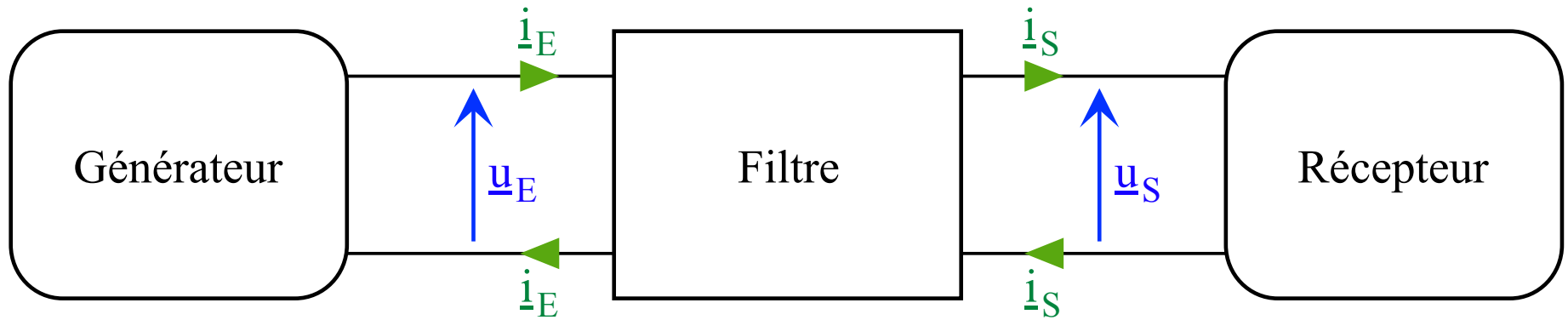


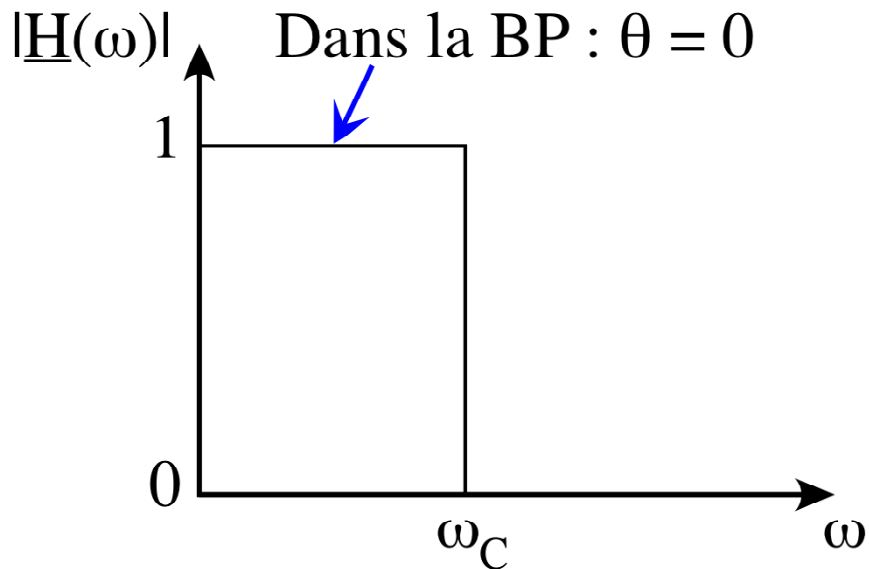
8. Les filtres

8.1. Définitions - Fonction de transfert

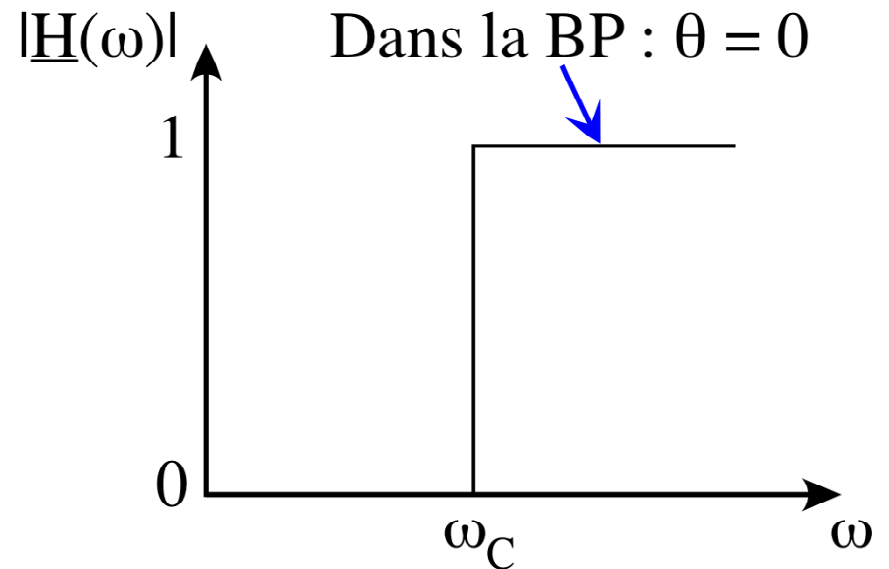


- Fonction de transfert : $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_S}{\underline{u}_E}$ (grandeur complexe)
- Gain : $G_u = 20 \log_{10} |\underline{H}(\omega)|$ (grandeur réelle)

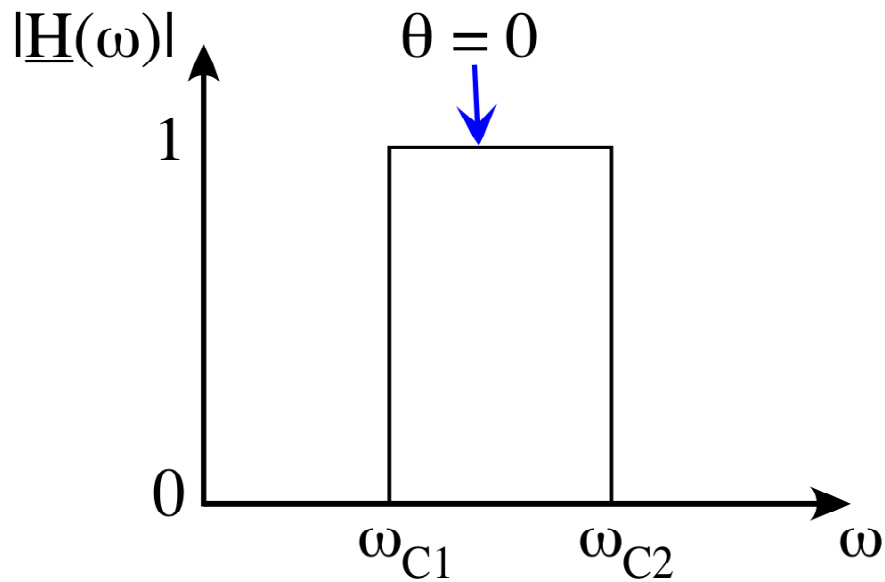
8.2. Filtre idéal



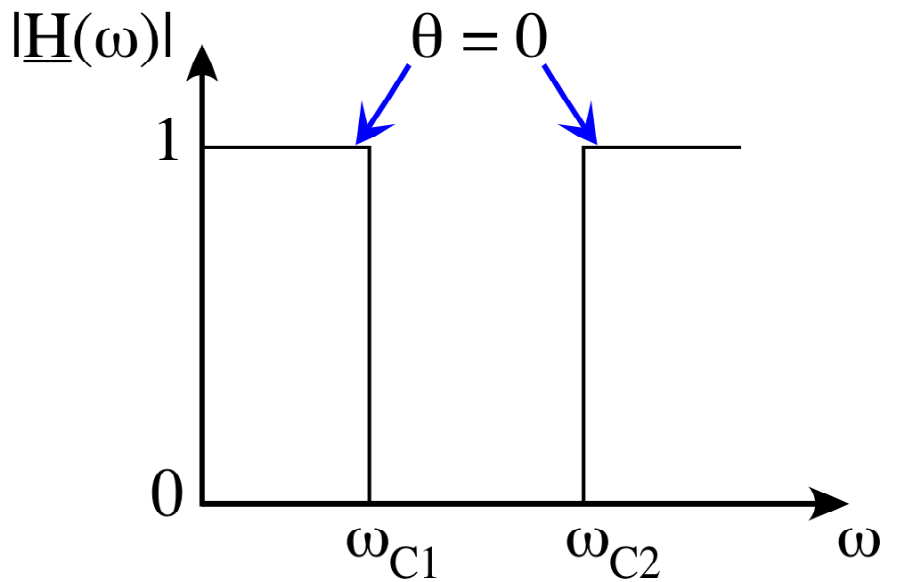
Filtre idéal **passe-bas**
Bande passante : $[0, \omega_C]$



