

Licence 1 – UE PHY202

Examen d'Optique

1ère session – 10 Mai 2017 (durée 2h)

Aucun document n'est autorisé – calculatrice, règle et rapporteur conseillés.

Le sujet comporte 4 pages plus 2 documents réponses à rendre avec la copie.

La présentation et la clarté des explications sont évaluées.

Le barème est donné à titre indicatif.

I. Tracé de rayons lumineux (~4 points)

Tracés en fin de document

2 pt

1) Compléter le tracé de rayons sur le document réponse 1. Indiquer dans chaque cas si l'objet est réel ou virtuel et si l'image est réelle ou virtuelle, droite ou inversée.

2) Un système optique comporte deux lentilles convergentes L1 et L2 :

-L1 est une lentille de distance focale $f_1=3$ cm

-L2 est une lentille de distance focale $f_2=6$ cm.

Leurs centres optiques, respectivement O_1 et O_2 , sont séparés de $\overline{O_1O_2}=9$ cm.

Un observateur, ayant une vue normale (punctum remotum à l'infini et punctum proximum à 25 cm) souhaite observer sans accommoder à travers ce système optique.

2 pt

A) Où doit se former l'image définitive A'B' donnée par l'ensemble des deux lentilles ? Où doit alors se former l'image intermédiaire A_1B_1 donnée par la lentille L1 de l'objet AB ?

B) Faire un schéma optique représentant les deux lentilles :

- Positionner les foyers des lentilles
- Trouver par construction la position de l'objet B et celle de l'image définitive B' sachant que l'image intermédiaire A_1B_1 est dirigée vers le haut de A_1 vers B_1 et a une taille de 3 cm.

II. Transmission des ondes Radio sur Terre (~6 points)

L'atmosphère de la Terre est constituée de couches sphériques dont les propriétés (pression, température, composition) varient avec l'altitude. Pour simplifier, nous ne considérerons que 2 couches : une couche inférieure neutre, la stratosphère et une couche supérieure, partiellement ionisée sous l'effet du rayonnement solaire, appelée ionosphère. La transition entre l'ionosphère et la stratosphère se trouve à une altitude H (Fig. II-1).

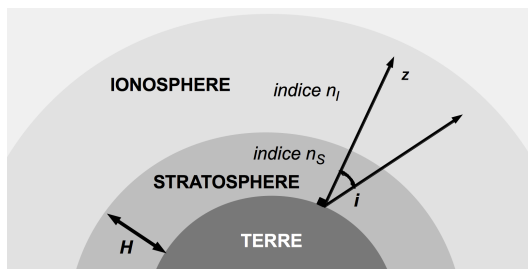


Figure II-1

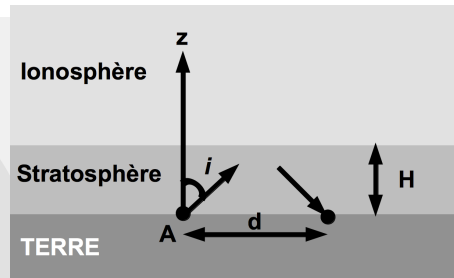


Figure II-2

On s'intéresse aux ondes radio à courte longueur d'onde (par exemple, celles utilisées par les radio amateurs) et on considère que leur propagation dans l'atmosphère terrestre obéit aux lois de l'optique géométrique.

La surface de la Terre constitue un miroir parfaitement réfléchissant pour ces ondes radio. Les couches atmosphériques, elles, sont transparentes. On note n_S l'indice correspondant à la propagation des ondes à travers la stratosphère et $n_I < n_S$ l'indice correspondant à la propagation à travers l'ionosphère.

1) Une onde radio est émise depuis le sol, selon la direction z , c'est à dire verticalement, vers le haut.

Que lui arrive-t-il ?

0.5 pt

Rép : elle arrive perpendiculairement à l'interface stratosphère / ionosphère donc elle n'est pas réfractée; une faible fraction de l'onde est réfléchi vers le sol, où elle subit de nouveau une réflexion, totale cette-fois-ci.

2) Une onde radio est émise depuis le sol, vers le haut, dans une direction faisant un angle i avec la verticale z . Quels sont les phénomènes qui se produisent à l'interface stratosphère / ionosphère ? On précisera pour chacun d'eux s'ils se produisent toujours ou sous certaines conditions seulement.

