Optique ondulatoire et électromagnétisme dans les milieux

Notes de cours

Colin Bossu Réaubourg

Université Paris Cité

Licence 3 de Physique
26 septembre 2025

Table des matières

1 Ondes Électromagnétiques

1.1 Introduction aux champs

Définition 1.1 (Champ)**.** *Un champ est une grandeur physique dont la valeur est définie en chaque point de l'espace et du temps.*

1.1.1 Circulation et Flux

Deux concepts intégraux sont fondamentaux pour décrire les champs vectoriels :

— La **circulation** d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ le long d'un contour orienté C est l'intégrale curviligne :

$$\mathcal{C} = \oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l}$$

Elle mesure la tendance du champ à "accompagner" le déplacement le long du chemin.

— Le **flux** d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ à travers une surface S est l'intégrale de surface :

$$\Phi = \iint_S \vec{V} \cdot d\vec{S}$$

Il quantifie la "quantité de champ" qui traverse la surface.

1.1.2 Champ électrique

Le champ électrique $\vec{E}$ est une manifestation des charges électriques. Une charge source q_1 crée en un point de l'espace un champ électrique. Une autre charge q_2 placée dans ce champ subira une force, la force de Coulomb :

$$\vec{F}_{1\to 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{1\to 2}$$

Le champ électrique $\vec{E}_1$ créé par la charge q_1 est défini comme la force par unité de charge :

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{1\to 2}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{u}_{1\to 2}$$

Pour un ensemble de charges q_i, le champ total en un point est la somme vectorielle des champs créés par chaque charge (principe de superposition) :

$$\vec{E}_{tot} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_i$$

Remarque 1.1 (Divergence du champ électrostatique)**.** En appliquant l'opérateur divergence au champ d'une charge ponctuelle, on trouve $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ pour tout $\vec{r} \neq \vec{0}$. Cependant, au point $\vec{r} = \vec{0}$, la divergence est infinie. La relation rigoureuse, valable partout dans l'espace, est l'équation de Maxwell-Gauss locale : $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$, où ρ est la densité de charge (qui peut être une distribution de Dirac pour une charge ponctuelle).

1.1.3 Opérateurs vectoriels : Divergence, Rotationnel et Laplacien

Définition 1.2 (Divergence)**.** *La divergence d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ mesure le flux du champ sortant d'une surface infinitésimale. Elle est définie par :*

$$div(\vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Théorème 1.1 (Gauss-Ostrogradsky)**.** Le flux d'un champ vectoriel $\vec{V}$ à travers une surface fermée S est égal à l'intégrale de la divergence de ce champ sur le volume V délimité par cette surface.

$$\oiint_S \vec{V} \cdot d\vec{S} = \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) dV$$

Définition 1.3 (Rotationnel)**.** *Le rotationnel d'un champ de vecteurs $\vec{V}$ mesure la tendance du champ à "tourner" autour d'un point. Il est défini par :*

$$rot(\vec{V}) = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Théorème 1.2 (Stokes)**.** La circulation d'un champ vectoriel $\vec{V}$ le long d'un contour fermé C est égale au flux du rotationnel de ce champ à travers n'importe quelle surface S s'appuyant sur ce contour.

$$\oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{V}) \cdot d\vec{S}$$

Définition 1.4 (Laplacien)**.** *L'opérateur Laplacien $\Delta = \nabla^2$ est un opérateur différentiel du second ordre. Pour un champ scalaire U, il est défini comme la divergence du gradient :*

$$\Delta U = \nabla^2 U = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} U) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Pour un champ vectoriel $\vec{V}$, il est défini par l'identité $\Delta \vec{V} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V})$.

1.1.4 Champ magnétique et Force de Lorentz

Le champ magnétique $\vec{B}$ est généré par les courants électriques (charges en mouvement). Une charge q se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ dans un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ subit la force de Lorentz :

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

La composante magnétique de cette force est $\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$. Les équations de la magnétostatique sont $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ (le flux magnétique est conservatif) et $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ (théorème d'Ampère), où $\vec{j}$ est la densité de courant.