Filtre idéal **passe-haut**
Bande passante : $[\omega_C, \infty]$

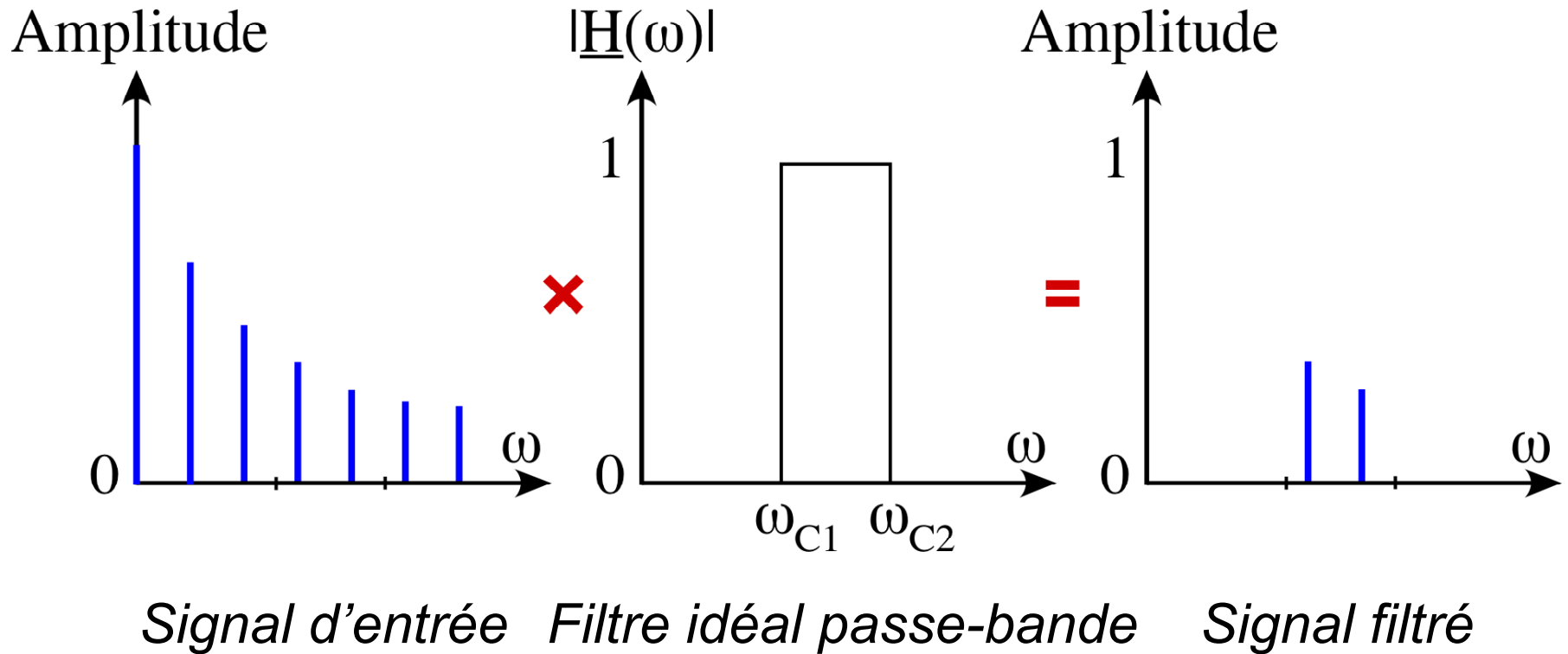


Filtre idéal **passse-bande**
 Bande passante : $[\omega_{C1}, \omega_{C2}]$



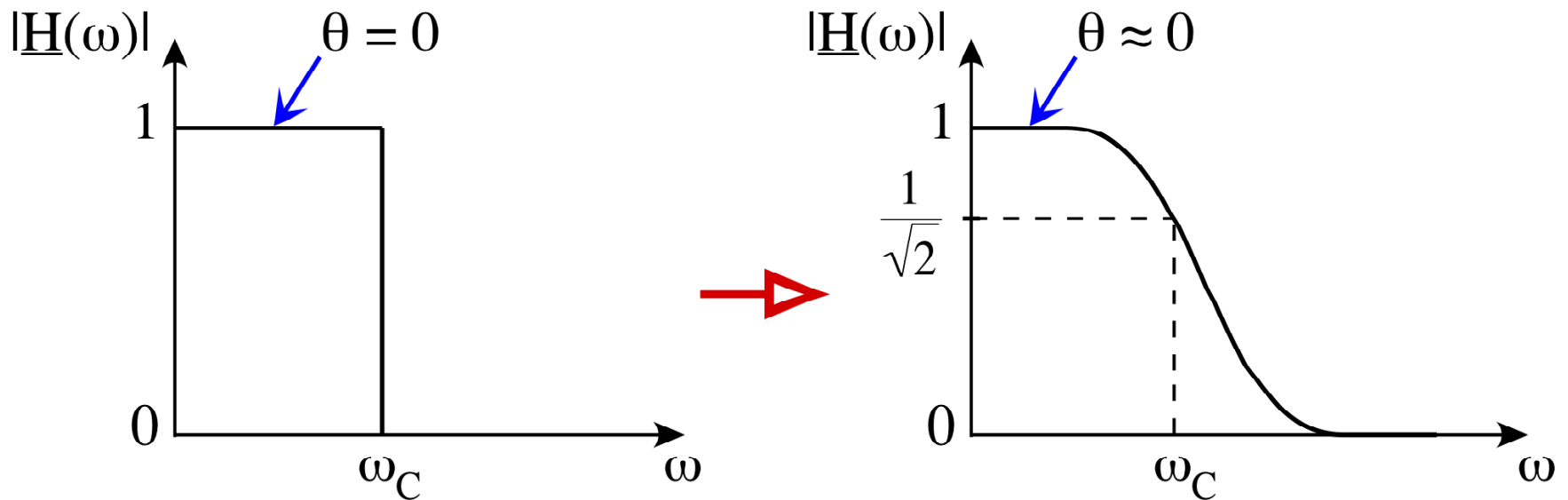
Filtre idéal **coupe-bande**
 Bande coupée : $[\omega_{C1}, \omega_{C2}]$

Exemple : signal constitué de la somme de plusieurs sinusoïdes pures, filtré par un filtre passe-bande :



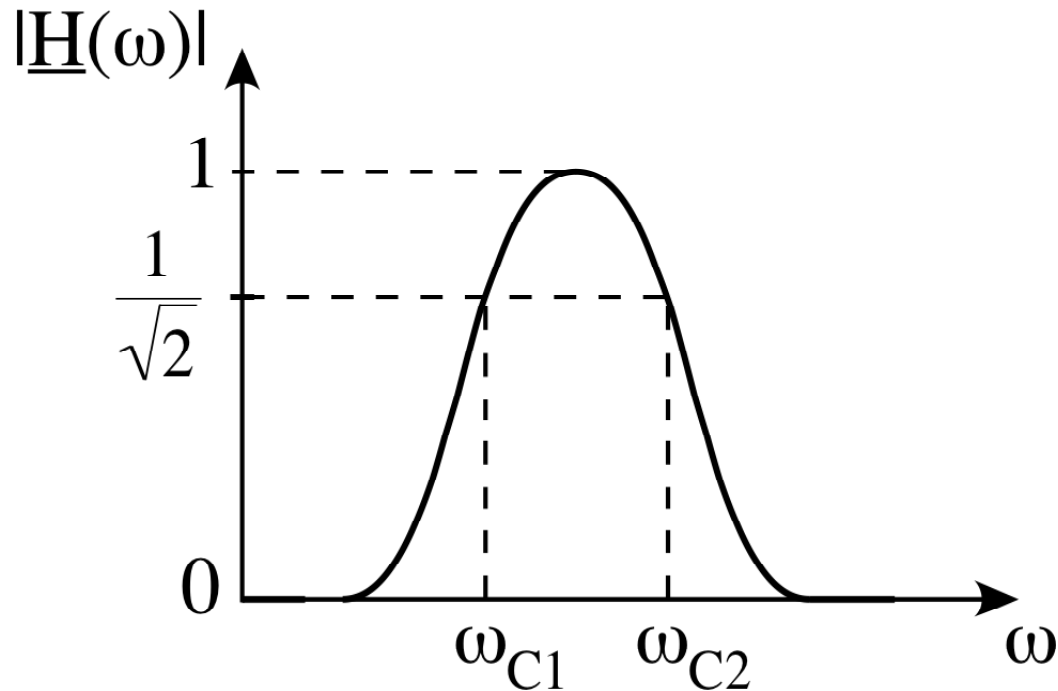
8.3. Filtre réel

Exemple : Filtre idéal passe-bas et Filtre réel réel :



Fréquence de coupure : $|\underline{H}(\omega_C)| = \frac{H_{\text{Max}}}{\sqrt{2}}$

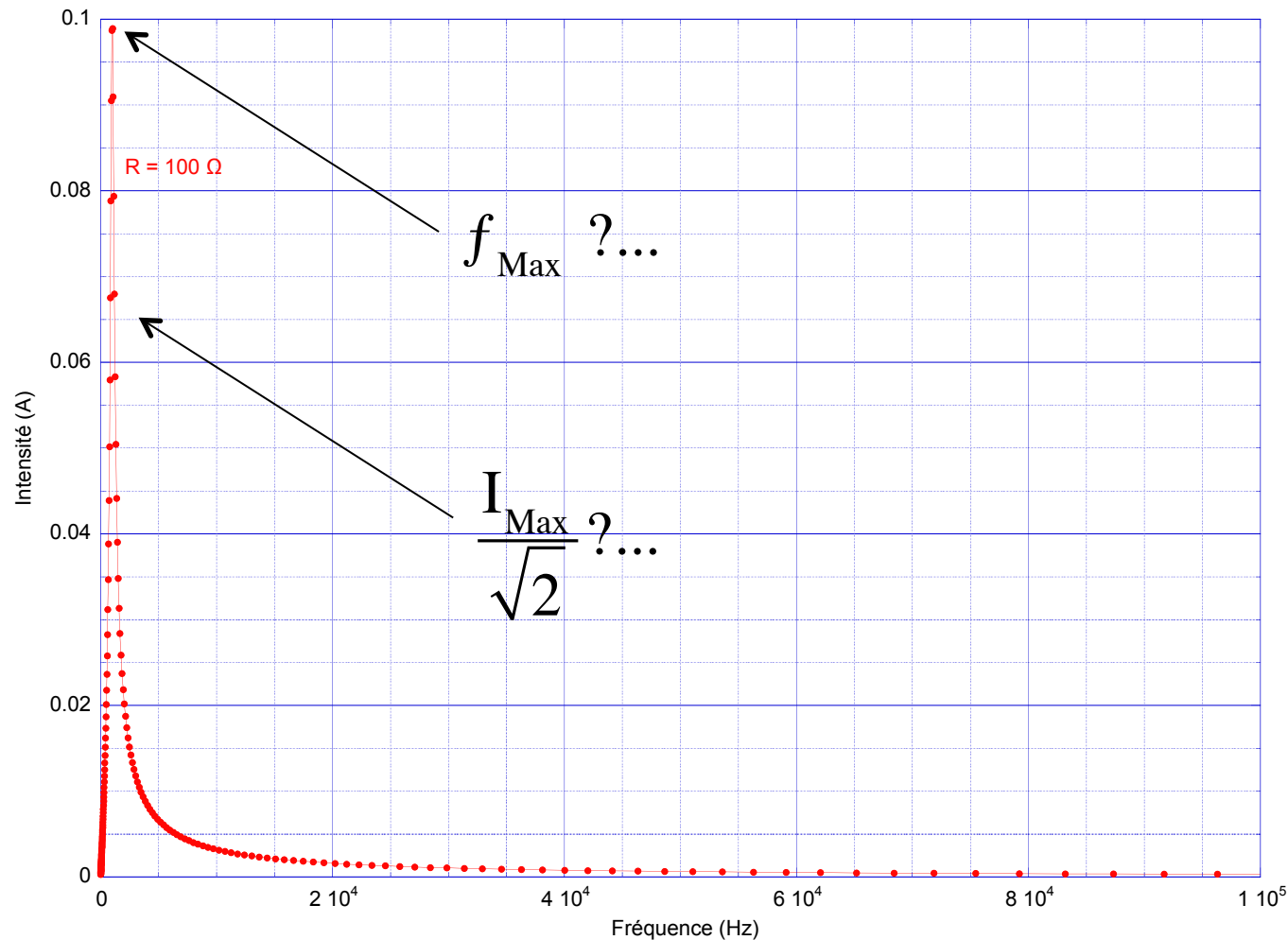
Autre exemple : Filtre **pas**se-bande réel :