On considère désormais les couches atmosphériques comme planes (Fig. II-2)

1 pt

Rép : lorsque l'angle d'incidence sur l'interface stratosphère / ionosphère n'est pas nul, l'onde peut être réfractée ; puisqu'on est dans le cas de la propagation d'un milieu de plus fort indice vers un milieu de plus faible indice, le rayon réfracté s'écarte de la normale. La réfraction ne se produit donc que si l'angle d'incidence n'est pas plus grand que l'angle limite et elle est accompagnée d'une faible réflexion. Si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle limite, il y a réflexion totale.

3) A quelle condition sur i l'onde radio est-elle totalement réfléchi à l'interface stratosphère / ionosphère ? Application numérique : $n_I / n_S = 0.90$

1 pt

Rép : La loi de Snell Descartes s'écrit $n_S \sin i = n_I \sin r$; l'angle d'incidence limite i_{lim} correspond à $r = 90^\circ$, soit $\sin i_{lim} = n_I / n_S$ donc $i_{lim} = \arcsin(n_I / n_S)$; il y a réflexion totale si l'angle i est supérieur à i_{lim} . A.N. $i_{lim} = \arcsin(0.90) = 1.12 \text{ rad} = 64,2^\circ$

4) Une onde est émise depuis le sol dans une direction faisant un angle $i = 70^\circ$ avec la verticale. Décrire qualitativement (c'est à dire sans calculs) ce qui lui arrive.

On s'intéresse à la propagation d'une onde radio émise en un point A de la surface de la Terre, dans une direction faisant un angle $i = 70^\circ$ avec la verticale.

1 pt

Rép : On s'intéresse à la propagation d'une onde radio émise en un point A de la surface de la Terre, dans une direction faisant un angle $i = 70^\circ$ avec la verticale.

L'angle d'incidence étant plus grand que l'angle limite, elle subit une réflexion totale sur l'interface et se dirige donc vers le sol, où elle est de nouveau réfléchi, et repart vers l'ionosphère où elle subit une réflexion totale sur l'interface à condition que l'angle d'incidence soit toujours supérieur .

i_{lim} et ainsi de suite

5) A quelle distance d de A a lieu la 1ère réflexion à la surface de la Terre ? Application numérique : on suppose $H = 250$ km. Que vaut d ?

1 pt

Rép : $\tan i = d / 2H$ donc $d = 2 H \tan i$; A.N. : $d = 200 \tan(70^\circ) = 1374$ km

6) On suppose que la vitesse de propagation de l'onde dans la stratosphère est $c_s = 300\,000$ km/s. Quel temps faut-il à l'onde pour atteindre ce point de 1ère réflexion.

1 pt

Rép : jusqu'à atteindre l'ionosphère, l'onde parcourt la distance L telle que $H/L = \cos i$ donc $L = H/\cos i$

Le temps total de parcours jusqu'à la 1ère réflexion au sol est donc $t = 2L / c = 2 H / c \cos i$

A.N. : $t = 500 / [300\,000 * \cos(70)] = 4.9$ ms

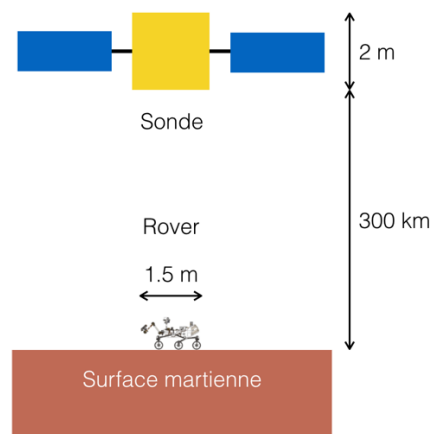
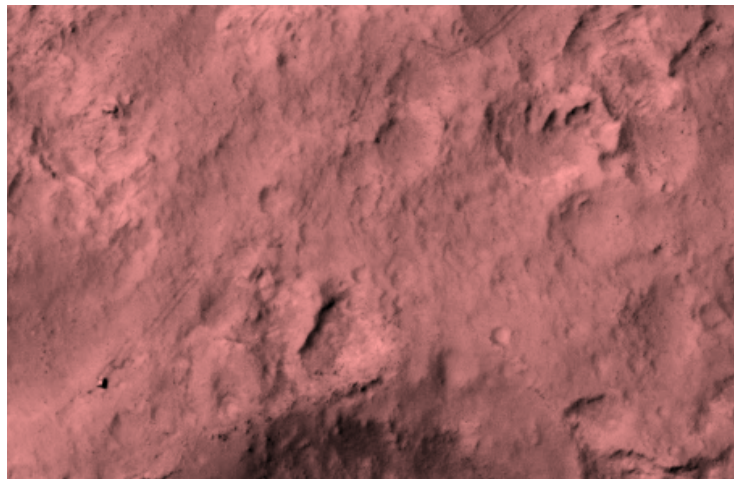
7) Quelle est la vitesse de propagation c_I des ondes radio dans l'ionosphère ?

