer que :

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2 \quad \text{Formule de Gullstrand}$$

où  $V$  est la vergence totale du système,  $V_1$  et  $V_2$  sont les vergences des lentilles  $L_1$  et  $L_2$  respectivement, et  $n$  est l'indice du milieu séparant les deux lentilles.

La démonstration de cette formule dépasse le cadre de ce cours.

Lorsque les lentilles sont utilisées dans l'air, on a  $n=1$  et  $V = V_1 + V_2 - e V_1 V_2$  ou encore

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' f_2'}$$

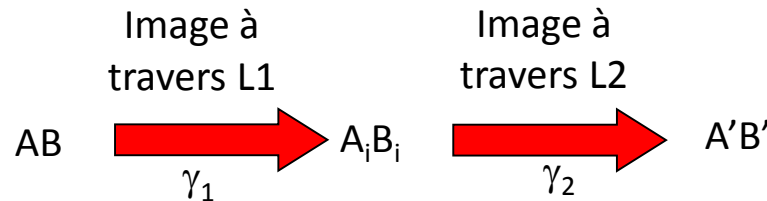
Lorsque les lentilles sont accolées dans l'air, on a  $e=0$  et on retrouve bien le résultat précédent:

$$V = V_1 + V_2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}$$

(Remarque: ces résultats sont également valables pour l'association de deux dioptries)

## 2. Grandissement et grossissement

On a :



➤ Pour le **grandissement transversal**  $g = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}}$ , on utilisera le résultat :  $\gamma = \gamma_1 \gamma_2$

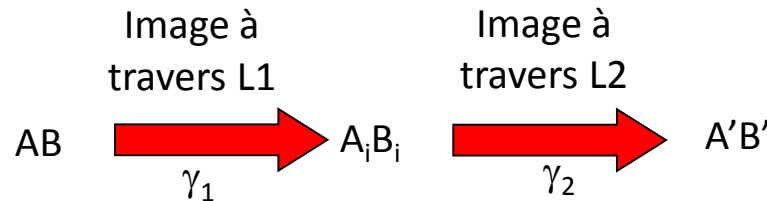
➤ Pour mesurer le **grossissement**  $G$  de l'association, on utilise la définition:  $G = \frac{\theta'}{\theta}$

où  $q$  est l'angle sous lequel on voit l'objet et  $q'$  l'angle sous lequel on voit l'image.

➤ Dans le cas du **grossissement commercial**  $G_c$ ,  $q$  est obtenu en mettant l'objet à la distance  $D_{PP}=25\text{cm}$  (plus petite distance de l'œil pour laquelle un œil normal voit net, ou punctum proximum) et  $q'$  est obtenu lorsque l'image est à l'infini (de façon à la voir nette sans accommoder).

# Grossissement commercial d'une association

On a :



Dans le cas du **grossissement commercial**  $G_c$ ,

- $q$  est obtenu en mettant l'objet à la distance  $D_{PP}=25\text{cm}$  (plus petite distance de l'œil pour

laquelle un œil normal voit net, ou punctum proximum):  $\theta_{PP} = \arctan\left(\frac{AB}{D_{PP}}\right) \approx \frac{AB}{D_{PP}}$  car  $\theta_{PP} \ll 1$

- $q'$  est obtenu lorsque l'image est à l'infini (de façon à la voir nette sans accommoder).

Si l'image  $A'B'$  est à l'infini, alors l'image intermédiaire  $A_iB_i$  se trouve dans le plan focal objet de  $L_2$ .

On a alors:

$$\theta'_\infty = \arctan\left(\frac{A_iB_i}{f'_2}\right) \approx \frac{A_iB_i}{f'_2} \quad \text{car } \theta'_\infty \ll 1$$

- D'où finalement:

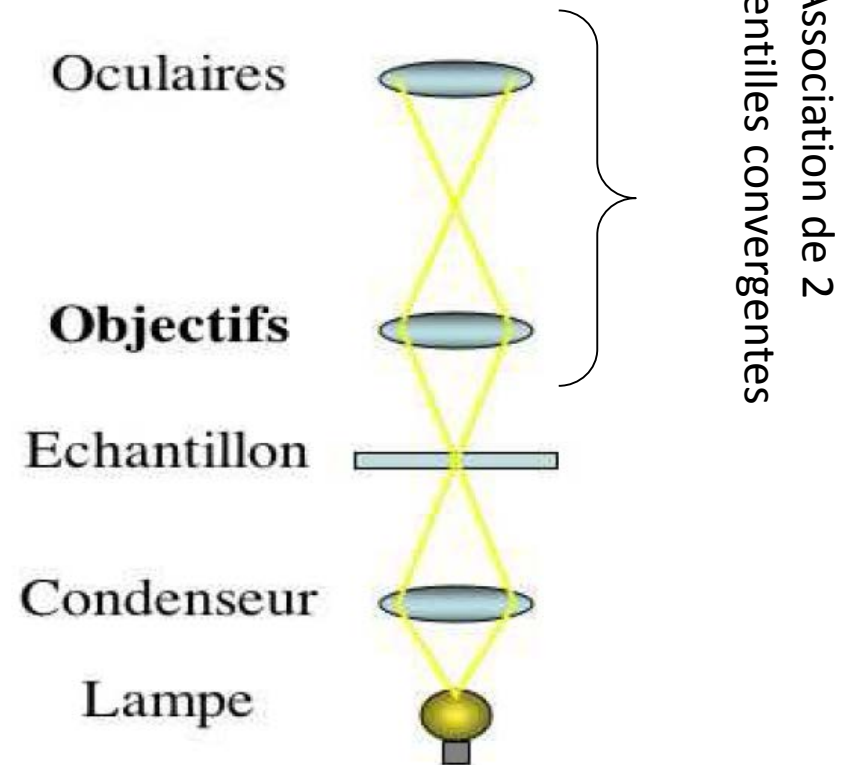
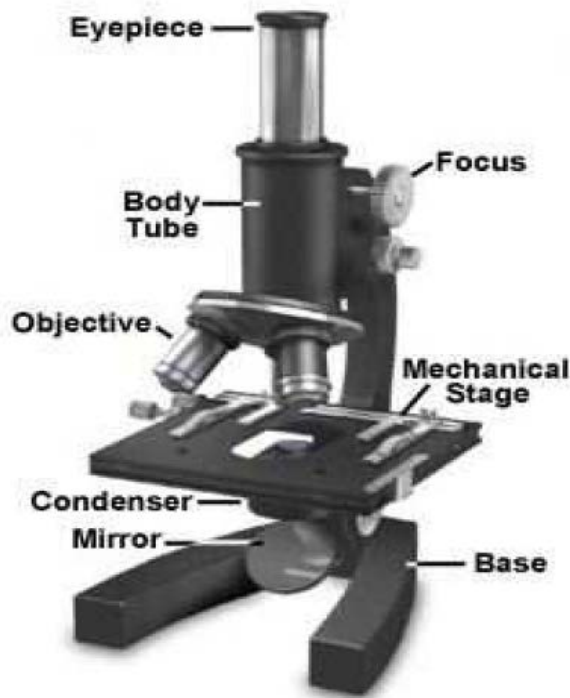
$$G_c = \frac{\theta'_\infty}{\theta_{PP}} \approx \frac{A_iB_i}{f'_2} \frac{D_{PP}}{AB} = \frac{A_iB_i}{AB} \frac{D_{PP}}{f'_2} = |\gamma_1| G_{c2}$$

**Le grossissement commercial est égal au produit de la valeur absolue du grandissement de  $L_1$  par le grossissement commercial de  $L_2$ .**

(Remarque: ces résultats sont également valables pour l'association de deux dioptries)

### 3. Exemple d'instrument: le microscope

Le microscope est constitué de deux lentilles convergentes, L1 et L2, la première étant appelée l'objectif (du côté de l'objet) et la deuxième l'oculaire (du côté de l'œil). La distance entre L1 et L2 est fixe et caractéristique de l'instrument. La distance de L1 à l'objet peut en revanche être réglée par un système à crémaillère.



*Les principaux éléments d'un microscope*



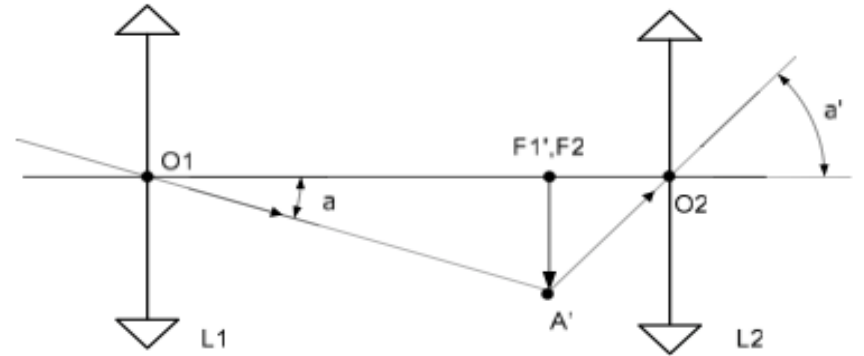
# Exemple : la lunette astronomique

La lunette est constituée de deux lentilles minces convergentes et permet d'observer les détails des Objets situés à l'infini. C'est un système dit **afocal** car l'objet et l'image sont à l'infini.

La lentille  $L_1$  donne d'un objet situé à l'infini et de diamètre apparent  $a$ , une image  $A'F_1'$  situé dans le plan focal de  $L_1$ . La lentille  $L_2$  (appelée l'oculaire) donne ensuite de l'image  $A'F_1'$ , une image située à l'infini. Cet objet est vu avec l'angle apparent  $a'$ .

On montre aisément que le grossissement  $G$  de la lunette s'écrit  $G = a' / a = f_1' / f_2'$

La lunette est construite de manière à maximiser d'une part le grossissement, de manière à voir les détails des objets (typiquement des planètes), et d'autre part la clarté de l'instrument (autrement dit l'ouverture de l'objectif) de manière à collecter le plus possible de photons.

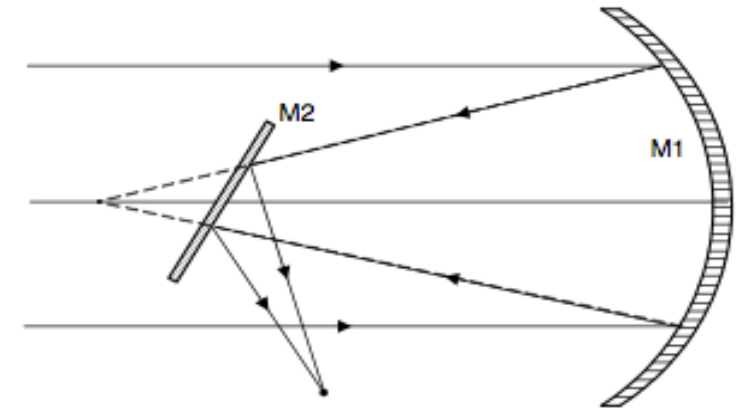


*On remarquera que cet instrument inverse les images ce qui n'est pas un problème en astronomie mais l'est pour d'autres usage tel que l'observation d'objets terrestres. Le problème est surmonté en prenant une lentille  $L_1$  divergente. Cette solution convient pour des faibles grossissements de l'ordre de 3 à 4, au delà le champ devient trop réduit.*

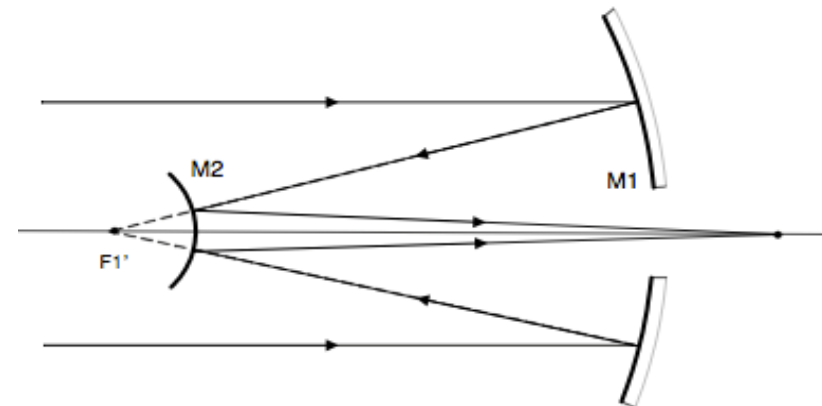
# Exemple: le télescope

Au lieu d'utiliser des lentilles, le télescope utilise deux miroirs ce qui l'affranchit du problème des *aberrations chromatiques* (voir chapitre 8). L'usage de deux miroirs conduit à trouver des solutions pour « sortir » l'image pour l'observer. Il existe pour cela plusieurs solutions (voir schémas ci-contre).

