

第四章 经典分散运动控制

4.3 独立关节位置PID控制器

华东理工大学信息科学与工程学院

卿湘运

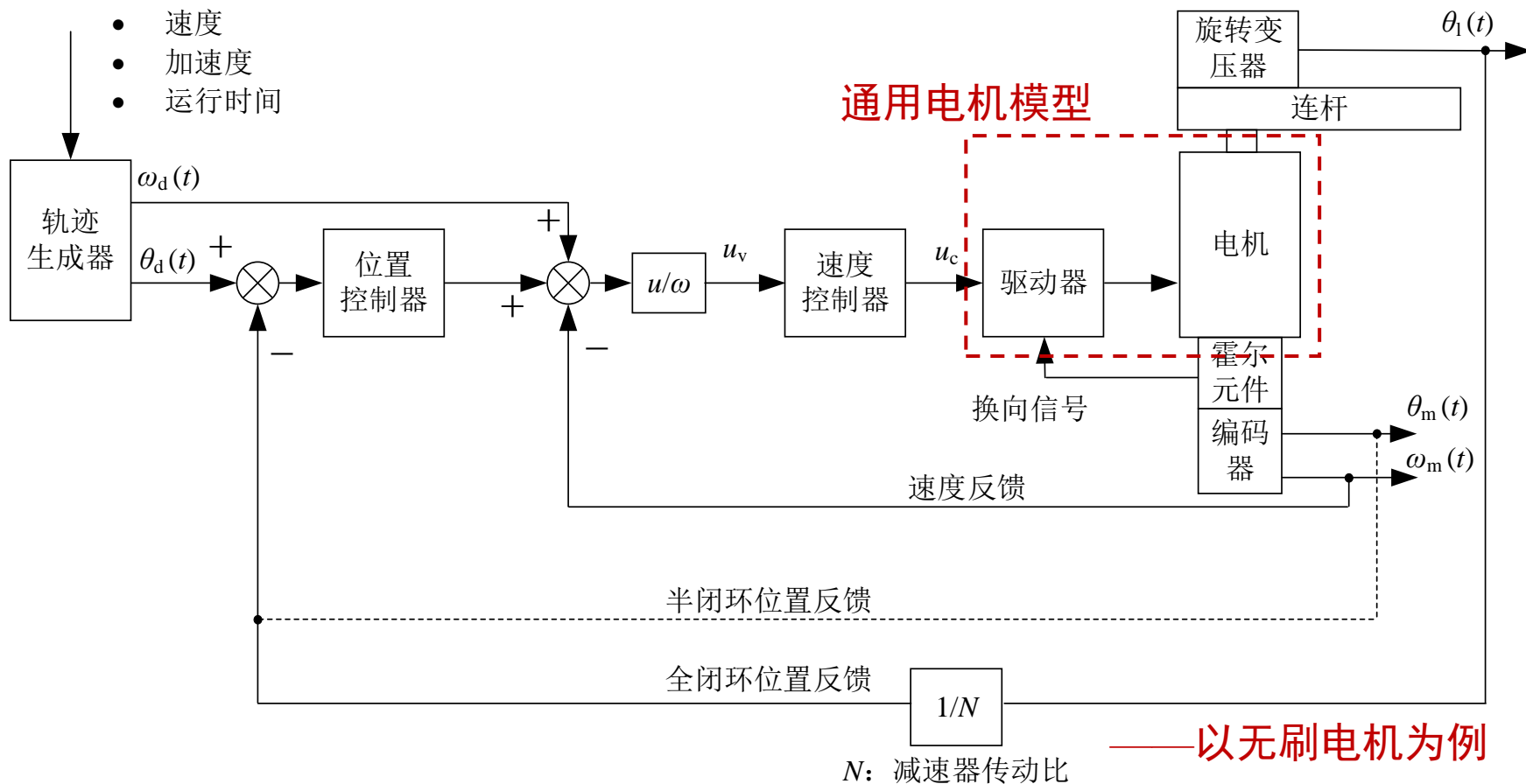
2024年1月

● 回顾

➤ 机器人关节电机控制系统组成原理

规划器指令：

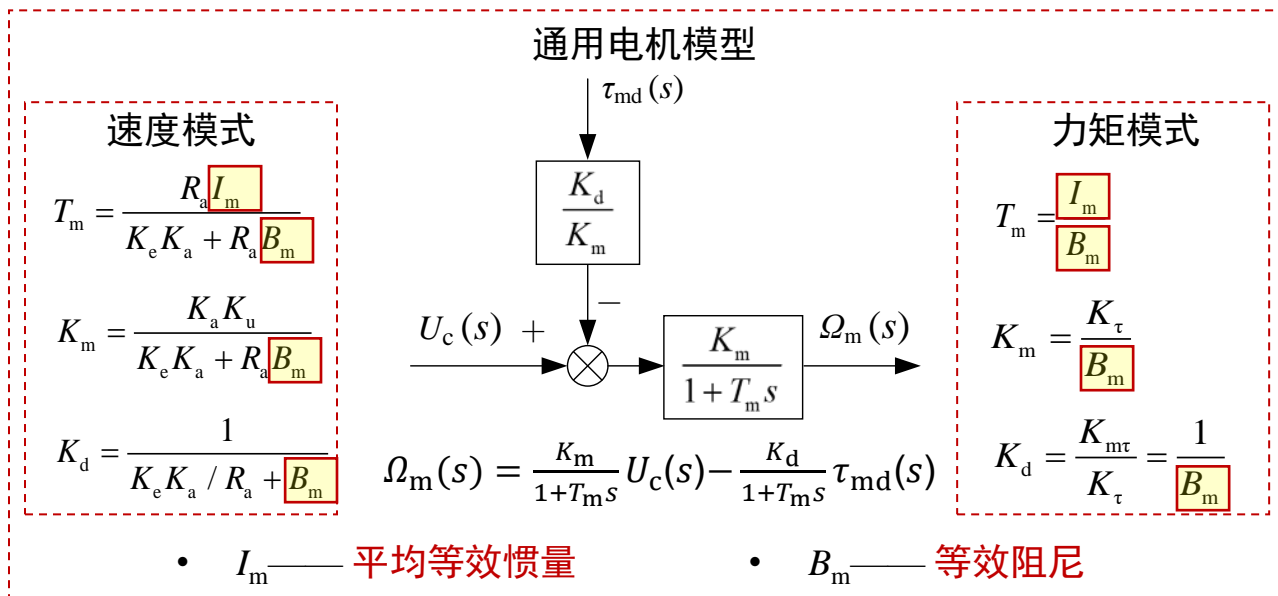
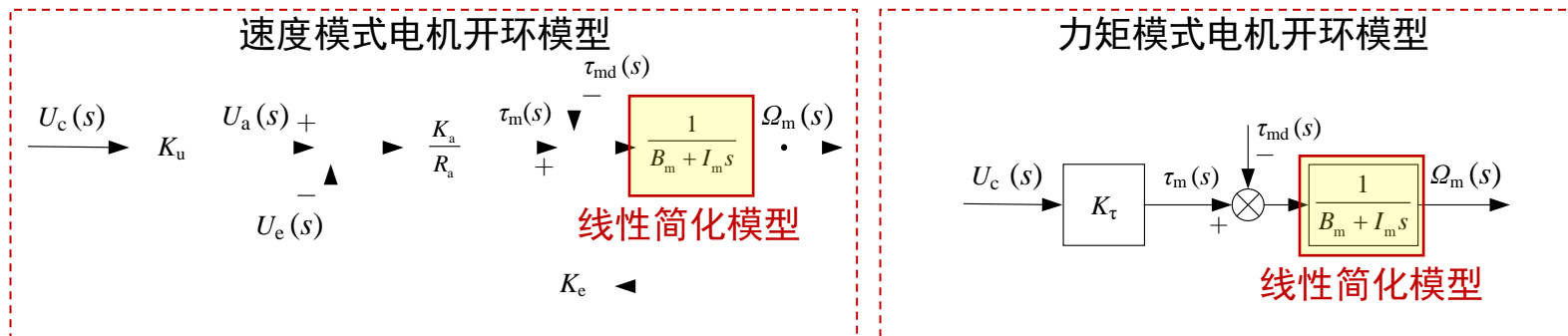
- 位置
- 速度
- 加速度
- 运行时间



无前馈位置PID控制器

● 控制器设计

➤ 通用电机模型 —— 内含关节电机线性简化模型

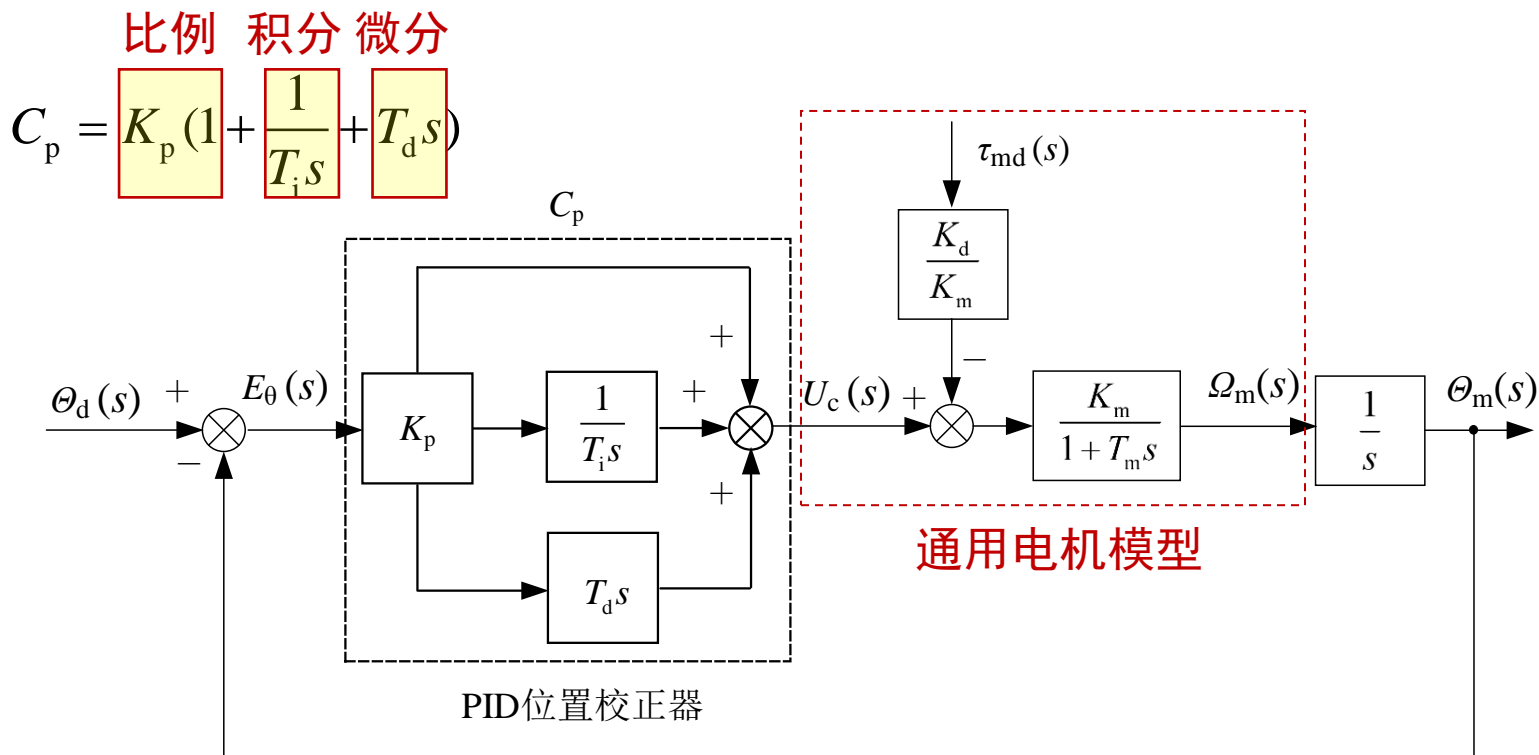


➤ 问题

- PID控制器结构?
- 控制器参数?

