

Sliding window

Mr. Akarapon Watcharapalakorn
Doctor of Optometry (O.D.)

Problem

Given a list L of n numbers $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ and a number k satisfying $1 \leq k < n$, let $b_i = \min[a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k-1}]$ be the minimum of the k elements in the length k sublist of L starting at a_i . Describe an efficient algorithm which outputs the sequence $b_1, b_2, \dots, b_{n-k+1}$.

A	3	2	1	4	5	-1	7	0	9	2
---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---

B	3	4	5	5	7	7	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

$k = 3$

Heap

- ใช้ max heap เก็บ pair ของ index และ value
 - ใช้ค่า top ทุกครั้งในแต่ละรอบ เช็ค index ว่าอยู่ในช่วงรีเปล่า? ถ้าไม่ pop ทิ้ง
- => ต้องการค่ามากที่สุดที่อยู่ในช่วง

$O(N \log N)$

Sliding window

ลองลดขั้นตอน heapify จาก $O(\log N)$ ให้เหลือ $O(1)$

....ตอนที่เพิ่มเข้ามา 1 ตัว ถ้าค่าของมันมากกว่าตัวก่อนหน้า ให้ pop ตัวก่อนหน้าทิ้ง

=> ไม่มีการค้างของตัวที่ไม่มีโอกาส

$O(N)$

A

3	2	1	4	5	-1	7	0	9	2
---	---	---	---	---	----	---	---	---	---

B

3	4	5	5	7	7	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---

3 1 5 7 9
2 4 -1 0 2

window

8	1	2	3
---	---	---	---

8	3
---	---

8 1 2 3

window

Sliding window

- 1. เพิ่มสมาชิกใหม่ และ pop สมาชิกใน window ที่ไม่มีวันเป็นคำตอบทิ้ง
- 2. เช็คค่าสมาชิกที่มากที่สุดของ window อยู่ในช่วงรีเปล่า? ถ้าไม่ก็ pop ทิ้ง
- 3. คำตอบในแต่ละรอบ(ช่วง k ตัว) คือตัวแรกของ window (front)

- Notice!! สมาชิกใน window จะเรียงตลอด
- Notice!!! สมาชิกแต่ละตัวจะเพิ่มและลบออกอย่างละครั้ง รวมทั้งหมดเป็น $2N$ ครั้ง $= O(N)$

```
void maxSlidingWindow(int A[], int n, int w, int B[]) {
    deque<int> Q;
    for (int i = 0; i < w; i++) {
        while (!Q.empty() && A[i] >= A[Q.back()])
            Q.pop_back();
        Q.push_back(i);
    }
    for (int i = w; i < n; i++) {
        B[i-w] = A[Q.front()];
        while (!Q.empty() && A[i] >= A[Q.back()])
            Q.pop_back();
        while (!Q.empty() && Q.front() <= i-w)
            Q.pop_front();
        Q.push_back(i);
    }
    B[n-w] = A[Q.front()];
}
```

Implement ด้วย linked list queue, Array queue หรือ Dequeue