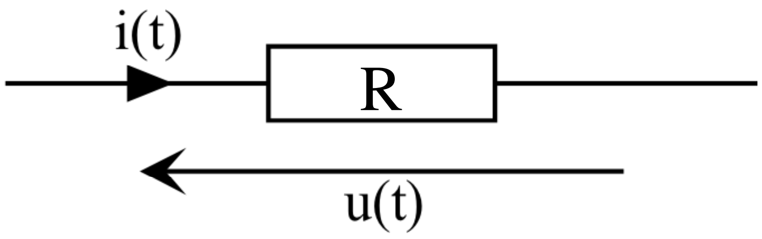
5. Impédances complexes des composants usuels

5.1. Impédance d'une résistance

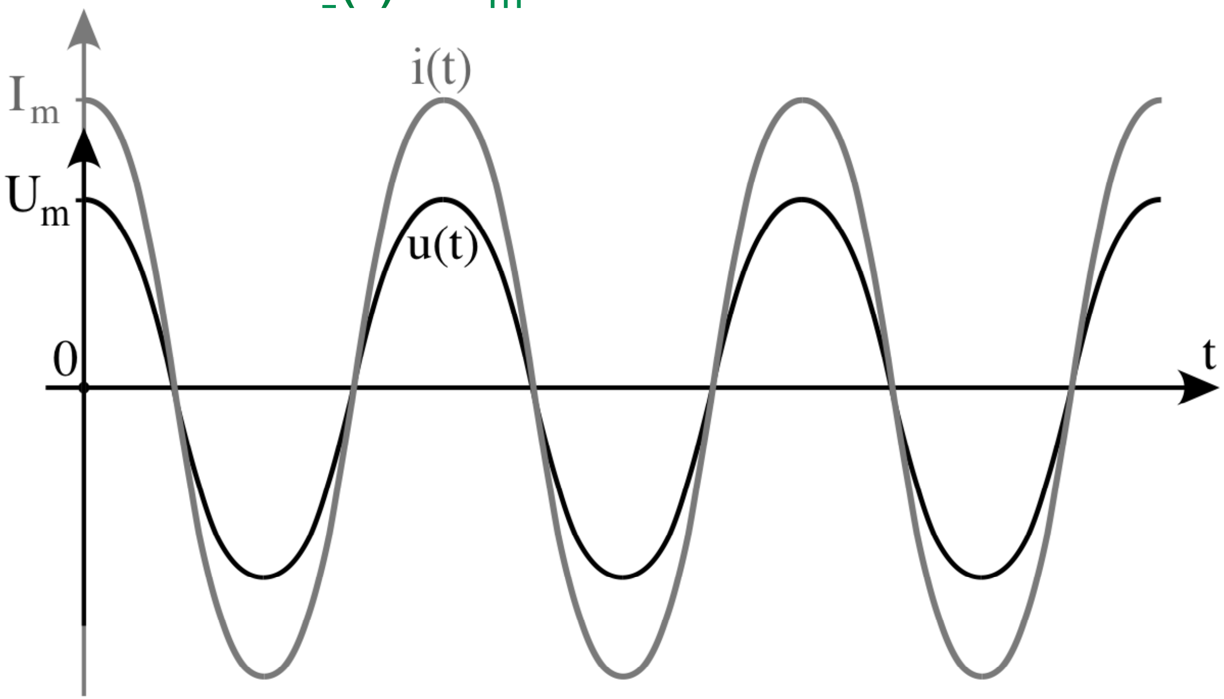
$\underline{Z}_R = R$: réel pur

$\underline{u}(t) = R\,\underline{i}(t)$ (Loi d'Ohm)