La qualité première d'un télescope réside dans sa capacité à collecter le plus de lumière possible pour rendre possible l'observation d'astres lointains (donc en général peu lumineux). C'est pourquoi on cherche à maximiser la surface collectrice du télescope (i.e. à maximiser son diamètre).



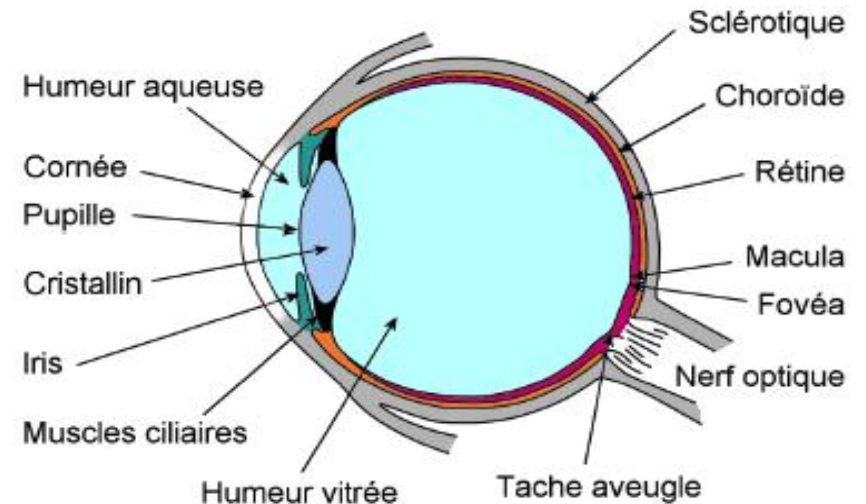
Télescope de Newton (M2 plan)



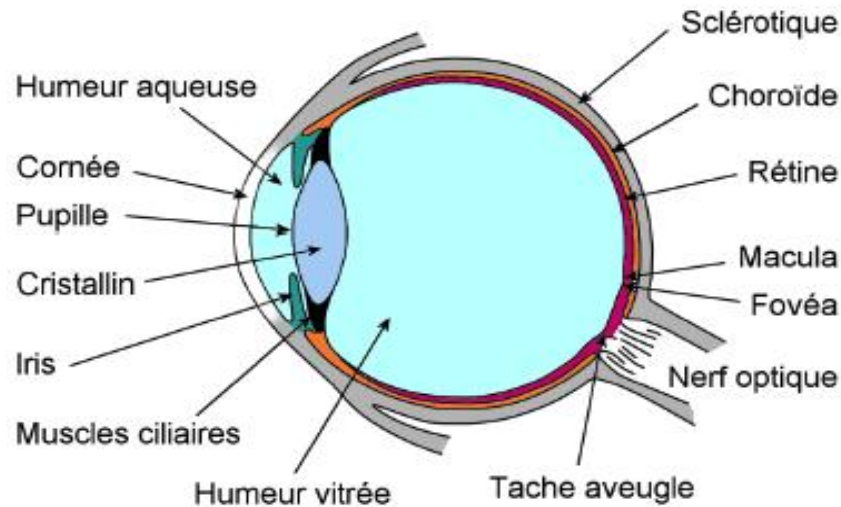
Télescope de Cassegrain (M2 hyperbolique)

# Chapitre 4: L'œil en tant qu'instrument d'optique

- ✓ Comment fonctionne l'œil ?
- ✓ Vision de près et de loin
- ✓ Défauts et correction de l'œil



# 1. Œil: description.



Œil:  $7 \text{ cm}^3$ .

Œil: 12mm de rayon.

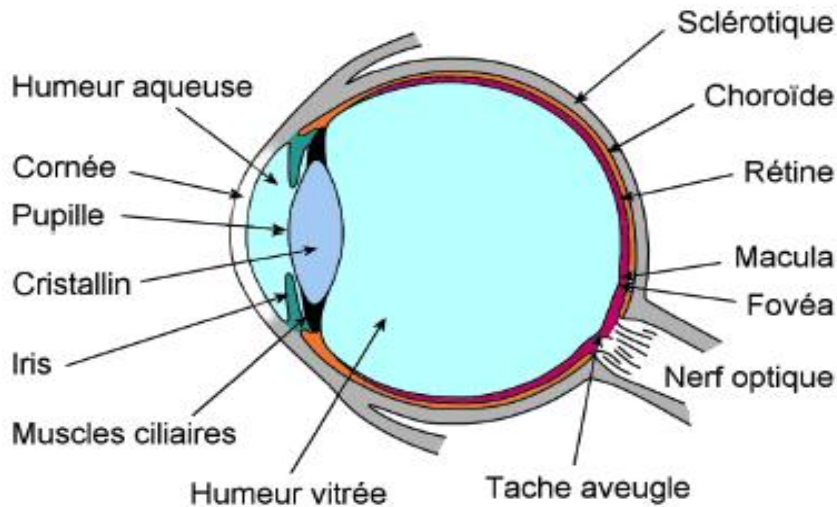
Cornée:  $r \approx 8\text{mm}$

Iris: 2 à 8mm de rayon.

L'œil fonctionne toujours dans les conditions de Gauss.

- Cornée:** Membrane transparente directement en contact avec l'extérieur. Agit comme un dioptré sphérique.
- Humeur aqueuse:** Liquide transparent, il maintient la pression et la forme du globe oculaire. Son indice de réfraction est de 1.33.
- Iris:** Agit comme un diaphragme qui permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil. Son pigment détermine la couleur de l'œil.
- Pupille:** Orifice central de l'iris se comportant comme un diaphragme. Son diamètre varie en fonction de la luminosité.

# Œil: description.



Cristallin: 4mm d'épais.

Cristallin:  $r_1 \approx 10\text{mm}$ .

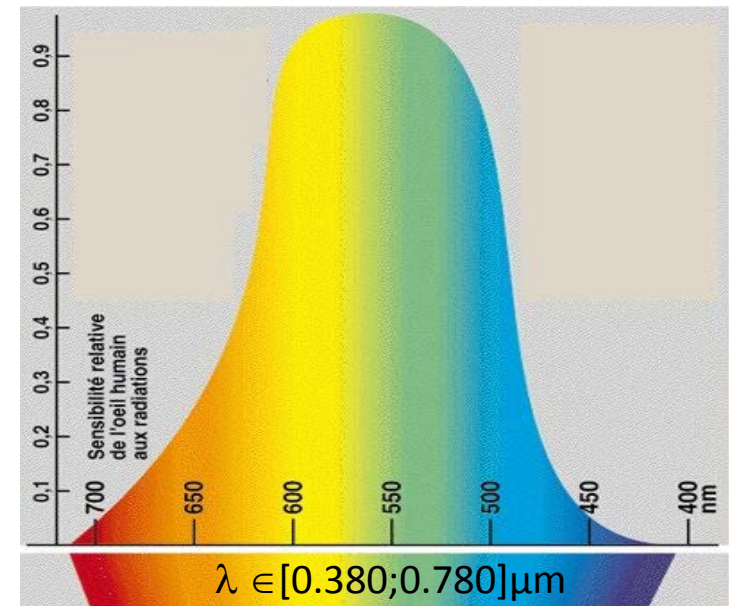
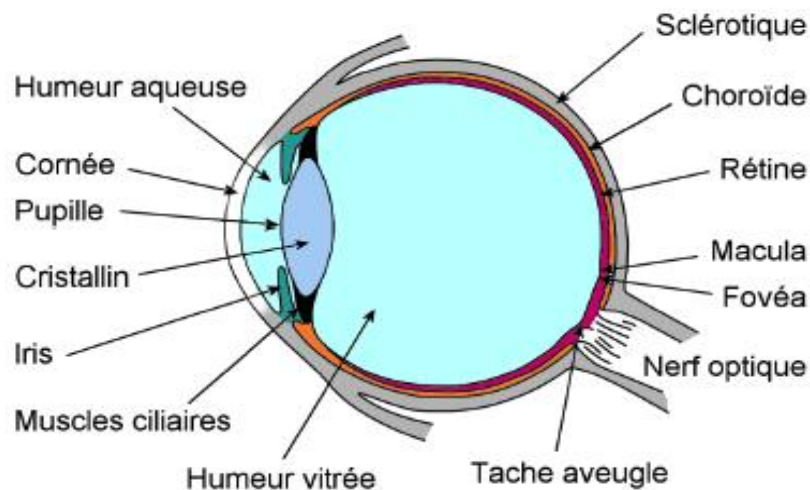
Cristallin:  $r_2 \approx -6\text{mm}$ .

- **Cristallin:** Agit comme une lentille de focale variable en effectuant la mise au point pour obtenir la netteté à toute distance. Son indice de réfraction est de 1.42.
- **Humeur vitrée:** Liquide gélatineux qui donne à l'œil sa forme et sa consistance. Son indice de réfraction est de 1.33.
- **Rétine:** Ecran sur lequel des cellules photosensibles transforment la lumière en influx nerveux.
- **Nerf optique:** Il est constitué d'environ un million de fibres et a pour rôle de transmettre l'image rétinienne au cerveau.