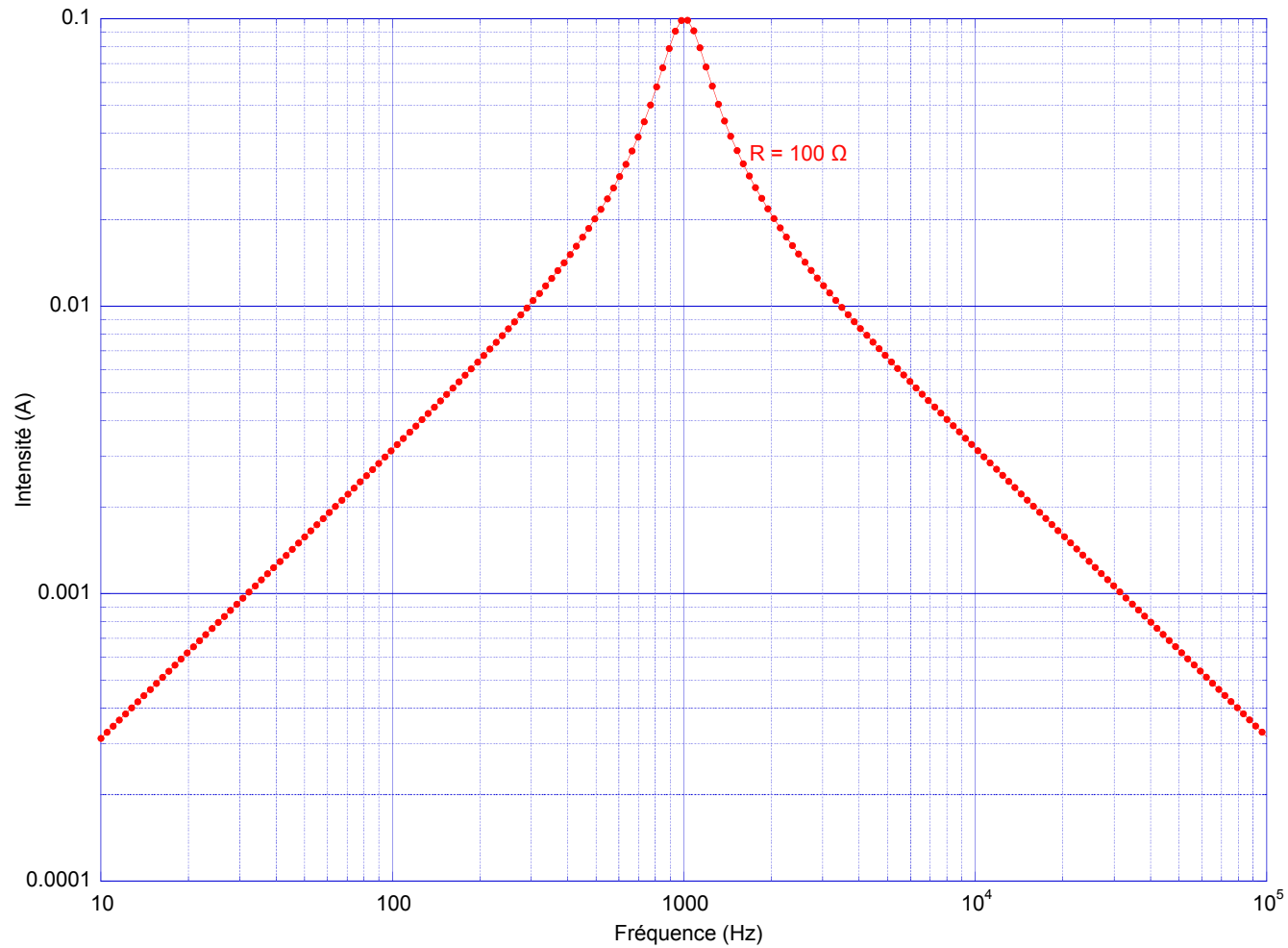
Fréquences de coupure : $|H(\omega_{C1})| = |H(\omega_{C2})| = \frac{H_{\text{Max}}}{\sqrt{2}}$

8.4. Diagramme de Bode

Résonance en intensité (RLC série) : figure peu exploitable en échelles linéaires.

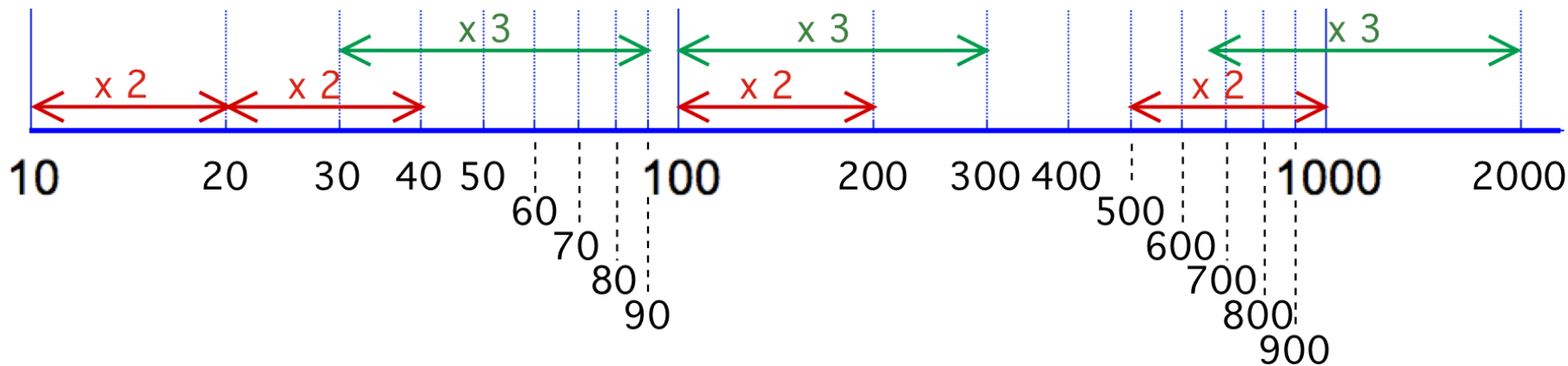


La même courbe en échelles log-log :

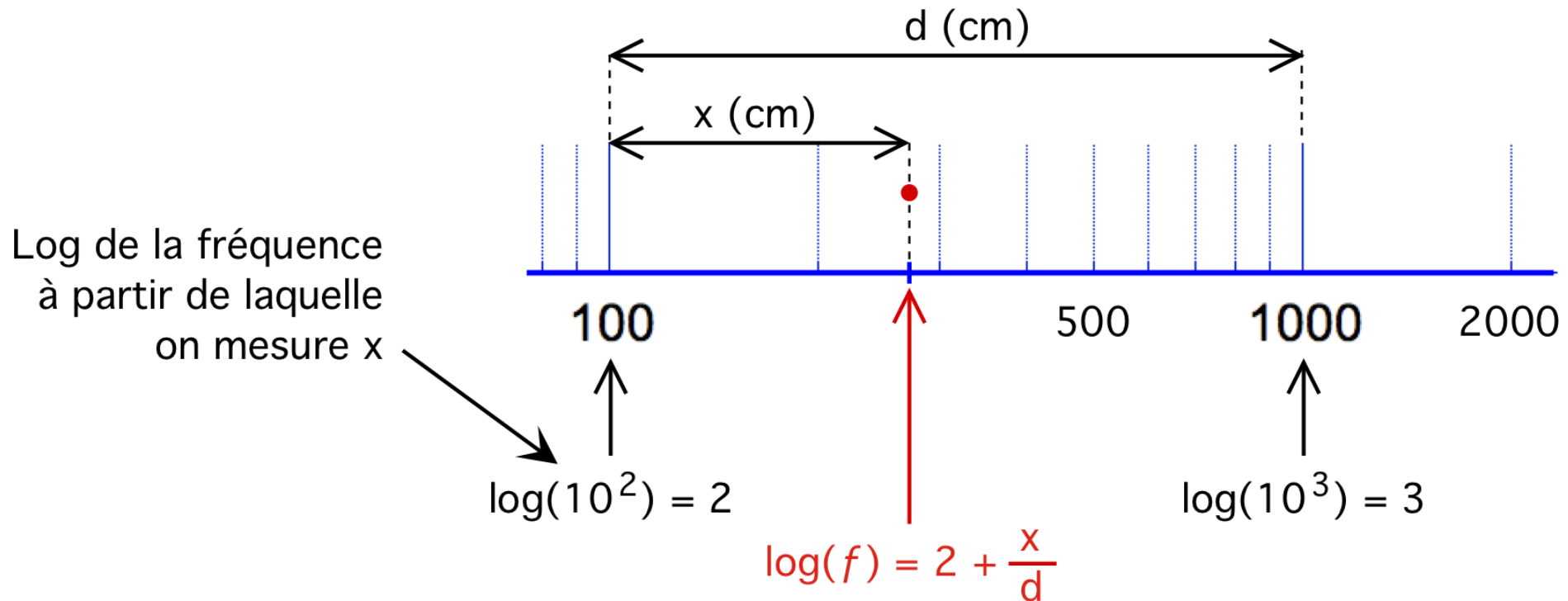


8.5. Echelle logarithmique

Manipulation des échelles log : une même distance entre 2 points correspond à un même facteur multiplicatif :



Détermination de la valeur d'un point (ici : une fréquence)
sur un graphe :