Si : $\underline{u}(t) = U_m\, e^{j\omega t}$

Alors : $\underline{i}(t) = I_m\, e^{j\omega t}$



Avec : $I_m = U_m / R$

ou : $U_m = R\, I_m$

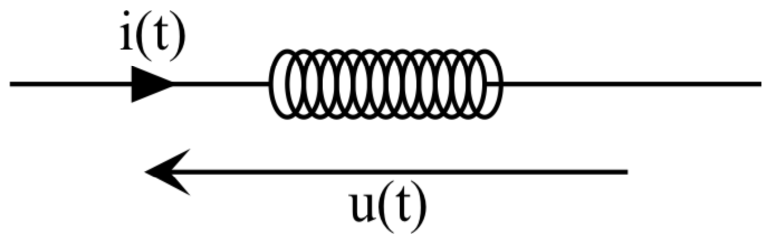
Et déphasage nul

http://physics.bu.edu/~duffy/semester2/c20_AC.html

5.2. Impédance d'une bobine d'induction

$\underline{Z}_L = j\,L\omega$: imaginaire pur

$\underline{u}(t) = \underline{Z}_L\ \underline{i}(t)$

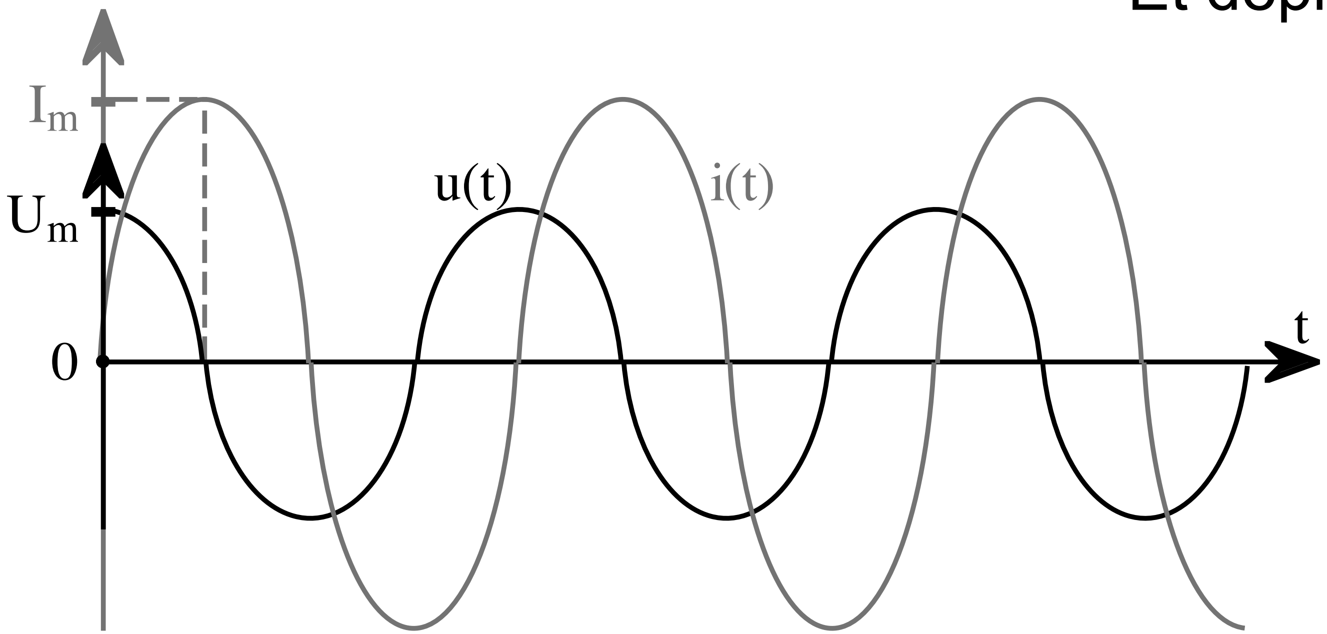


Si : $\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t - \pi/2)$

Alors : $\underline{u}(t) = U_m \exp j(\omega t)$

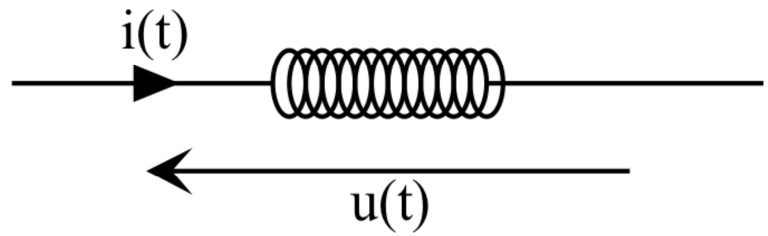
Avec : $U_m = L\omega\ I_m$

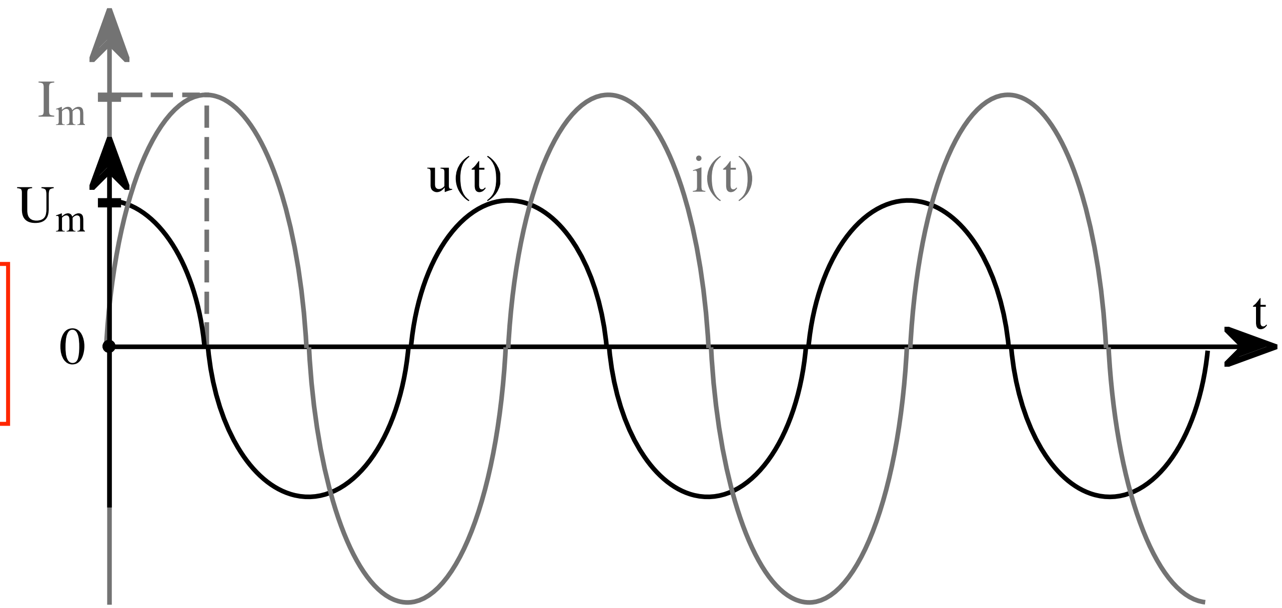
Et déphasage de $\pi/2$



Si : $\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t - \pi/2)$

Alors : $\underline{u}(t) = U_m \exp j(\omega t)$

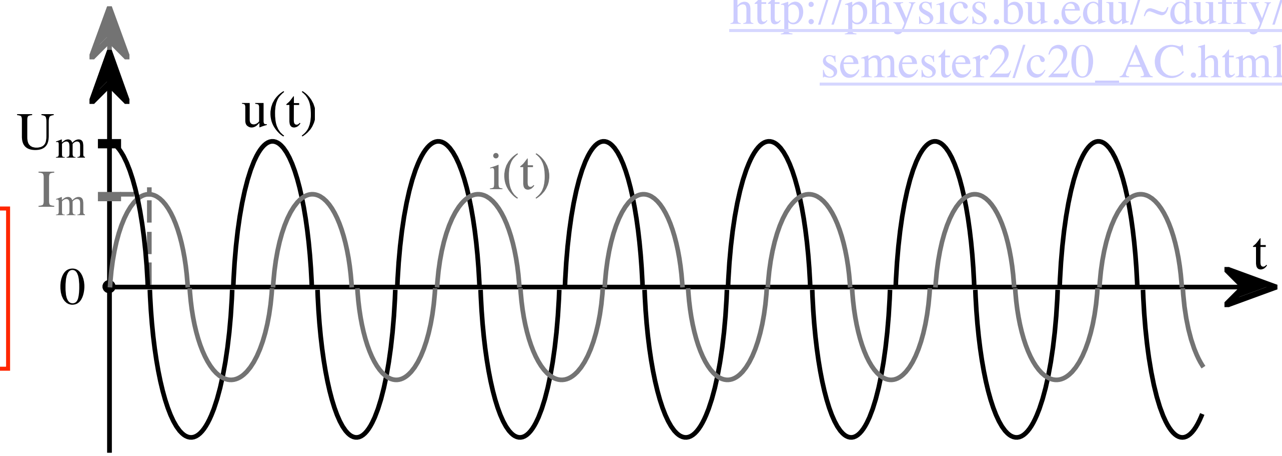




Fréquence f faible : amplitude de i(t) forte.

$U_m = L\omega\, I_m$

http://physics.bu.edu/~duffy/semester2/c20_AC.html



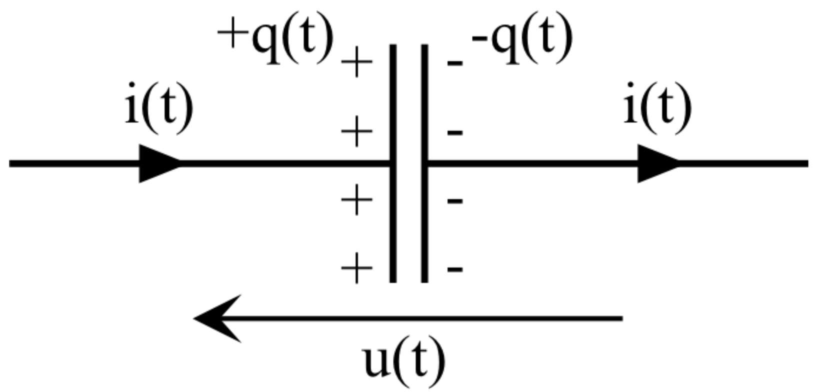
Fréquence f élevée : amplitude de i(t) faible.

