1. Introduction

1.1. Pourquoi étudier le courant alternatif ?

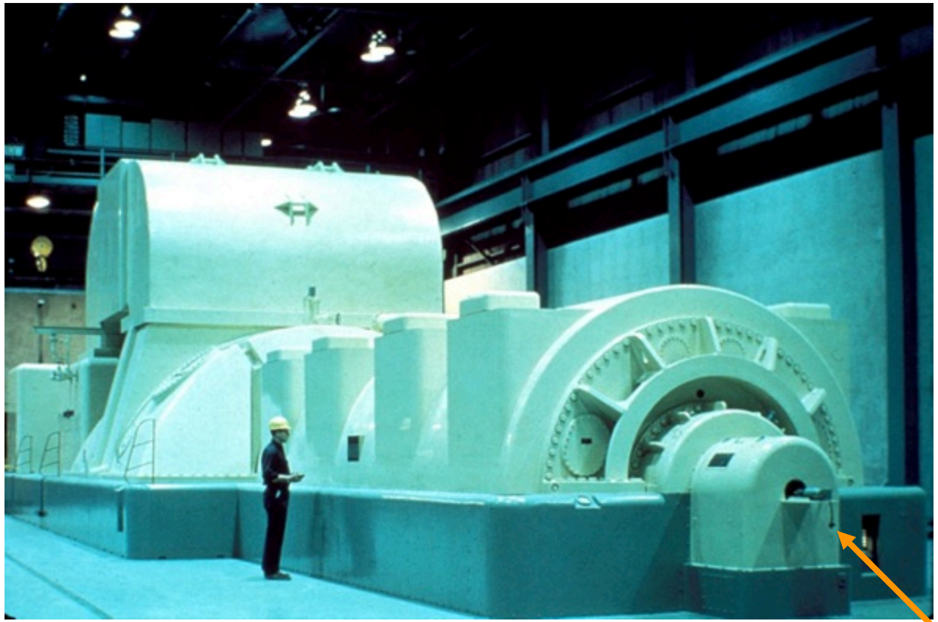
Courant Alternatif = CA (ou **AC** en anglais) - par opposition à CC = Courant Continu (ou **DC** en anglais).

L'électricité produite dans le monde est essentiellement fournie par des générateurs rotatifs.

La rotation d'un champ magnétique devant une bobine (ou l'inverse) induit une tension alternative :

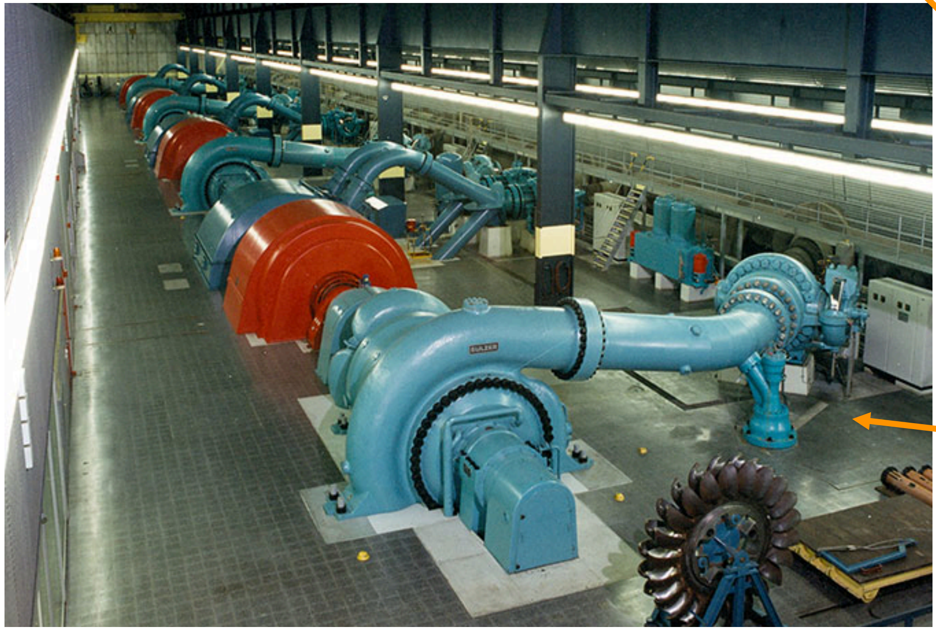
$$u(t) = U_m \cos(\omega t)$$

Exemples de génératrices :



Vapeur

Diesel



Eau

1.2. Approximation du Régime Quasi-Stationnaire

Le courant et la tension varient lentement par rapport au temps d'établissement du courant dans le circuit.

Le courant i(t) est le même en tout point d'une branche.

Lois de Kirchhoff et Loi d'Ohm valides en AC :

- $\sum u(t) = 0$ autour d'une maille.
- $\sum i(t) = 0$ en un nœud.
- $u(t) = R\, i(t)$ pour une résistance.
- $u(t) = e(t) - r.i(t)$ pour un générateur.

2. Grandeurs physiques en électricité

2.1. Rappels : tension, courant, impédance

Tension u(t) *(Volt) => différence de densité de charges entre deux points d'un circuit.*

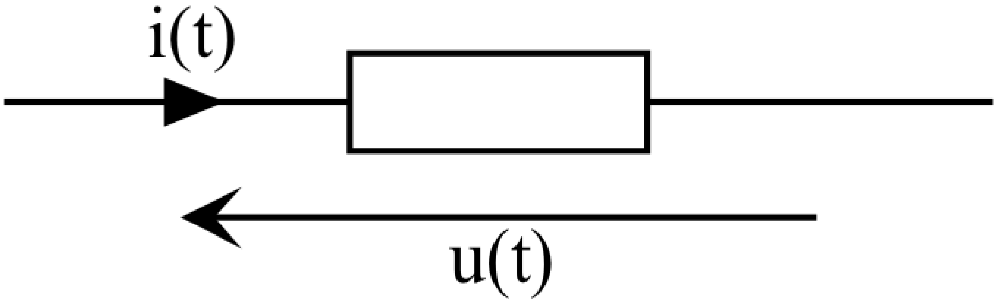
Courant i(t) *(Ampère) => flux de charges (Coulombs) par unité de temps (Ampère = C/s).*

Impédance Z d'un dipôle => *aptitude d'un composant à freiner le passage du courant lorsqu'on lui impose une certaine différence de potentiel*.

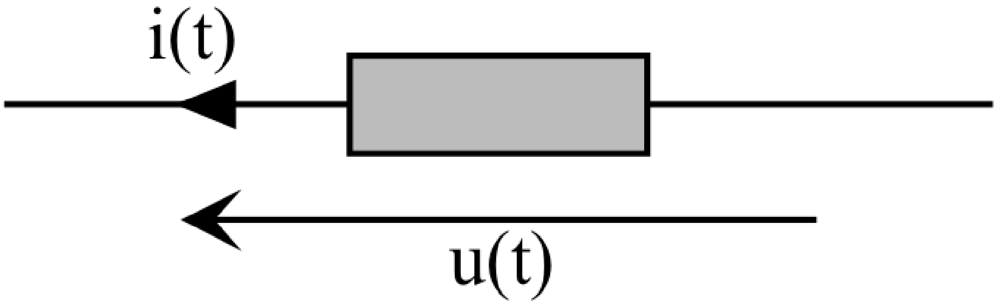
$$u = Z\,i$$

Pour une tension u donnée, le courant i est d'autant plus grand que l'impédance Z est faible.