† 无前馈位置PID控制器

● 仅含位置环的PID控制器

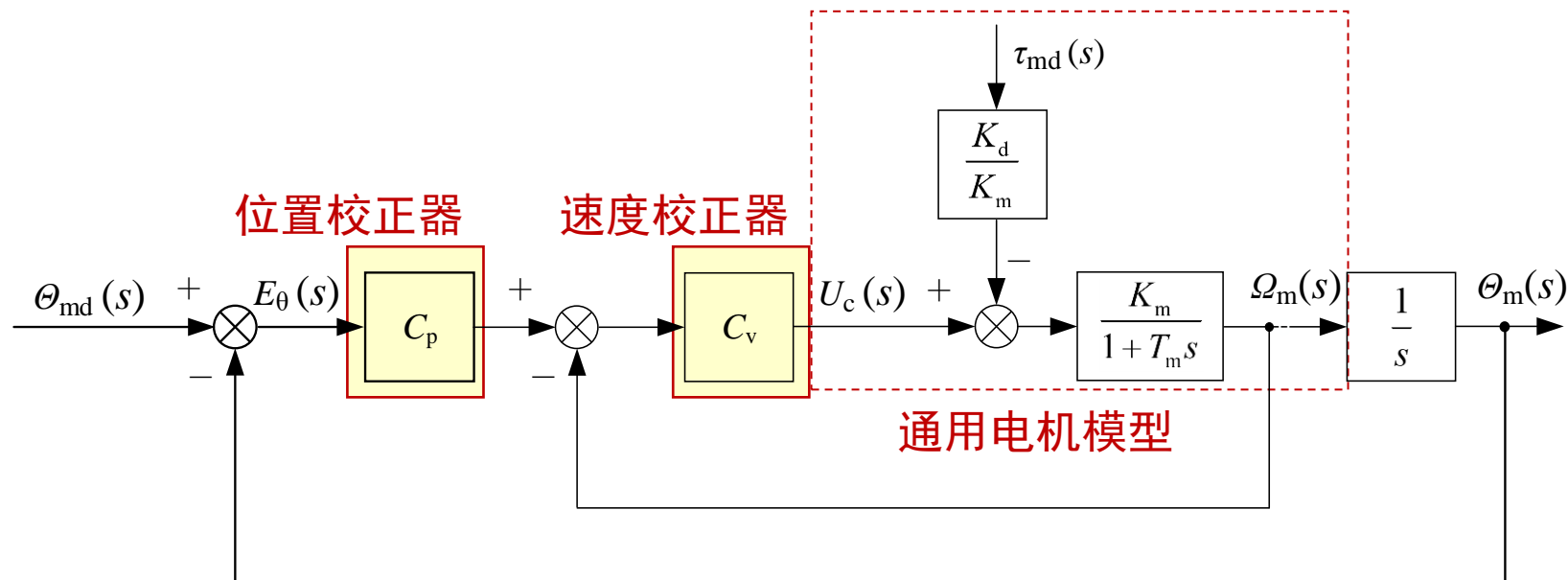


其中： $\theta_d(s)$ ——期望位置； $E_d(s)$ ——位置误差； $U_c(s)$ ——指令电压；
 $\tau_d(s)$ ——干扰转矩； $\Omega_m(s)$ ——输出转速； $\theta_m(s)$ ——输出位置