5.3. Impédance d'un condensateur

$\underline{Z}_C = 1/jC\omega = (1/C\omega) \exp j(-\pi/2)$

$\underline{Z}_C$ est un imaginaire pur

$\underline{u}(t) = \underline{Z}_C \, \underline{i}(t)$

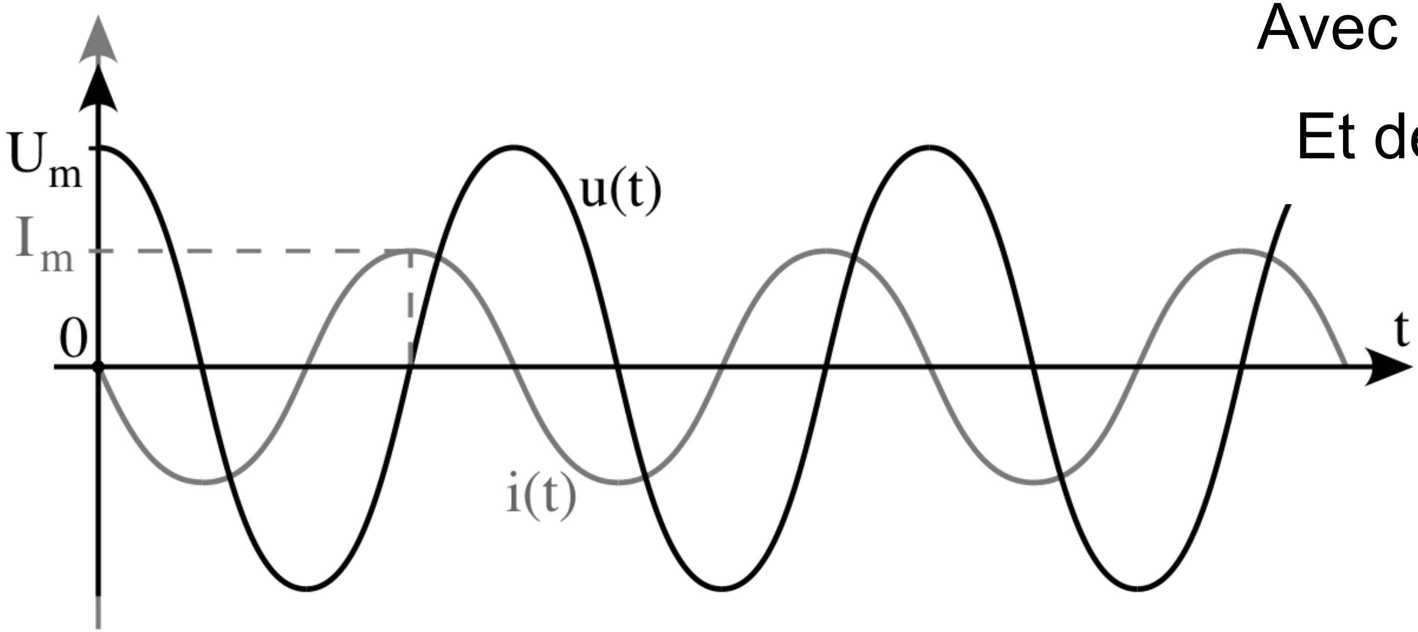


Si : $\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t + \pi/2)$

Alors : $\underline{u}(t) = U_m \exp j(\omega t)$

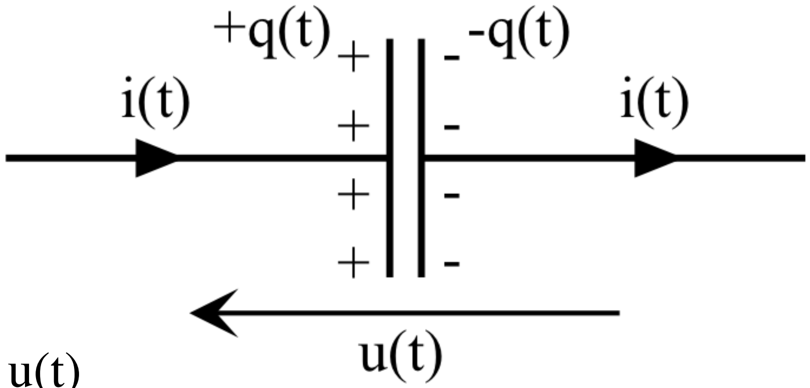
Avec : $U_m = I_m / C\omega$

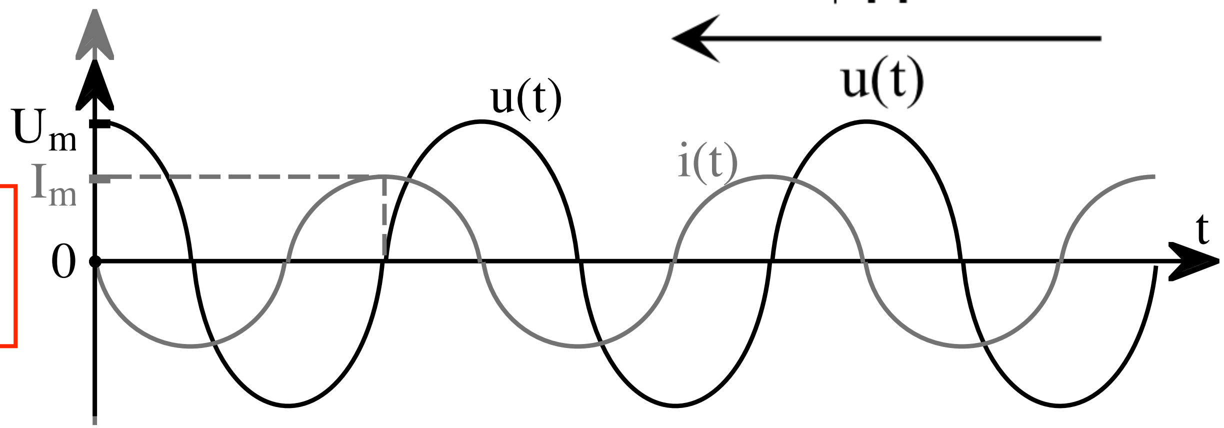
Et déphasage de $-\pi/2$



Si : $\underline{i}(t) = I_m \exp j(\omega t + \pi/2)$

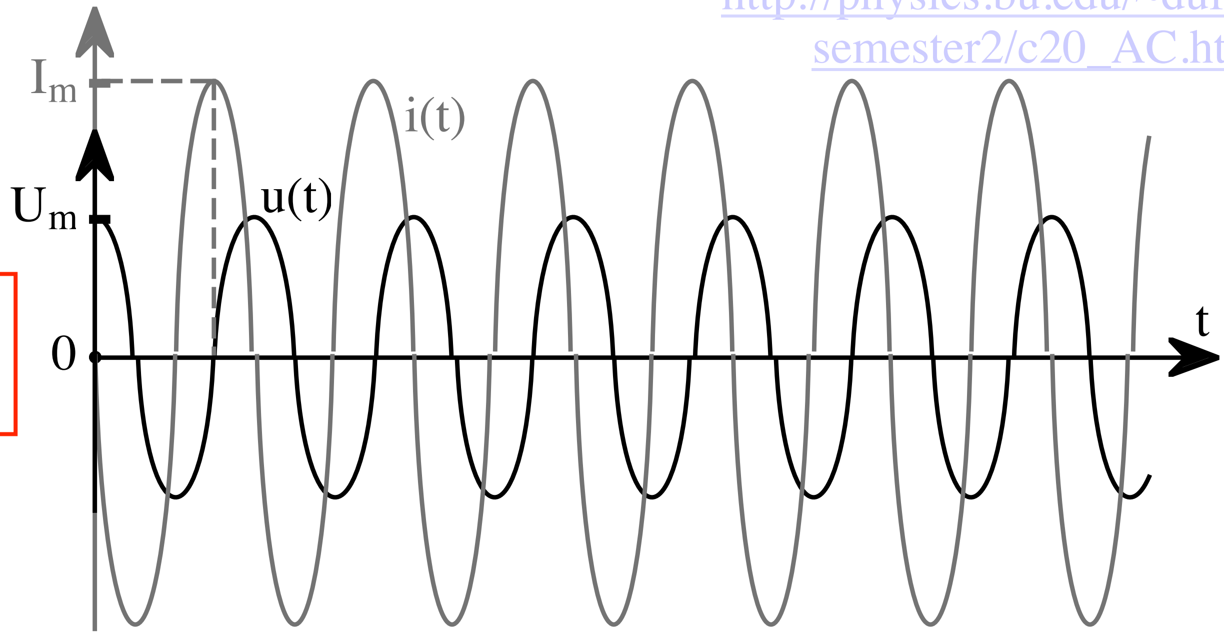
Alors : $\underline{u}(t) = U_m \exp j(\omega t)$