# Œil: fonctionnement.

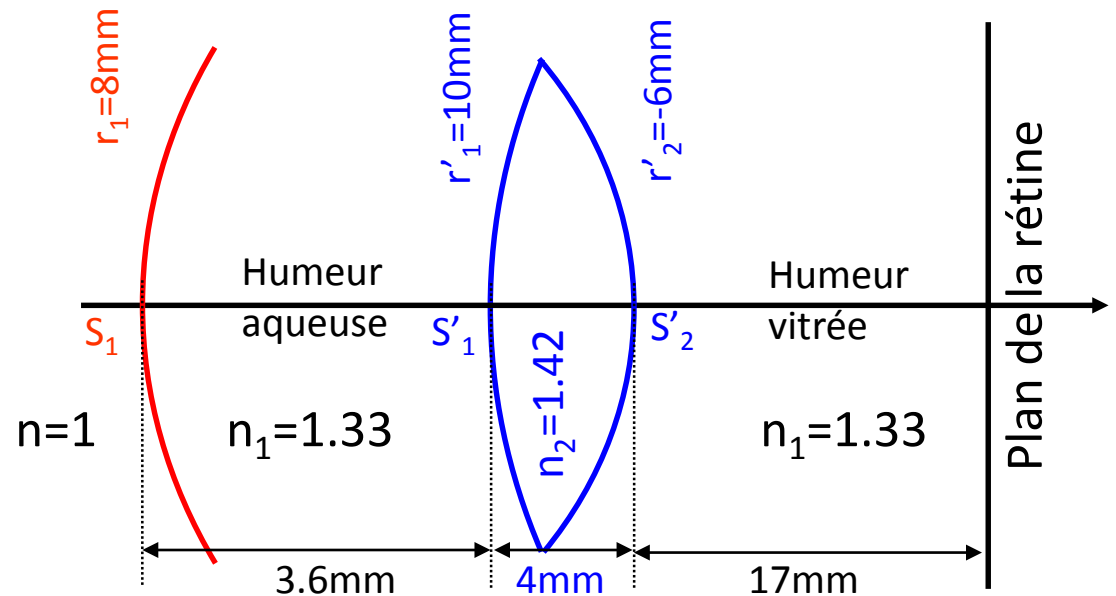
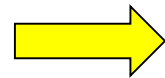
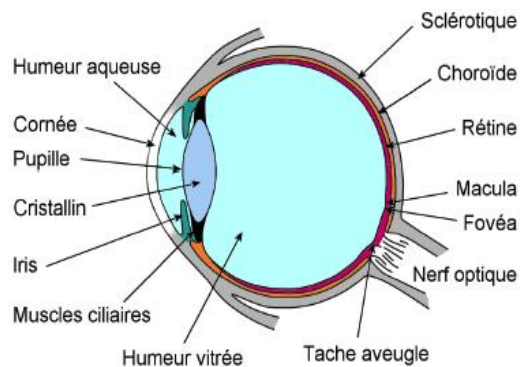
La lumière entre par la cornée, traverse l'humeur aqueuse puis la pupille. Là, le cristallin la fait converger sur la rétine, qui est constituée de 7 millions de cônes (vision diurne) et de 120 millions de bâtonnets (vision nocturne). Le temps de réponse est de **0.25 seconde**.

On observe un décalage du spectre de sensibilité vers les basses longueurs d'onde la nuit (seuls les bâtonnets fonctionnent).



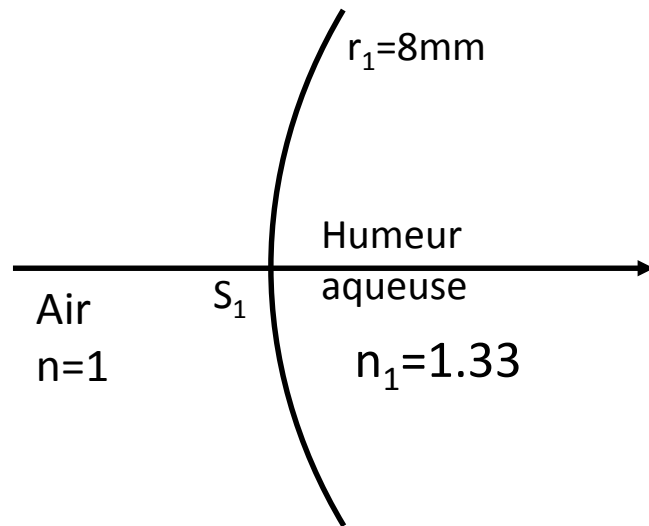
# Œil: schéma optique.

L'œil peut être assimilé à un système optique constitué d'un dioptre sphérique (la cornée) et d'une lentille mince (le cristallin). Il est alors constitué de 3 dioptries. Le schéma optique équivalent est le suivant:



# Cornée: dioptre sphérique équivalent.

La cornée peut être assimilée au dioptre sphérique suivant:



$$\frac{n_1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{n_1 - 1}{r_1} = V_1 = 41,25\delta$$

$$\text{ou } p = \overline{S_1A}, p' = \overline{S_1A'}, r_1 = \overline{S_1C} = -R$$

*Le dioptre sphérique* associé à la cornée est caractérisé par les focales objet et image suivantes :

La distance focale objet est :  $f_1 = -\frac{1}{V_1} = -\frac{r_1}{n_1 - 1} = -24.24\text{mm}$

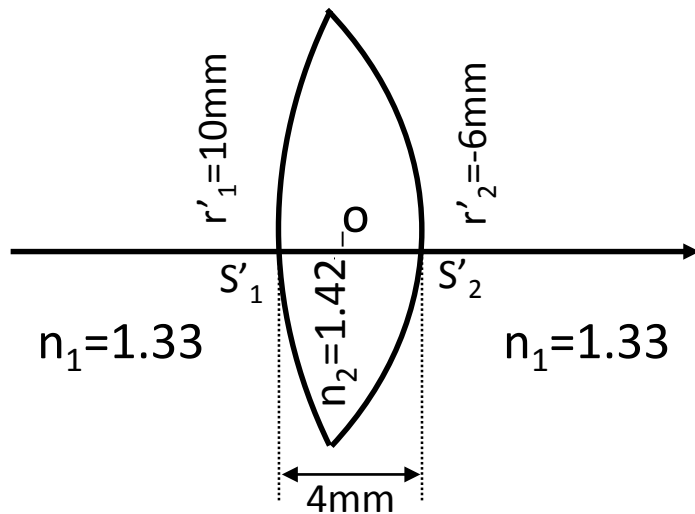
La distance focale image est :  $f_1' = \frac{n_1}{V_1} = \frac{n_1 r_1}{n_1 - 1} = 32.24\text{mm}$

**C'est un dioptre convergent**



# Cristallin: lentille mince équivalente.

Le cristallin peut être assimilé à une lentille mince convergente:



Pour le dioptre 1 :  $V_{D1} = \frac{n_2 - n_1}{S'_1 C'_1} = 9\delta > 0$

Pour le dioptre 2 :  $V_{D2} = \frac{n_1 - n_2}{S'_2 C'_2} = 15\delta > 0$

Pour l'association :  $V_2 = V_{D1} + V_{D2} - \overline{S'_1 S'_2} \frac{V_{D1} V_{D2}}{n_2} = 23,62\delta$

$V_2 > 0 \Rightarrow$  système convergent

On remarque que :  $\overline{S'_1 S'_2} \frac{V_{D1} V_{D2}}{n_2} \ll V_{D1} + V_{D2}$

On peut dire :  $S'_1, S'_2$  et  $O$  confondus  $\Rightarrow$  Lentille mince convergente

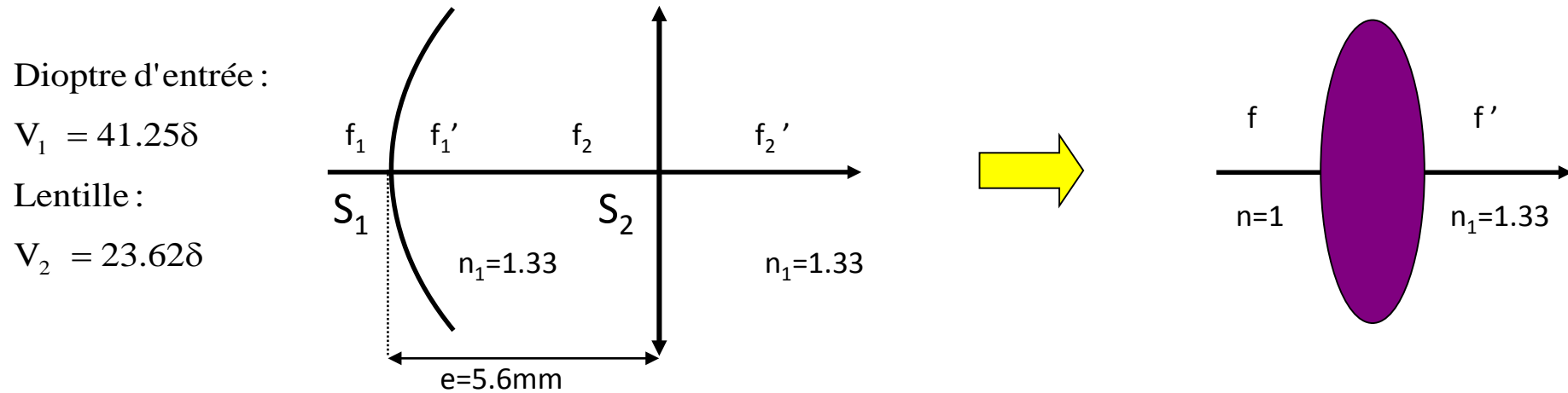
La lentille mince convergente équivalente a les distances focales suivantes:

La distance focale image est :  $f'_2 = \frac{n_1}{V_2} = 56.3\text{mm}$

La distance focale objet est :  $f_2 = -f'_2$  car les milieux extrêmes sont identiques

# Œil: Système optique équivalent.

L'association de deux systèmes optiques de vergence  $V_1$  et  $V_2$  peut être assimilée à un nouveau système optique correspondant à une lentille épaisse convergente, de vergence  $V$ :



La nouvelle vergence  $V$  est donnée par la formule de Gullstrand:

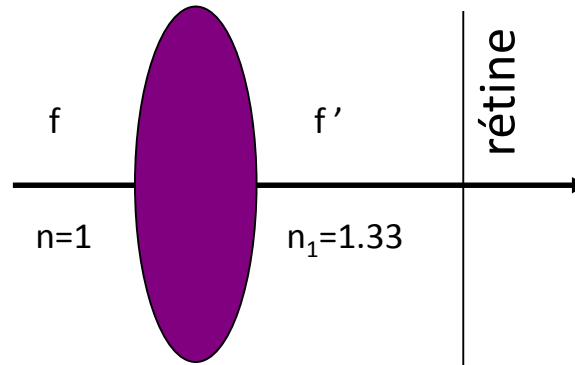
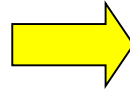
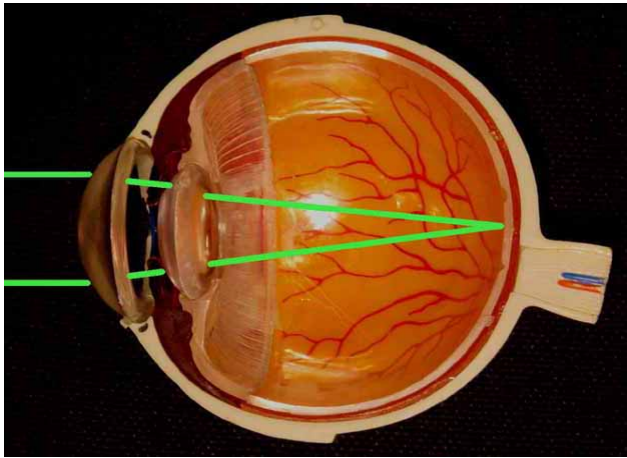
$$V = V_1 + V_2 - e \frac{V_1 V_2}{n_1}$$

soit :  $V = 64.87 - 4.1 = 60.77\delta \approx 60\delta$

$$f' = \frac{n_1}{V} = 21.88mm \quad \text{et} \quad f = -\frac{1}{V} = -16.45mm$$

## 2. Œil normal ou emmétrope.

L'œil normal ou emmétrope au repos peut donc être assimilé au système optique suivant:



$$f = -16.43\text{mm}$$

$$f' = 21.85\text{mm}$$

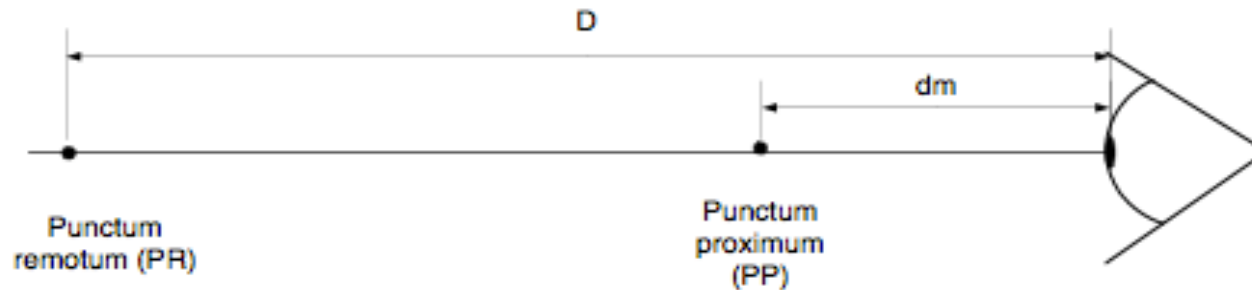
$$\frac{n_1}{p'} - \frac{1}{p} = V$$

$$V = \frac{n_1}{f'} = 60\delta$$

# Accommodation.

Lorsque l'objet à observer n'est pas à l'infini, l'œil doit accommoder: le cristallin se déforme sous l'action des muscles ciliaires ce qui permet de faire varier sa distance focale. Ceci a pour effet de modifier la focale du système optique équivalent à l'œil et ainsi de voir nettement les points situés à diverses distances.

