**Sky Coaster 2**

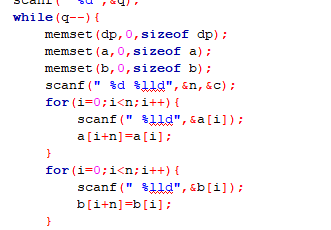
สำหรับข้อนี้ อาจจะมี “ความจริงแปลกๆ” อยู่หลายอย่าง

**เป้าหมาย 1:** หาซักเนินที่สามารถเริ่มแล้วแล่นกลับมาที่ตัวเองได้อย่างปลอดภัยก่อน

1. ทำอาเรย์ให้เป็น 2n (ก็อป 1 ถึง n มาวางต่อท้ายจาก array เดิมอีกรอบ)

2. ลองสมมุติให้เนินแรกเป็นจุดเริ่ม แล้วลองวนลูปดูว่าสามารถแล่นจาก 1 ถึง n ได้อย่างปลอดภัยมั้ย

โค้ดพี่จะให้ index เริ่มที่ 0 นะครับ เพื่อความง่ายในการเขียนตอนหลังๆ



**ความจริงแปลกๆอย่างที่ 1 :** ถ้าสมมุติว่า เราเริ่มที่เนินที่ 1 แล้วเราเกิดแล่นตกราง(แรงไม่พอ)ที่เนิน i แล้ว ***การเริ่มที่เนิน 2 ถึง i จะไม่มีทางแล่นได้สำเร็จแน่นอน***

***พิสูจน์:*** ทำไมถึงเป็นแบบนั้นล่ะ? เราลองคิดตามแบบนี้นะครับ

ถ้าเราเริ่มที่เนิน 1, แสดงว่า เราก็ต้องผ่านเนิน 2,3,4,… จนมาตกรางที่เนินที่ i ใช่มั้ยครับ?

การที่เราผ่านเนิน 2,3,4,…,i-1 ได้หมายความว่ายังไงบ้าง?

***แรงส่งจากเนินก่อนหน้า***+แรงส่งของเนินนั้น >= แรงต้านเนินนั้น นั่นเอง

ซึ่งเราก็รู้ว่า เนิน 2,3,4,…,i-1 มันมีแรงช่วยจากเนินก่อนหน้าพวกมันจนมันผ่านไปได้ใช่มั้ยครับ

ทีนี้ เรารู้ว่า เราเริ่มที่เนิน 1 แล้วตกราง

พอเราลองมาเริ่มที่เนิน 2

สังเกตว่า การออกตัวจากเนิน 2 จะไม่มีแรงส่งจากเนิน 1

แล้วเรารู้ว่า **ขนาดเนิน 2 ที่มีแรงส่งจากเนิน 1, ก็ยังตกรางที่เนิน i เลย**

แล้วแบบนี้ **เนิน 2 ที่ไม่มีแม้แต่แรงส่งจากเนิน 1** แล้วแล่นไปเรื่อยๆ ยังไงก็ตกรางที่เนิน i(หรือก่อนหน้านั้น) แน่นอน

แล้วมันก็จะเป็นแบบนี้กับเนิน 3,4,5,…,i ด้วยนั่งเอง

.

.

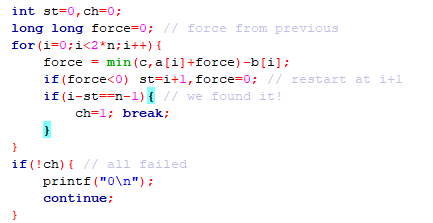
.

แล้วแบบนี้ หมายความว่ายังไงล่ะ

หมายความว่า ถ้าเราเริ่มที่ 1 แล้วตกรางที่ i ให้เราเปลี่ยนมาเริ่มที่ราง i+1 แทนเลย!(เพราะถ้าเริ่มที่ 2,3,…,i แล้วไม่รอดแน่นอน)

แล้วถ้าเราเริ่มที่เนิน i+1 แล้วเกิดตกรางอีก(สมมุติว่าเป็นเนิน j) เราก็เริ่มที่เนิน j+1 นั้นเลย

โค้ดตามนี้เลยครับ



แล้วถ้าเราวนจนครบความยาว n จากจุดเริ่มต้นแล้ว ก็ให้เรา break เลย

เราก็จะได้เนินๆนึงที่สามารถกลับมาหาตัวเองได้แล้ว

\*\*\*แต่ถ้าเกิดไม่มีเนินไหนกลับมาหาตัวเองได้เลย ก็ให้ตอบ 0 ไปเลย(เพราะไม่มีซักเนินที่ทำได้)

เป้าหมาย 2: หาเนินอื่นๆสามารถแล่นได้อย่างปลอดภัย โดยใช้ประโยชน์จากเนินเมื่อกี้(สมมุติว่าเนินนั้นคือ x)

**ความจริงแปลกๆอย่างที่ 2:** เนินไหนก็ตาม(สมมุติว่าเป็นเนิน i)ที่สามารถแล่นมาหาเนิน x ได้ เนินนั้นก็จะสามารถวนกลับมาหาตัวเองได้แน่นอน!

พิสูจน์ : ทำไมถึงเป็นอย่างนั้นล่ะ? ลองคิดตามนะครับ

1. เรารู้ว่าเนิน i สามารถแล่นจาก i ไป i+1,i+2,…,x ได้อย่างปลอดภัย

2. เรารู้ว่าเนิน x นั้นสามารถแล่นจาก x ไป x+1,x+2,…,n,1,2,…,x-2,x-1 จนกลับมาหาตัวเองได้อย่างปลอดภัยได้

พอเรารวมสิ่งที่เรารู้สองอย่างนี้เข้าด้วยกัน จะได้ว่า :

เราสามารถแล่นจาก i ไป i+1,…,x แล้วเราก็แล่นจาก x ไป x+1,x+2,…,i ได้นั่นเอง(อย่างจะงงๆหน่อย)

นั่นก็คือ เนิน i สามารถกลับมาหาตัวเองได้

เราจะทำ dp กัน

dp[i] = แรงส่งที่ต้องการ เพื่อให้แล่นจากเนิน i ไปยังเนิน x ได้!

โดยสมการมิกจะประมาณนี้ครับ

dp[i] = max( แรงที่ต้องเพิ่มเพื่อให้ผ่านเนินนี้ได้(กรณีที่แรงส่ง a ไม่พอ), dp[i+1]-แรงส่งจากเนิน i)

หรือก็คือ

dp[i] = max( b[i]-min(a[i],c) , dp[i+1] - (min(a[i],c)-b[i]) );

โดยเราจะวนลูปประมาณนี้ครับ