Fréquence f faible : amplitude de i(t) faible.

http://physics.bu.edu/~duffy/semester2/c20_AC.html



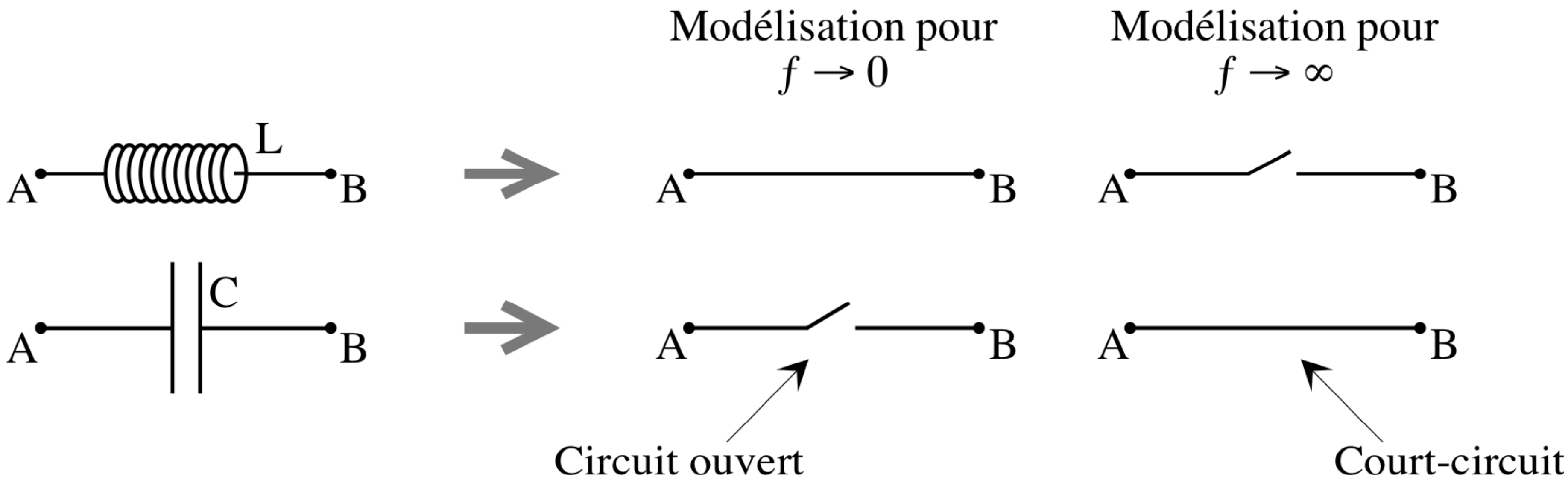
$U_m = I_m / C\omega$

Fréquence f élevée : amplitude de i(t) grande.

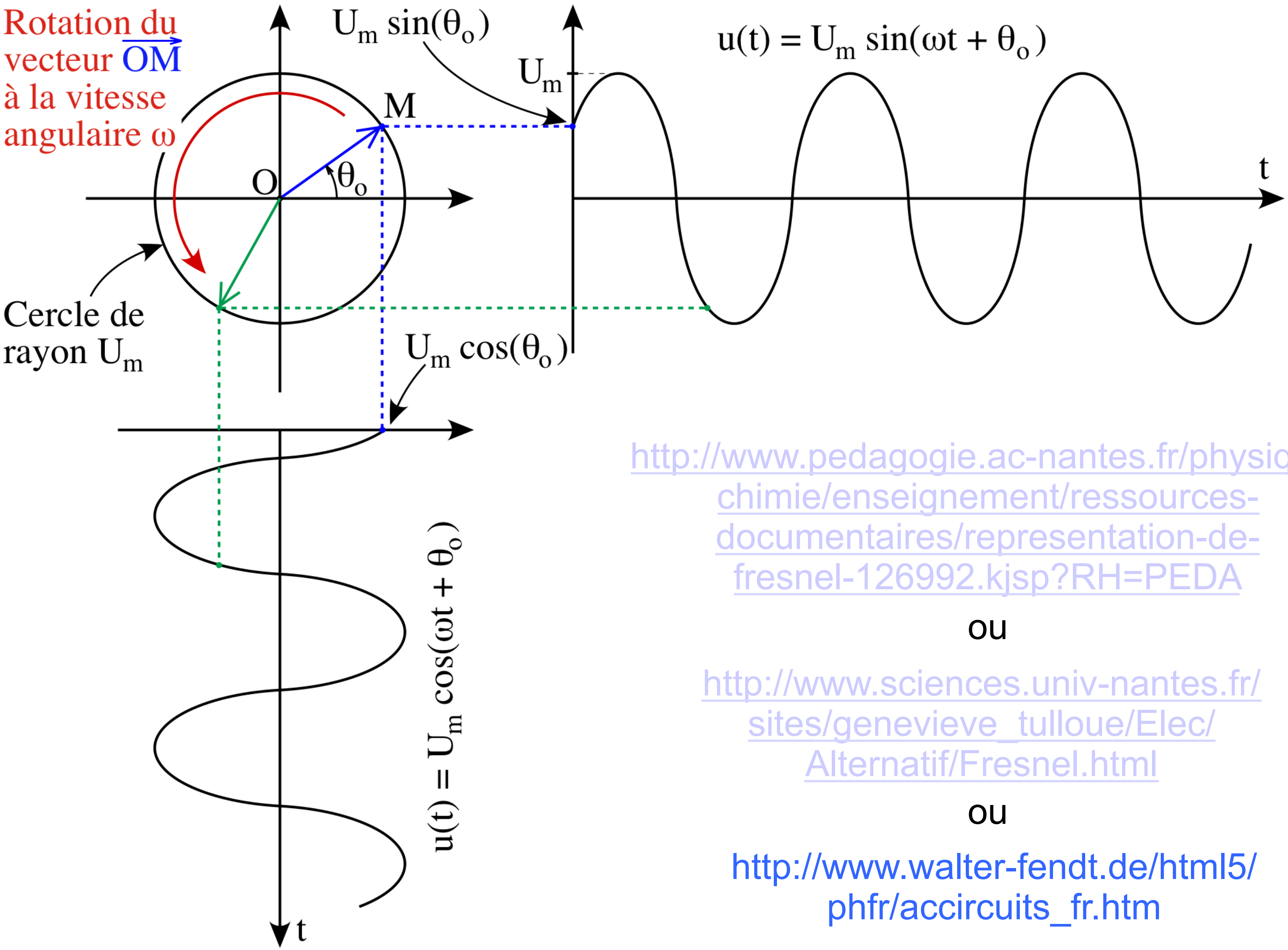
5.4. Modélisations à haute et basse fréquences

$$|\underline{Z}_C| = 1/C\omega \text{ et } |\underline{Z}_L| = L\omega$$

- Une inductance à basse fréquence se comporte comme un court-circuit, alors qu'à haute fréquence elle se comporte comme un circuit ouvert.
- Et inversement, à haute fréquence un condensateur se comporte comme un court-circuit, alors qu'à basse fréquence il se comporte comme un circuit ouvert.