La distance la plus faible correspond au punctum proximum (PP). La distance la plus grande correspond au punctum remotum (PR). Pour un œil normal ou emmétrope, PP est à  $\sim 25\text{cm}$  et PR est à l'infini.

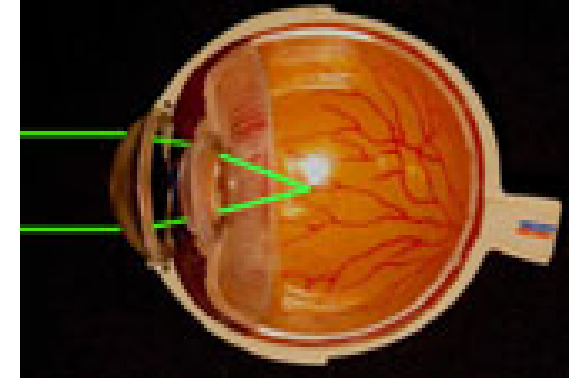
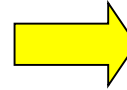


- Vision éloignée (PR):  $p=-\infty$  alors  $V=60\delta$  (œil au repos)
- Vision rapprochée (PP):  $p=-25\text{cm}$  alors  $V=64\delta$  (l'œil accommodé)
- Modification de la focale:  $\Delta f=1.4\text{mm}$  et  $\Delta V=4\delta$
- Variation de la courbure de la face antérieure du cristallin (muscles ciliaires).

### 3. Défaits de l'œil.

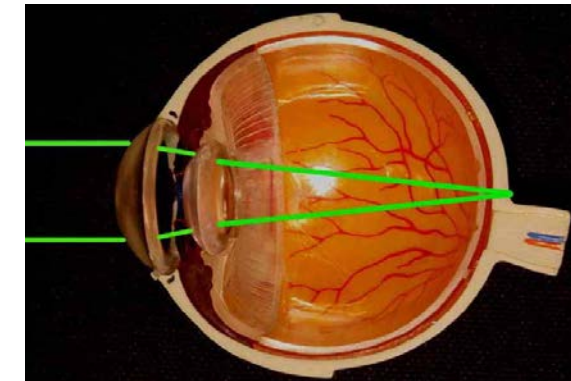
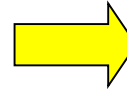
Myope:

- $V(PR)=61\delta$  ( $p=-1m$ ) et  $V(PP)=65\delta$  ( $p=-20cm$ ), l'œil converge trop.



Hypermétrope:

- $V(PR)=59\delta$  ( $p=1m$ ) et  $V(PP)=63\delta$  ( $p=-33cm$ ), l'œil ne converge pas assez.
- Accommodation possible (mais pas de repos)



Presbyte:

- $V(PR)=60\delta$  ( $p=-\infty$ ) et  $V(PP)=61\delta$  ( $p=-1m$ ), l'œil n'accommode pas assez.

# Correction de l'œil.

**La correction des défauts de l'œil se fait par l'ajout d'une lentille devant l'œil (=lunettes).**

Rappel sur l'association de deux systèmes optiques  $S_1$  et  $S_2$ :

- $S_1$  et  $S_2$  de vergence  $V_1$  et  $V_2$  séparés d'une distance  $e$  par un milieu d'indice  $n$ .
- Nouvelle vergence  $V$  donnée par la formule de Gullstrand:  $V = V_1 + V_2 - e V_1 V_2 / n$

Correction de la myopie:

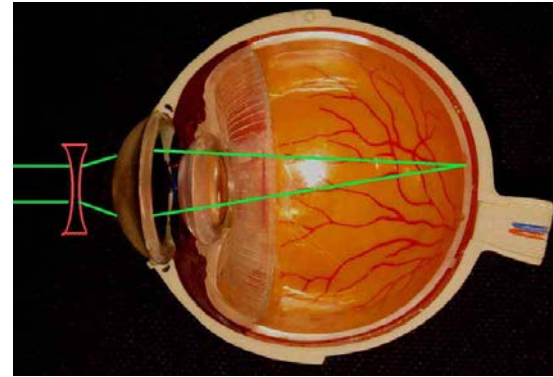
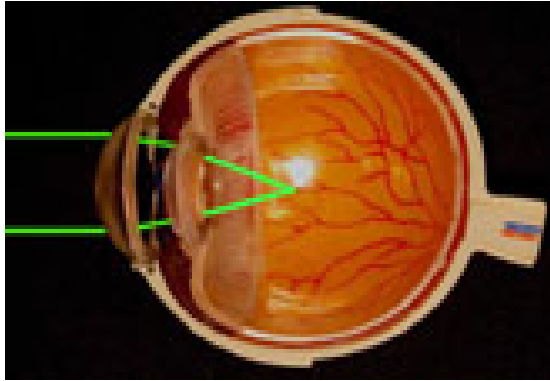
- $V_{\text{œil}}$  trop grand donc  $V_{\text{lentille}}$  doit être négatif  $\rightarrow$  correction à l'aide d'une lentille divergente
- Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR}) = 61\delta$  alors  $V_{\text{lentille}} = -1\delta$

Correction de l'hypermétropie:

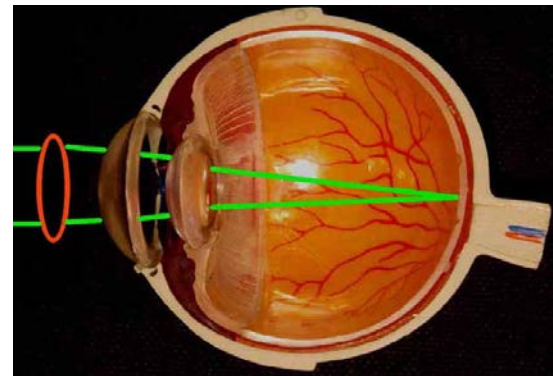
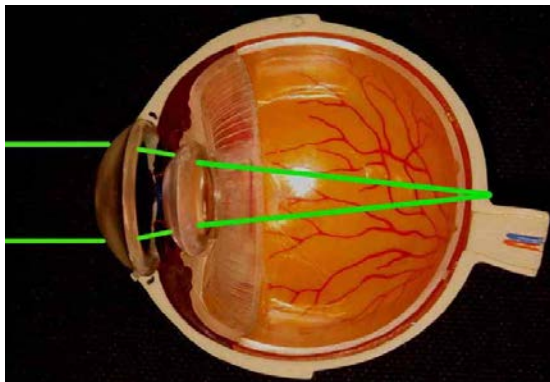
- $V_{\text{œil}}$  trop petit donc  $V_{\text{lentille}}$  doit être positif  $\rightarrow$  correction à l'aide d'une lentille convergente
- Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR}) = 59\delta$  alors  $V_{\text{lentille}} = 1\delta$

# Correction de l'œil.

Myope: Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR})=61\delta$  alors  $V_{\text{lentille}}=-1\delta$



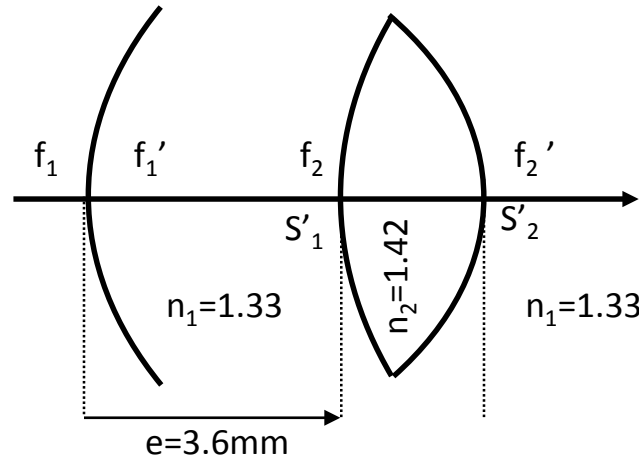
Hypermétrope: Si  $V_{\text{œil}}(\text{PR})=59\delta$  alors  $V_{\text{lentille}}=1\delta$



# Vision sous l'eau.

Eau  $n=1.33$

Le dioptre sphérique d'entrée n'existe plus car l'indice de l'eau et de l'humeur aqueuse sont identiques. C'est comme si la cornée n'existait plus.



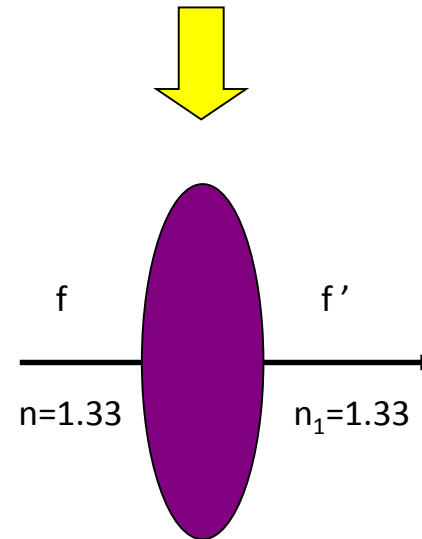
$$f_1 = -24.24mm$$

$$f_1' = +32.24mm$$

$$f_2 = -56.3mm$$

$$f_2' = +56.3mm$$

La focale de l'œil correspond alors à celle du cristallin qui est trop grande → impossible de focaliser l'image sur la rétine. La vergence au repos est de  $24\delta$ , au lieu de  $60\delta$ . L'œil n'a pas un pouvoir d'accommodation suffisant pour compenser cette différence:



$$f = f_2 = -56.3mm$$

$$f' = f_2' = +56.3mm$$

→ l'image est floue.







# Chapitre 5: Aberrations

- ✓ Pourquoi peut-on avoir des images irisées?
- ✓ Pourquoi peut-on avoir des images déformées ?
- ✓ Comment corriger ces défauts?



# 1. Stigmatisme et relation de conjugaison

**Notion de stigmatisme:** Lorsqu'un point objet  $A$  donne un et un seul point image  $A'$ , on dit que  $A'$  est l'image de  $A$  et on parle de stigmatisme rigoureux.  $A$  et  $A'$  sont conjugués et il existe une relation de conjugaison.