2.2. Conventions de représentation

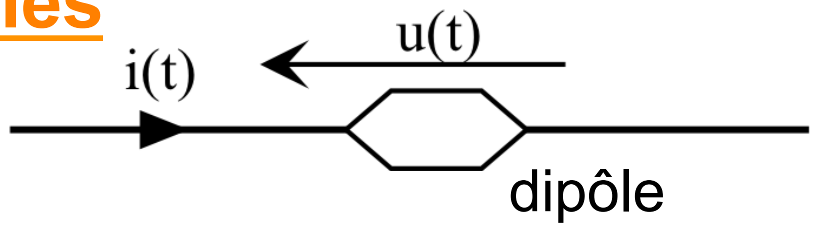


Elément passif
(récepteur)



Elément actif
(générateur)

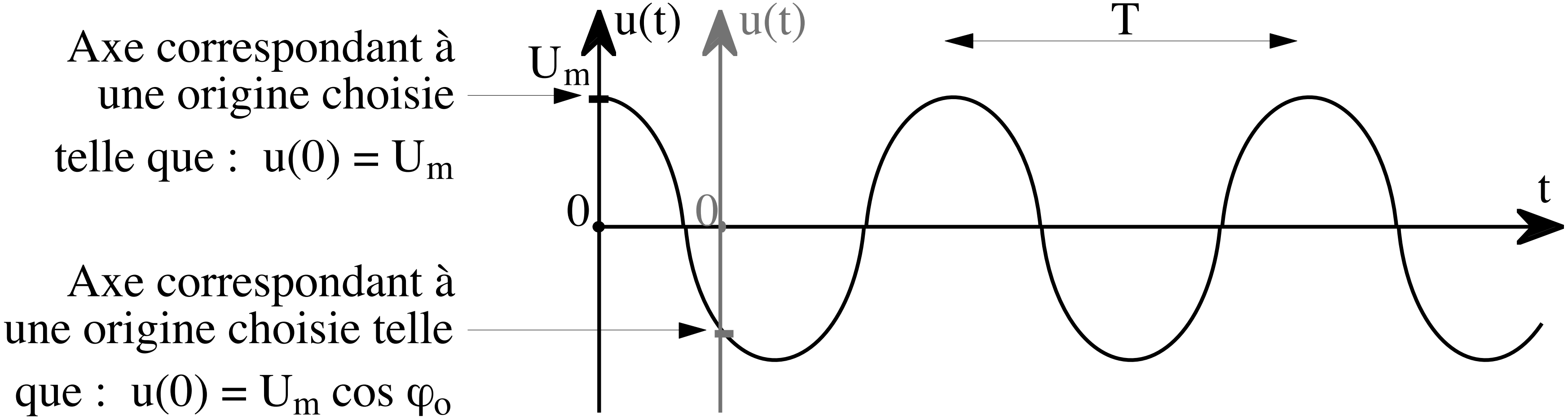
2.3. Grandeurs sinusoïdales



Tension :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- U_m : amplitude (Volt),
- ω : pulsation ($rad.s^{-1}$) avec $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$,
- f : fréquence ($Hz = s^{-1}$),
- T : période (s),
- φ_o : phase p/r origine du temps.



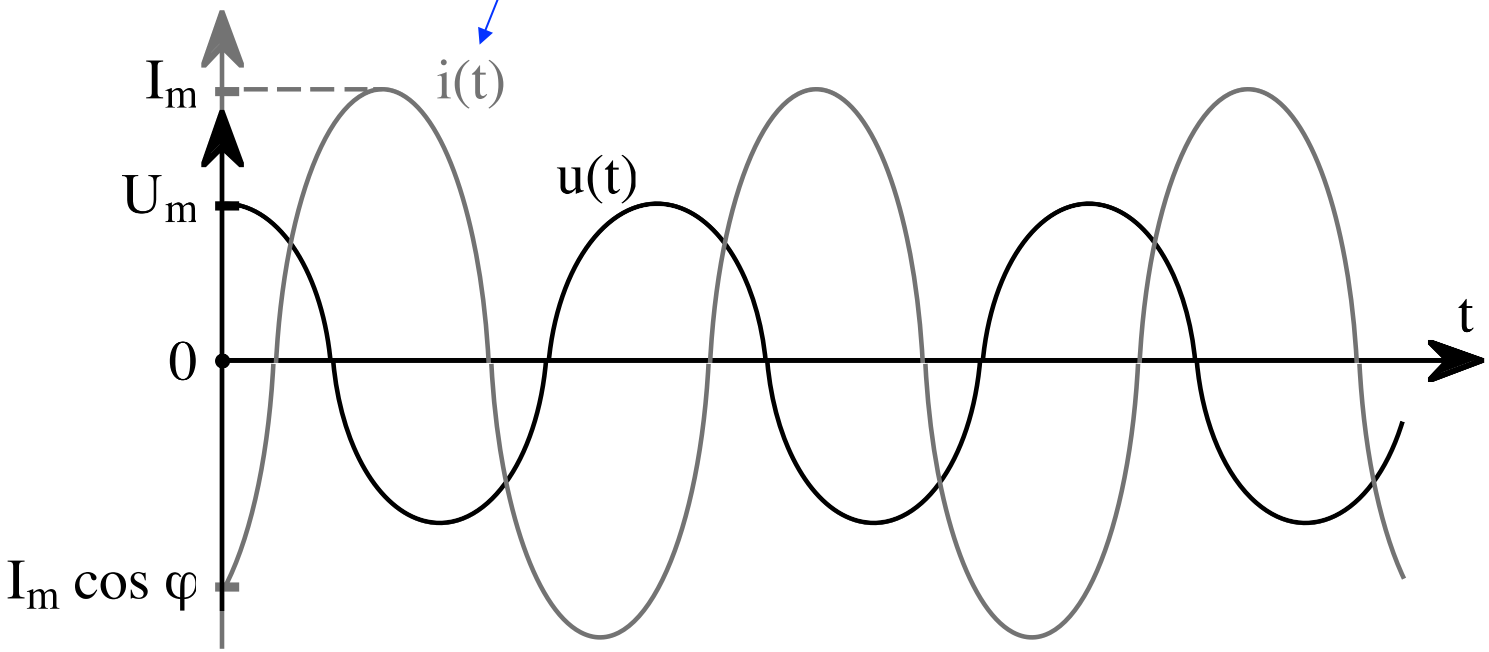
2.4. Excitation et réponse

Choix origine du temps pour avoir $\varphi_o = 0$: $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

i(t) = « réponse » à « l'excitation » u(t)