1.2 Équations de Maxwell et ondes électromagnétiques

1.2.1 Conservation de la charge

L'équation de conservation de la charge, ou équation de continuité, est un principe fondamental qui stipule que la variation de la charge ρ dans un volume s'accompagne d'un flux de courant $\vec{j}$ à travers sa surface. Sa forme locale est :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

1.2.2 Les équations de Maxwell dans le vide

Les équations de Maxwell unifient l'électricité et le magnétisme. Dans le vide, en l'absence de charges ($\rho = 0$) et de courants ($\vec{j} = 0$), elles s'écrivent :

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 && \text{(Maxwell-Gauss)} \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 && \text{(Maxwell-Flux, absence de monopôles magnétiques)} \\
\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} && \text{(Maxwell-Faraday)} \\
\vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} && \text{(Maxwell-Ampère)}
\end{aligned}$$

Remarque 1.2 (Compatibilité avec la conservation de la charge)**.** L'équation de Maxwell-Ampère (avec sources) contient implicitement l'équation de continuité. En effet, en prenant la divergence de $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})$$

Sachant que $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0$ et en utilisant Maxwell-Gauss $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$, on obtient :

$$0 = \mu_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{j}) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{\epsilon_0} \right) \implies \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

La conservation de la charge est donc une conséquence des équations de Maxwell.

En combinant les deux équations du rotationnel, on obtient une équation de propagation pour les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

C'est l'équation d'onde, qui décrit une propagation à la vitesse $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, la vitesse de la lumière dans le vide.

1.3 L'Onde Plane Monochromatique (OPPM)

Une solution particulière et fondamentale de l'équation d'onde est l'onde plane monochromatique. En notation complexe, elle s'écrit :

$$\tilde{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \text{et} \quad \tilde{\vec{B}}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

où :

— $\vec{E}_0$ et $\vec{B}_0$ sont les amplitudes complexes.
— ω est la pulsation de l'onde.
— $\vec{k}$ est le vecteur d'onde, qui indique la direction de propagation. Sa norme est $k = 2\pi/\lambda$.

En injectant cette solution dans les équations de Maxwell, on trouve les propriétés des OPPM dans le vide :

1. L'onde est transverse : $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ et $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires à la direction de propagation.
2. Les champs électrique et magnétique sont orthogonaux : $\vec{E} \cdot \vec{B} = 0$.
3. La structure est trièdre direct : $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{k})$ forment une base directe.
4. Les amplitudes sont liées : $||\vec{E}|| = c||\vec{B}||$.

1.4 Énergie électromagnétique

Une onde électromagnétique transporte de l'énergie. La densité d'énergie électromagnétique u_{em} et le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ sont définis par :

$$u_{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad \text{(en J/m}^3\text{)}$$

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{(en W/m}^2\text{)}$$

Le vecteur de Poynting représente la densité de flux d'énergie, c'est-à-dire la puissance par unité de surface transportée par l'onde. L'équation de conservation de l'énergie locale s'écrit :

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi} = 0$$

2 Comportement d'une onde à une interface

2.1 Relations de passage

Lorsqu'une onde électromagnétique atteint l'interface séparant deux milieux différents, les champs doivent satisfaire des conditions de continuité. En l'absence de charges et de courants de surface, ces conditions sont :

— La composante tangentielle de $\vec{E}$ est continue : $\vec{E}_{1,\parallel} = \vec{E}_{2,\parallel}$
— La composante tangentielle de $\vec{H}$ est continue : $\vec{H}_{1,\parallel} = \vec{H}_{2,\parallel}$
— La composante normale de $\vec{D}$ est continue : $D_{1,\perp} = D_{2,\perp}$
— La composante normale de $\vec{B}$ est continue : $B_{1,\perp} = B_{2,\perp}$

2.2 Lois de Snell-Descartes

En appliquant la continuité de la phase de l'onde à l'interface pour l'onde incidente, réfléchie et transmise (réfractée), on démontre les lois de la réflexion et de la réfraction :

1. L'onde réfléchie et l'onde réfractée sont dans le plan d'incidence.
2. L'angle de réflexion θ_r est égal à l'angle d'incidence θ_i : $\theta_r = \theta_i$.

3. La loi de la réfraction (loi de Snell-Descartes) : $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$, où θ_t est l'angle de transmission et n_1, n_2 sont les indices des milieux.

2.3 Coefficients de Fresnel (Réflexion et Transmission)

En utilisant les relations de passage pour les champs, on peut calculer les amplitudes des ondes réfléchie et transmise par rapport à l'onde incidente. Ces rapports sont appelés coefficients de Fresnel. Ils dépendent de la polarisation de l'onde (parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence).