0.5 pt

Rép : $c_{\text{milieu}} = c_{\text{vide}} / n_{\text{milieu}}$ donc $c_I = c_s \cdot n_I$; A.N. : $c_I = 300\,000 / 0.90 = 333\,333$ km/s → résultat évidemment surprenant puisqu'on obtient une vitesse supérieure à c . En fait, pas de panique, l'indice est défini à partir de la **vitesse de phase** et non pas de la vitesse de groupe !

NB : Ce résultat déconcertant ne doit pas vous inquiéter ; il vient de ce que l'on désigne par « la vitesse de propagation des ondes dans l'ionosphère », question qui dépasse largement les limites de votre cours d'optique !

III- Observer un Robot sur Mars (~10 points)



Contexte : Une sonde spatiale est en orbite à 300 km au-dessus de Mars. On l'utilise notamment pour suivre la progression d'un rover posé à la surface de la planète à la verticale de la sonde. Le rover fait 1,5 m de long, et la sonde fait 2 m de haut.

Pour photographier le rover, la sonde utilise un dispositif optique formé d'une ou plusieurs lentilles, ainsi que d'un capteur carré de 4 millions de pixels (2000 sur chaque côté). Chaque pixel est un carré de 15 microns de côté (Rappel : 1 micron = 10^{-6} m).

1- Quelle est la taille angulaire θ exprimée en radians du rover vu depuis la sonde ? Pouvez-vous raisonnablement faire « l'approximation des petits angles » (que vous préciserez) dans le reste de l'exercice ?

1 pt

Rep : $1,5/3e5 = 5e-6$ rad. L'approximation des petits angles permet d'écrire $\theta \approx \tan \theta \approx \sin \theta$ (attention : θ en radian). Il faut pour cela que θ soit suffisamment petit (1% d'erreur entre θ et $\tan \theta$ pour $\theta \sim 0.17$ rad ~ 10 degrés). C'est bien le cas ici.

2- On pense d'abord utiliser une seule lentille convergente, L , de focale f' pour photographier le rover. On note AB la taille du rover, $A'B'$ la taille de son image, p et p' les distances algébriques de la lentille au rover, et de la lentille à l'image.

1 pt

0.5 pt

a. Quelles relations existent entre AB , $A'B'$, $|p|$, $|p'|$ et θ ?

Rep : $\theta \approx \tan \theta = AB / |p| = A'B' / |p'|$

b. Que vaut $|p'|$ si l'image du rover occupe 3 pixels du capteur ?

Rep : $|p'| = A'B' / \theta$; A.N. : $|p'| = 3 \times 15e-6 / 5e-6 = 9$ m

c. Quelle relation existe entre p , p' et f' ? Que vaut $|p|$? Justifier le fait que l'on puisse considérer le rover comme étant un objet à l'infini vis-à-vis de la lentille L . En déduire la focale f' . Que pensez-vous de la faisabilité de ce dispositif ?

1 pt

Rep : formule de conjugaison : $1/p' - 1/p = 1/f'$; avec $|p| = 300$ km et $|p'| = 9$ m on a $-1/p \ll 1/p'$ et $1/p' = 1/f'$; l'objet rover est à l'infini pour la lentille L et son image se forme dans le plan focal image. On a donc $f' = 9$ m ; or placer le capteur à 9 m de la lentille n'est pas possible vue la taille de la sonde.

3- On s'intéresse maintenant à un système formé de deux lentilles. La focale de la première lentille, L_1 , est $f'_1 = 50$ cm. Quelle est la taille A_1B_1 de l'image du rover formée par L_1 ?

