

מבוא לתורת הקבוצות ואוטומטים - 234129

תרגיל בית 4

סמסטר חורף 2023-2024

המתרגל האחראי על התרגיל: אסף שהם

תאריך הגשה: 28.03.24

נושאי התרגיל: שפות פורמליות, אוטומט סופי דטרמיניסטי, אוטומט מכפלה, תכונות סגור בסיסיות

הוראות לפתרון התרגיל:

- בכל מקרה בו אתם מתבקשים להוכיח, עליכם לכתוב הוכחה פורמלית מלאה. עליכם לפרט את כל שלבי הפתרון.
- בכל מקרה בו אתם מנסים להפריך, נסו למצוא דוגמה נגדית קצרה ופשוטה ככל האפשר. זכרו (1) להגדירה במפורש, (2) להוכיח כי היא מקיימת את הנתונים, ו-(3) להוכיח כי אינה מקיימת את מסקנת הטענה.
- אם נדרש הסבר או נימוק בלבד, עליו להיות קצר אך בעל מבנה כללי של הוכחה (למשל הסבר/נימוק מדוע שתי קבוצות שוות צריך לכלול שני כיווני הכלה, וכו').

הוראות הגשה:

- ההגשה אלקטרונית דרך אתר הקורס.
- יש להגיש קובץ PDF בלבד.
- על הפתרון להיות מוקלד! אין להגיש פתרונות בכתב יד. איורים וציורים ניתן לצייר ביד.
- ההגשה היא בקבוצות של 3 סטודנטים.

תזכורת: הבדיקה היא מדגמית, ראו את סכמת הציונים באתר הקורס.

בהצלחה!

שאלה 1

יהי Σ א"ב, ותהא $L \neq \emptyset$ שפה לא ריקה מעל Σ .

נאמר ש- L היא שפה חיונית מסוג 1 אם $L = \Sigma^* \cdot L$.

נאמר ש- L היא שפה חיונית מסוג 2 אם לכל $u \in \Sigma^*$ קיימת $x \in \Sigma^*$ כך ש $u \cdot x \in L$ (כלומר כל מילה ניתן להשלים למילה בשפה).

הערה: המונח "שפה חיונית" הוא תרגום מאולץ של המושג liveness.

(א) הוכיחו / הפריכו: אם L היא שפה חיונית מסוג 1 אז היא שפה חיונית מסוג 2.

(ב) הוכיחו / הפריכו: אם L היא שפה חיונית מסוג 2 אז היא שפה חיונית מסוג 1.

שאלה 2

תהי L שפה מעל א"ב Σ .

נגדיר:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

הוכיחו: אם $L = L^+$ אז $L^2 \subseteq L$.

שאלה 3

בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי לכל אחת מהשפות הבאות מעל $\Sigma = \{a, b\}$:

$$L_1 = \{\sigma w \sigma \mid \sigma \in \Sigma, w \in \Sigma^*\} \quad (\text{א})$$

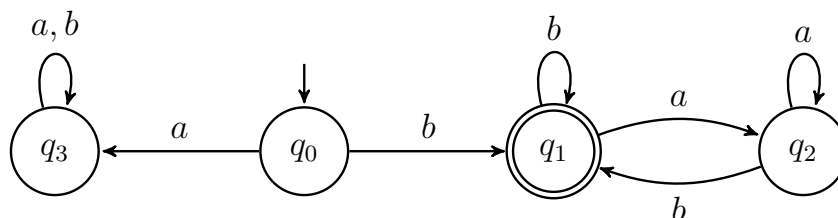
$$L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}, m = n \bmod 3\} \quad (\text{ב})$$

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \cdot \#_b(w) \text{ זוגי}\} \quad (\text{ג})$$

שאלה 4

יהי $\Sigma = \{a, b\}$ א"ב.

נגדיר אוטומט $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ כך ש- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_1\}$, ו- δ מוגדרת ע"י השרטוט:



תהי $L = \{bwb \mid w \in \Sigma^*\} \cup \{b\}$ שפת כל המילים מעל Σ שמתחילות ומסתיימות ב- b .

הוכיחו: $L(A) = L$.