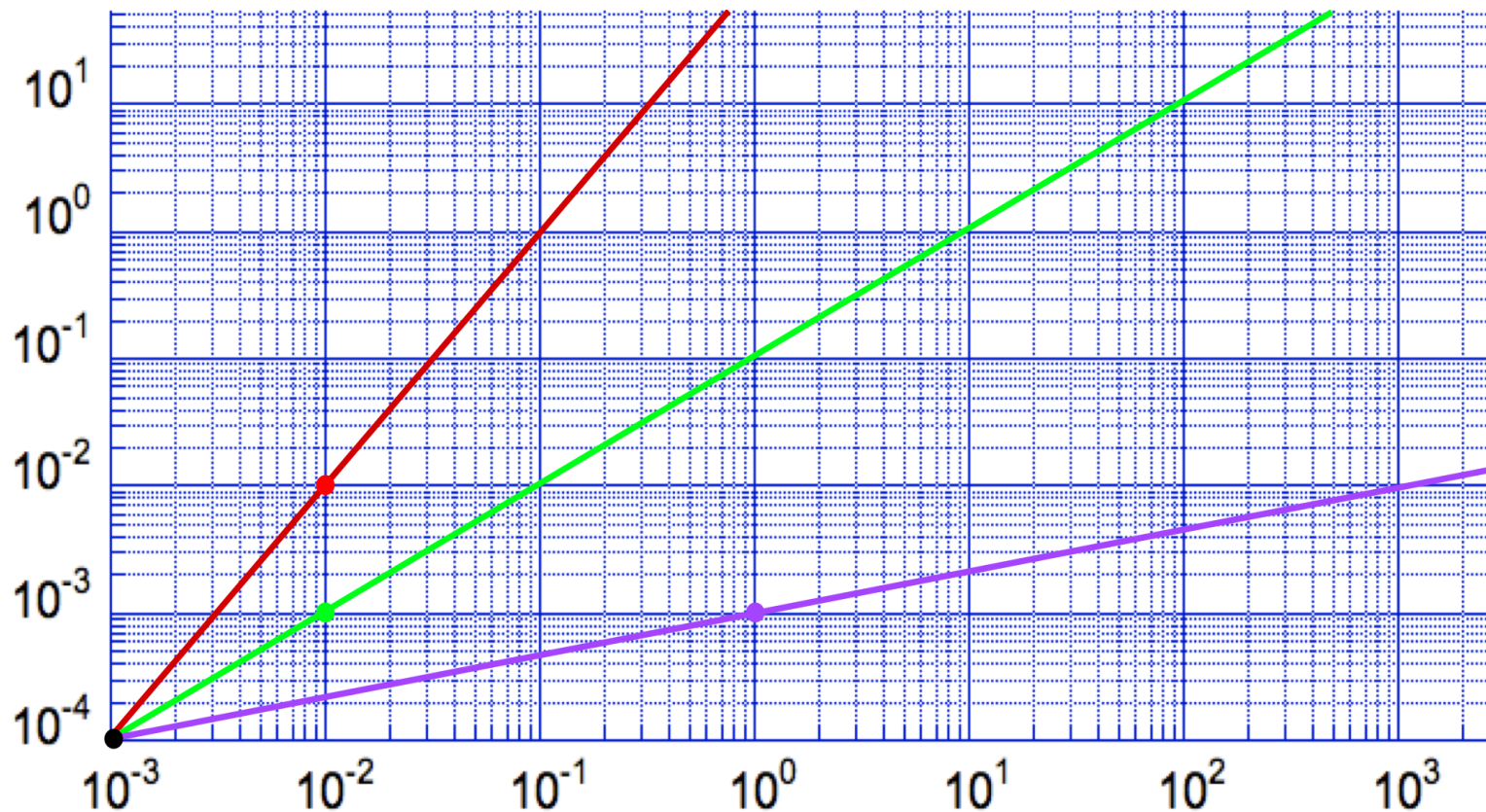
Soit : $f = 10^{[2+(x/d)]}$

Lois de puissances :

Courbe **rouge** : $Y = K X^2 \Leftrightarrow \log_{10}(Y) = K' + (2) \log_{10}(X)$

Courbe **verte** : $Y = K X^1 \Leftrightarrow \log_{10}(Y) = K' + (1) \log_{10}(X)$

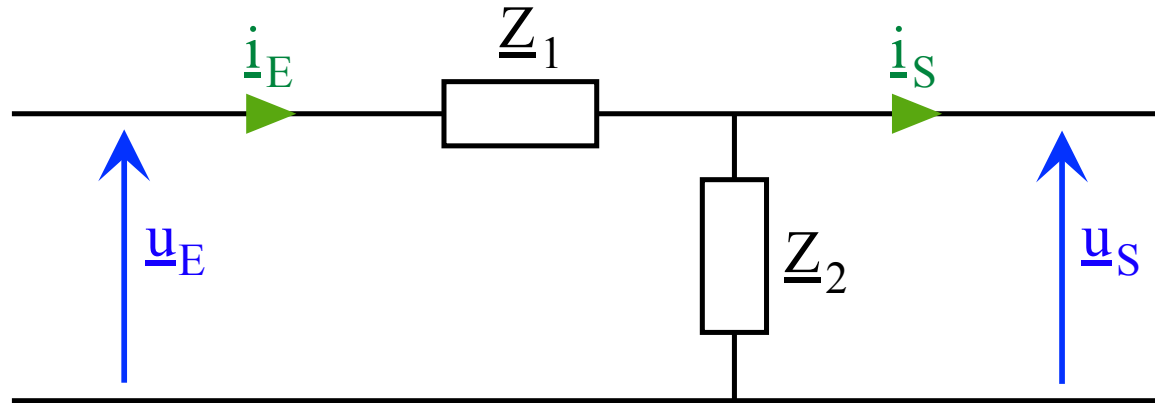
Courbe **violette** : $Y = K X^{1/3} \Leftrightarrow \log_{10}(Y) = K' + (1/3) \log_{10}(X)$



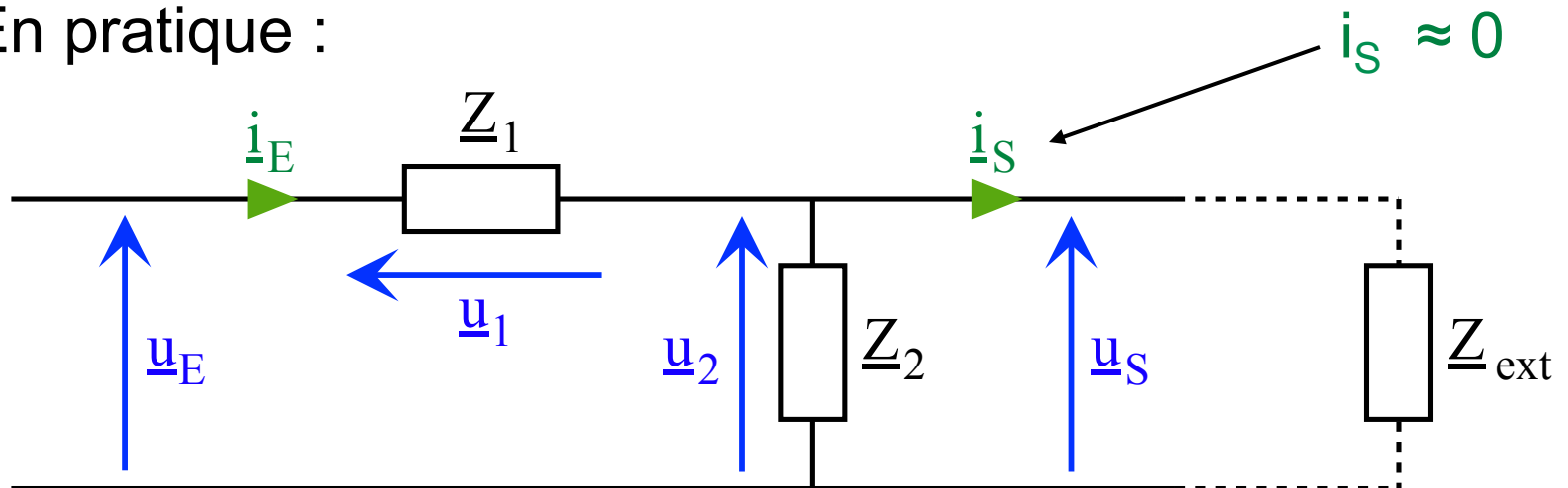
8.6. Filtres en L

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Deux dipôles \underline{Z}_1 et \underline{Z}_2

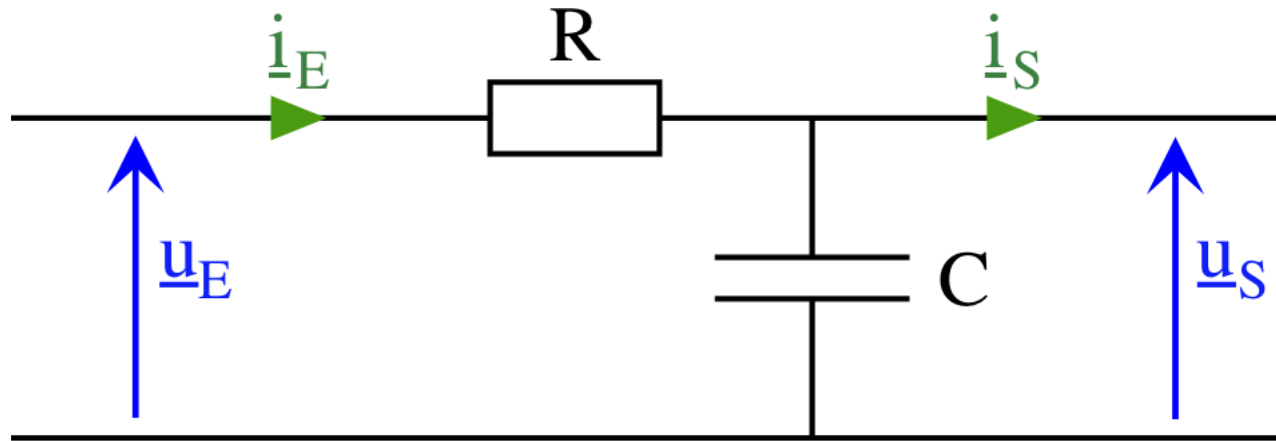


En pratique :