6. Représentation de Fresnel 6.1. Principe de f^{nt}



http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/physique-chimie/enseignement/ressources-documentaires/representation-de-fresnel-126992.kjsp?RH=PEDA

ou

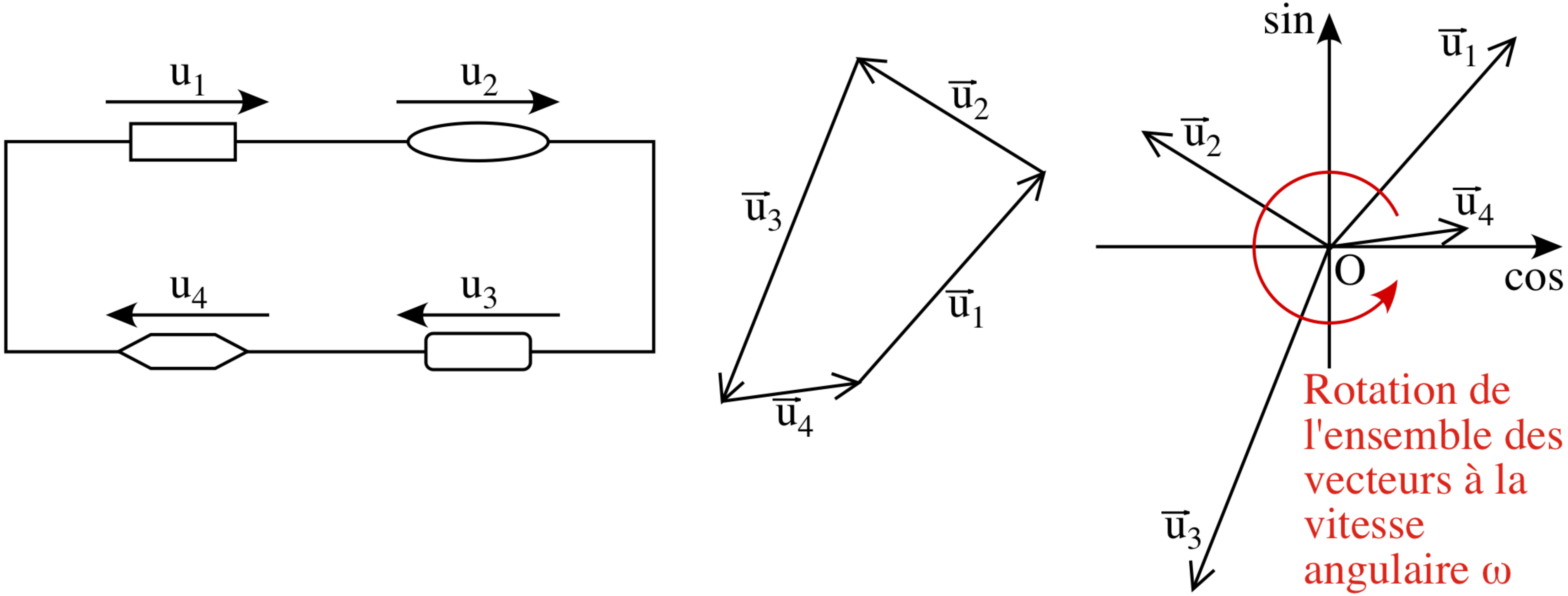
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Alternatif/Fresnel.html

ou

http://www.walter-fendt.de/html5/phfr/accircuits_fr.htm

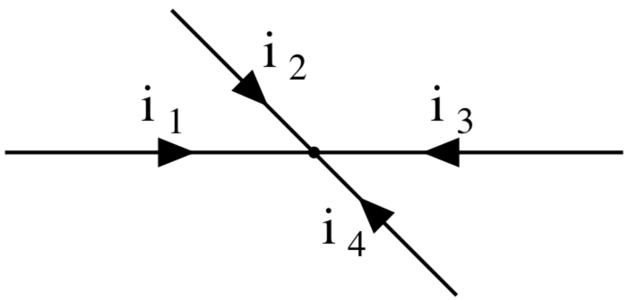
6.2. Loi des mailles et loi des nœuds

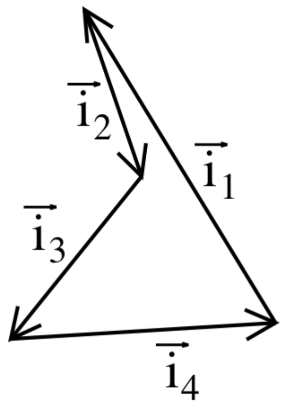
Loi des mailles : nullité de la somme des tensions dans une maille :

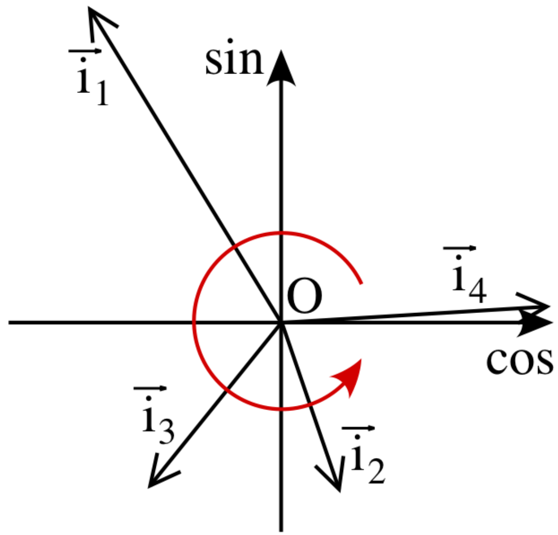


6.2. Loi des mailles et loi des nœuds

Loi des noeuds : nullité de la somme algébrique des courants arrivants dans un nœud :