➤ 应用场合

- 对速度轨迹没有要求的位置随动系统

● 位置-速度双环PID控制器基本原理



➤ 优点

- 速度校正器误差为零，则位置误差为零，可以简化位置校正器，易于整定位置环
- 内环的存在有利于保证系统稳定和提高系统动态响应
- 便于引入速度前馈

● 位置-速度双闭环PID控制器的设计

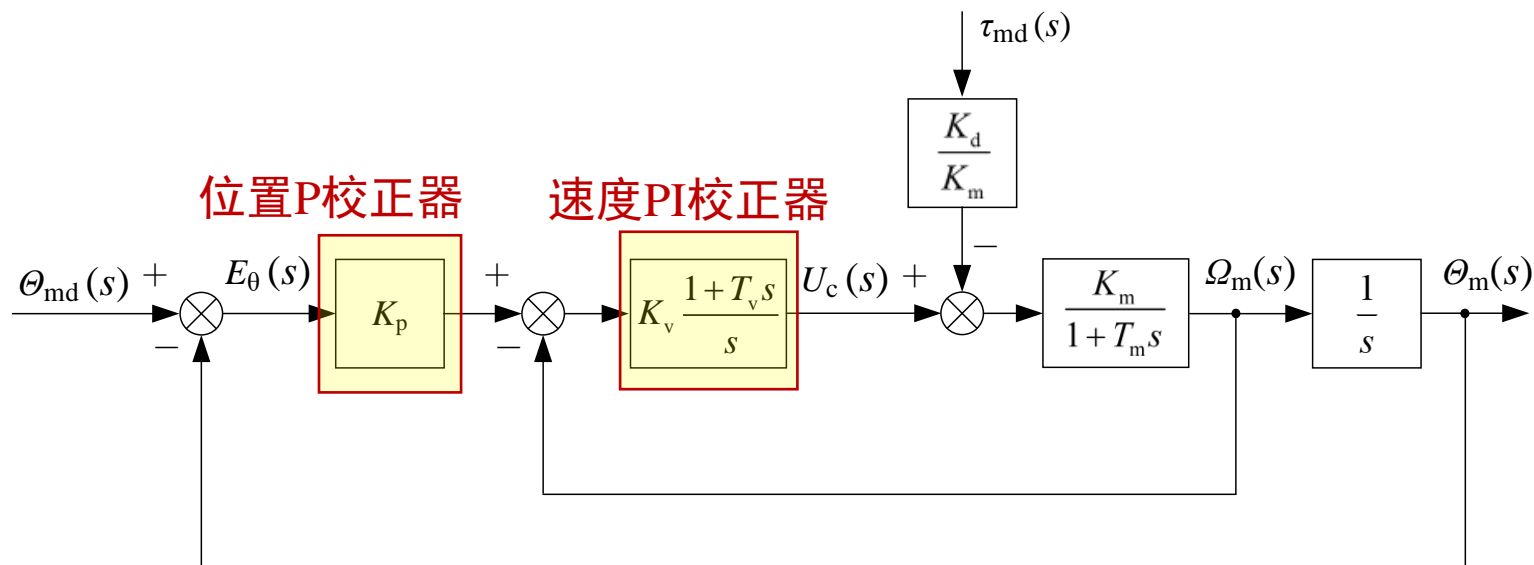
➤ 分别设计速度校正器和位置校正器

- 速度校正器——比例积分（PI）控制器 $C_v = K_v \frac{1 + T_v s}{s}$

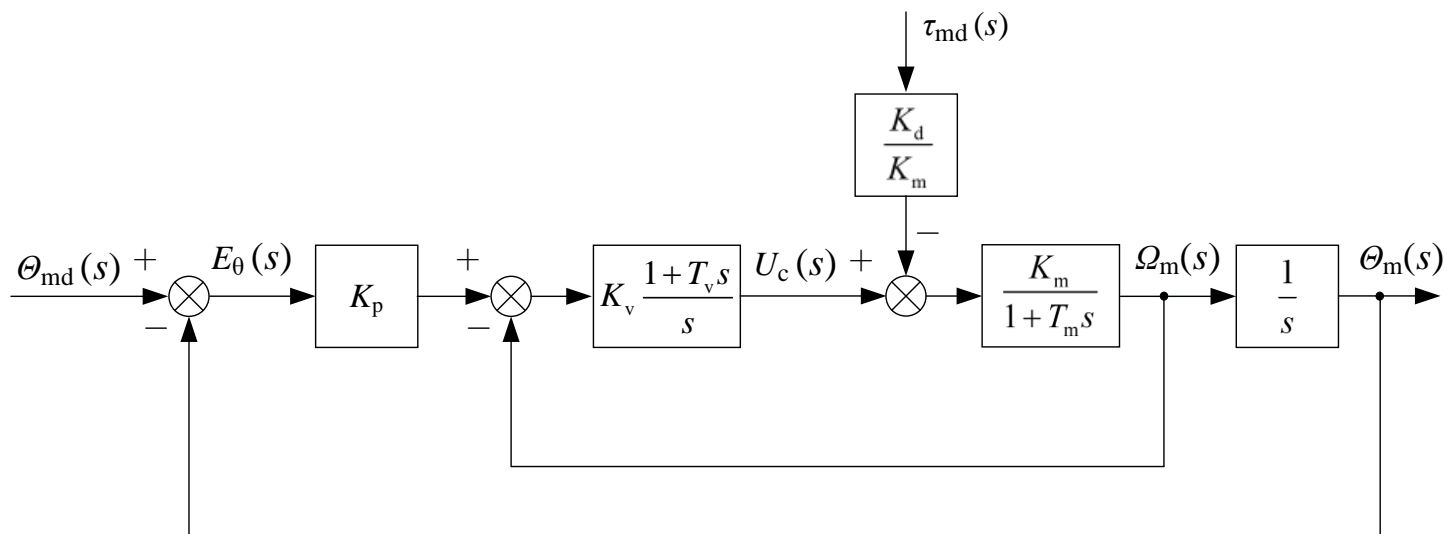
积分用于消除惯性环节，使系统对斜坡信号的稳态跟踪误差有界

- 位置校正器——比例（P）控制器 $C_p = K_p$

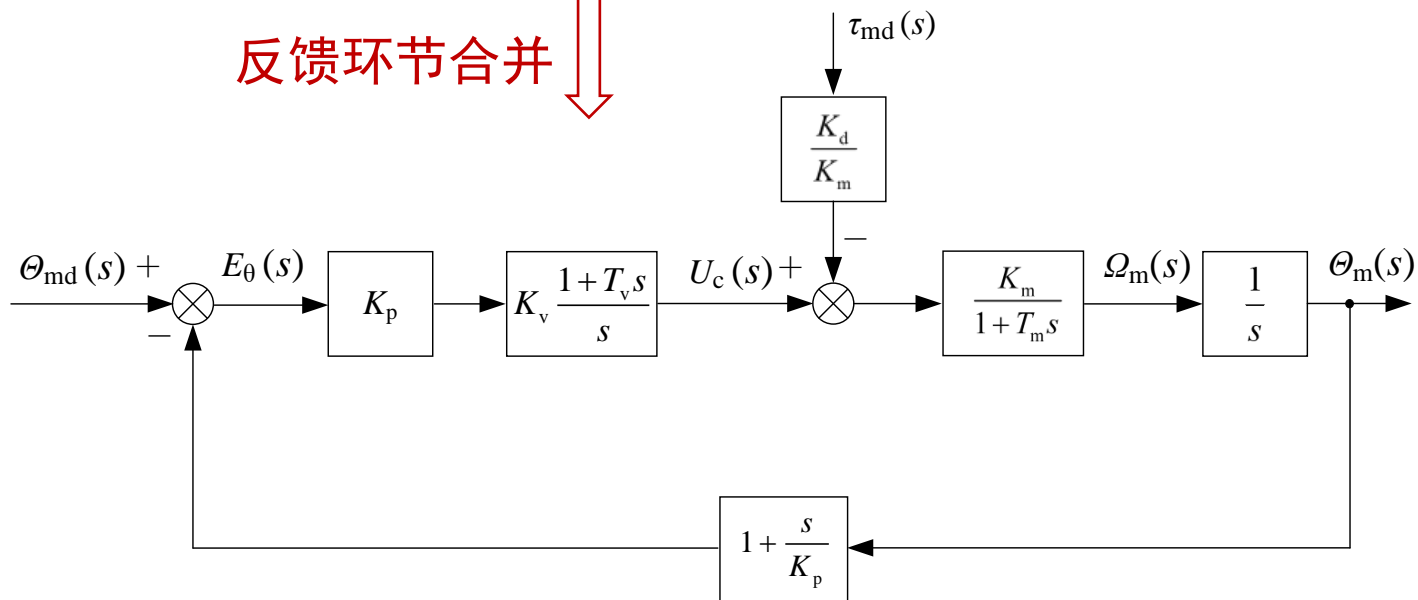
➤ 系统框图



无前馈位置PID控制器



反馈环节合并

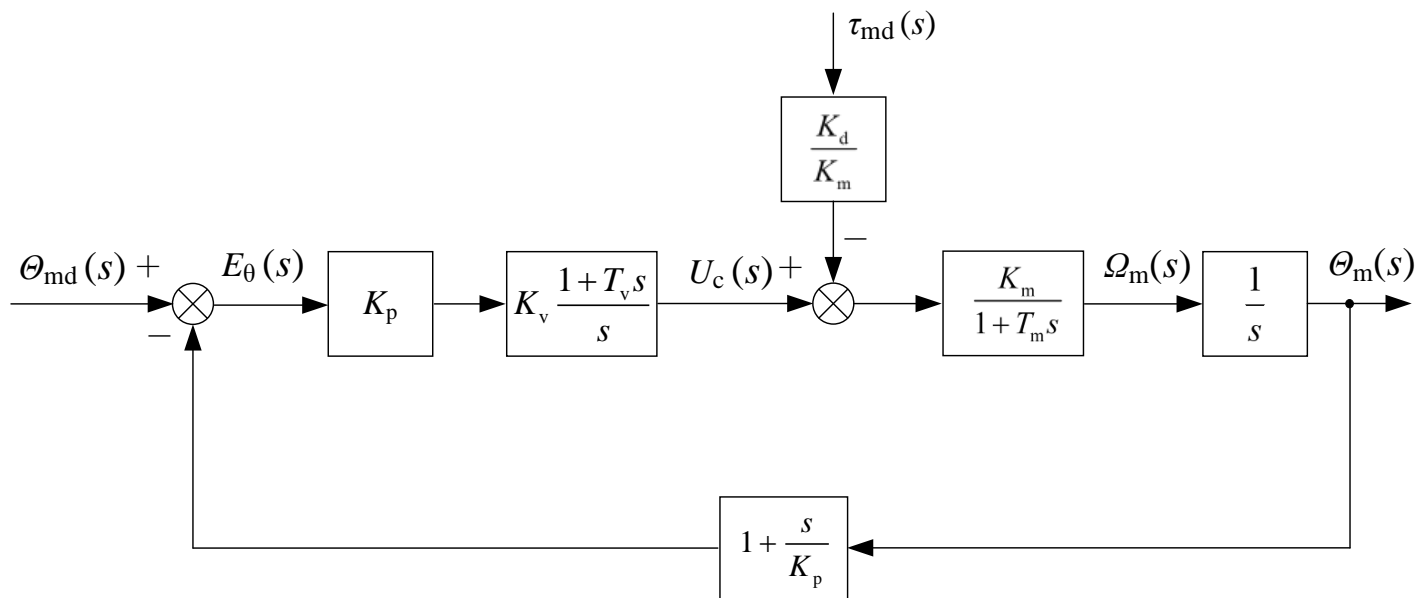


● 传递函数

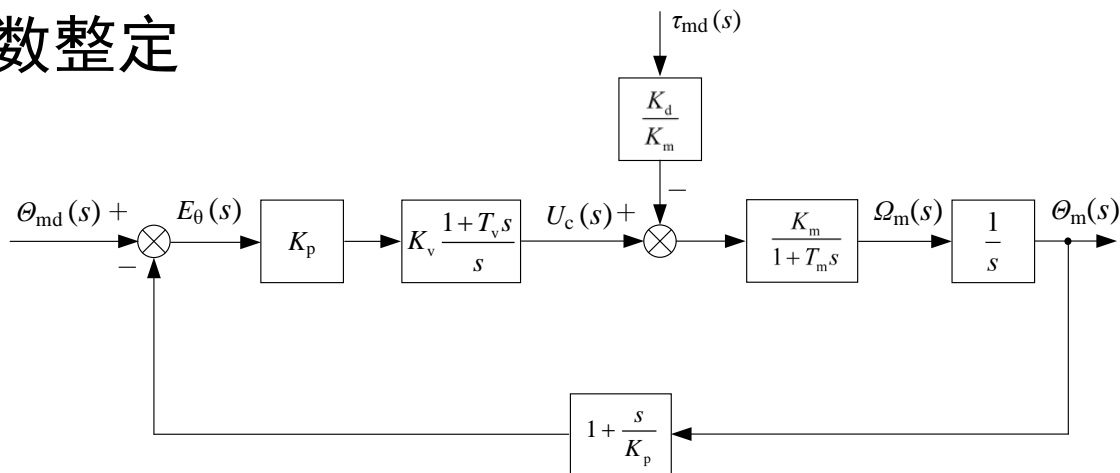
➤ 系统前向通道传递函数

$$G(s) = K_p \frac{K_v(1+T_v s)}{s} K_m \frac{1}{1+T_m s} \frac{1}{s} = \frac{K_m K_p K_v (1+T_v s)}{s^2 (1+T_m s)}$$

➤ 系统反馈通道传递函数 $H(s) = 1 + \frac{s}{K_p}$



● 控制器参数整定



➤ 系统开环传递函数

$$G(s)H(s) = \frac{K_m K_p K_v (1 + T_v s)}{s^2 (1 + T_m s)} \left(1 + \frac{s}{K_p}\right) = \frac{K_m K_p K_v (1 + T_v s)(1 + \frac{1}{K_p} s)}{\boxed{s^2} (1 + T_m s)}$$

II型系统

➤ 二阶系统校正的一般原则

—— 首先消除被控对象的实极点

➤ 令 $\boxed{T_v = T_m}$ ，则前向通道和开环传递函数分别简化为

$$G(s) = \frac{K_m K_p K_v}{s^2} \quad G(s)H(s) = \frac{K_m K_p K_v (1 + \frac{1}{K_p} s)}{s^2}$$

● 控制器参数整定

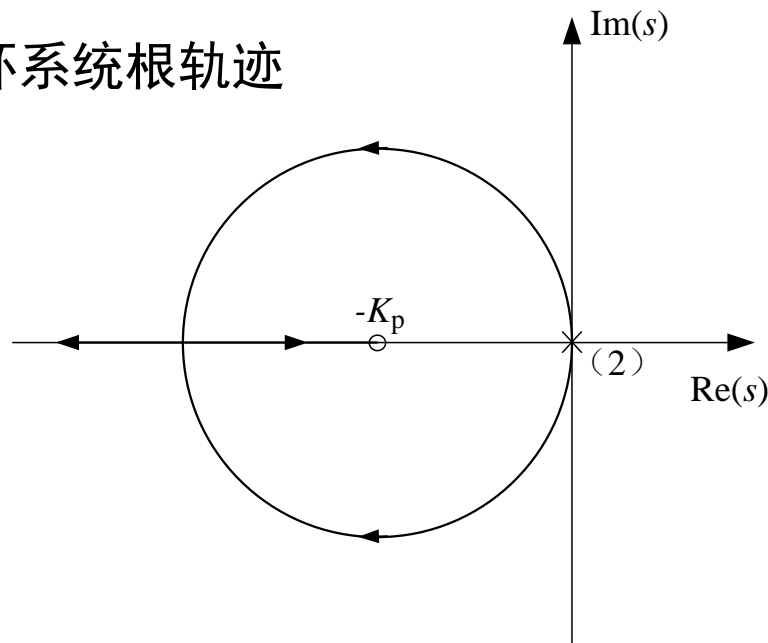
➤ 简化后的系统开环传递函数

$$G(s)H(s) = \frac{K_m K_p K_v (1 + \frac{1}{K_p} s)}{s^2}$$

• 开环极点： $p_1 = p_2 = 0$

• 开环零点： $z_1 = -K_p$

➤ 闭环系统根轨迹



选择合适的位置反馈增益 K_p 和速度反馈增益 K_v ，可以获得最优控制效果

● 控制器参数整定

➤ 系统闭环传递函数

$$W(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\Theta_{md}(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{K_m K_p K_v}{s^2 + K_m K_v s + K_m K_p K_v} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_p} s + \frac{1}{K_p K_v} \frac{1}{K_m} s^2}$$