9. Filtre passe-bas

9.1. Fonction de transfert



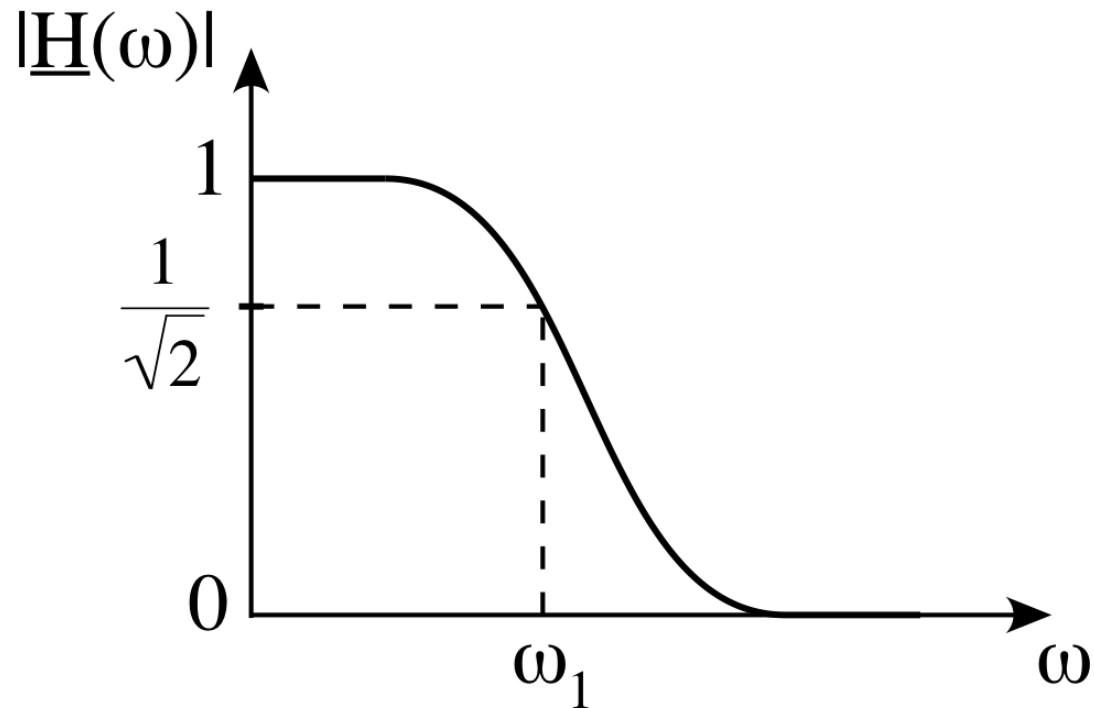
$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j(\omega / \omega_1)}$$

$$\text{Où } \omega_1 = 1/RC$$

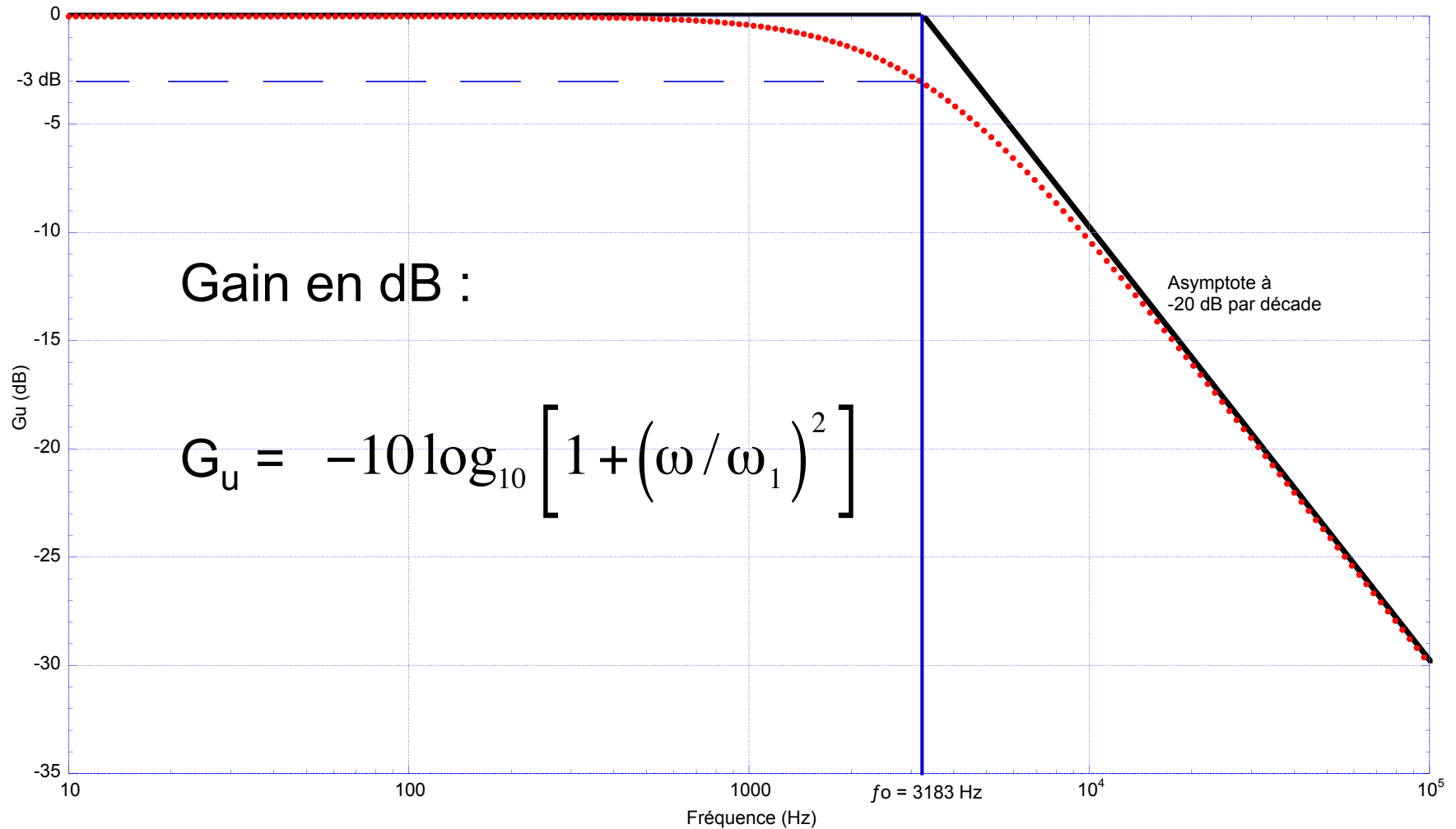
9.2. Gain

Gain :

$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_1)^2}}$$



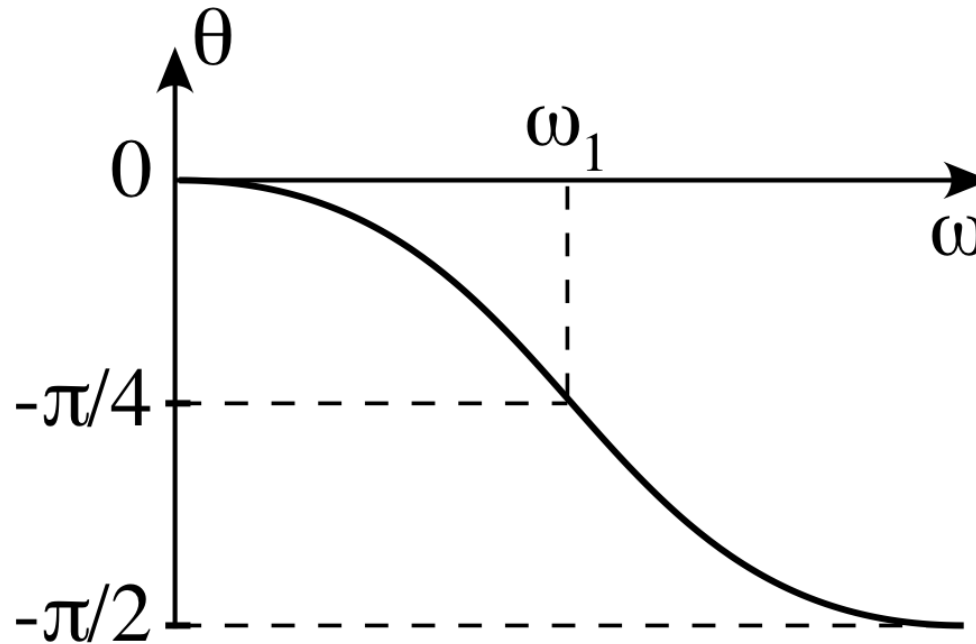
9.3. Diagramme de Bode



9.4. Déphasage

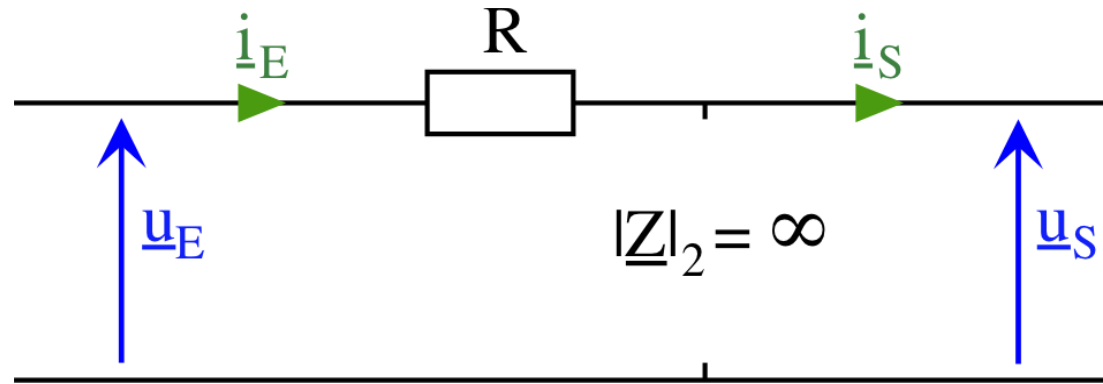
Déphasage :

$$\theta = - \text{Arc tan} (\omega / \omega_1)$$

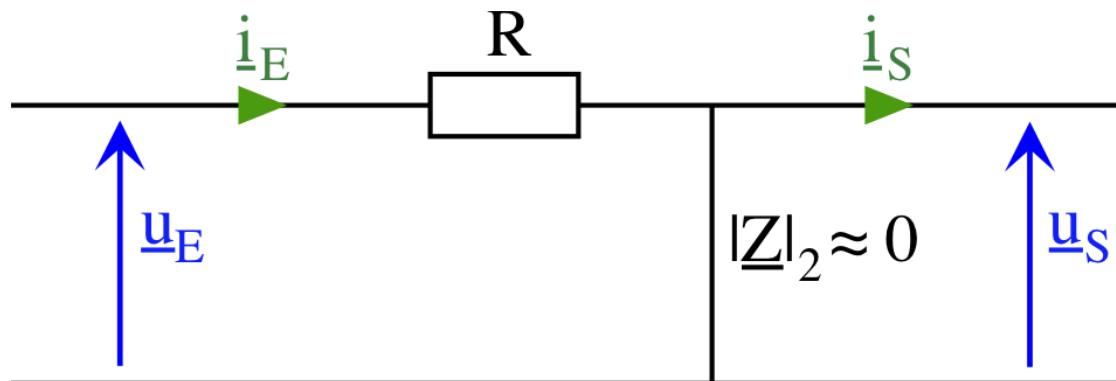


9.5. Analyse qualitative

Equivalence : filtre passe-bas à basse fréquence :
si $\underline{i}_S \approx 0$ alors $\underline{u}_S = \underline{u}_E$