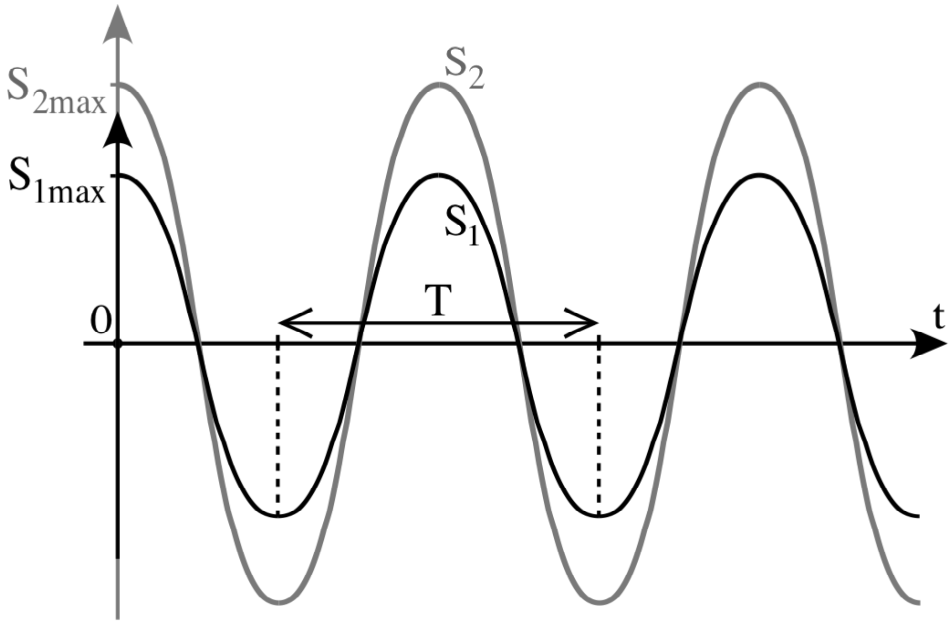
Deux informations : amplitude et phase de i(t) :

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

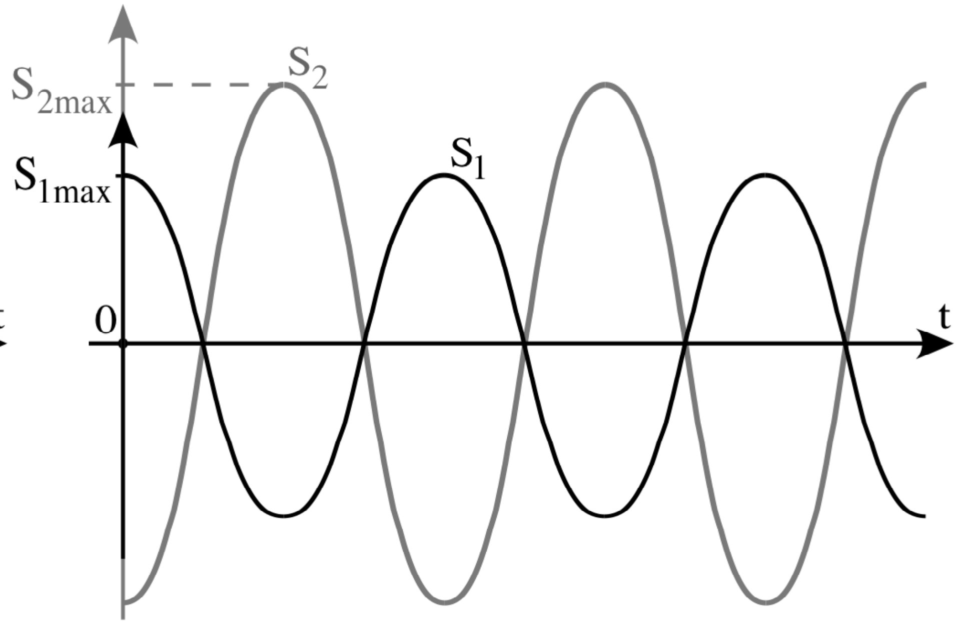


2.5. Déphasages

Signaux en phase ou en opposition de phase :