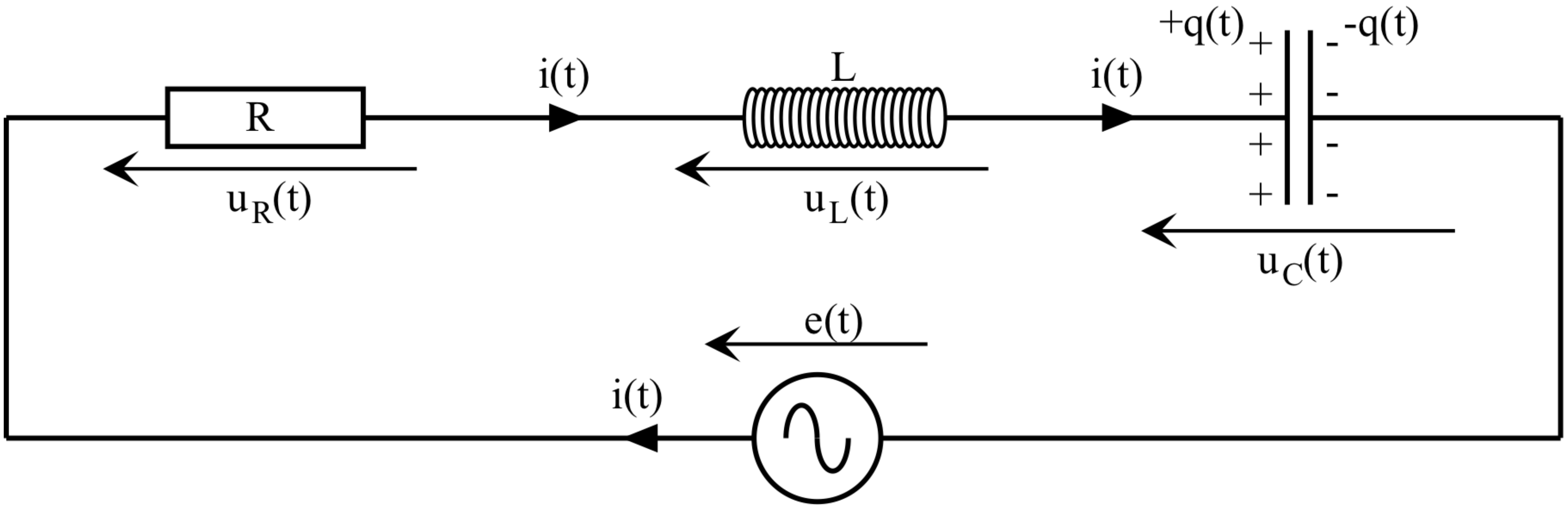




Rotation de l'ensemble des vecteurs à la vitesse angulaire ω

7. Application à un circuit RLC série

7.1. Mise en équation sans les impédances complexes



7.2. Impédance complexe du circuit RLC

$$\boxed{\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R + j\left(\frac{LC\omega^2 - 1}{C\omega}\right)}$$

Module :

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Argument :

$$\text{tg}\ \theta = \frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

7.3. Pulsation propre du circuit RLC

$$\boxed{\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Pour $\omega = \omega_0$ on a

- un minimum de $|\underline{Z}|$ et donc un maximum de I_m.

- tg $\theta = 0$ soit $\theta = 0$: pas de déphasage entre u(t) et i(t).

7.4. Limites basse et haute fréquences

Si $\omega \ll \omega_0$ $\quad |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2} \approx \dfrac{1}{C\omega}$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} \approx \frac{-1}{RC\omega} \rightarrow -\infty$$

Soit $\theta \rightarrow -\pi/2$

$\rightarrow$ Comportement capacitif.

Si $\omega \gg \omega_0$ $\quad |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2} \approx L\omega$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} \approx \frac{L\omega}{R} \rightarrow \infty$$

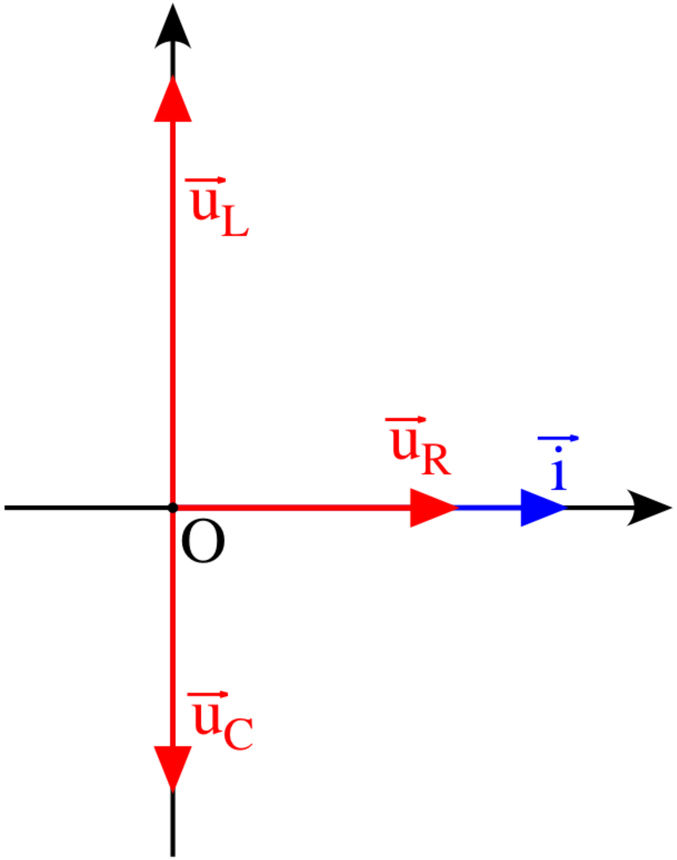
Soit $\theta \rightarrow +\pi/2$

$\rightarrow$ Comportement inductif.

7.5. Evolution des diverses grandeurs

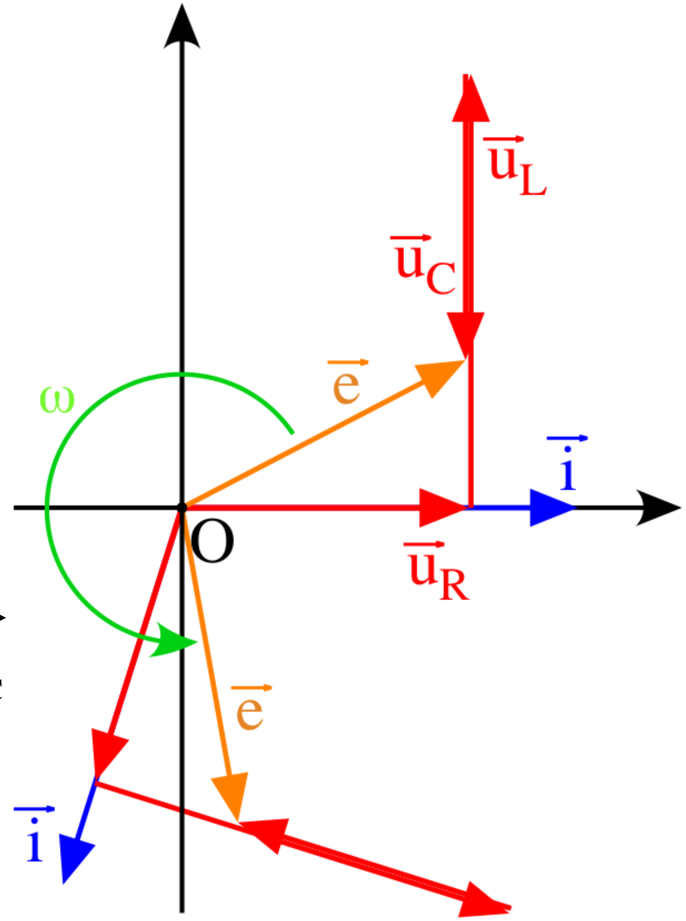
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Alternatif/transfert2RLC.html