Pour le cas simple de l'incidence normale ($\theta_i = 0$), les coefficients de réflexion r et de transmission t pour le champ électrique sont indépendants de la polarisation :

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

On note que $1 + r = t$. Les coefficients en intensité sont la réflectivité $R = |r|^2$ et la transmissivité $T = \frac{n_2}{n_1}|t|^2$, avec $R + T = 1$.

3 Propagation des Ondes dans les Milieux Matériels

3.1 Électrodynamique des milieux continus

Dans un milieu matériel, le champ électromagnétique total est la somme du champ externe et des champs microscopiques créés par les atomes du milieu. Pour éviter cette complexité, on utilise des champs macroscopiques qui moyennent ces effets.

3.1.1 Polarisation et charges liées

Sous l'effet d'un champ $\vec{E}$, les charges d'un milieu diélectrique se déplacent légèrement. Ce phénomène, appelé polarisation, est décrit par le **vecteur polarisation** $\vec{P}$, défini comme le moment dipolaire par unité de volume. Ce déplacement de charges crée une densité de charge non nulle, appelée **densité de charge liée** ρ_{liee} :

$$\rho_{liee} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

La variation temporelle de la polarisation crée également un courant, le **courant de polarisation** :

$$\vec{j}_{pol} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

3.1.2 Aimantation et courants liés

De même, la réponse d'un milieu à un champ $\vec{B}$ est décrite par le **vecteur aimantation** $\vec{M}$, le moment magnétique par unité de volume. L'alignement des moments magnétiques microscopiques peut être modélisé par une densité de courant macroscopique, le **courant d'aimantation** :

$$\vec{j}_{aim} = \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

3.1.3 Équations de Maxwell macroscopiques

Les équations de Maxwell fondamentales s'appliquent aux charges et courants *totaux* ($\rho_{tot} = \rho_{libres} + \rho_{liee}$ et $\vec{j}_{tot} = \vec{j}_{libres} + \vec{j}_{pol} + \vec{j}_{aim}$). Pour ne faire apparaître que les sources "utiles" (libres), on introduit deux nouveaux champs auxiliaires :

— Le **vecteur déplacement électrique** $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$.

— Le **vecteur excitation magnétique** $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$.

Les équations de Maxwell dans la matière s'écrivent alors en fonction des charges et courants libres ($\rho_{libres}, \vec{j}_{libres}$) :

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho_{libres} \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\
\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
\vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{j}_{libres} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}
\end{aligned}$$

Pour des milieux linéaires, homogènes et isotropes (LHI), on a les relations constitutives :

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{j}_{libres} = \sigma\vec{E}$$

où ϵ est la permittivité, μ la perméabilité et σ la conductivité du milieu. La vitesse de phase de l'onde dans un tel milieu est $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$. On définit l'indice de réfraction $n = c/v = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}$.

3.2 Modèle de Drude-Lorentz et dispersion

Le modèle de Lorentz décrit l'électron lié comme un oscillateur harmonique amorti, forcé par le champ électrique de l'onde :

$$m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} + m\omega_0^2\vec{r} = -e\vec{E}(t)$$

Ce modèle montre que la polarisation $\vec{P} = -Ne\vec{r}$ n'est pas en phase avec le champ $\vec{E}$. On introduit la susceptibilité électrique complexe $\tilde{\chi}_e(\omega)$ telle que $\tilde{\vec{P}} = \epsilon_0\tilde{\chi}_e(\omega)\tilde{\vec{E}}$. On trouve :

$$\tilde{\chi}_e(\omega) = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

En séparant les parties réelle et imaginaire, $\tilde{\chi}_e = \chi_e' + i\chi_e''$, on obtient :

$$\chi_e'(\omega) = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad \text{(partie liée à la dispersion)}$$

$$\chi_e''(\omega) = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad \text{(partie liée à l'absorption)}$$

La permittivité relative devient une quantité complexe : $\tilde{\epsilon}_r(\omega) = 1 + \tilde{\chi}_e(\omega)$. On parle de milieu dispersif. La partie imaginaire de $\tilde{\epsilon}_r$ est responsable de l'absorption de l'onde, tandis que la partie réelle est liée à la vitesse de phase.