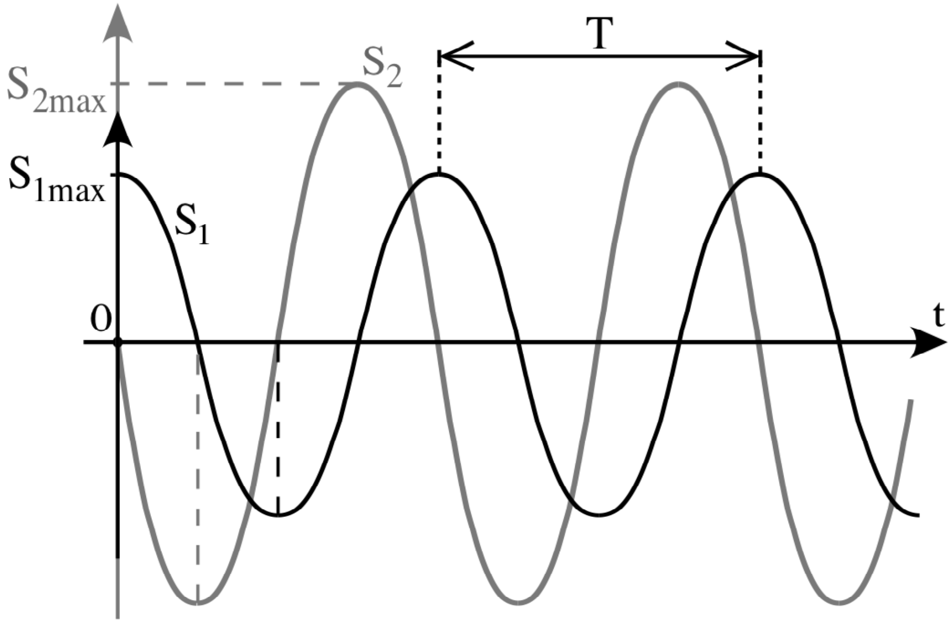
Signaux en phase



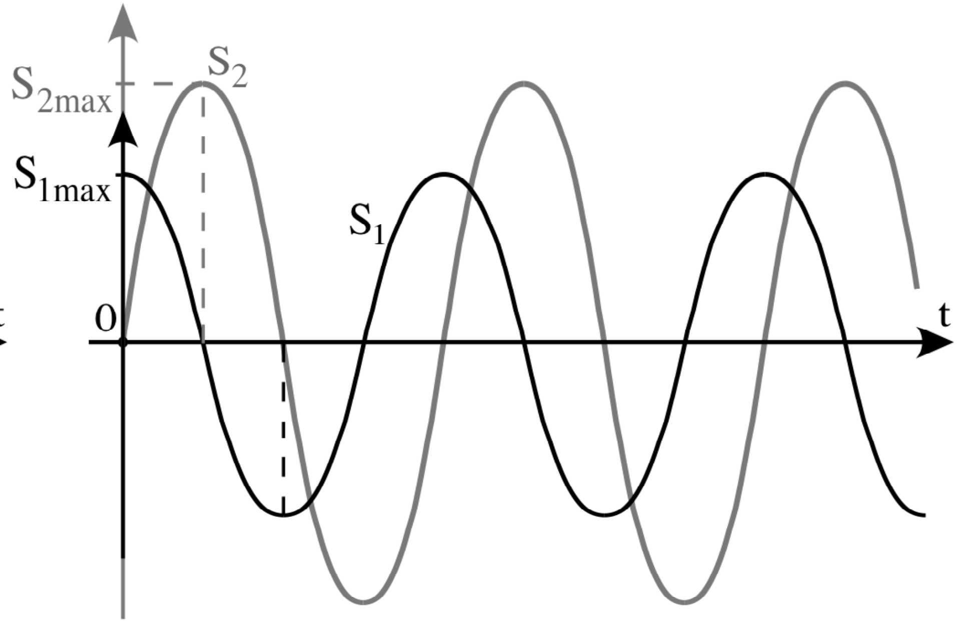
Signaux en opposition de phase

2.5. Déphasages

Signaux en quadrature de phase :



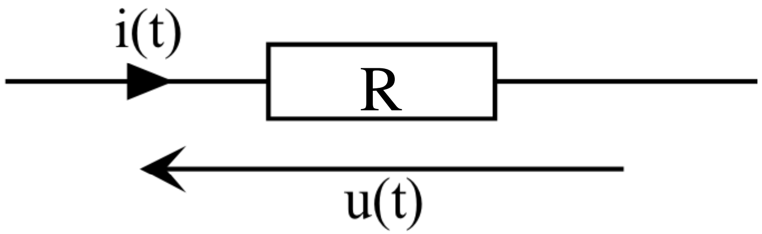
S_2 est en quadrature avance par rapport à S_1

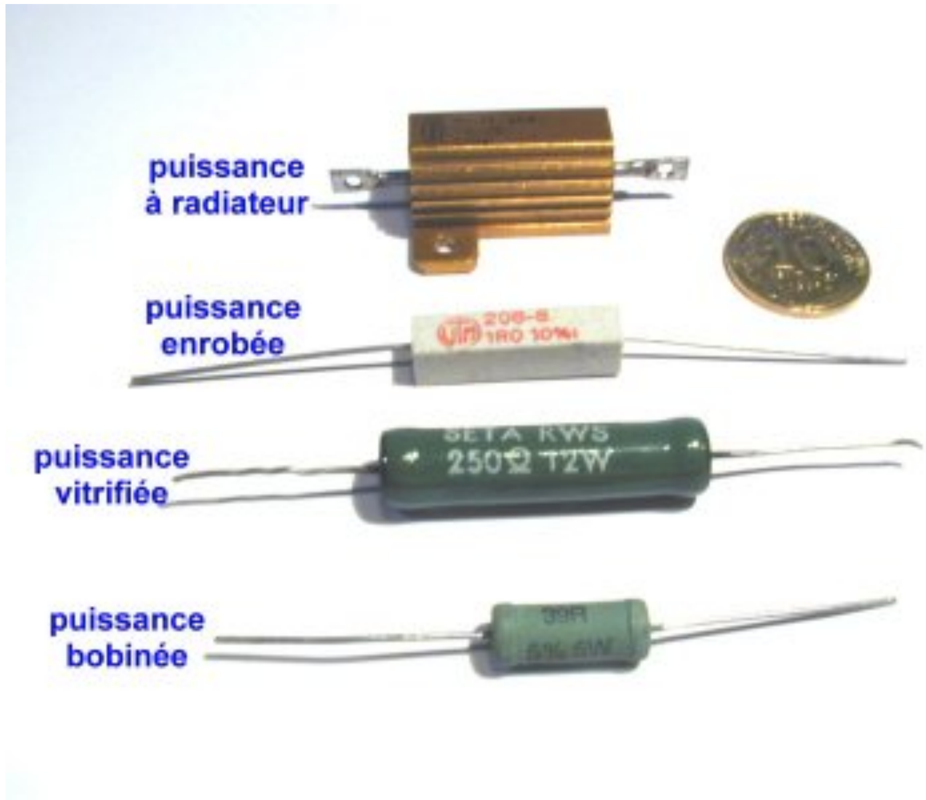


S_2 est en quadrature retard par rapport à S_1

3. Composants élémentaires

3.1. Résistance

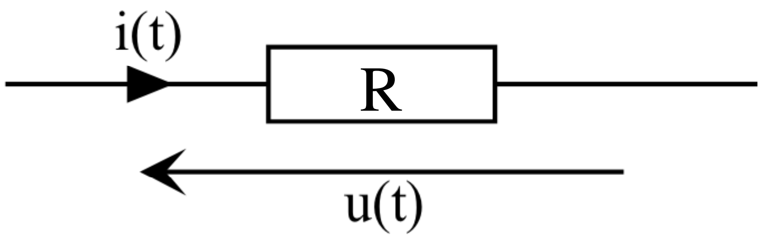




3.1. Résistance

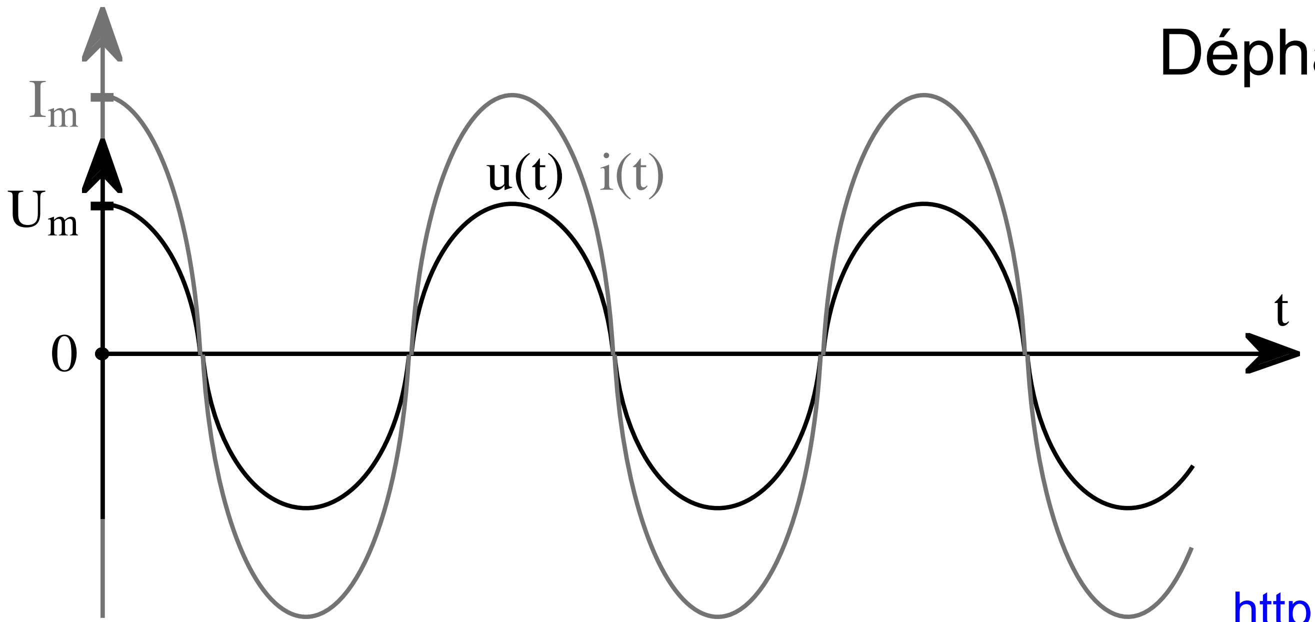
Relation tension - courant :