7.6. Représentation de Fresnel

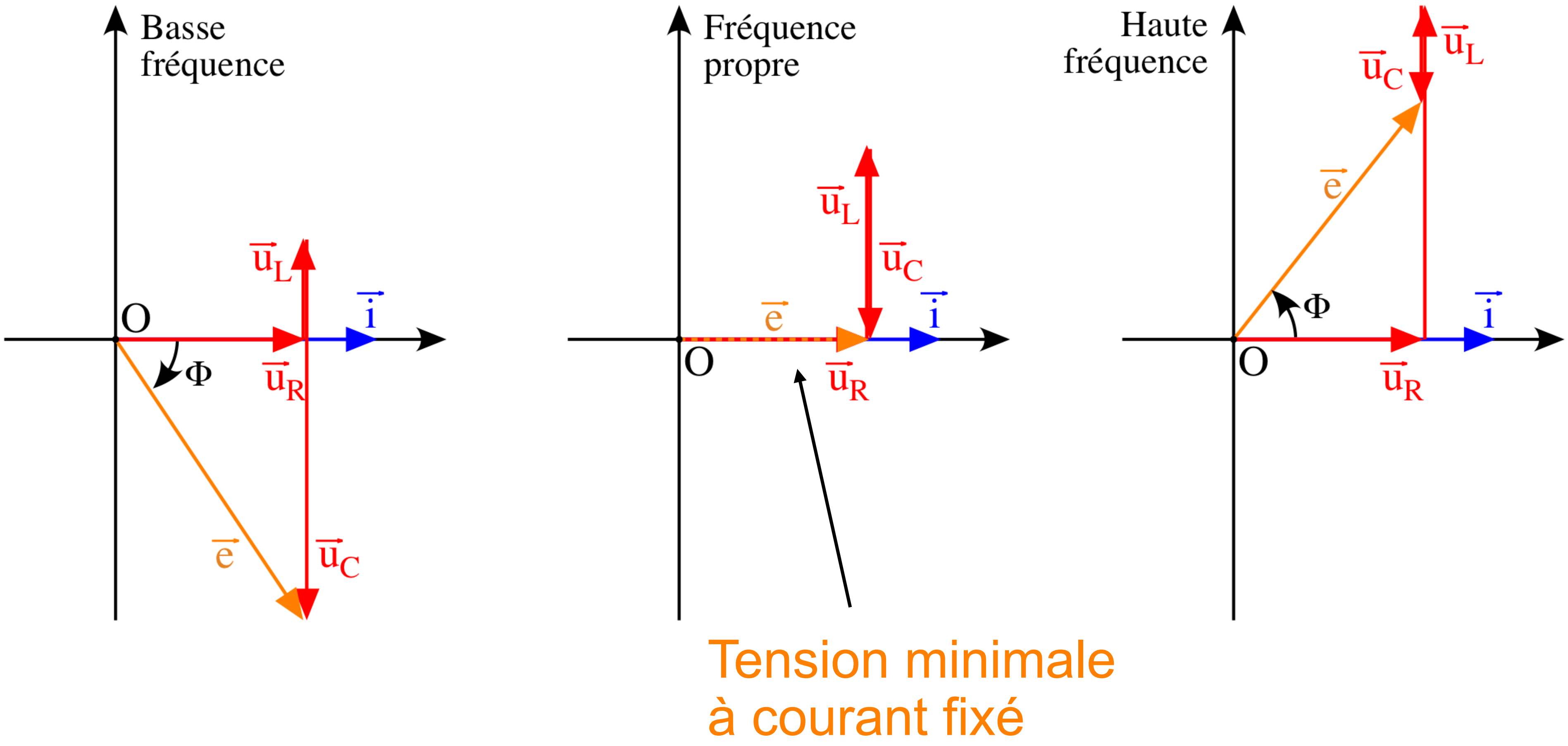


Somme vectorielle :

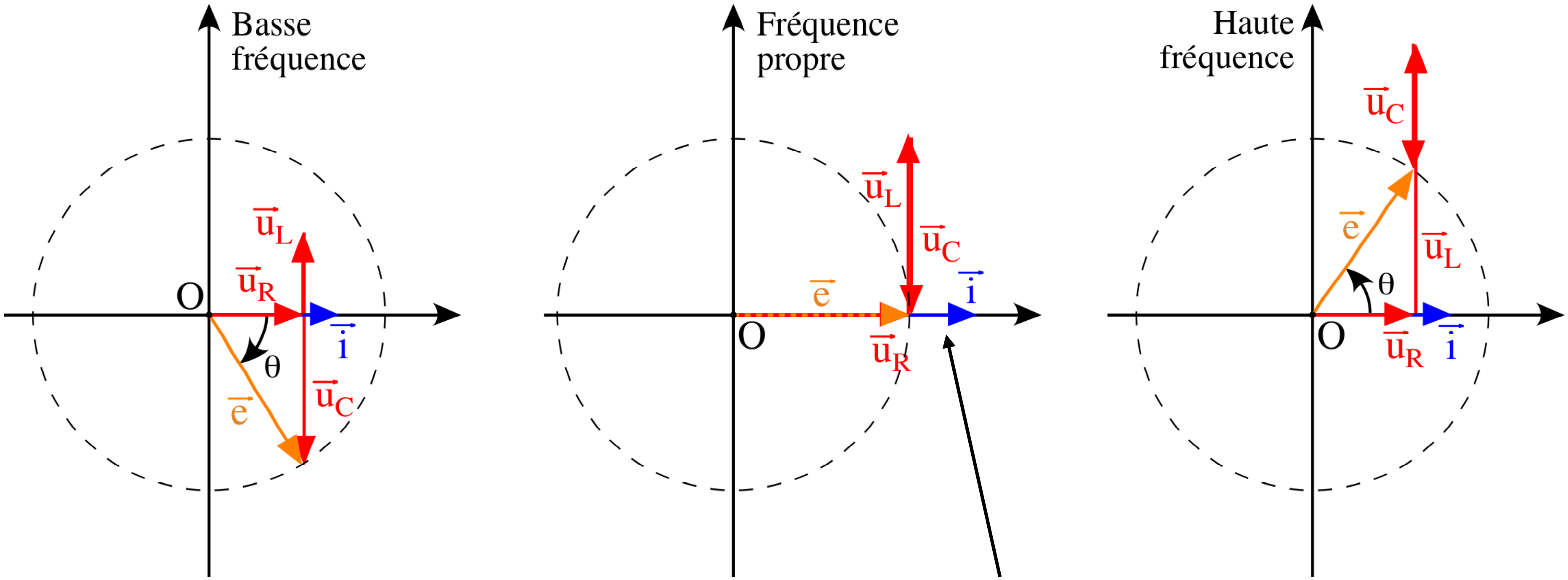
$$\vec{e} = \vec{u}_R + \vec{u}_L + \vec{u}_C$$



Limites des basse et haute fréquences à courant fixé :



Limites des basse et haute fréquences à tension fixée :