3.2.1 Indice de réfraction complexe

La relation de dispersion dans un milieu LHI est $k^2 = \omega^2 \mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0$. On définit un indice de réfraction complexe $\tilde{n}(\omega)$ tel que $\tilde{n}^2 = \mu_r \tilde{\epsilon}_r(\omega)$. Pour un milieu non magnétique ($\mu_r = 1$), $\tilde{n}^2 = \tilde{\epsilon}_r(\omega)$. En écrivant $\tilde{n} = n' + in''$, le vecteur d'onde devient complexe : $\tilde{k} = \frac{\omega}{c}\tilde{n} = \frac{\omega}{c}n' + i\frac{\omega}{c}n''$. Une onde plane se propageant selon z s'écrit alors :

$$\tilde{\vec{E}}(z,t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{\omega}{c}n''z} e^{i(\frac{\omega}{c}n'z - \omega t)}$$

On voit que n' (partie réelle) est l'indice de réfraction qui gouverne la vitesse de phase $v_\phi = c/n'$, tandis que n'' (partie imaginaire) est l'indice d'extinction qui gouverne l'absorption de l'onde.

3.3 Propagation dans les conducteurs : Effet de peau

Dans un conducteur, les électrons sont libres ($\omega_0 = 0$). Le PFD pour un électron est $m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} = -e\vec{E}(t)$. La densité de courant $\vec{j} = -Ne\dot{\vec{r}}$ s'écrit $\tilde{\vec{j}} = \sigma(\omega)\tilde{\vec{E}}$ avec la conductivité complexe :

$$\sigma(\omega) = \frac{Ne^2/m}{\gamma - i\omega} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma}$$

où $\sigma_0 = Ne^2/(m\gamma)$ est la conductivité statique (loi d'Ohm).

Remarque 3.1 (Limites de la conductivité).
— **Basses fréquences** ($\omega \ll \gamma$) : On a $\sigma(\omega) \approx \sigma_0$. On retrouve la loi d'Ohm statique $\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$.
— **Hautes fréquences** ($\omega \gg \gamma$) : On a $\sigma(\omega) \approx i\frac{Ne^2}{m\omega} = i\frac{\sigma_0\gamma}{\omega}$. La conductivité est un imaginaire pur. Le courant et le champ électrique sont en quadrature de phase, ce qui implique qu'en moyenne, aucune puissance n'est dissipée par effet Joule. Le milieu se comporte comme un conducteur parfait.

Pour un bon conducteur ($\sigma \gg \omega\epsilon$), on peut montrer que le vecteur d'onde est $k \approx (1-i)\sqrt{\frac{\mu\sigma_0\omega}{2}}$. Le champ électrique s'écrit alors : $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 e^{-z/\delta} e^{i(z/\delta - \omega t)}$, où δ est la profondeur de peau (skin depth) :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma_0\omega}}$$

L'onde ne pénètre que sur une faible distance δ dans le conducteur.

3.4 Propagation dans les plasmas

Un plasma est un gaz d'ions et d'électrons libres. En négligeant les collisions ($\gamma = 0$), c'est un milieu sans absorption mais dispersif. La relation de dispersion est :

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$$

où $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$ est la pulsation plasma.
— Si $\omega > \omega_p$, k est réel. L'onde se propage dans le plasma.
— Si $\omega < \omega_p$, k est imaginaire pur, $k = i\kappa$ avec $\kappa = \frac{1}{c}\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}$. L'onde s'écrit $\tilde{\vec{E}}(z,t) = \vec{E}_0 e^{-\kappa z} e^{-i\omega t}$. C'est une **onde évanescente** : son amplitude décroît

exponentiellement sans propager de phase. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont en quadrature de phase, le vecteur de Poynting moyen $\langle\vec{\Pi}\rangle$ est nul. Aucune énergie n'est transportée en moyenne, l'onde est donc totalement réfléchie.

Cette propriété explique pourquoi l'ionosphère terrestre réfléchit les ondes radio de basse fréquence.

3.4.1 Aspects énergétiques dans un plasma

Dans un plasma, l'énergie de l'onde inclut l'énergie cinétique des électrons. La densité d'énergie totale moyenne $\langle u_{tot}\rangle = \langle u_{em}\rangle + \langle u_{cin}\rangle$. On peut montrer que le flux d'énergie, donné par le vecteur de Poynting, se propage à la vitesse de groupe : $\langle\vec{\Pi}\rangle = \langle u_{tot}\rangle\vec{v}_g$, confirmant que v_g est bien la vitesse de propagation de l'énergie.