$u(t) = R\, i(t)$ (Loi d'Ohm)



Si : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

Alors : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$



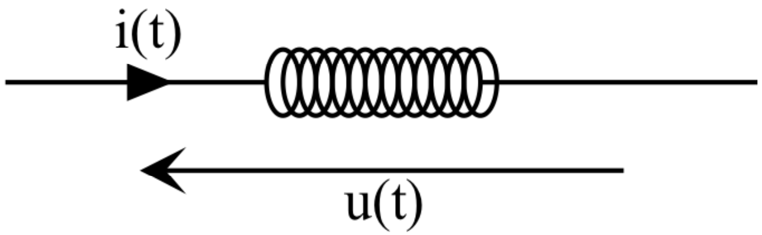
Avec : $I_m = U_m / R$

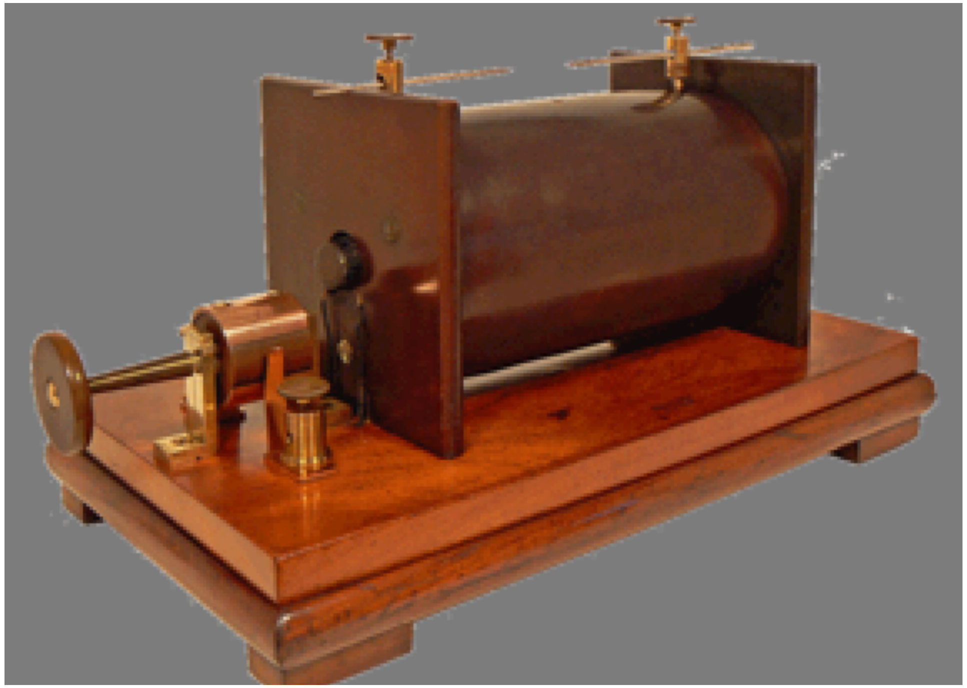
ou : $U_m = R\, I_m$

Déphasage nul entre u(t) et i(t).

http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/accircuits_fr.htm

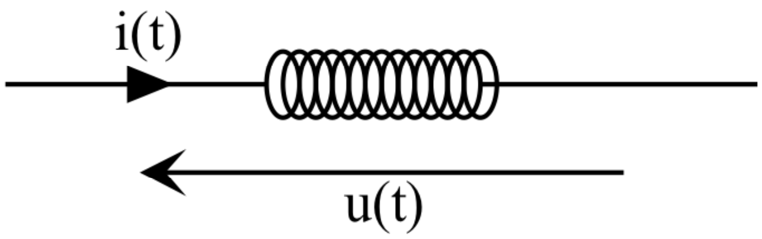
3.2. Bobine d'induction





3.2. Bobine d'induction

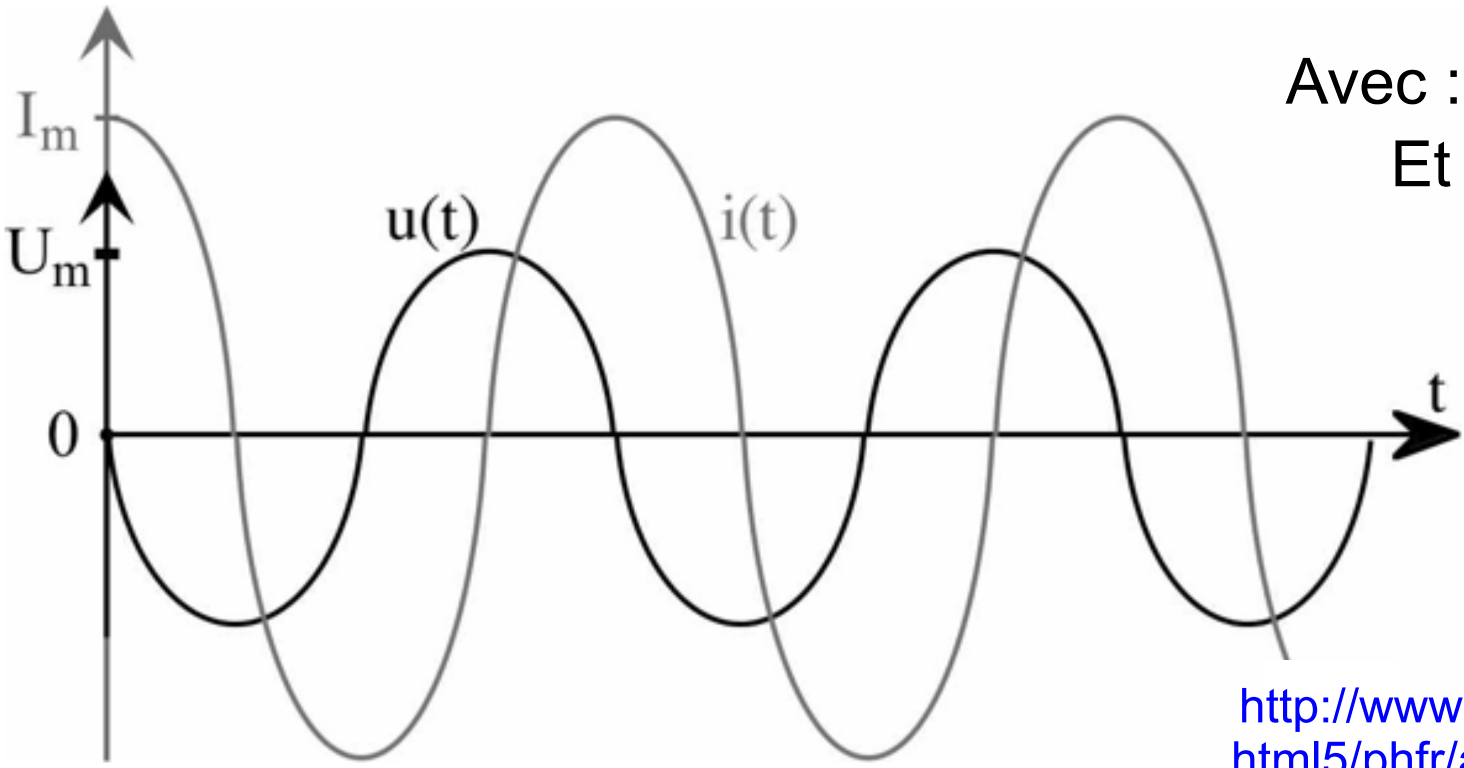
Relation tension - courant :



