

1～nまでの数字の書かれたカードが1枚ずつあります。このカードのうち、いくつかのカードを集めて「特別なグループ」を作ります。「特別なグループ」のリスト全体は以下の3つのルールを満たしている必要があります。

1. 持っているカードを全部集めたグループ、カードが1枚も入っていない『からっぽ』のグループが「特別なグループ」のリストに入っていないといけない。
2. 「特別なグループ」のリストからグループを2つ選んだとき、その両方に共通して入っているカードだけを集めて新しいグループを作ったら、その新しいグループも必ず「特別なグループ」のリストに入っていなければいけない。
3. 「特別なグループ」のリストから、好きなだけグループを選んで、その中に入っているカードを全部ごちゃまぜにして合体させた新しい大きなグループも、必ず「特別なグループ」のリストに入っていなければいけない。

この時、下の問題に答えましょう。

- (1) 3つのルールに加えて、今回はもう一つ新しいルール A を追加してみましょう。

ルール A

どれでも好きな2枚の違うカード（たとえば「3」と「5」）を選んだ時

- (a) 必ず『3』が入っているけど、『5』は入っていない特別なグループが見つかる。
- (b) その逆の『5』は入っているけど、『3』は入っていない特別なグループも必ず見つかる。

このルール A が追加されたとき、「考えられるすべてのカードの組み合わせ」が、全部「特別なグループ」になってしまうことを説明しましょう。

- (2) 今度は、カードが「1, 2, 3, 4, ...」と無限にある世界を考えてみましょう。また、3つのルールに今度は別のルール B を追加してみましょう。

ルール B

どれでも好きな2枚の違うカード（たとえば「10」と「100」）を選んだとき、

必ず『10』が入っている特別なグループと『100』が入っている特別なグループのペアで、中身のカードが1枚もかぶっていない（共通のカードが1枚もない）ものが見つかる。

次に裏グループについて考えてみましょう

裏グループ: ある「特別なグループ」があったとき、そのグループに入っていないカード全部を集めて作ったグループのことを、元のグループの「裏グループ」と呼びます。

ルール C を下のようによめます。

ルール C

まず、カードを1枚選ぶ（たとえば「5」）

次に、「5」のカードが入っていない「裏グループ」を1つ選ぶ

このとき、必ず『5』が入っている特別なグループと「選んだ『裏グループ』のカードが全部入っている特別なグループ」のペアで、中身が1枚もかぶらないものが見つかる。

3つのルールに加えてルール B を守りながら作った「特別なグループ」でルール C を満たさないものを作ってみましょう。