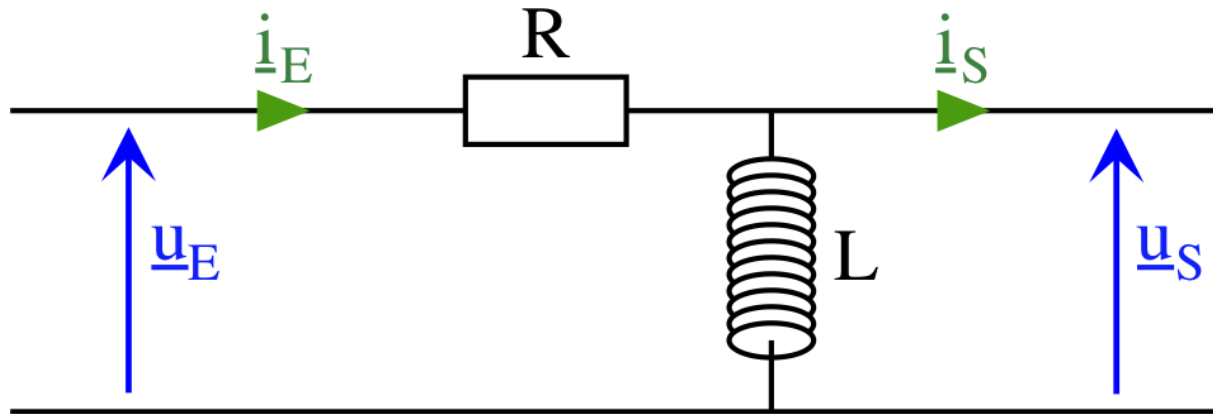


Filtre passe-bas à haute fréquence : $\underline{u}_S \approx 0$



10. Filtre passe-haut

10.1. Fonction de transfert



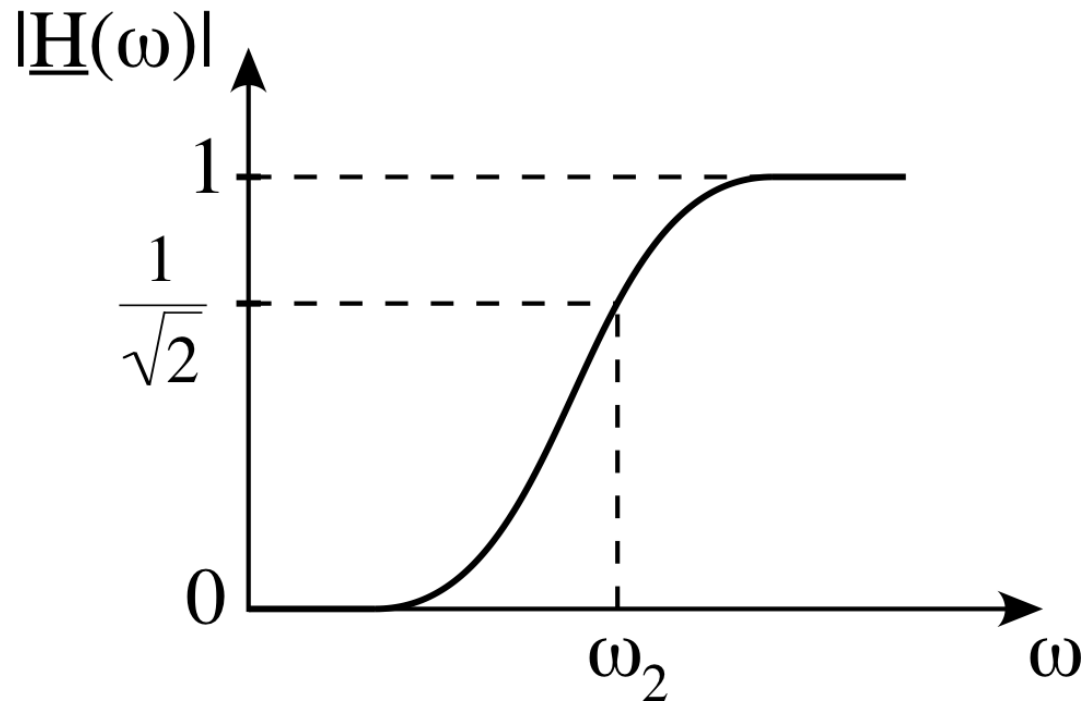
$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 - j(\omega_2 / \omega)}$$

$$\text{Où } \omega_2 = R/L$$

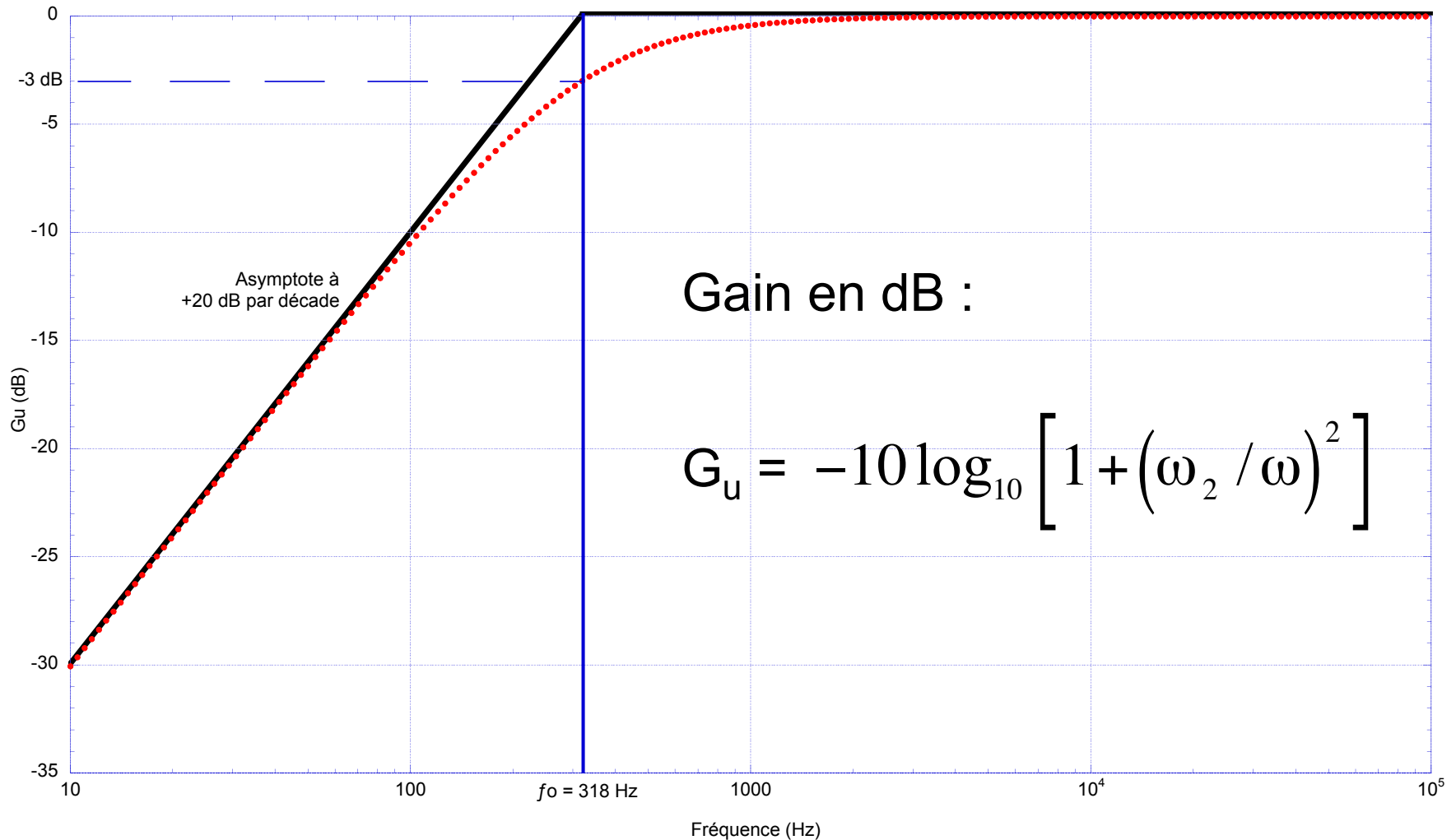
10.2. Gain

Gain :