➤ 二阶系统传递函数标准形式

$$W(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- 自然频率: $\omega_n = \sqrt{K_m K_p K_v}$
- 阻尼比: $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_m K_v}{K_p}}$

➤ 闭环系统特征根——极点

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

➤ 结论:

只要 K_v 和 K_p 取正, 闭环系统特征根就有负实部, 系统稳定

● 控制器参数整定

位置校正器 K_p

速度校正器 $K_v \frac{1+T_v s}{s}$

- 首先，为消除被控对象实极点，设定：

$$T_v = T_m$$

- 如果给定了系统的期望动态响应 —— 已知 ω_n, ζ

根据

- 自然频率： $\omega_n = \sqrt{K_m K_p K_v}$
- 阻尼比： $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_m K_v}{K_p}}$

一般根据系统类型
(欠、临界、过阻尼)
和上升时间确定

- 可计算位置和速度增益

$$K_v = \frac{2\zeta\omega_n}{K_m}$$

$$K_p = \frac{\omega_n}{2\zeta}$$

- 系统稳定条件

$$\zeta > 0$$

● 控制器参数整定

➤ 控制器参数理论值的简化计算过程

1. 设定系统阶跃响应5%误差带调节时间 t_s 和阻尼比 ζ
2. 根据下表计算自然频率 ω_n

类型	阻尼比	自然频率	特点及适用场合
欠阻尼	$1 > \zeta > 0$	$\omega_n = \frac{3.5}{\zeta t_s}$	系统以衰减振荡形式逼近期望值，当取 $\zeta = 0.707$ 时，可以兼顾快速性和小超调
临界阻尼	$\zeta = 1$	$\omega_n = \frac{4.75}{t_s}$	系统无超调逼近期望值，响应速度低于欠阻尼情况，是无超调响应的理想情况，常用于计算理想的PID参数初值
过阻尼	$\zeta > 1$	$\omega_n = \frac{3.3}{(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})t_s}$	系统无超调，缓慢逼近期望值， ζ 越大，系统响应越慢，仅适用于对响应速度要求不高、不能允许超调的场合

3. 根据公式计算控制器参数

$$T_v = T_m \quad K_p = \frac{\omega_n}{2\zeta} \quad K_v = \frac{2\zeta\omega_n}{K_m}$$

● 控制器参数整定

➤ 计算理论值的意义

- 估算合理的初值，避免系统失稳，保证调试安全

➤ 工程中的实际操作方法 —— PID参数整定

- 根据理论模型计算控制器初值
- 让系统跟踪阶跃、正弦等标准输入信号，根据实际响应调整PID参数
- 按照P、I、D的顺序反复调整，使系统输出符合预期
- P —— 提高系统响应速度和精度，过大会导致振荡、失稳
- I —— 减小稳态误差，过大会导致超调严重或积分饱和
- D —— 改善动态性能和抑制偏差变化，过大会引入高频干扰

● 扰动响应 —— 考察系统抑制干扰的能力

➤ 系统输出与干扰力矩的传递函数 —— 假设系统期望输入为零

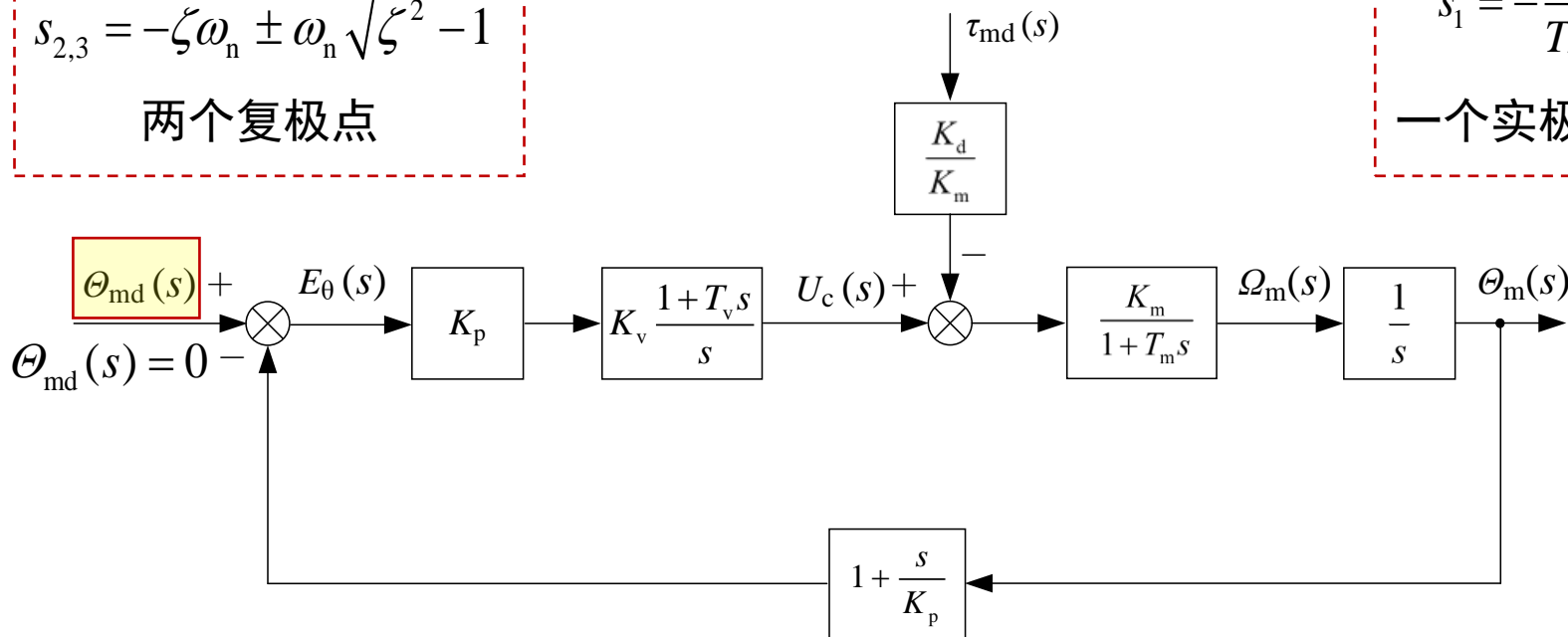
$$\frac{\Theta_m(s)}{\tau_{md}(s)} = \frac{\frac{1}{K_p K_v} \frac{K_d}{K_m} s}{\left(1 + \frac{1}{K_p} s + \frac{1}{K_p K_v} \frac{1}{K_m} s^2\right) (1 + T_v s)}$$

$$s_{2,3} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

两个复极点

$$s_1 = -\frac{1}{T_v}$$

一个实极点



● 扰动响应

➤ 系统输出与干扰力矩的传递函数 $\frac{\Theta_{\text{md}}(s)}{\tau_{\text{md}}(s)} = \frac{\frac{1}{K_p K_v K_m} s}{(1 + \frac{1}{K_p} s + \frac{1}{K_p K_v} \frac{1}{K_m} s^2)(1 + T_v s)}$

➤ 闭环系统对扰动的响应时间 —— 决定了对干扰的恢复时间，越小越好

- 取决于与三个极点相关的时间常数

$$s_1 = -\frac{1}{T_v} \longrightarrow T_v \quad s_{2,3} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \longrightarrow \frac{1}{\xi\omega_n}$$

- 系统从扰动偏差恢复的时间常数： $T_R = \max\{T_v, 1 / \zeta\omega_n\}$

➤ 闭环系统对扰动的增益 —— 决定了对干扰的响应幅度，越小越好

$$\frac{K_d}{K_p K_v K_m}$$

● 稳态误差

➤ 系统开环传递函数 $G(s)H(s) = \frac{K_m K_p K_v (1 + T_v s)(1 + \frac{1}{K_p} s)}{\boxed{s^2}(1 + T_m s)}$

II型系统

➤ 误差与输入的关系 $E_\theta(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \Theta_{md}(s)$

➤ 系统对输入响应的稳态误差 —— 终值定理

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_\theta(s)$$

➤ 对单位加速度输入 $\Theta_{md}(s) = \frac{1}{s^3}$

• 稳态误差：

$$\lim_{s \rightarrow 0} s E_\theta(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{1 + GH} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{K_m K_p K_v (1 + \frac{1}{K_p} s)}{s^2 (1 + \frac{1}{s^2})}} = \boxed{\frac{1}{K_m K_p K_v}}$$

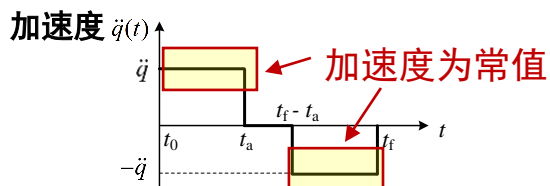
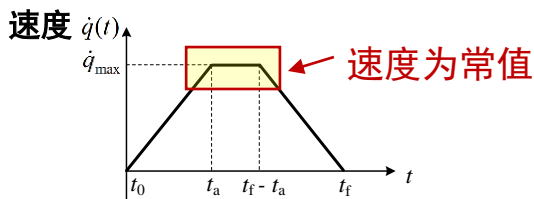
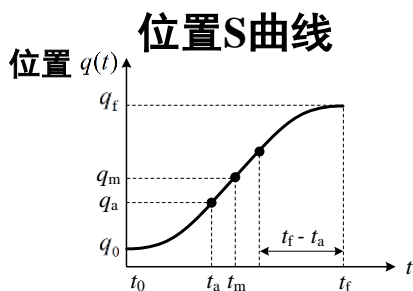
增大控制增益，可以减小关节跟踪加速度输入信号的稳态误差

