

# מבוא לתורת הקבוצות ואוטומטים - 234129

## תרגיל בית 4

סמינר חורף 2023-2024

המתרגל האחראי על התרגיל: אסף שחם

תאריך הגשה: 28.03.24

נושאי התרגיל: שפות פורמליות, אוטומט סופי דטרמיניסטי, אוטומט מכפלה, תכונות סגור בסיסיות

הוראות לפתרון התרגיל:

- בכל מקרה בו אתם מתבקשים להוכיח, عليכם לכתוב הוכחה פורמלית מלאה. عليכם לפרט את כל שלבי הפתרון.
- בכל מקרה בו אתם מנסים להפריך, נסו למצוא דוגמה נגדית קצרה ו פשוטה ככל האפשר. זכרו (1) להגדרה במפורש, (2) להוכיח כי היא מקיימת את הנתונים, ו-(3) להוכיח כי אינה מקיימת את מסקנת הטענה.
- אם נדרש הסבר או נימוק בלבד, عليו להיות קצר אך בעל מבנה כללי של הוכחה (למשל הסבר/נימוק מדוע שתיקבוצות שווה צריך לכלול שני כיווני הכללה, וכו').

הוראות הגשה:

- ההגשה אלקטטרונית דרך אתר הקורס.
- יש להגיש קובץ PDF בלבד.
- על הפתרון להיות **מוקלד!** אין להגיש פתרונות בכתב יד. איורים וציורים ניתנים לצירר ביד.
- ההגשה היא בקבוצות של 3 סטודנטים.

תזכורת: הבדיקה היא מדגמית, ראו את סכמת הציוןים באתר הקורס.

**בהצלחה!**

## שאלה 1

יהי  $\Sigma = \{a, b\}$ , ותהא  $L \neq \emptyset$  שפה לא ריקה מעל  $\Sigma$ .  
 נאמר ש- $L$  היא שפה חיונית מסווג 1 אם  $L = \Sigma^*$ .  
 נאמר ש- $L$  היא שפה חיונית מסווג 2 אם לכל  $x \in \Sigma^*$  קיימת  $u \in \Sigma^*$  כך ש- $x \in L \cdot u$  (כלומר כל מילה נתן להשלים למילה בשפה).  
הערה: המונח "שפה חיונית" הוא תרגום מאולץ של המושג liveness.  
 (א) הוכיחו / הפריכו: אם  $L$  היא שפה חיונית מסווג 1 אז היא שפה חיונית מסווג 2.  
 (ב) הוכיחו / הפריכו: אם  $L$  היא שפה חיונית מסווג 2 אז היא שפה חיונית מסווג 1.

## שאלה 2

תהי  $L$  שפה מעל  $\{a, b\}$ .  
 נגדיר:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

הוכיחו:  $L^2 \subseteq L$  אם  $L = L^+$

## שאלה 3

בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי לכל אחת מהשפות הבאות מעל  $\{a, b\}$ :

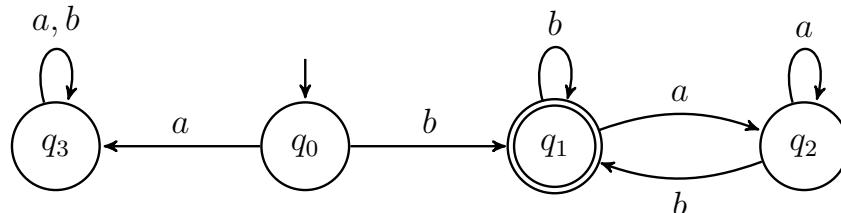
(א)  $L_1 = \{\sigma w \sigma \mid \sigma \in \Sigma, w \in \Sigma^*\}$

(ב)  $L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}, m \equiv n \pmod{3}\}$

(ג)  $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{זוגי } \#_a(w) \cdot \#_b(w)\}$

## שאלה 4

יהי  $\Sigma = \{a, b\}$ .  
 נגדיר אוטומט ( $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ ) מוגדרת ע"י הشرطות:



תהי  $L = \{bwb \mid w \in \Sigma^*\}$  שפת כל המילים מעל  $\Sigma$  שמתחילה ומסתיימות ב- $b$ .  
הוכיחו:  $L(A) = L$