$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_2 / \omega)^2}}$$



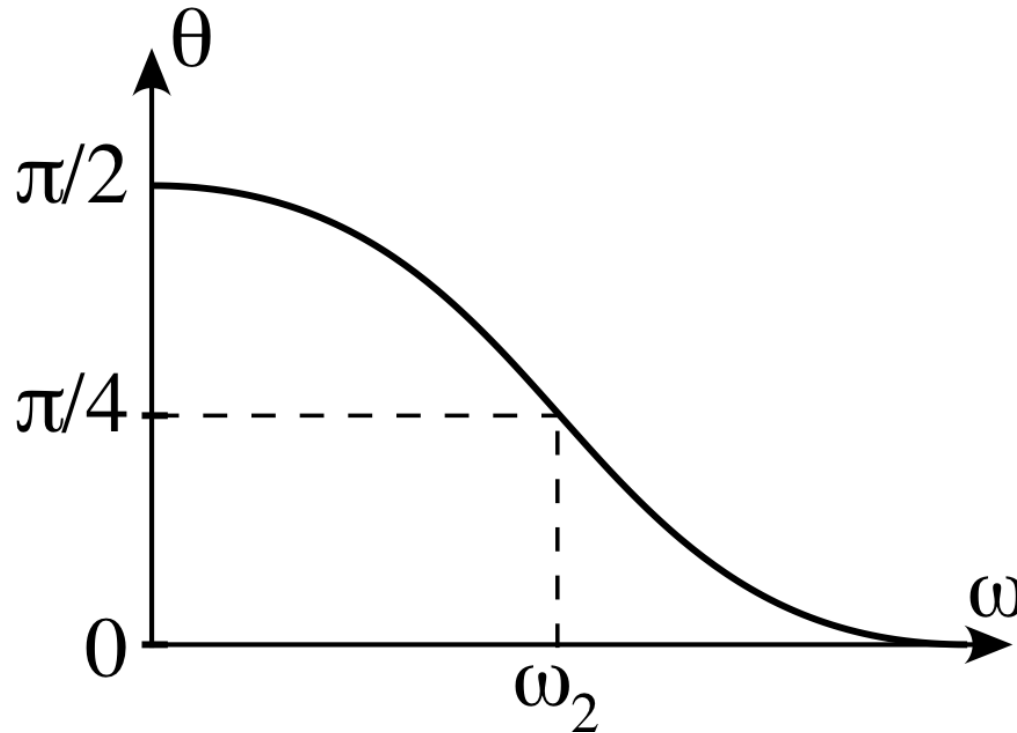
10.3. Diagramme de Bode



10.4. Déphasage

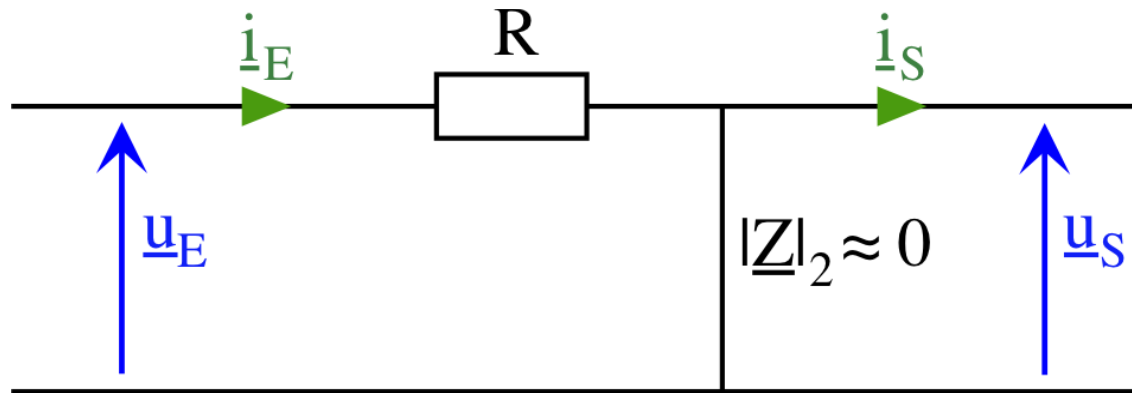
Déphasage :

$$\theta = \text{Arc tan } (\omega_2 / \omega)$$



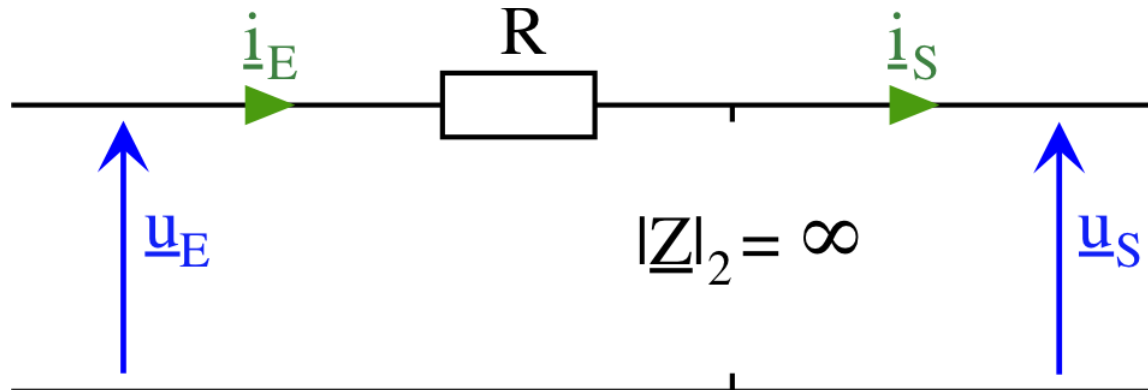
10.5. Analyse qualitative

Equivalence : filtre passe-haut à basse fréquence : $\underline{u}_S \approx 0$



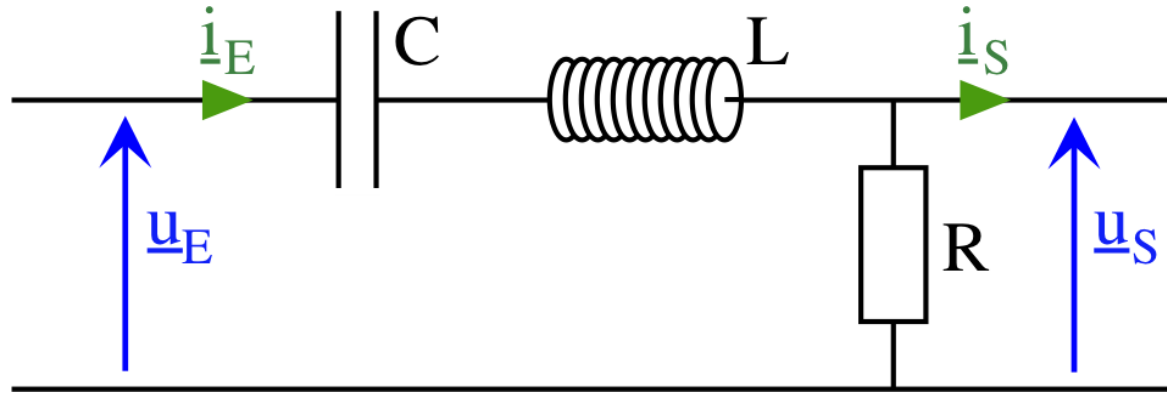
Filtre passe-haut à haute fréquence :

si $\underline{i}_S \approx 0$ alors $\underline{u}_S = \underline{u}_E$



11. Filtre passe-bande

11.1. Fonction de transfert



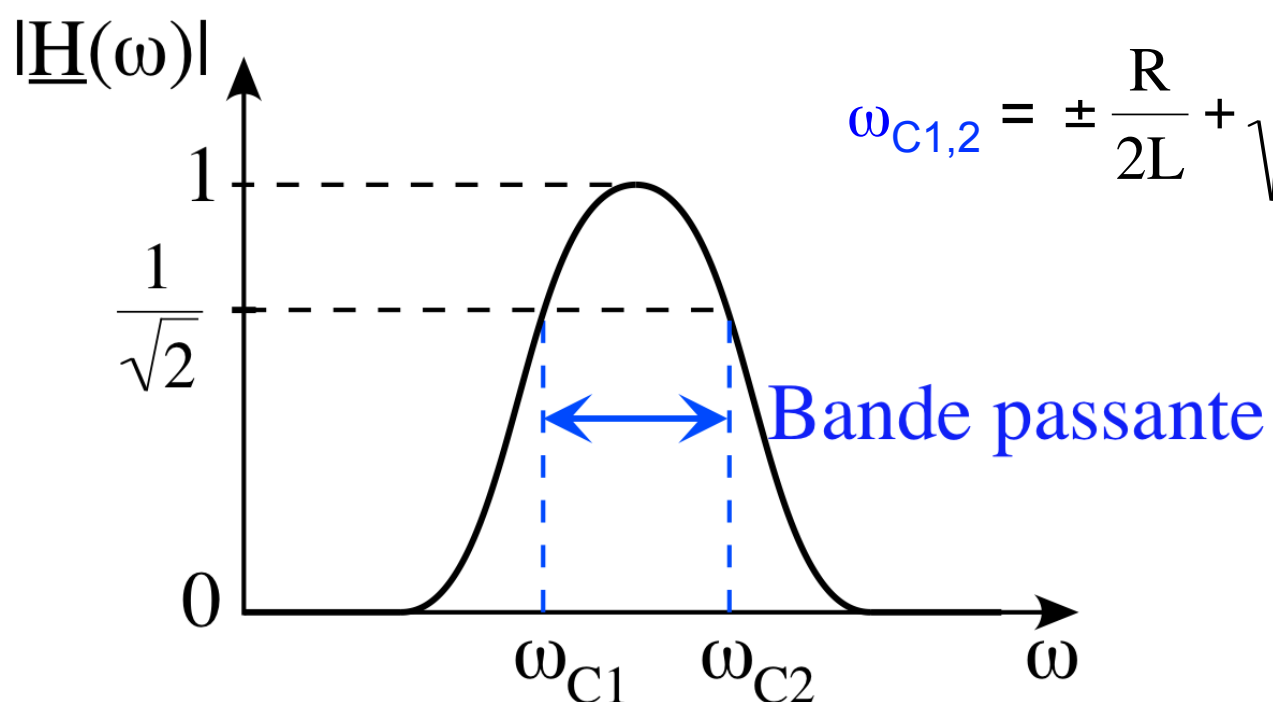
$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j \left(\frac{L}{R} \omega - \frac{1}{RC\omega} \right)} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$\text{Où } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