● 稳态误差

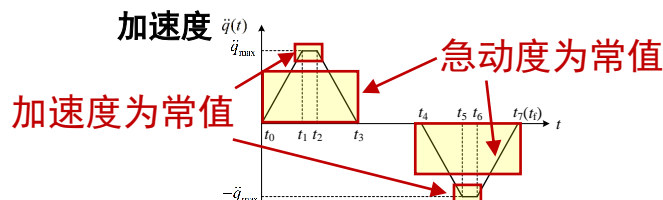
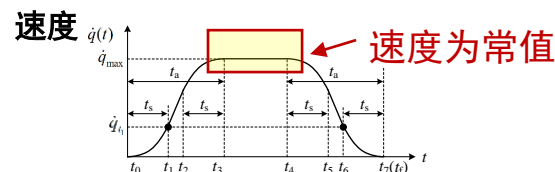
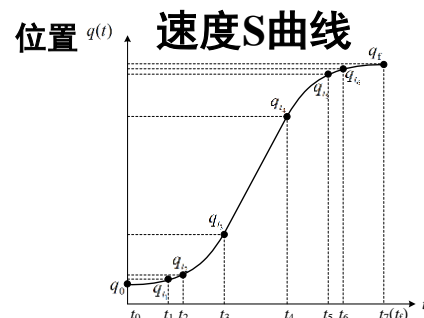
➤ II型系统对典型输入的稳态误差

- 对阶跃输入（常值）的稳态误差为零
 - 对斜坡输入（一次曲线）的稳态误差为零
 - 对加速度（二次曲线）输入的稳态误差有界
 - 对急动度（三次曲线）输入的稳态误差为无穷大
- 位置为常值
—— 速度为常值
—— 加速度为常值
—— 急动度为常值

➤ 机器人运动控制中的典型位置曲线

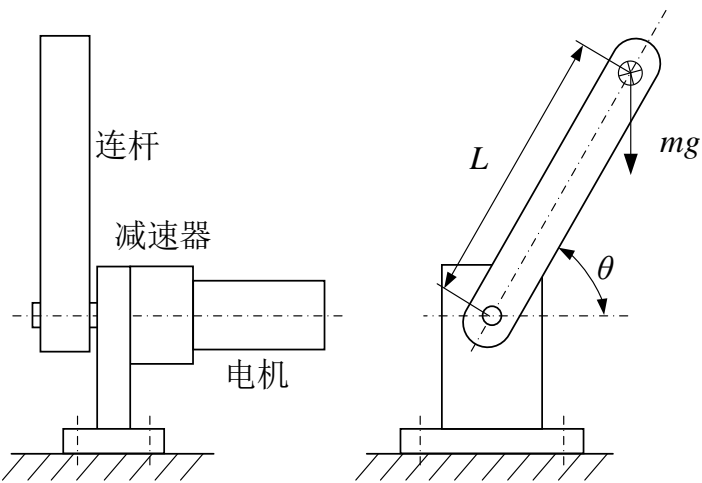


无前馈PID控制器
的理论控制效果
应该有跟踪误差!



● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 由电压或电流型放大器驱动电机，连杆质量和杆长的理论值与实际值之间均存在5%的负偏差。设初始关节角度为 0° ，减速器传动比为 $N=50$ 。



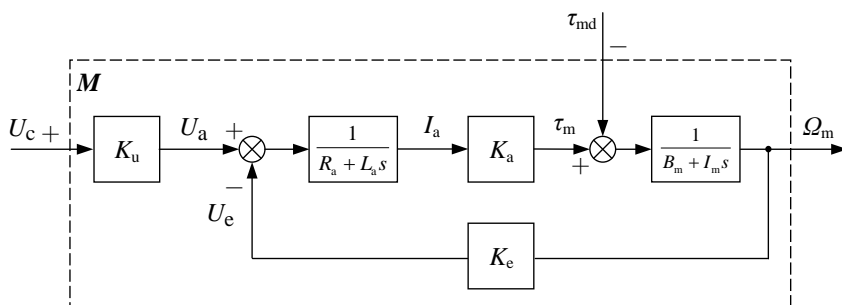
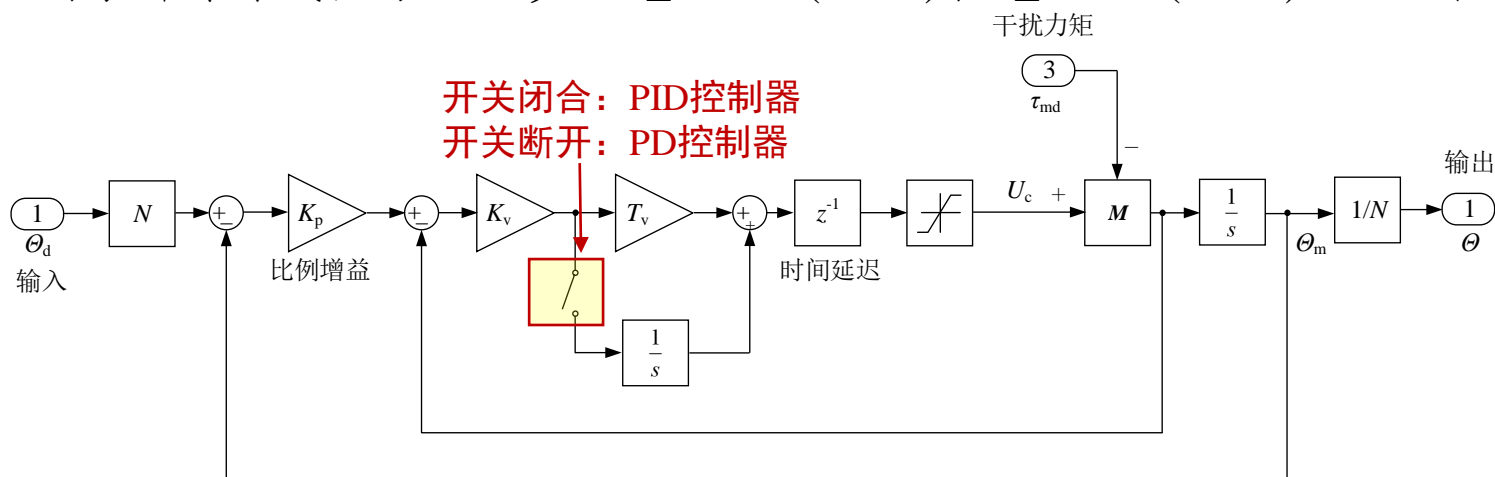
	项目	符号	取值	单位
电机参数	额定电压	u_r	24	V
	额定转速	ω_r	258	rad/s
	额定转矩	τ_r	8.82×10^{-2}	N·m
	额定电流	i_r	1.09	A
	电枢电阻	R_a	2.49	Ω
	电枢电感	L_a	6.10×10^{-4}	H
	转矩常数	K_a	8.22×10^{-2}	(N·m)/A
	感应电动势常数	K_e	8.24×10^{-2}	V/(rad/s)
	转子惯量	I_r	1.19×10^{-5}	Kg·m ²
	转子阻尼	B_r	4.10×10^{-4}	(N·m)/(rad/s)
系统参数	连杆质量	m	0.5	Kg
	连杆质心距转轴距离	l	0.1	m
	负载惯量	I_l	5.0×10^{-3}	Kg·m ²
	关节阻尼	B_l	2.0×10^{-2}	(N·m)/(rad/s)
	电压增益	K_u	3	无
	跨导增益	K_g	1	A/V
	重力加速度	g	9.8	m/s ²

● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

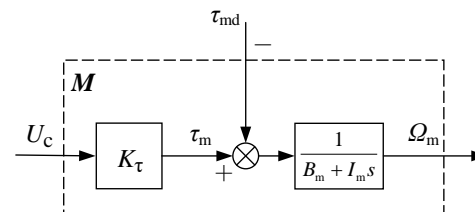
(1) 设计双闭环位置控制系统，对控制器积分环节设置选择开关

➤ 利用SIMULINK搭建仿真系统

● 用于计算非线性力矩的参数 $m_d = m \cdot (1-5\%)$ 和 $L_d = L \cdot (1-5\%)$ 为理论值



(a) 速度模式电机仿真模型



(b) 力矩模式电机仿真模型

● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

(2) 以临界阻尼和调节时间0.1s为条件，计算两种电机模式、减速器传动比为分别为 $N=10$ 或50的位置PID控制器增益

➤ 速度模式

$$T_m = T_{mv} = \frac{R_a I_m}{K_e K_a + R_a B_m} \quad K_m = K_{mv} = \frac{K_a K_u}{K_e K_a + R_a B_m} \quad K_d = K_{dv} = \frac{K_{mv} R_a}{K_a K_u}$$

➤ 力矩模式

$$T_m = T_{m\tau} = \frac{I_m}{B_m} \quad K_m = K_{m\tau} = \frac{K_\tau}{B_m} \quad K_d = K_{d\tau} = \frac{1}{B_m}$$

➤ 电机模型参数和PID控制器增益

减速比 N	速度模式						力矩模式					
	系统参数			PID参数			系统参数			PID参数		
	T_m	K_m	K_d	T_v	K_v	K_p	T_m	K_m	K_d	T_v	K_v	K_p
10	0.02	29.74	300.28	0.02	3.19	23.75	0.10	134.75	1.64×10^3	0.10	0.71	23.75
50	0.004	31.56	318.65	0.004	3.01	23.75	0.03	196.65	2.39×10^3	0.03	0.48	23.75

● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

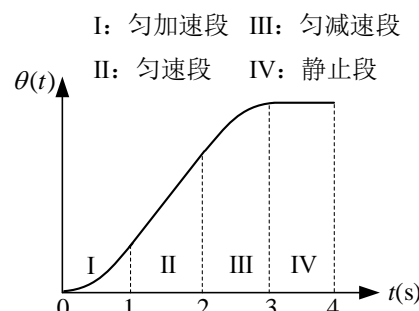
(3) 利用仿真系统，针对两种电机模式和减速比 $N=50$ 的情况开展仿真验证，并给出速度和位置误差，要求系统跟踪如下位置输入：

- 位置保持——使机器人保持在水平位置，即位置和速度期望值均为零

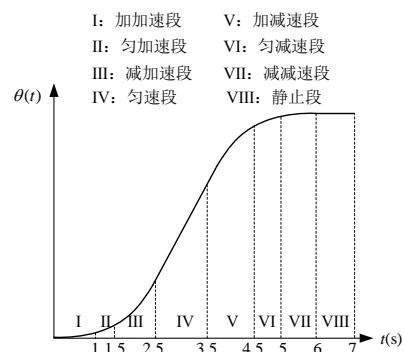
- 斜坡轨迹——关节在1s内从水平位置以 $\pi/4$ rad/s的速度逆时针等速运动1秒，然后停止1秒