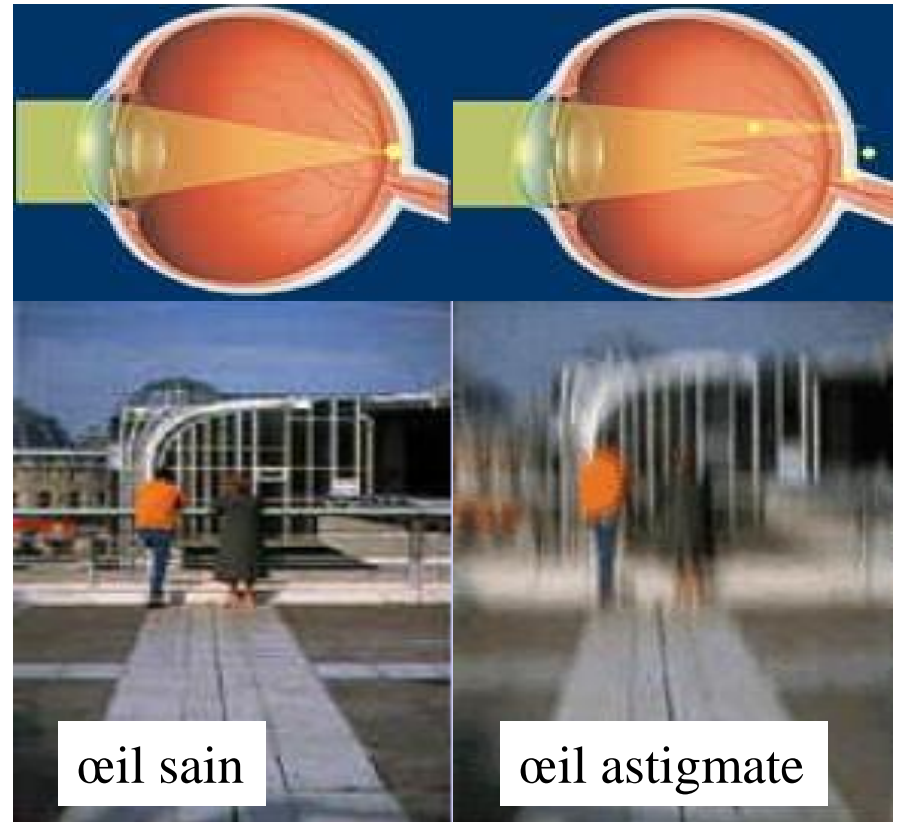
Dans le cas contraire, les rayons issus de  $A$  ne passent pas tous par un seul point  $A'$ , on dit que le système est **astigmatique**. On a une **image floue ou pas d'image nette**.

→ À l'origine des aberrations géométriques

# Exemple de l'œil astigmat

## Anomalie de la courbure de la cornée

- ⇒ l'œil n'est plus un système optique stigmatique
- ⇒ Un point objet donne plusieurs points images
- ⇒ vision floue



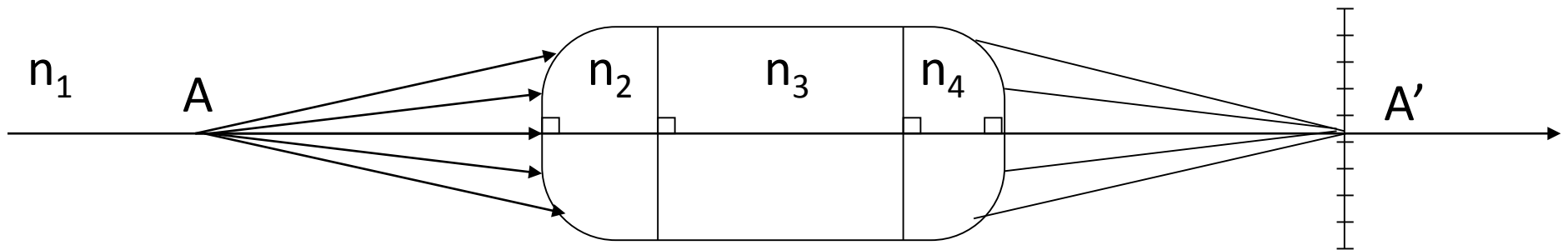
<http://www.ophtalmologie.fr/astigmatisme.html>

Si tous les rayons issus de A ne passent pas par un même point A' alors un point objet donne une multitude de points image. On a une **image floue** (pas d'image nette).

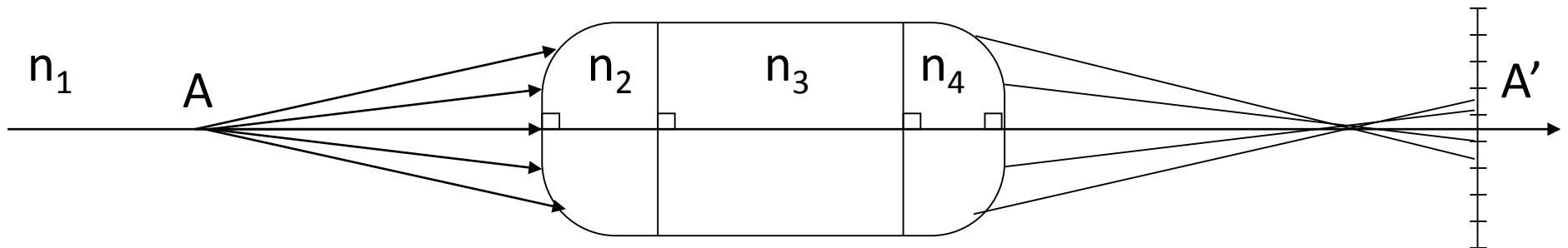
# Notion de flou et capteur

La rétine de l'œil ou un capteur d'appareil photographique numérique est constitué d'une matrice d'éléments photosensibles (cellule rétinienne, photodiode). La perception de flou va dépendre de la taille des éléments photosensible. Chaque élément correspond à un « point image »

• **Image nette:** un seul élément photosensible éclairé, un seul point image



• **Image floue:** 3 éléments photosensibles éclairés, 3 points image



# Exemple du dioptre Plan

**Dioptre plan:** séparation plane entre deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$ .

On a :  $IH = AH \tan(i_1)$  et  $IH = A'H \tan(i_2)$

d'où :  $A'H = AH \frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} \frac{\cos(i_2)}{\cos(i_1)}$

Or  $\sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$ ,

$\cos(i_1) = \sqrt{1 - \sin^2(i_1)}$  et  $\cos(i_2) = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}$

On en déduit que :  $A'H = AH \frac{n_2}{n_1} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)}}{\sqrt{1 - \sin^2(i_1)}}$

$A'H = \text{fct}(i_1) \rightarrow A'$  dépend du rayon considéré

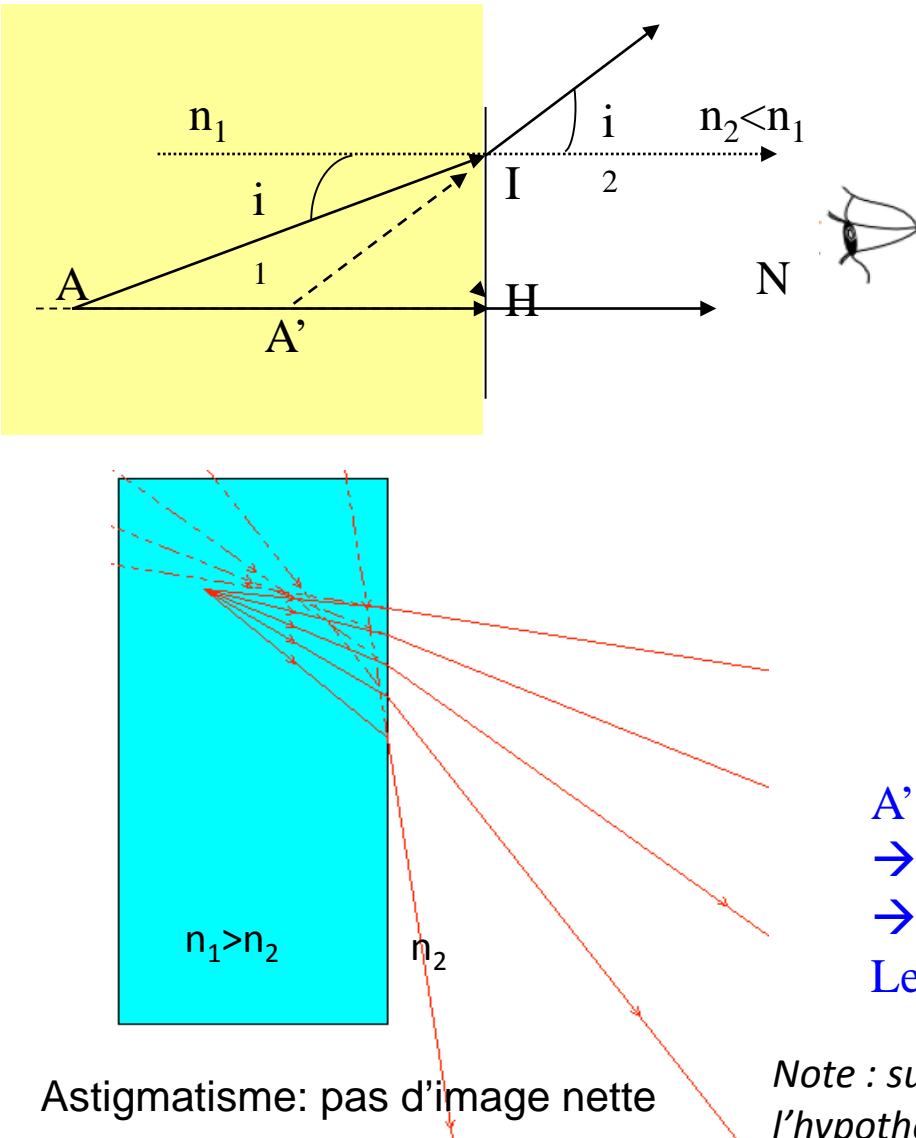
$\rightarrow$  il y a plusieurs points  $A'$  pour un seul point  $A$

$\rightarrow$  image floue

Le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique.