Question bonus : quel serait la taille d'un carré de surface martienne dont l'image par L_1 remplirait tout le capteur ?

1 pt

Rep : A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1 ; on a donc $A_1B_1 = f'_1 \theta$;

A.N. : pour le rover $A_1B_1 = 0,5 \times 5e-6 = 2,5$ μ m donc une fraction de pixel ;

Si on conserve la question Bonus [...] : à A_1B_1 correspond un angle $\theta_1 = A_1B_1 / f'_1$ et un objet de taille $AB = \theta_1 D$ ou $D = 300$ km est la distance surface de Mars – sonde ; soit $AB = A_1B_1 (D/f'_1)$. AN : $AB = 2000 \times 15e-6 \cdot (3e5 / 0.5) = 18$ km

Bonus :
0.5 pt

Tracé :
1 pt

4- On agrandit l'image formée par L_1 à l'aide d'une lentille divergente L_2 . Complétez le tracé de rayons sur le document réponse 2. En déduire une relation entre les distances O_2A_1 et O_2A_2 , et les tailles A_1B_1 et A_2B_2 . Par quel facteur γ la lentille L_2 devrait-elle agrandir l'image intermédiaire A_1B_1 pour que l'image A_2B_2 qu'elle forme occupe 3 pixels du capteur ? En déduire la relation entre les distances O_2A_1 et O_2A_2 .

1 pt

Rep : Les images A_1B_1 et A_2B_2 sont vues sous le même angle depuis le centre O_2 de la lentille L_2 donc $O_2A_2 / O_2A_1 = A_2B_2 / A_1B_1 = \gamma$.

AN : $A_1B_1 = 2,5$ μ m et on veut $A_2B_2 = 3 \times 15$ μ m donc $\gamma = 45 / 2.5 = 18 = O_2A_2 / O_2A_1$

5- Pour des raisons d'encombrement à l'intérieur de la sonde, la distance entre L_1 et le capteur est $O_1A_2 = 1.35$ m. En utilisant la relation entre O_2A_1 et O_2A_2 , et le fait que $O_1A_2 = O_1A_1 - O_2A_1 + O_2A_2$, calculez O_2A_2 et O_2A_1 . Utilisez ensuite la relation de conjugaison pour calculer la focale f'_2 de la lentille L_2 .

1 pt

Rep : $O_2A_2 - O_2A_1 = O_2A_2 (1 - 1/\gamma) = O_1A_2 - O_1A_1 = O_1A_2 - f'_1$ donc $p'_2 = O_2A_2 = (\gamma / \gamma - 1) \cdot (O_1A_2 - f'_1)$ et $p_2 = O_2A_1 = O_2A_2 / \gamma$

1 pt

relation de conjugaison : $1/p'_2 - 1/p_2 = 1/f'_2$ soit $f'_2 = p_2 p'_2 / (p_2 - p'_2)$

A.N. : $p'_2 = O_2A_2 = (18/17) \cdot (1,35 - 0,5) = 0,9$ m ; $p_2 = O_2A_1 = 0,9 / 18 = 0,05$ m = 5 cm ; $f'_2 = -0,05 \times 0,9 / 0,85 = 5,29$ cm

- 6- Où devrait se situer l'image A_1B_1 pour que L_2 forme une image à l'infini ? Quelle serait alors la taille angulaire θ_2 du rover vu à travers le dispositif si une personne (humaine) pouvait regarder à travers celui-ci ? En déduire le grossissement qu'aurait le dispositif. Serait-il suffisant pour distinguer le rover, sachant que l'acuité visuelle humaine est de $1/60^\circ$?

1.5 pt

Rep : Pour que L_2 forme une image à l'infini, l'image intermédiaire A_1B_1 doit se situer dans le plan focal objet de L_2 . La taille angulaire θ_2 du rover vu à travers le dispositif est alors $\theta_2 = A_1B_1 / f_2'$; A.N. $\theta_2 = 2,5 \text{ e-}6 / 5,29 \text{ e-}2 = 4.7\text{e-}5 \text{ rd} = 0,0027^\circ = 0,16$ fois l'acuité visuelle humaine (donc pas visible à l'oeil nu).