3.5 Vitesse de phase et vitesse de groupe

Dans un milieu dispersif, la vitesse de propagation dépend de la fréquence.

Définition 3.1 (Vitesse de phase)**.** *La vitesse de phase v_ϕ est la vitesse de propagation d'une onde monochromatique.*

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}$$

Définition 3.2 (Vitesse de groupe)**.** *La vitesse de groupe v_g est la vitesse de propagation de l'enveloppe d'un paquet d'ondes (qui transporte l'information et l'énergie).*

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Exemple 3.1 (Plasma)**.** Pour un plasma, $v_\phi = \frac{c}{\sqrt{1-(\omega_p/\omega)^2}} > c$. La vitesse de phase peut être supraluminique. Cependant, la vitesse de groupe est $v_g = c\sqrt{1-(\omega_p/\omega)^2} < c$. L'énergie et l'information se propagent bien à une vitesse inférieure à c. On a la relation $v_g v_\phi = c^2$.

4 Polarisation de la Lumière

La polarisation décrit l'orientation du champ électrique $\vec{E}$ dans le plan transverse à la propagation.

4.1 Description de la polarisation

Pour une onde se propageant selon z, $\vec{E}$ est dans le plan (x, y). Ses composantes s'écrivent :

$$E_x(z,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz)$$
$$E_y(z,t) = E_{0y}\cos(\omega t - kz + \phi)$$

La trajectoire de l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ dans le plan (x, y) définit l'état de polarisation.

- **Polarisation rectiligne (ou linéaire) :** Si $\phi = 0$ ou $\phi = \pi$, le vecteur $\vec{E}$ oscille le long d'une droite.
- **Polarisation elliptique :** Cas général. La pointe du vecteur $\vec{E}$ décrit une ellipse.
- **Polarisation circulaire :** Cas particulier de la polarisation elliptique où $E_{0x} = E_{0y}$ et $\phi = \pm\pi/2$. La pointe du vecteur $\vec{E}$ décrit un cercle.

4.2 Polariseurs et lames à retard

- **Polariseur :** Un dispositif qui ne transmet qu'une seule composante de la polarisation. Pour un polariseur rectiligne, la lumière transmise est polarisée le long de son axe de transmission. La loi de Malus donne l'intensité transmise I à travers un analyseur (second polariseur) dont l'axe fait un angle θ avec la polarisation de la lumière incidente : $I = I_0 \cos^2(\theta)$.
- **Lame à retard :** Matériau biréfringent qui introduit un déphasage $\Delta\phi$ entre deux composantes orthogonales de la polarisation. Une lame quart-d'onde ($\Delta\phi = \pi/2$) peut transformer une polarisation rectiligne en circulaire (et inversement). Une lame demi-onde ($\Delta\phi = \pi$) peut faire tourner le plan d'une polarisation rectiligne.

5 Phénomènes d'Interférence

L'interférence résulte de la superposition de plusieurs ondes cohérentes.

5.1 Principe de superposition et interférences à deux ondes

La superposition de deux ondes A_1 et A_2 issues de deux sources synchrones et cohérentes donne une onde résultante $A_{tot} = A_1 + A_2$. L'intensité lumineuse, proportionnelle au carré de l'amplitude, n'est pas simplement la somme des intensités. Pour deux ondes d'égale amplitude A_0 et de phase ϕ_1 et ϕ_2 en un point P, l'intensité résultante est :

$$I_{tot} \propto |A_0 e^{i\phi_1} + A_0 e^{i\phi_2}|^2 = 2A_0^2(1 + \cos(\phi_2 - \phi_1)) = 4A_0^2 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

où $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = k(r_2 - r_1)$ est le déphasage, lié à la différence de marche $\delta = r_2 - r_1$.

- **Interférence constructive (maximum d'intensité) :** $\Delta\phi = 2m\pi \iff \delta = m\lambda$
- **Interférence destructive (minimum d'intensité) :** $\Delta\phi = (2m+1)\pi \iff \delta = (m + 1/2)\lambda$

5.2 Dispositif des fentes de Young

C'est l'expérience canonique d'interférences. Deux fentes fines, espacées de a, sont éclairées par une onde plane. Sur un écran situé à une distance $D \gg a$, on observe une figure d'interférence. La différence de marche en un point x sur l'écran est $\delta \approx \frac{ax}{D}$. L'intensité sur l'écran est :

$$I(x) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)$$

On observe des franges brillantes et sombres équidistantes. L'interfrange, distance entre deux franges brillantes consécutives, est $i = \frac{\lambda D}{a}$.