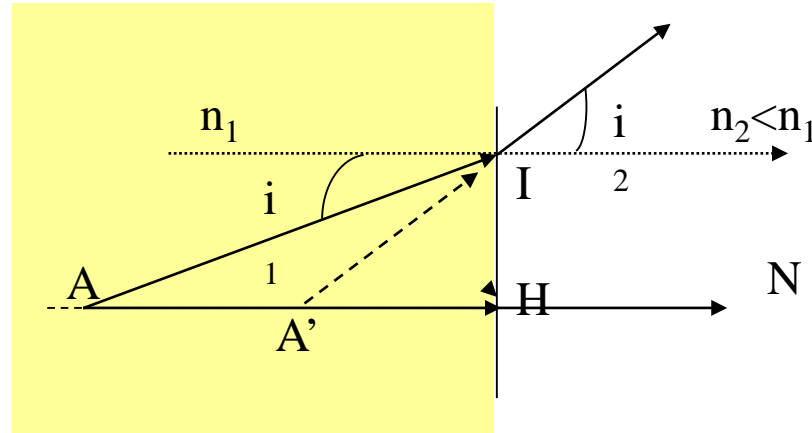
Note : sur cette page et les 3 suivantes nous faisons

l'hypothèse que  $A'$  est aligné avec  $A$  et  $H$  (conditions de Gauss)



# Dioptre Plan « stigmatique »

**Dioptre plan:** séparation plane entre deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$ .



Si  $i_1$  petit (rayons peu inclinés  $< 20^\circ$

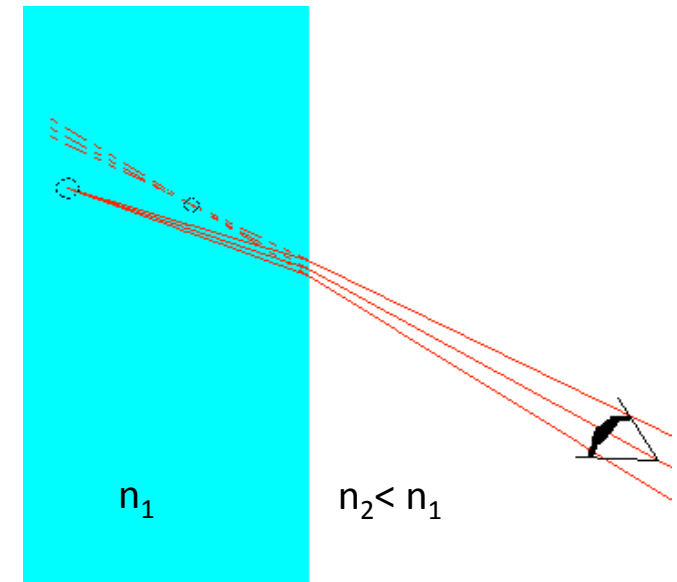
par rapport à la normale) :  **$A'H \approx AH \, n_2/n_1$**

$A'$  ne dépend plus de l'angle d'incidence,  
et est unique (1 point  $A$  donne 1 seul point  $A'$ ).

On voit alors une image nette

→ **stigmatisme approché**

Si  $i_1$  est grand mais varie peu (ex: l'œil joue  
le rôle d'un diaphragme), il y a également  
stigmatisme approché (1 seul point image).



Stigmatisme approché



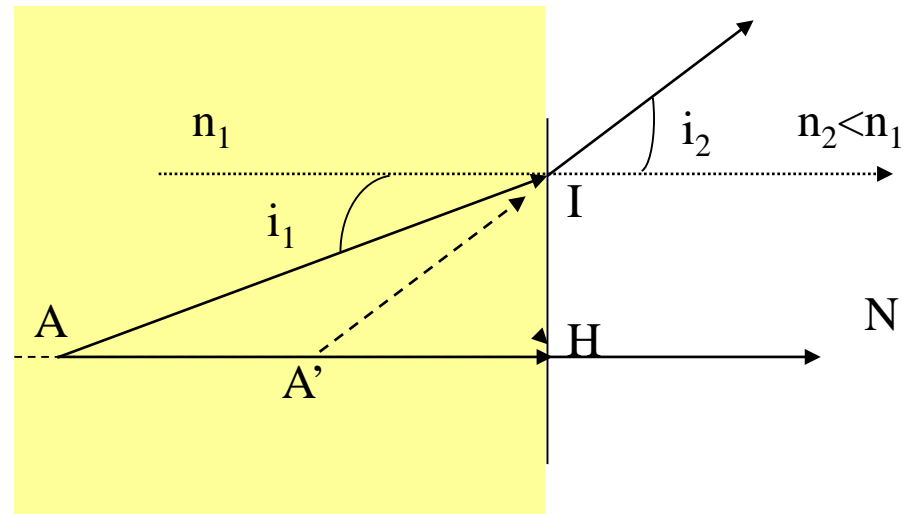
# Dioptre Plan « stigmatique »

Image d'un point objet A à travers un dioptre plan dans le cas  $n_1 > n_2$ :



$$\text{On a : } n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

$$\text{Donc : } i_1 < i_2$$



- Image virtuelle
- L'objet vu à travers le dioptre plan semble plus proche que dans le cas sans dioptre plan (dans le cas  $n_1 > n_2$ ).

Ex: impression de crayon cassé avec la partie dans l'eau qui semble plus proche

# Cas du poisson dans l'eau.

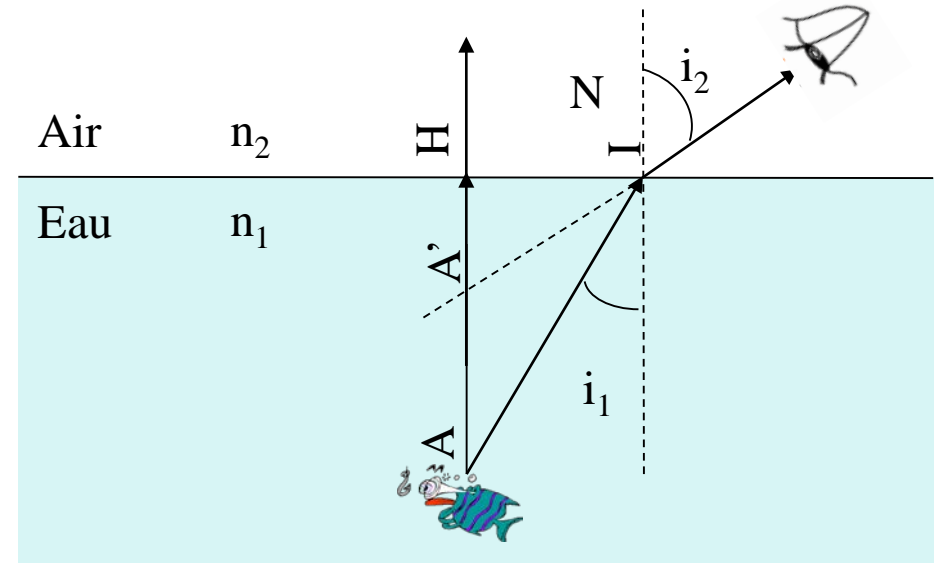
**Dioptre plan:** séparation plane entre deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$ .

Milieu 1: eau soit  $n_1 = 1,33 = 4/3$

Milieu 2: air soit  $n_2 = 1$

Soit :  $n_1 > n_2$

Donc  $i_1 < i_2$



• Si  $i_1$  petit on a :  $A'H = AH \cdot n_2/n_1$

donc le rapport entre la position vue et la position réelle est de  $3/4$

→ Un poisson situé à 1m de profondeur semble se trouver à 75cm

**L'image du poisson est virtuelle.**

- Le poisson semble plus proche par rapport à sa position réelle
- On le voit décalé par rapport à sa position réelle
- La taille apparente du poisson est donc modifiée (il apparaît plus gros)

## 2. Conditions de Gauss

On vient de voir qu'un point objet A donne un seul point image A' (telle que  $A'H=AH$   $n_2/n_1$ ) à travers un dioptré plan si  $i_1$  petit → on obtient une image nette.

On peut généraliser ce résultat : à part le miroir plan qui est rigoureusement stigmatique, un système optique ne donne pas d'image nette (plusieurs points images pour un point objet), sauf dans les conditions de Gauss.

### Conditions de Gauss:

- Les rayons lumineux sont peu inclinés ( $<20^\circ$ ) par rapport à l'axe optique
- Les rayons lumineux sont peu écartés de l'axe optique  
→ On dit alors que les rayons sont **paraxiaux**.

**Dans la pratique:** on limite les rayons lumineux avec un diaphragme.

Les images hors conditions de Gauss sont floues, déformées, distordues.

# Conséquence des conditions de Gauss.

**1. L'image d'un point A est un point A':**

Deux rayons suffisent pour déterminer l'image d'un point.

**2. Le système est aplanétique:**

L'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique donne une image plane perpendiculaire à l'axe optique.

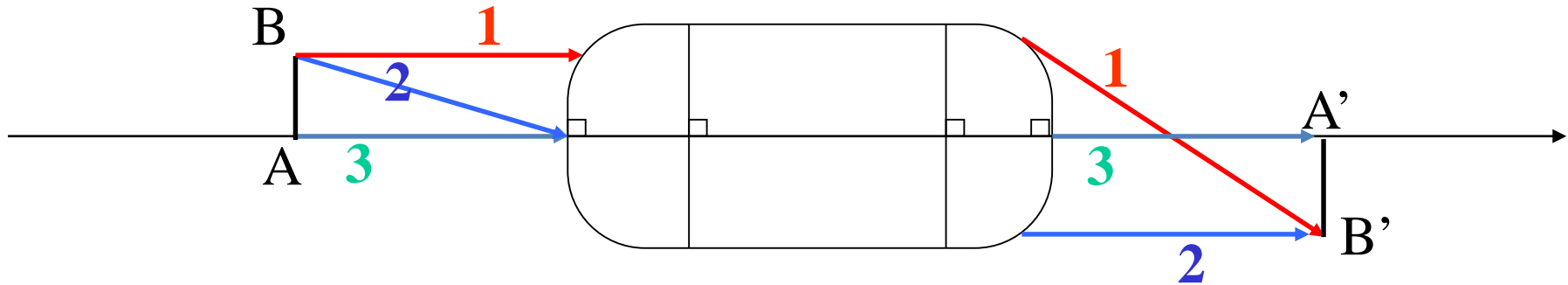
**3. Existence d'une relation de conjugaison.**

on a une relation qui lie la position de l'image à la position de l'objet.

Ces conséquences nous donnent les informations nécessaires pour déterminer l'image A'B' d'un objet AB à travers un système optique centré → **Trois rayons suffisent pour déterminer l'image A'B' d'un objet AB**

# Image d'un objet dans les conditions de Gauss

Soient un système optique centré et un objet AB dont on veut déterminer l'image



1. Les deux rayons 1 et 2 issus de B permettent de déterminer la position de B'
2. Le rayon 3 issu de A se propageant le long de l'axe optique n'est pas dévié car le système optique est centré (toutes les surfaces sont perpendiculaires à l'axe optique). **On en déduit que A' est sur l'axe optique.**
3. **AB est perpendiculaire à l'axe optique donc A'B' l'est aussi** car le système est aplanétique. On en déduit que A' est à la perpendiculaire de B' sur l'axe optique.

**A'B' est l'image de AB, image nette.**

# 3. Aberrations géométriques.

Les aberrations géométrique apparaissent lorsqu'on n'est plus dans les conditions de Gauss.

- Les rayons lumineux sont très inclinés par rapport à l'axe optique.
- Les rayons lumineux sont très écartés de l'axe optique.
- Relations de conjugaison des lentilles ne peuvent pas être appliquées à ces rayons lumineux.
- Un point objet ne donne plus un point image unique à travers le système optique.
- Les images sont alors déformées.