11.2. Gain

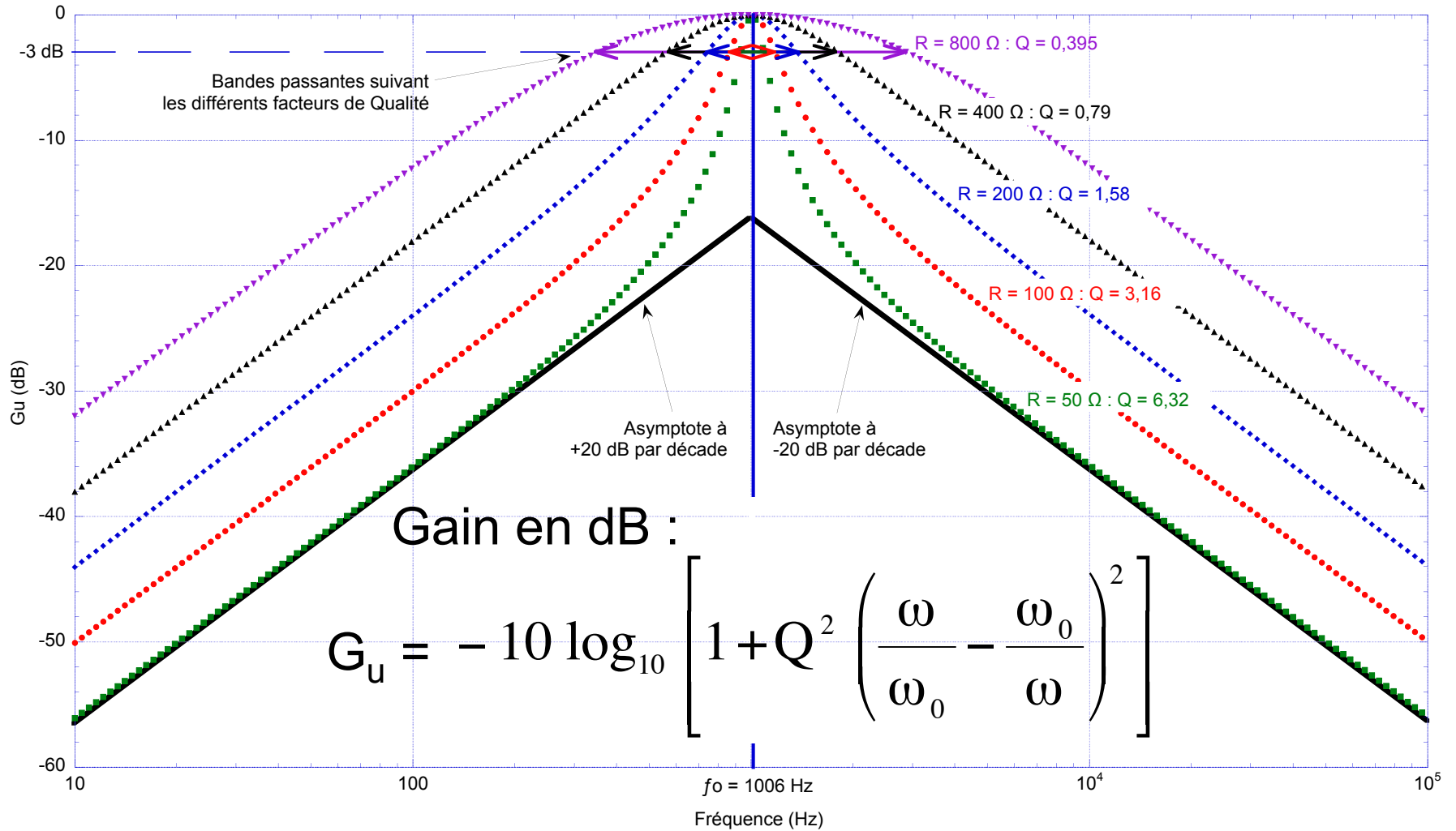
Gain :

$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$



$$\omega_{C1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L} \right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

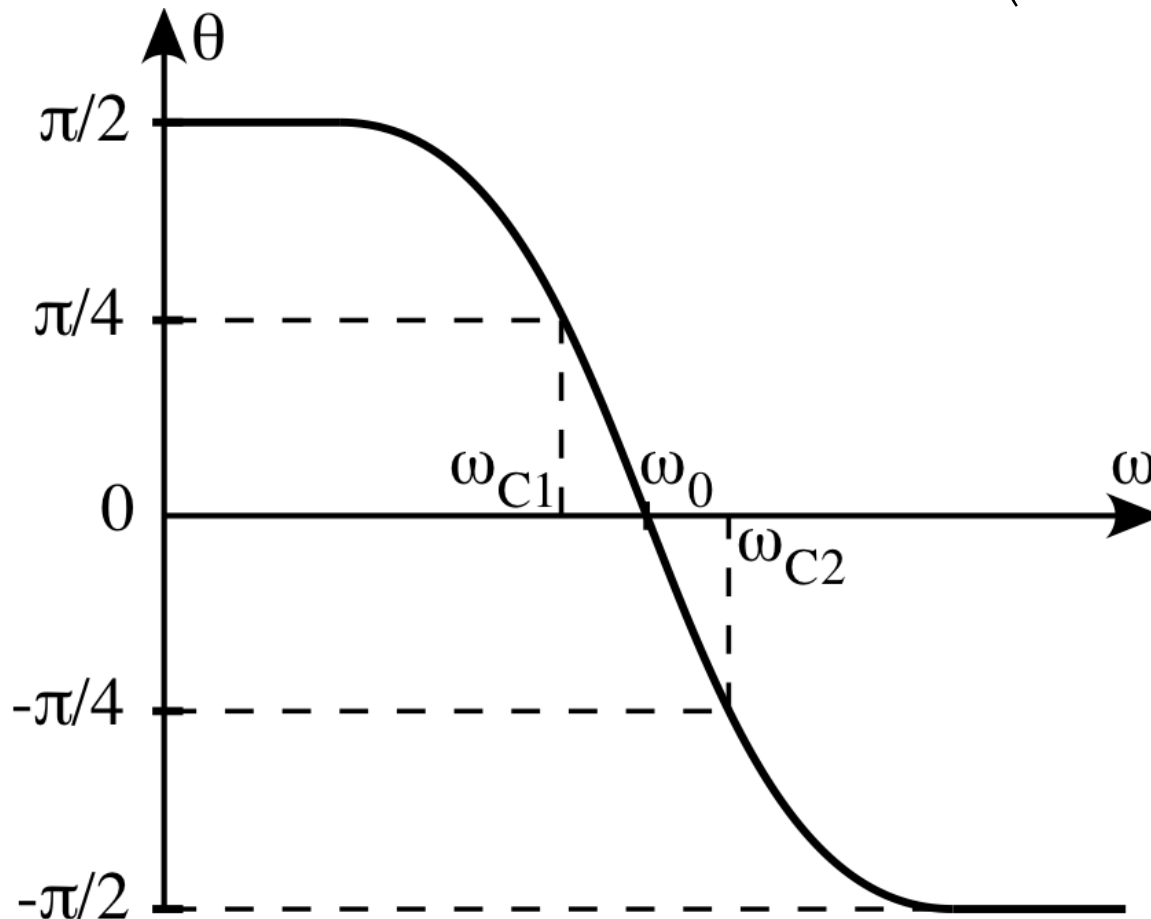
11.3. Diagramme de Bode



11.4. Déphasage

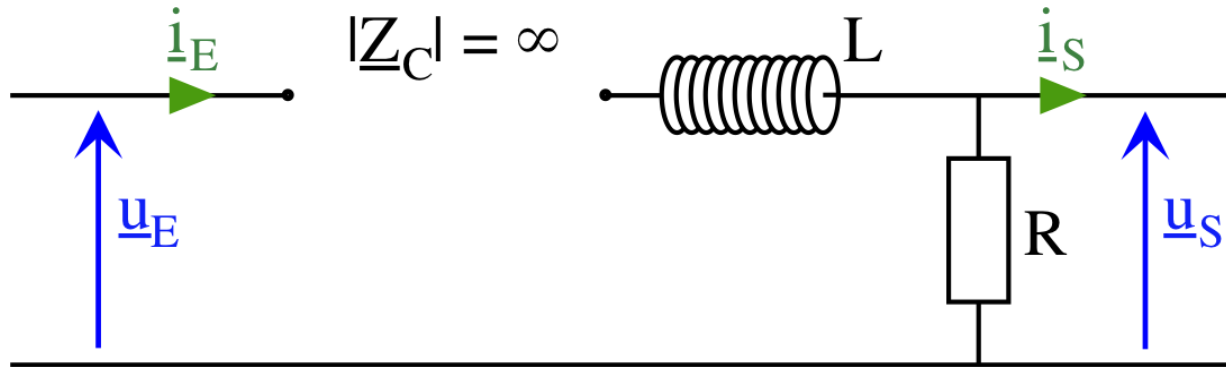
Déphasage :

$$\theta = - \text{Arc tan} \left(\frac{L}{R} \omega - \frac{1}{RC\omega} \right)$$

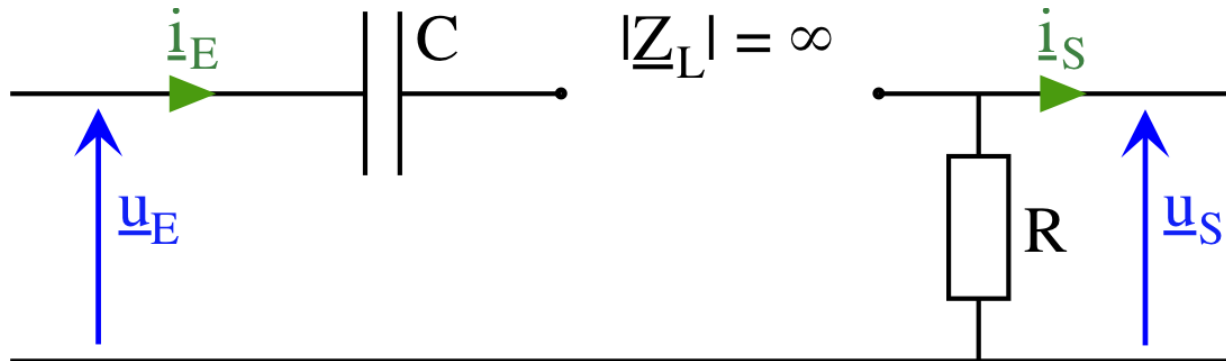


11.5. Analyse qualitative

Equivalence : Filtre passe-bande à basse fréquence : $\underline{u}_S \approx 0$



Equivalence : Filtre passe-bande à haute fréquence : $\underline{u}_S \approx 0$



Filtre passe-bande à la fréquence de résonance $\omega = \omega_0$:

$$\underline{u}_C + \underline{u}_L = 0, \text{ alors } \underline{u}_S = \underline{u}_E$$