Question bonus : Le champ de vue offert par ce dispositif est égal à la taille angulaire sous laquelle la seconde lentille est vue depuis la première. La seconde lentille ayant un diamètre de 10 mm, calculez le champ de vue de la lunette, et déterminez la taille effective du terrain que l'on pourrait observer.

Bonus :
0.5 pt

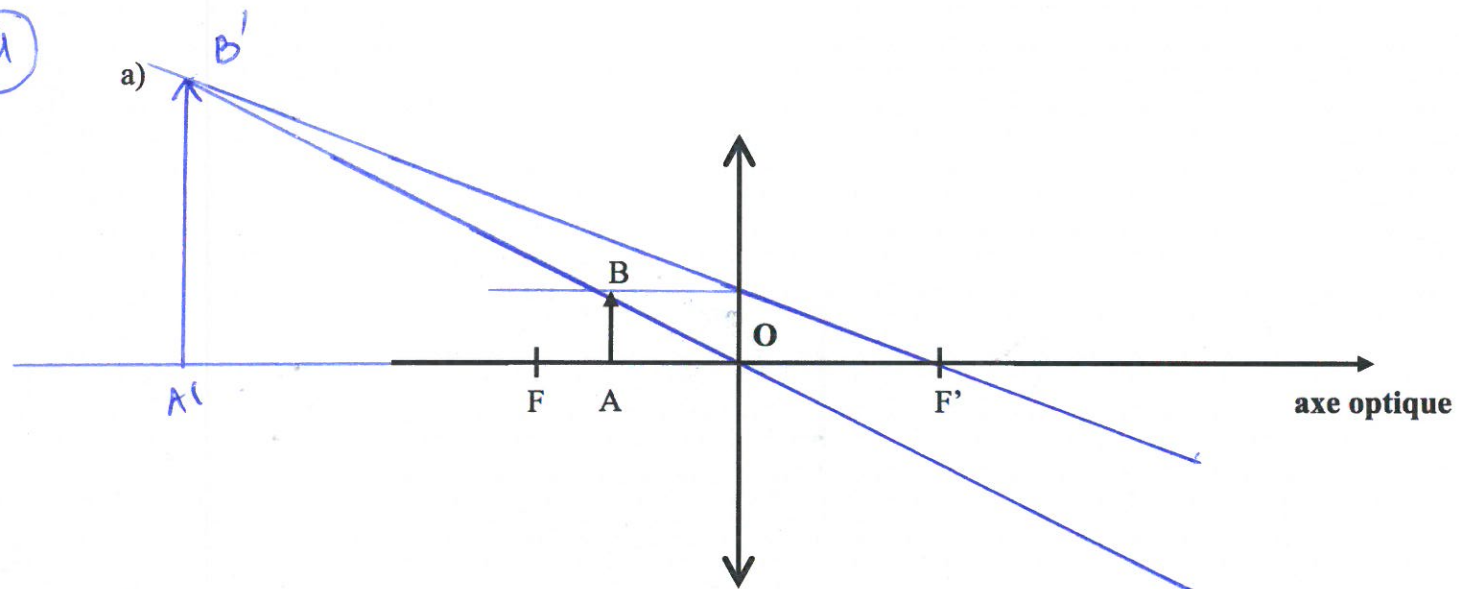
Rep : La taille angulaire α sous laquelle la seconde lentille est vue de la première est $\alpha = D_{L2} / O_1O_2$, et la taille D du terrain est $D = \tan(\alpha) * |p| \sim \alpha * |p|$.
A.N. : $D_{L2} = 10\text{mm}$, $O_1O_2 = 0.45\text{m}$, $\alpha = 0.0222 \text{ rad}$, soit 1.27° , et $D = 6.66 \text{ km}$

Exo I

Numéro d'étudiant :