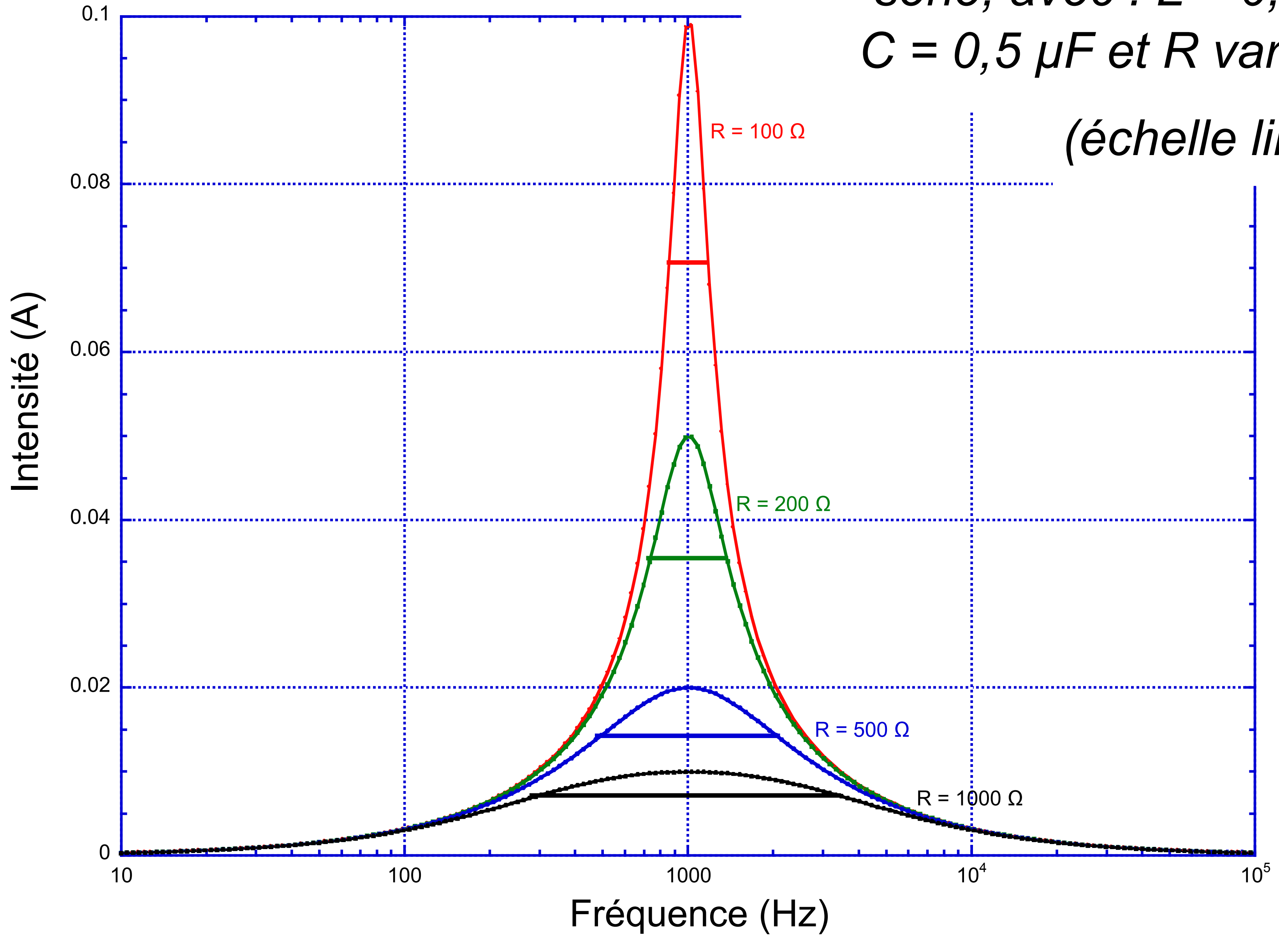


Courant maximal
à tension fixée

7.7. Résonance

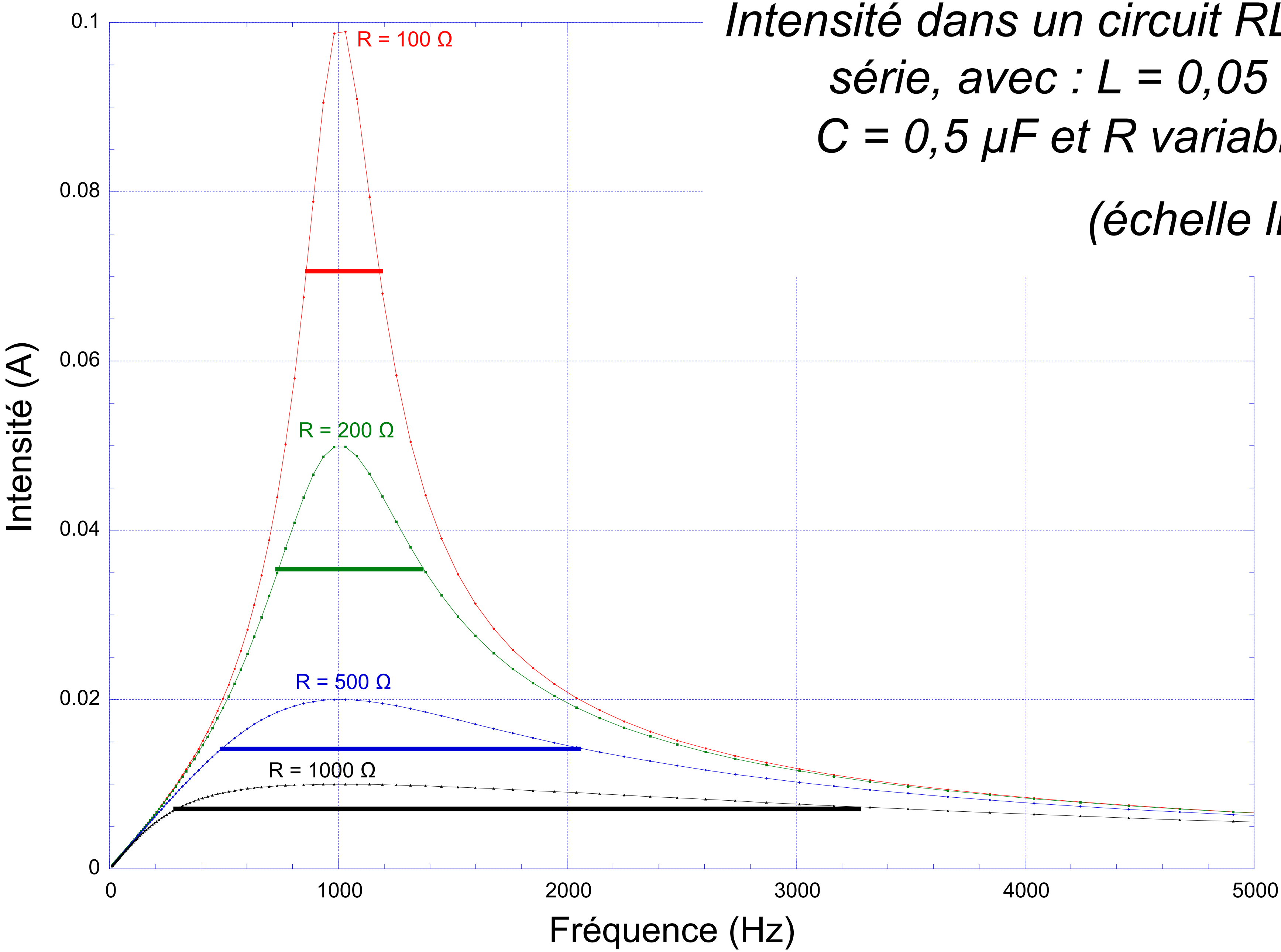
Intensité dans un circuit RLC série, avec : L = 0,05 H, C = 0,5 µF et R variable.

(échelle lin-log)



Intensité dans un circuit RLC série, avec : L = 0,05 H, C = 0,5 µF et R variable.

(échelle lin)



Expressions du facteur de qualité :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_0}{\Delta f}$$

$$\boxed{Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

ω_1 et ω_2 correspondent à $I = I_m / \sqrt{2}$

7.8. Facteur de surtension

Pour $\omega = \omega_0$ on a :

$$\frac{U_{C0}}{U_m} = \frac{1}{RC\omega_0} = Q$$