$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$ (L en Henry : H)

Si : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$

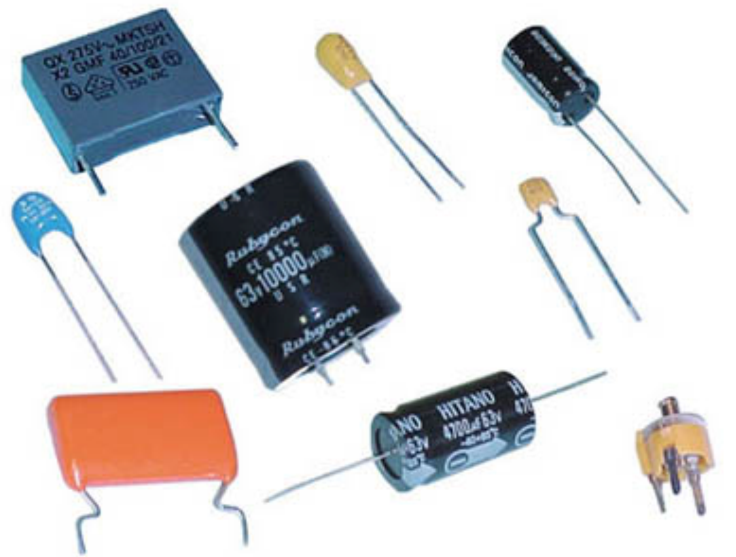
Alors : $u(t) = - L\omega I_m \sin(\omega t) = U_m \cos(\omega t + \pi/2)$

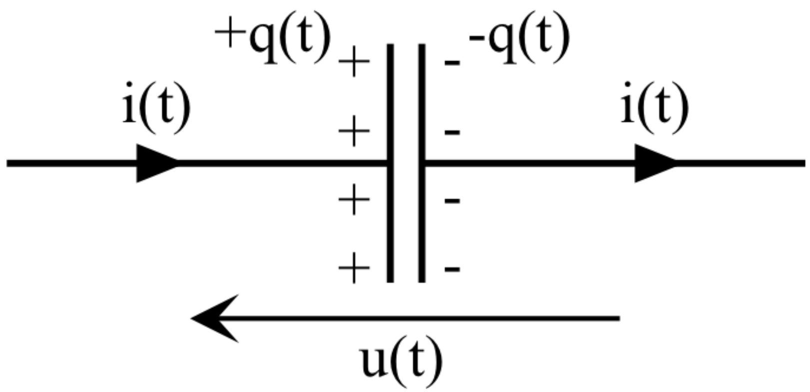


Avec : $U_m = L\omega\, I_m$
Et déphasage
de π/2

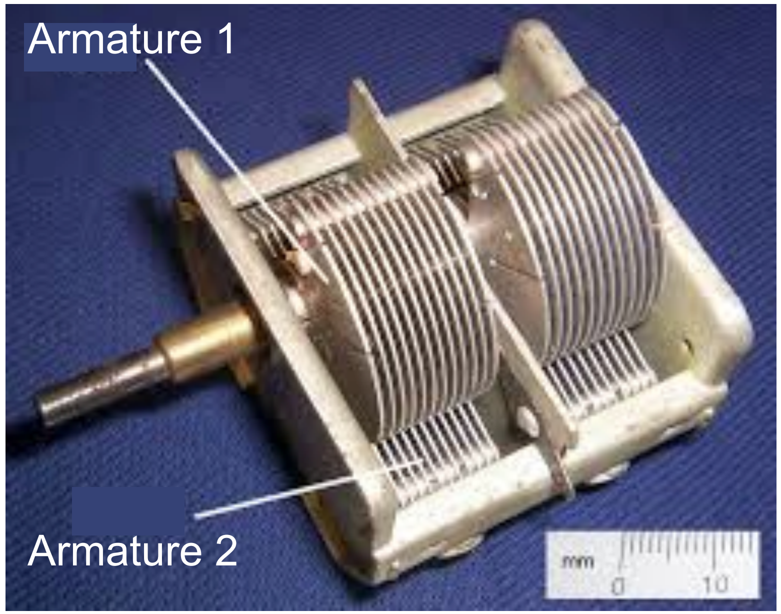
http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/accircuits_fr.htm