- 位置S轨迹——关节轨迹等分为匀加速、匀速、匀减速和静止4个阶段，各段运行时间均为1s，给定关节加速度值 $\pm\pi/8\text{rad/s}^2$

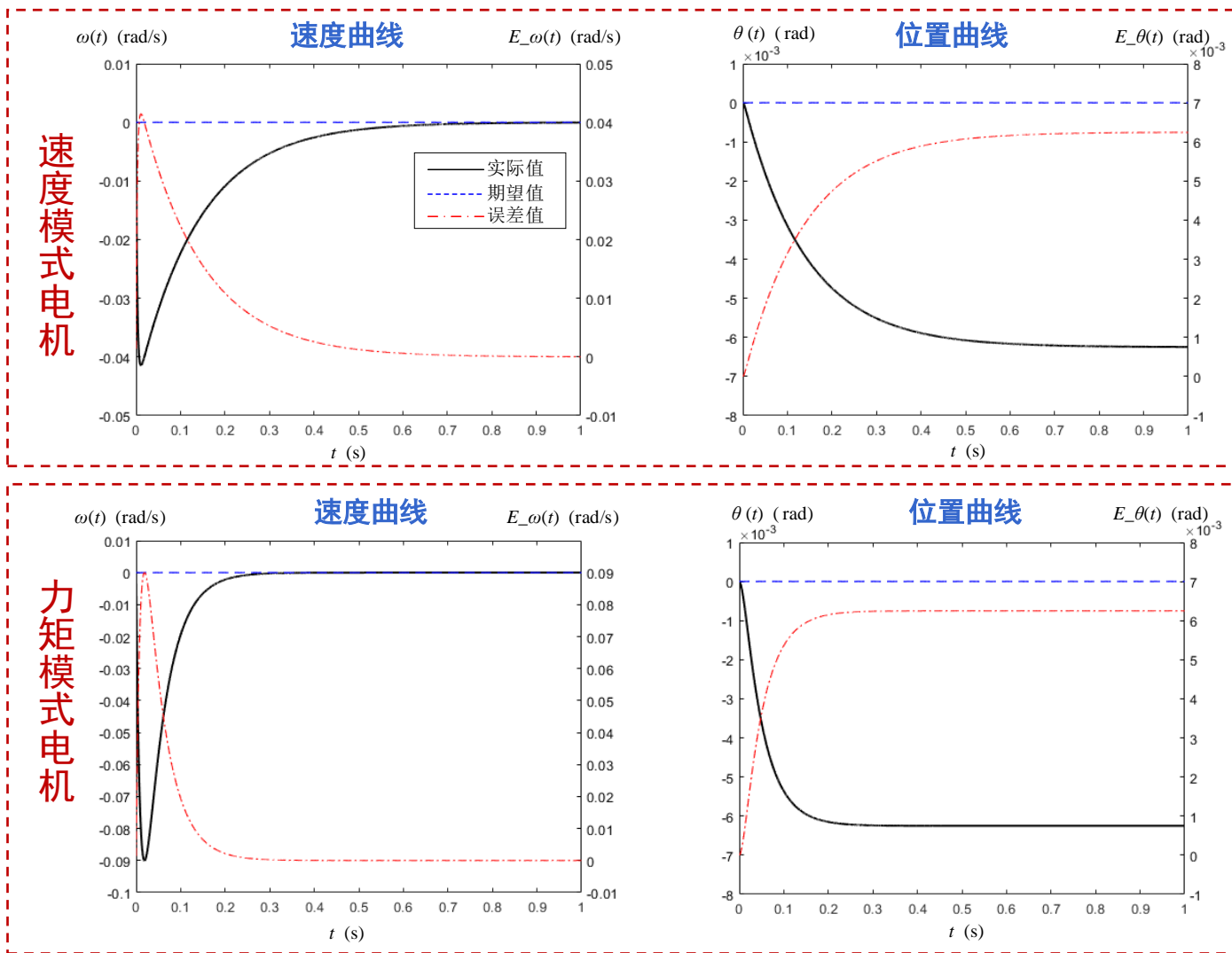


- 速度S轨迹——关节轨迹等分为加加速、匀加速、减加速度、匀速、加减速、匀减速、减减速和静止8个阶段，各段时间间隔所图所示，总运行时间为7s，给定关节急动度为 $\pm\pi/20\text{rad/s}^3$



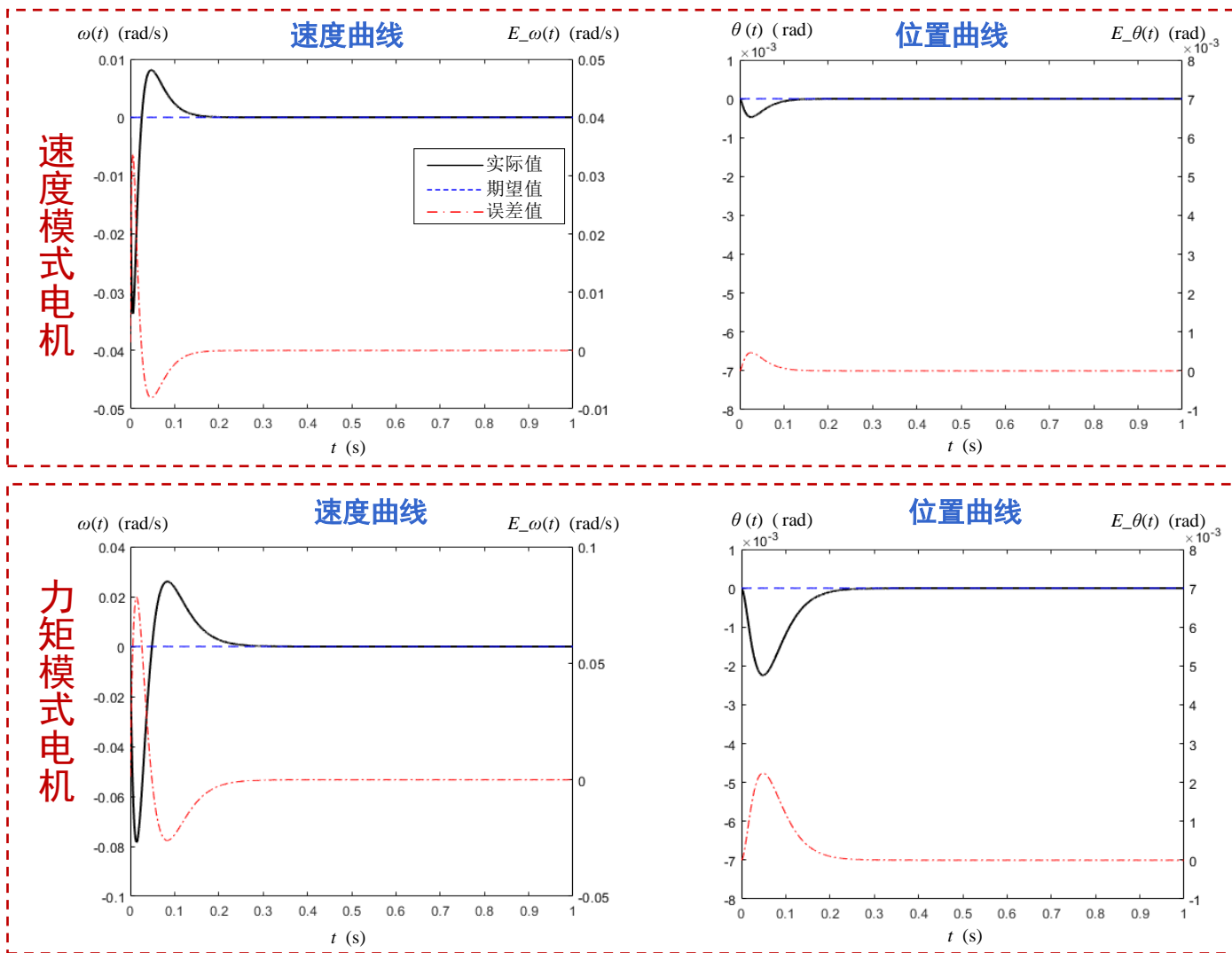
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置PD控制器作用下的位置保持响应



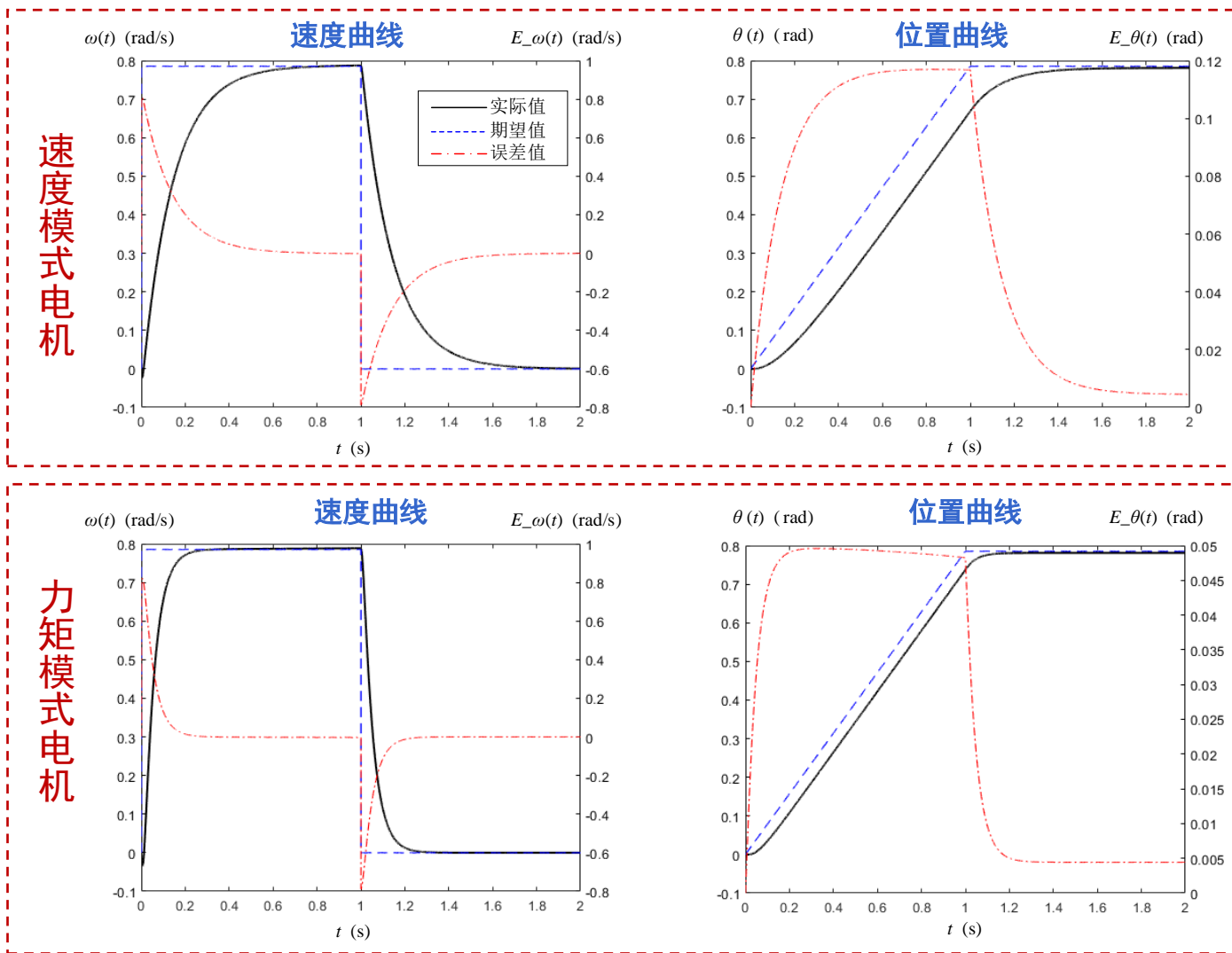
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置**PID控制器**作用下的**位置保持**响应