5.3 Interférences à N ondes : Réseaux de diffraction

Un réseau est une succession de N fentes parallèles et équidistantes. La superposition des ondes issues des N fentes donne une figure d'interférence plus complexe. L'intensité est donnée par :

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin(N\Delta\phi/2)}{\sin(\Delta\phi/2)} \right)^2$$

où $\Delta\phi = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$ est le déphasage entre deux fentes adjacentes. La figure est composée de :

- **Pics principaux :** Très fins et intenses, pour $\Delta\phi = 2m\pi$ (soit $a\sin\theta = m\lambda$). L'intensité est $I_{max} = N^2 I_0$.
- **Pics secondaires :** Beaucoup moins intenses entre les pics principaux.
- **Minima :** $N - 1$ zéros d'intensité entre chaque pic principal.

5.4 Interféromètre de Fabry-Pérot

Cet interféromètre est constitué de deux miroirs plans, parallèles, à haute réflectivité. Une onde incidente subit de multiples réflexions, créant une infinité d'ondes transmises qui interfèrent. L'intensité transmise est donnée par la fonction d'Airy :

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + F\sin^2(\delta/2)}$$

où δ est le déphasage pour un aller-retour et $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ est le coefficient de finesse. Pour R proche de 1, F est très grand, et l'interféromètre ne transmet la lumière que dans de très fines bandes de fréquence (ou d'angle), ce qui le rend très utile en spectroscopie.

6 Phénomènes de Diffraction

La diffraction décrit la tendance des ondes à s'étaler lorsqu'elles rencontrent un obstacle ou une ouverture.

6.1 Principe d'Huygens-Fresnel

Chaque point d'une surface d'onde peut être considéré comme une source secondaire d'ondelettes sphériques. L'enveloppe de ces ondelettes à un instant ultérieur donne la nouvelle position du front d'onde. L'amplitude en un point est la somme des contributions de toutes ces sources secondaires.

6.2 Diffraction de Fraunhofer

C'est le régime de diffraction en champ lointain. L'amplitude de l'onde diffractée dans une direction donnée est proportionnelle à la transformée de Fourier de la fonction d'ouverture de l'obstacle.

6.3 Exemples

- **Fente simple :** Une fente de largeur a produit une figure de diffraction dont l'intensité est :

$$I(\theta) = I_0 \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right) \quad \text{avec} \quad \mathrm{sinc}(u) = \frac{\sin u}{u}$$

  La figure est une tâche centrale brillante, deux fois plus large que les taches secondaires.
- **Fentes de Young (cas réaliste) :** Si les fentes ont une largeur a finie et sont séparées par une distance b, la figure observée est le produit de la figure d'interférence de deux sources ponctuelles (franges de cosinus carré) et de la figure de diffraction d'une fente simple (enveloppe en sinus cardinal carré).

$$I(\theta) \propto \cos^2\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right) \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)$$

- **Ouverture circulaire :** Une ouverture de diamètre D produit une figure de diffraction appelée tache d'Airy, composée d'un disque central brillant entouré d'anneaux. L'intensité est :

$$I(\theta) \propto \left(\frac{2J_1(\pi D \sin\theta/\lambda)}{\pi D \sin\theta/\lambda}\right)^2$$

  où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1.

6.4 Critère de résolution de Rayleigh

À cause de la diffraction, l'image d'une source ponctuelle n'est pas un point, mais une tache de diffraction. Cela limite le pouvoir de résolution d'un instrument d'optique.

Définition 6.1 (Critère de Rayleigh)**.** *Deux sources ponctuelles sont considérées comme tout juste résolues si le maximum de la figure de diffraction de l'une coïncide avec le premier minimum de la figure de l'autre.*

Pour une ouverture circulaire de diamètre D, l'angle minimal θ_{min} entre deux sources résolues est donné par la position du premier minimum de la tache d'Airy :

$$\sin(\theta_{min}) \approx \theta_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

Exemple 6.1 (Œil humain)**.** Pour l'œil humain, avec une pupille de $D \approx 5$ mm et pour une longueur d'onde $\lambda \approx 500$ nm, le pouvoir de résolution angulaire est d'environ 1.22×10^{-4} radians, soit environ 1 minute d'arc.