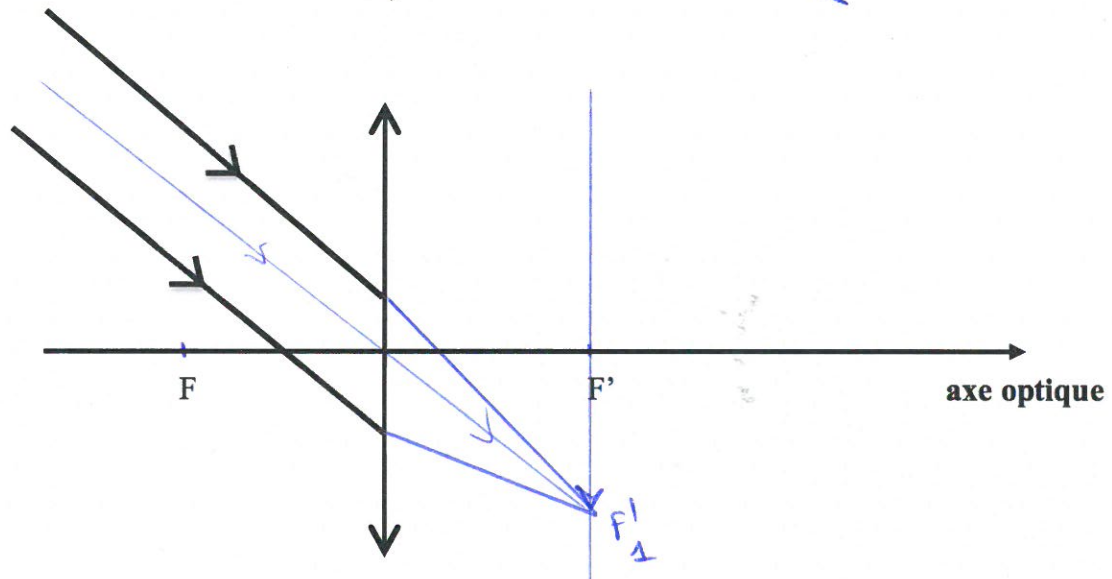
Document réponse 1

①



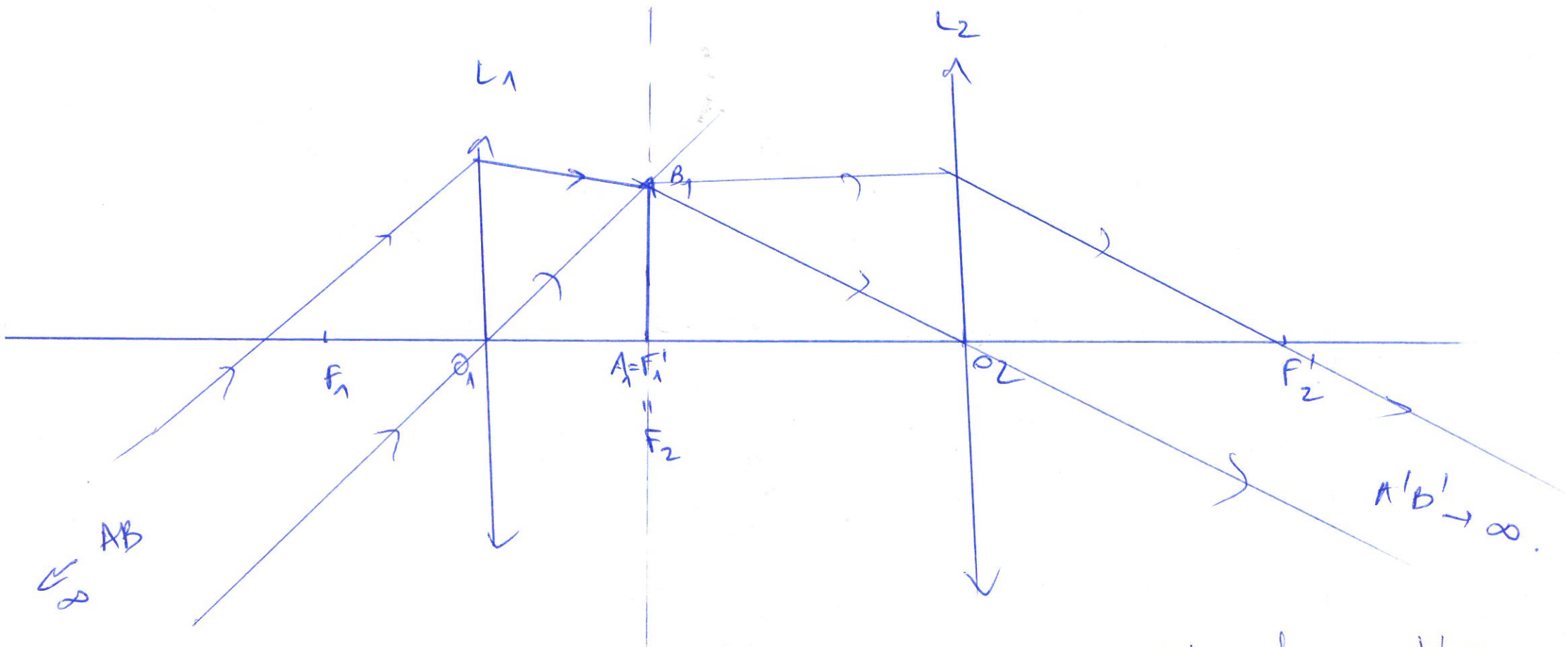
objet réel
image virtuelle
à droite

b)