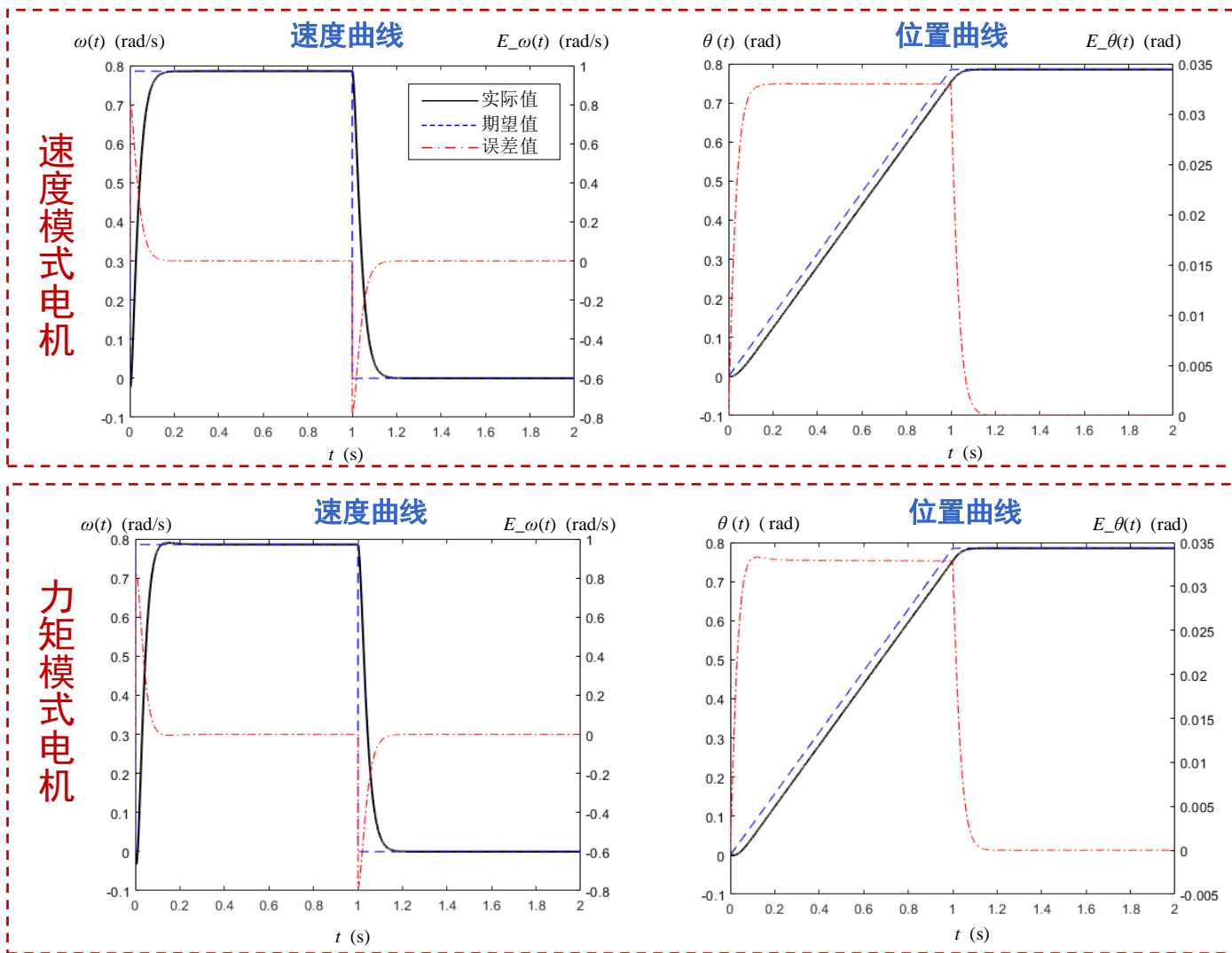
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置PD控制器作用下的斜坡输入响应



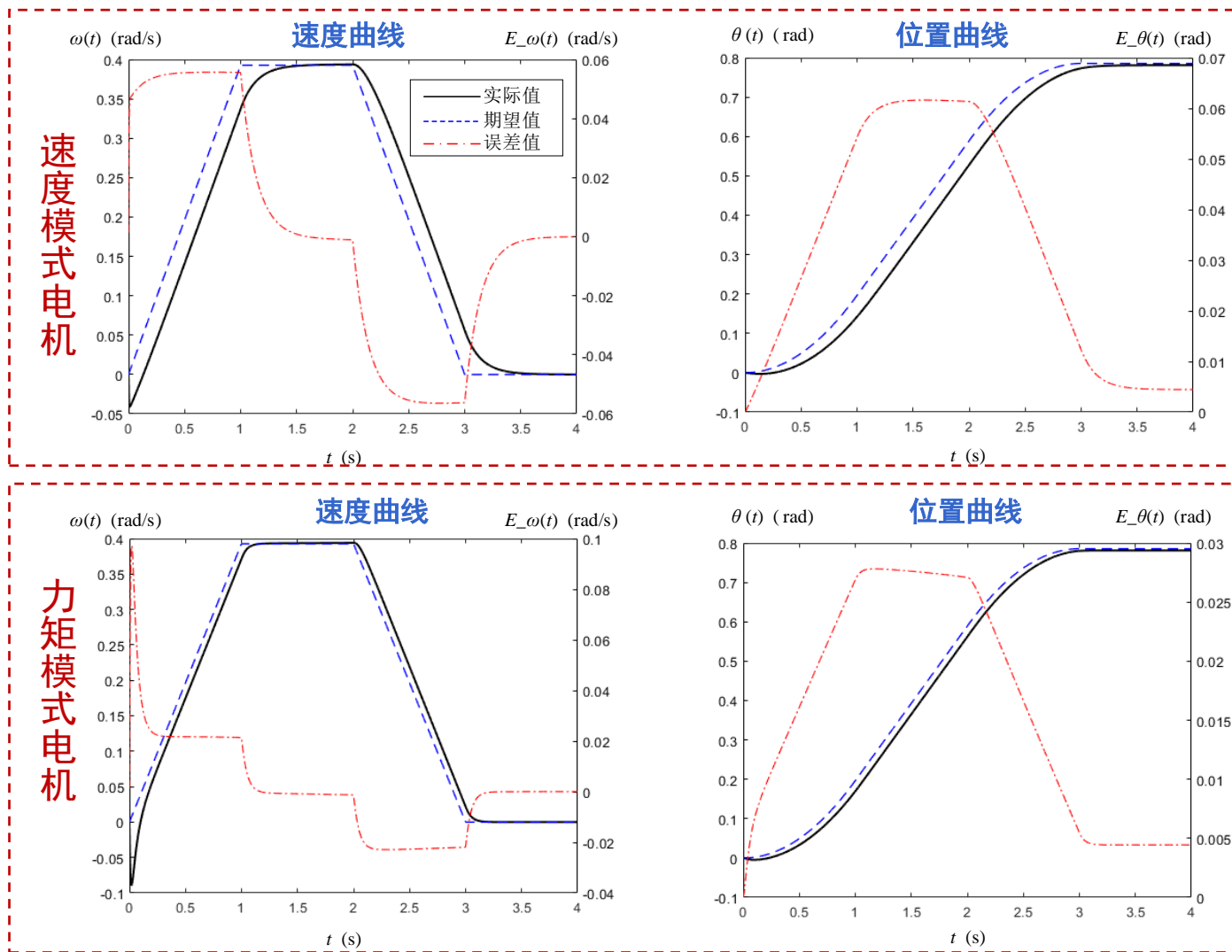
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置PID控制器作用下的斜坡输入响应