3.3. Condensateur



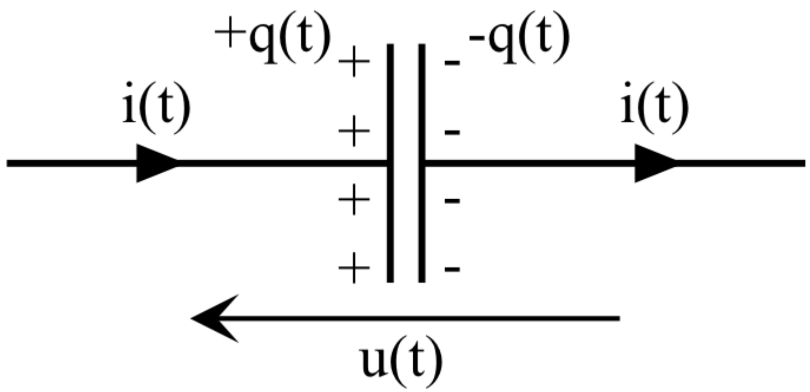


$$q(t) = C\ u(t) \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$



3.3. Condensateur

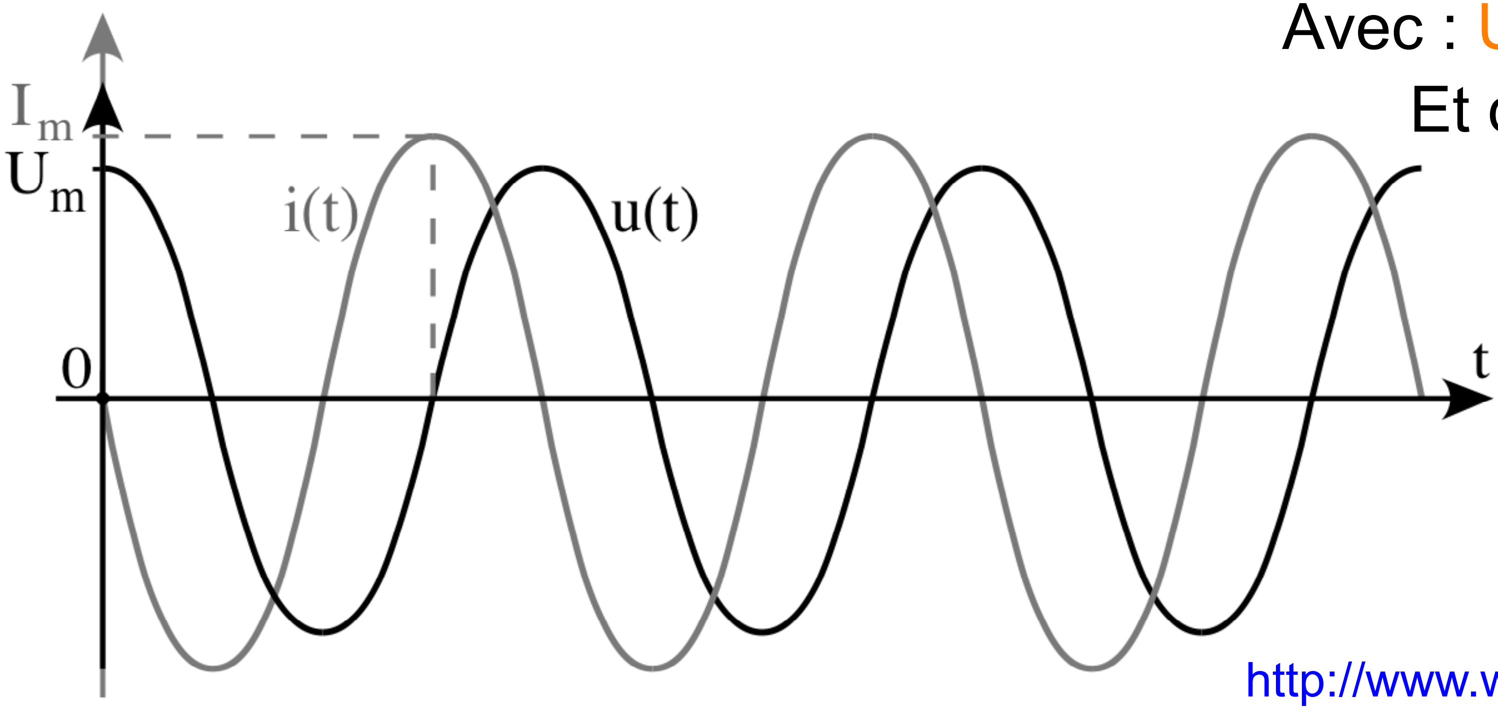
Relation tension - courant :



$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$ (C en Farad : F)

Si : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$

Alors : $i(t) = - C\omega U_m \sin(\omega t) = I_m \cos(\omega t + \pi/2)$



Avec : $U_m = I_m / C\omega$

Et déphasage de $-\pi/2$

http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/accircuits_fr.htm

Résumé

« Loi d'Ohm généralisée » : $\mathbf{u(t) = Z\ i(t)}$

Résistance : $Z_R = R$

Si : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ alors : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$

avec : $I_m = U_m / R$

Inductance : $Z_L = L\omega$

Si : $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ alors : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \pi/2)$

Si : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ alors : $i(t) = I_m \cos(\omega t - \pi/2)$

avec : $U_m = L\omega\ I_m$

Condensateur : $Z_C = 1/C\omega$

Si : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ alors : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \pi/2)$

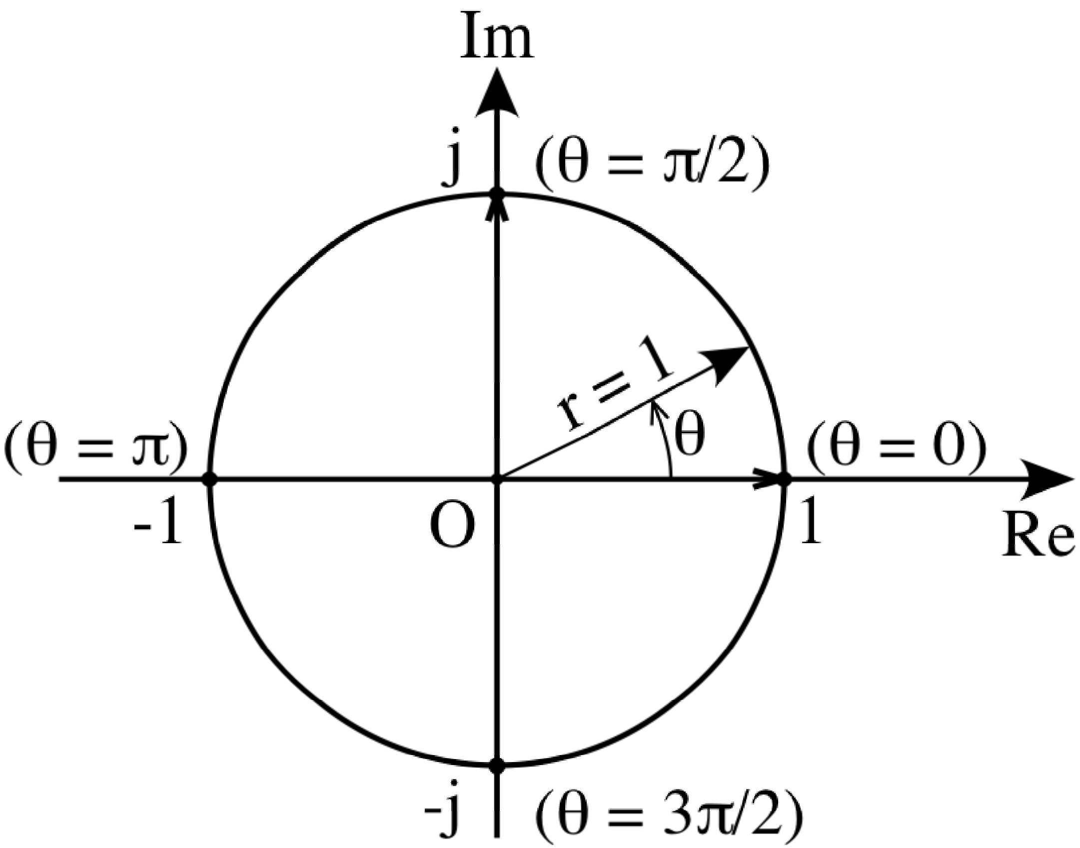
avec : $I_m = C\omega\ U_m$

Mais ces expressions sont incomplètes...