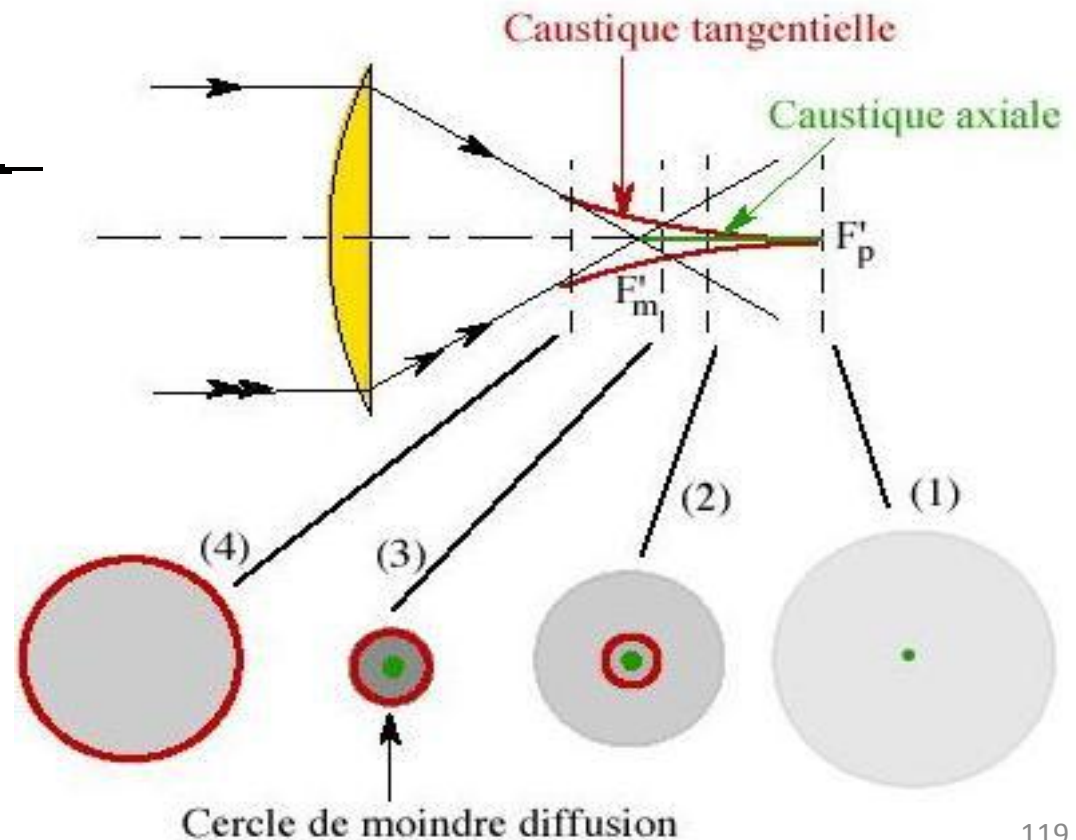
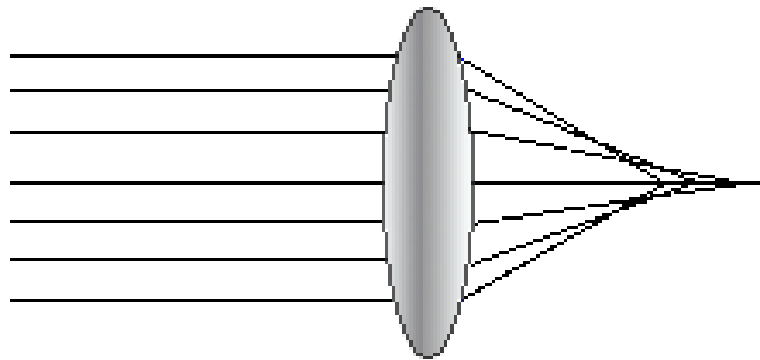
Aberrations:

- Astigmatisme.
- Aberrations sphériques.
- Aberrations de coma.
- Distorsion.

# Aberrations sphériques.

On observe les aberrations sphériques lorsqu'on éclaire une lentille de « grande ouverture » avec un faisceau lumineux large :

- Les rayons lumineux sont écartés de l'axe optique
- La lentille est plus convergente sur ses bords qu'en son milieu

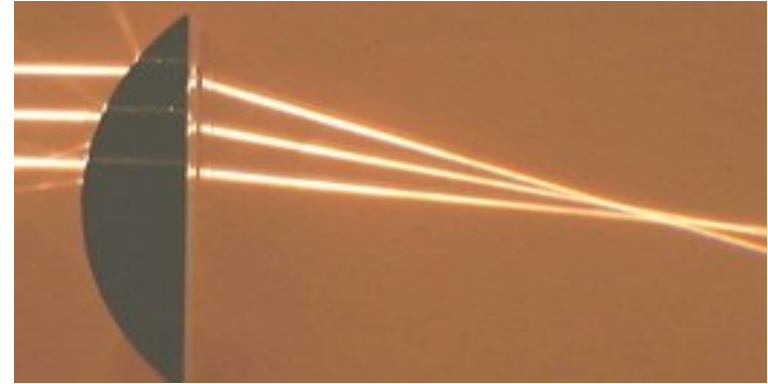
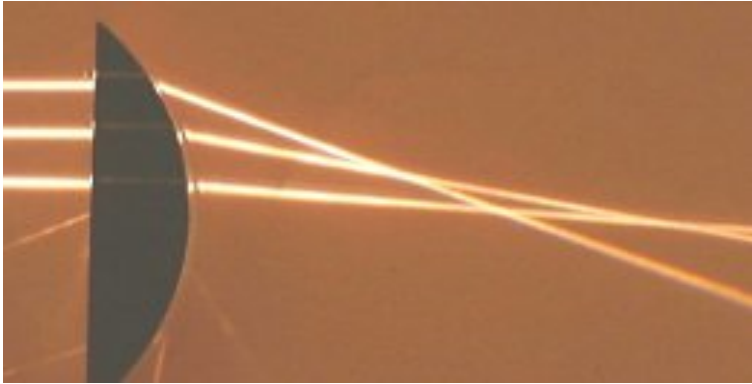


Dans la pratique il est impossible d'obtenir une image nette sur les bords et au centre en même temps.

→ On utilise un diaphragme

# Aberrations sphériques: conséquences

Soit une lentille convergente constituée d'un dioptré sphérique et d'un dioptré plan:



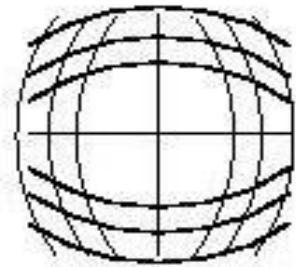
On peut limiter les aberrations en « attaquant » la lentille par son bord bombé.



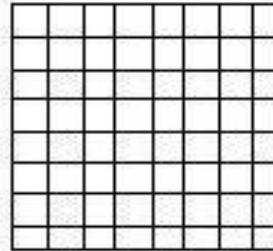
# Distorsion.

Lorsque les conditions de Gauss ne sont pas satisfaites on peut également observer une déformation de l'image : la distorsion

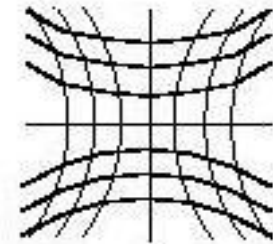
- Un carré apparaît sous la forme d'un barillet (a)
- Un carré apparaît sous la forme d'un coussinet (b)



Barillet (a)



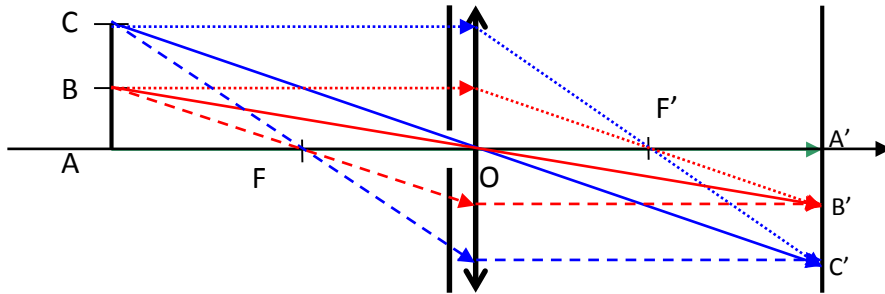
Objet



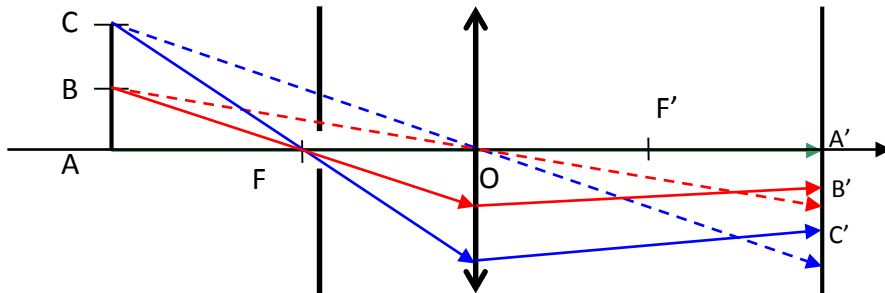
Coussinet (b)



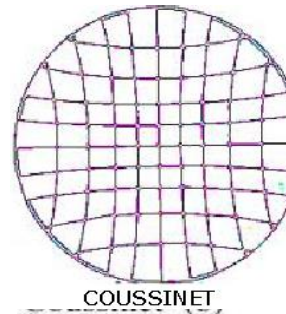
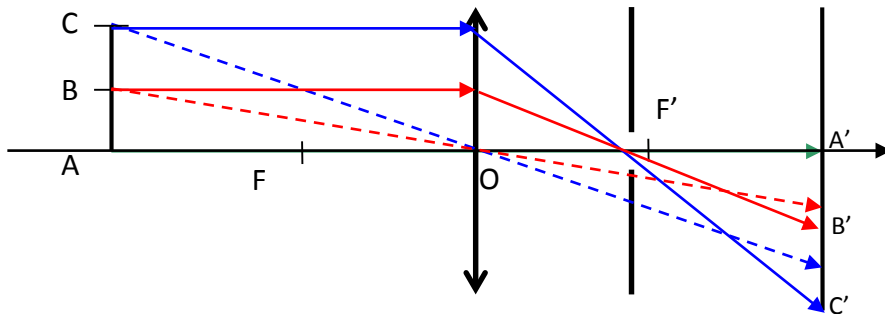
# Distorsion: schémas.



- Conditions de Gauss.
- Tous les rayons passent dans la même région.



- Rayons inclinés.
- Lentille plus convergente au bord qu'au centre.



- Rayons écartés.
- Lentille plus convergente au bord qu'au centre.

# 4. Aberrations chromatiques: causes

L'indice de réfraction dépend de  $\lambda$ :  $n(\lambda)=A+B/\lambda^2$

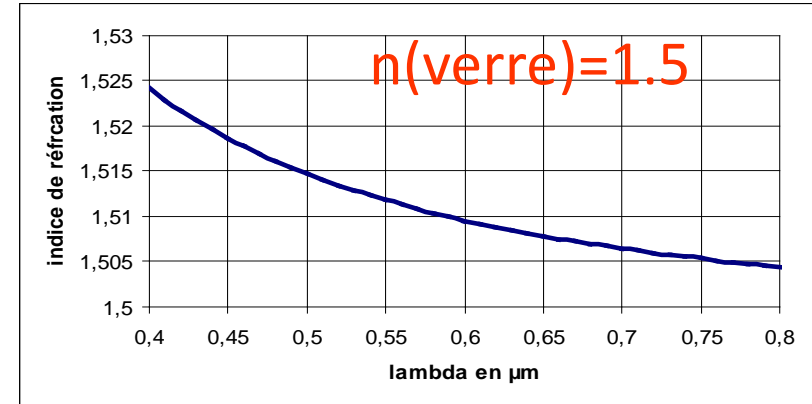
Or la vergence d'une lentille s'écrit:

$$V = (n - 1) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

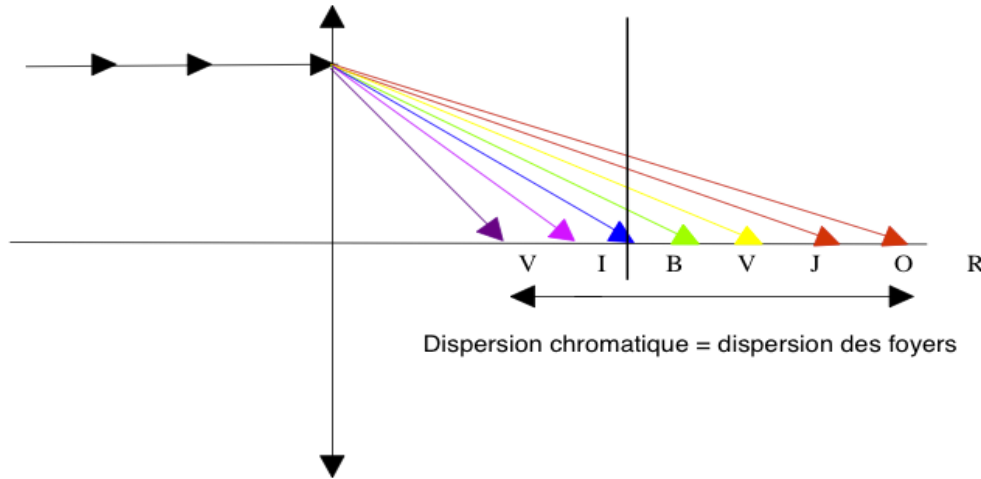
La vergence dépend de  $n$  donc de  $\lambda$ .