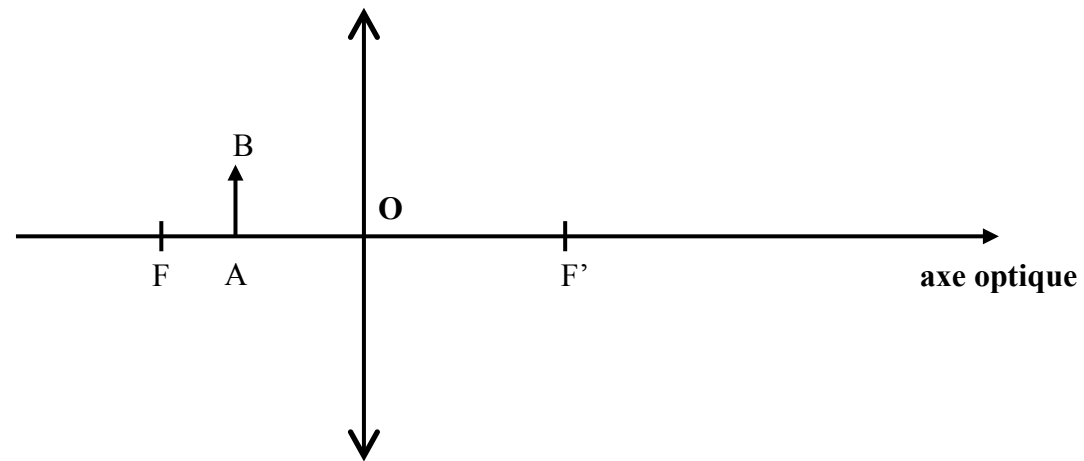
objet réel
image réelle, inversée

2

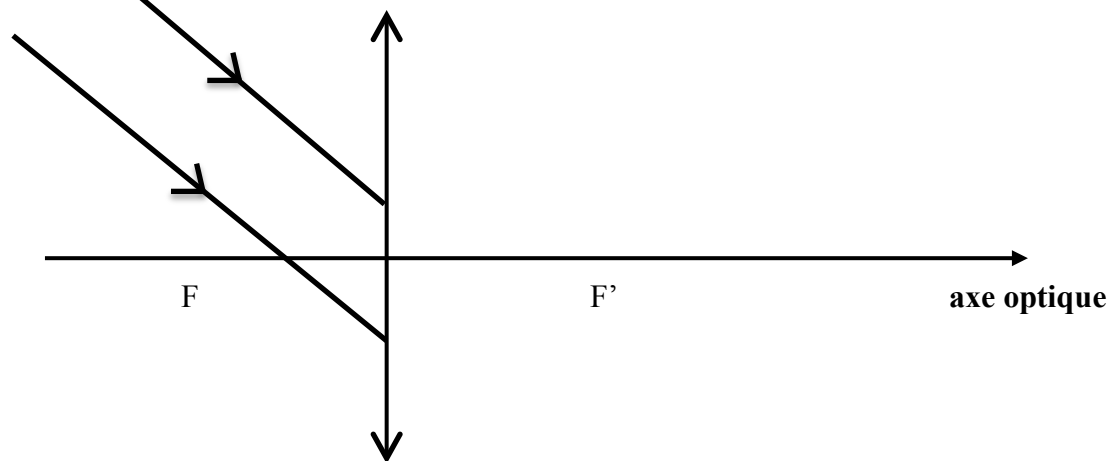


$A'B' \rightarrow \infty \Rightarrow A_1 B_1$ sur le plan focal objet de $L_2 \Rightarrow A'B'$ se forme à l'infini
image de L_2

a)



b)



Partie III - Document annexe