4. Formalisme complexe

4.1. Rappel sur les complexes : conventions de notation

4.2. Représentations polaire et exponentielle



$$e^{j\pi/2} = j$$

$$e^{j\pi} = -1$$

$$e^{j3\pi/2} = -j$$

$$e^{j2\pi} = e^{0} = 1$$

4.3. Produits et quotients

Produit de deux nombres complexes :

$\underline{p} = \underline{a}_1.\underline{a}_2 = r_1 e^{j\theta 1} \,.\, r_2 e^{j\theta 2} = r_1 r_2\, e^{j(\theta 1 + \theta 2)}$

Module : $|\underline{a}_1.\underline{a}_2| = |\underline{a}_1|.|\underline{a}_2| = r_1.r_2$

Argument : $\mathrm{Arg}\,(\underline{a}_1.\underline{a}_2) = \mathrm{Arg}\,(\underline{a}_1) + \mathrm{Arg}\,(\underline{a}_2) = \theta_1 + \theta_2$

Quotient de deux nombres complexes :

$\underline{q} = \underline{a}_1/\underline{a}_2 = (r_1 e^{j\theta 1})/(r_2 e^{j\theta 2}) = (r_1/r_2)\, e^{j(\theta 1 - \theta 2)}$

Module : $|\underline{a}_1/\underline{a}_2| = |\underline{a}_1|/|\underline{a}_2| = r_1/r_2$

Argument : $\mathrm{Arg}\,(\underline{a}_1/\underline{a}_2) = \mathrm{Arg}\,(\underline{a}_1) - \mathrm{Arg}\,(\underline{a}_2) = \theta_1 - \theta_2$

4.4. Fonctions sinusoïdales

$u(t) = U_m \cos(\omega t) = \mathrm{Re}\,[U_m \exp j(\omega t)]$

On note simplement : $\underline{u}(t) = U_m \exp j(\omega t)$

en se souvenant que la grandeur physiquement intéressante est la **partie réelle de $\underline{u}(t)$**.

4.5. Impédance et admittance complexes

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| \exp j\theta \qquad\qquad \underline{Y} = |\underline{Z}|^{-1} \exp(-j\theta)$$

4.6. Expression du courant en fonction de la tension

$$\underline{u}(t) = \underline{Z}\,\underline{i}(t)$$

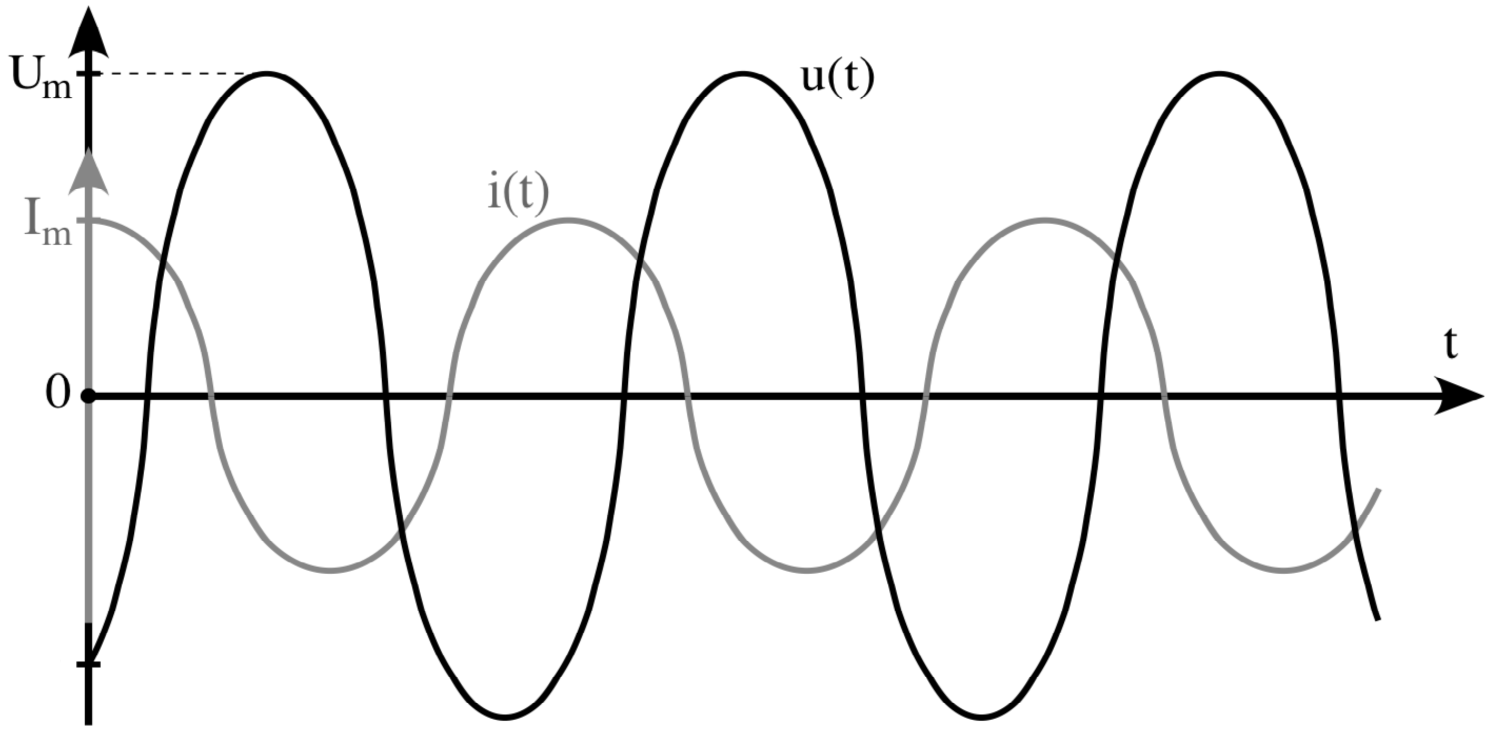
Si $\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t)$

alors $\underline{u}(t) = |\underline{Z}|\, I_m \exp j(\omega t + \theta)$

• Le module de $\underline{Z}$ conditionne l'amplitude I_m du courant pour une tension d'amplitude U_m donnée.

• L'argument de $\underline{Z}$ conditionne le déphasage de i(t) par rapport à u(t).

Exemple pour une impédance $\underline{Z}$ quelconque :



$\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t)$ avec : $\underline{Z} = |\underline{Z}| \exp j\theta$

$\underline{u}(t) = |\underline{Z}| \, I_m \exp j(\omega t + \theta)$

Ici, on voit sur cet exemple que $-\pi < \theta < -\pi/2$