- Quand  $\lambda$  diminue,  $n(\lambda)$  augmente
- Quand  $n(\lambda)$  augmente,  $|V|$  augmente
- ➔ Donc quand  $\lambda$  diminue,  $|V|$  augmente et  $|f'|=1/|V|$  diminue.

On en déduit que la valeur absolue  $|f'|$  de la focale image d'une lentille est plus petite pour le bleu que pour le rouge ( $\lambda_b < \lambda_r$ ). Exemple pour une lentille convergente:



# Aberrations chromatiques: conséquences



On observe :

- Une dispersion des foyers le long de l'axe optique: c'est l'aberration **longitudinale**
- Des anneaux concentriques de différentes couleurs sur un écran perpendiculaire à l'axe optique: c'est l'aberration **latérale**.

On observe une image irisée, formée de plusieurs couleurs.

Les aberrations chromatiques sont bien connues et bien corrigées.

En principe, elles ne sont plus présentes dans les systèmes optiques (ex: appareils photographiques).

Correction:

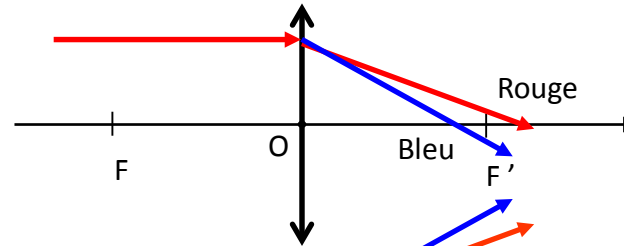
- Lentille convergente + lentille divergente.
- Les verres (dispersion), les rayons de courbure, les focales et la distance entre les deux lentilles doivent être bien choisis.

# Correction aberrations chromatiques

Cas de deux lentilles accolées. Soient 2 rayons lumineux: 1 rouge et 1 bleu.

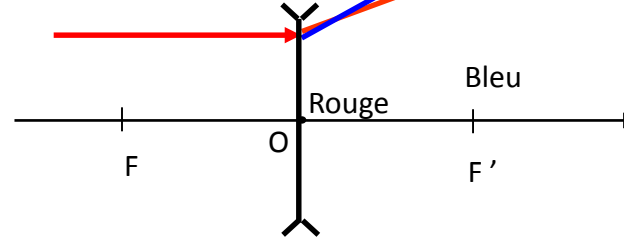
On a  $n(\lambda_b) > n(\lambda_r)$

Lentille convergente:



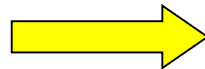
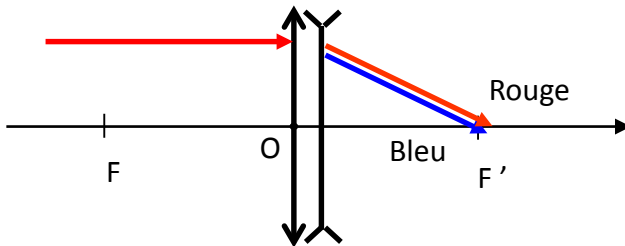
$$V_{\text{bleu}} > V_{\text{rouge}} > 0$$

Lentille divergente:



$$V_{\text{bleu}} < V_{\text{rouge}} < 0$$

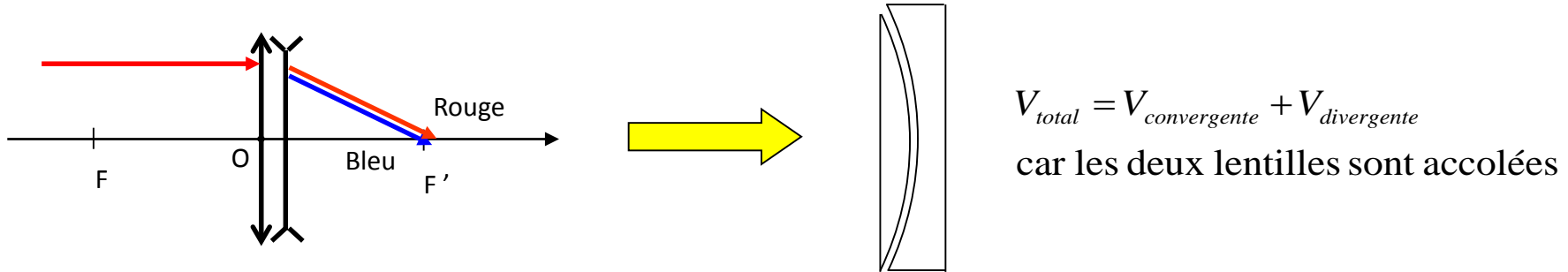
Lorsque l'on associe une lentille convergente et une lentille divergente on a compensation du chromatisme. On appelle une telle association un achromat.



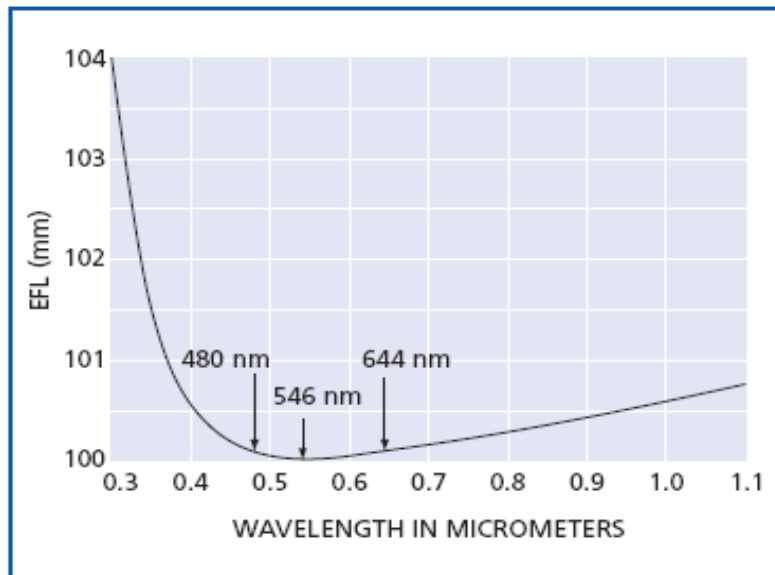
$$V_{\text{total}} = V_{\text{convergente}} + V_{\text{divergente}}$$

car les deux lentilles sont accolées

# Correction aberrations chromatiques



- Pour supprimer les aberrations chromatiques, on joue sur les paramètres suivants pour chacune des lentilles: type de verres (flint, crown...), rayon de courbure, distance focale, distance entre les 2 lentilles.



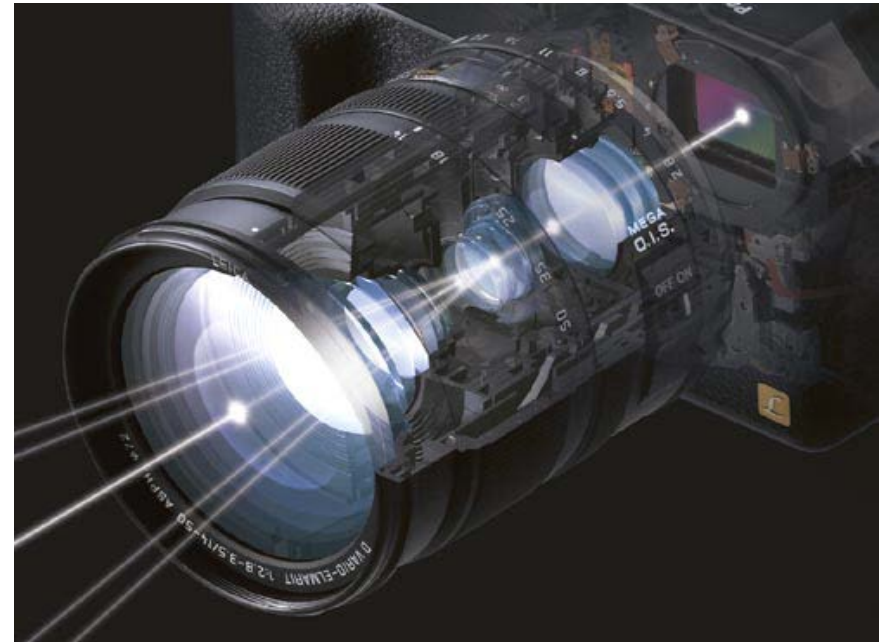
Wavelength dependence of effective focal length for nominal achromat 01 LAO 123

- Pour les achromats, la distance focale  $f'$  donnée par les constructeurs correspond à la longueur d'onde du jaune.

## 5. Exemple: Conception de systèmes optiques ...

- Compenser les aberrations
  - Outils de simulations numériques
  - Dépend des spécifications et des priorités (laser ou lumière blanche, dimension des optiques...).
  - Marche plutôt bien !
- 
- Ex 1 : Objectif appareil photo
- Ci-contre : 16 lentilles !

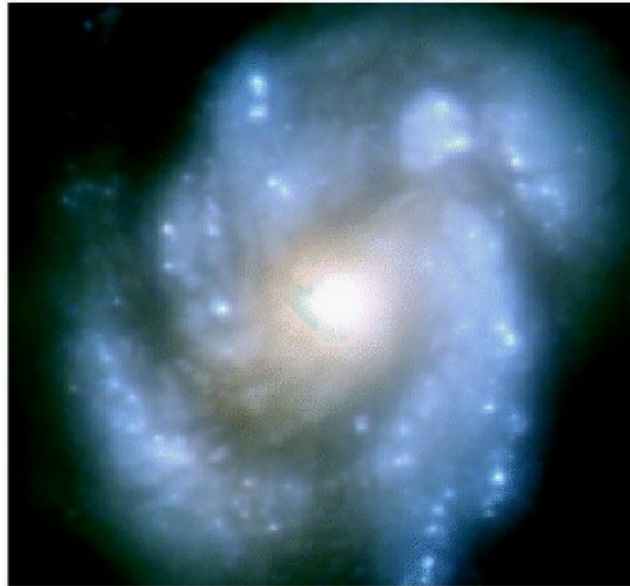
*Objectif Leica 14-50 mm/F2,8-3,5*





# Exemple: Télescope spatial Hubble.

- Lancé en 1990, 1.6 milliards \$ :  
Erreur de courbure d'un miroir => Erreur de correction de l'aberration sphérique rédhibitoire.
- 1993 : Réparation: 5 miroirs correctifs + nouvelle caméra



Avant réparation



Après

- Performances :
  - Voir une luciole à 20 000 km (en 90mn ...)
  - En distinguer 2 si éloignées de plus de 3m