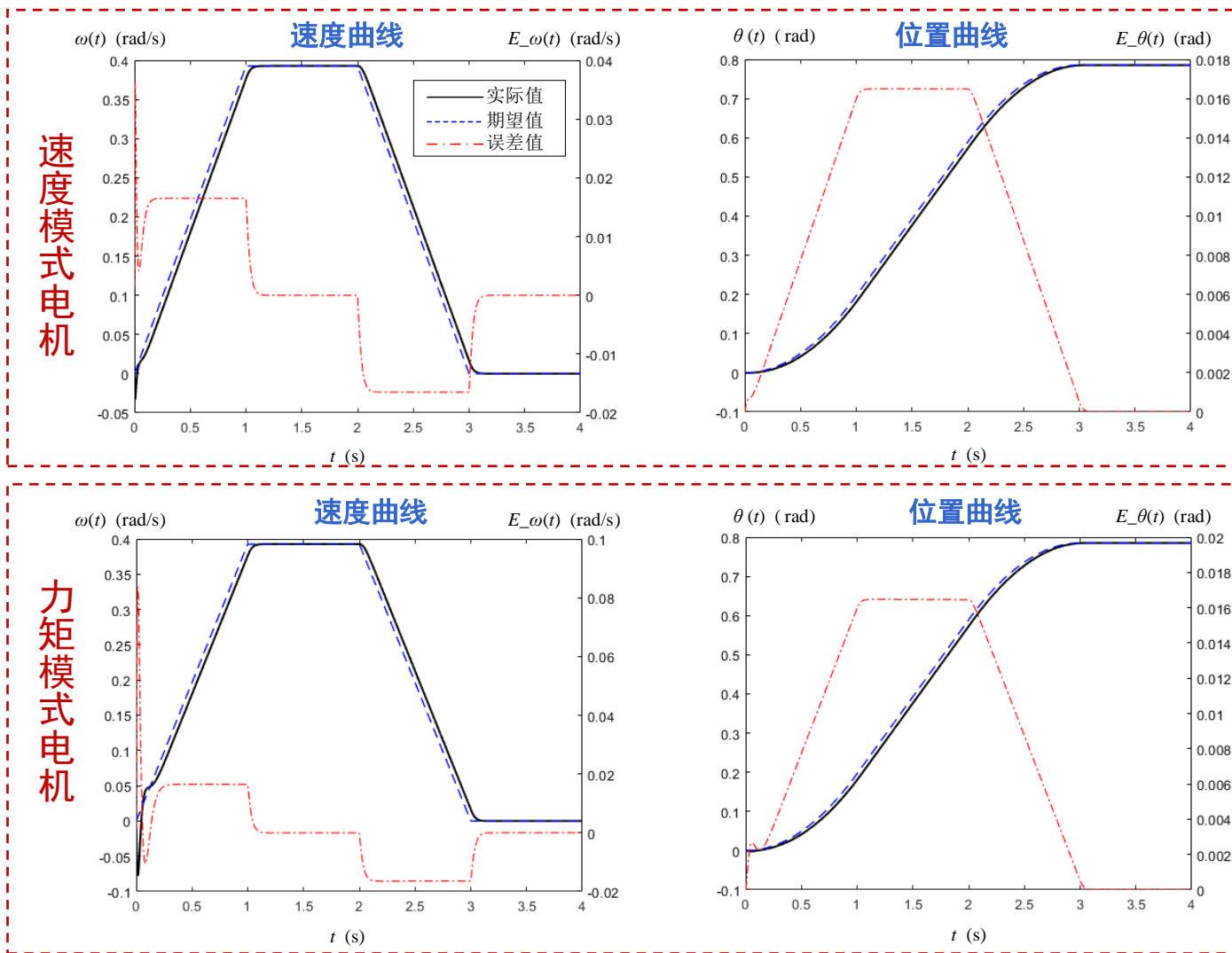
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置PD控制器作用下的位置S轨迹响应



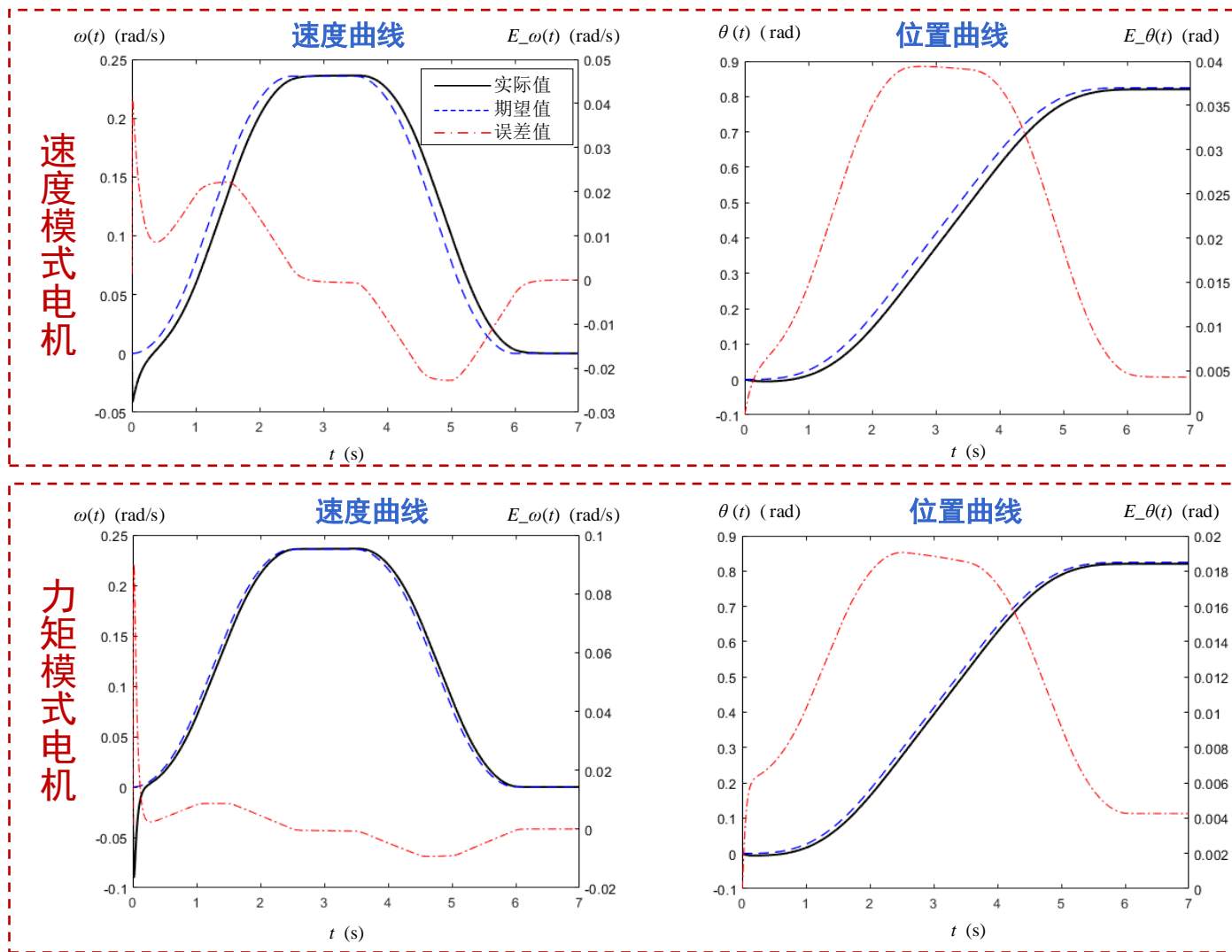
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置**PID控制器**作用下的**位置S轨迹**响应



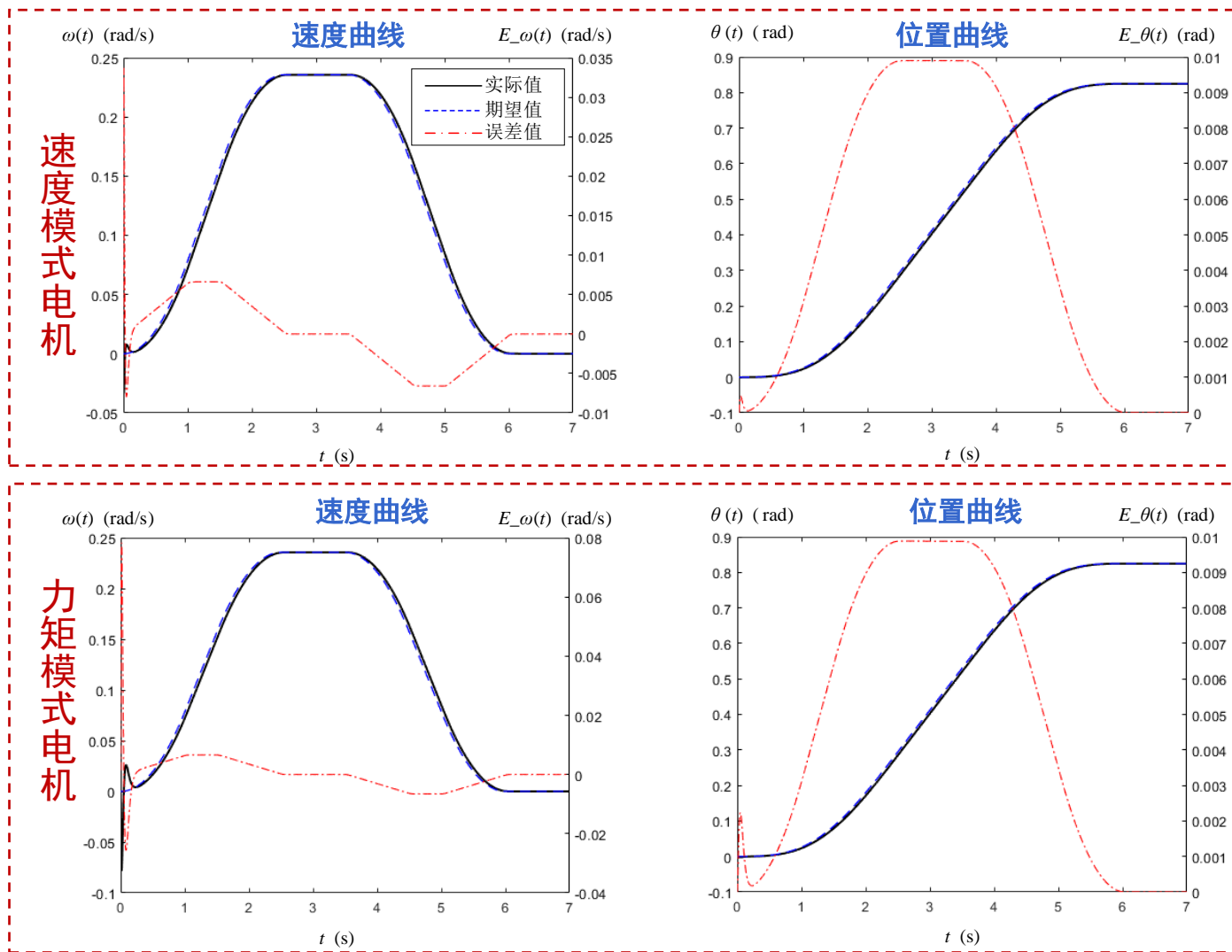
● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置PD控制器作用下的速度S轨迹响应



● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 位置**PID控制器**作用下的**速度S轨迹**响应



● 仿真结果分析

➤ 现象

- 多数情况下，力矩模式电机比速度模式电机有更快的响应速度
- 输入轨迹越平滑，跟踪误差越小
- 在系统启动瞬间，关节都会偏离初始位置，之后在控制器作用下，开始跟踪期望轨迹
- PD控制器无法实现稳态误差为零
- PID控制器可以实现静止时的稳态误差为零
- 位置PID控制器难以有效跟踪动态指令

➤ 原因

- 在控制器作用下，力矩模式电机能保持输出力矩恒定
- 平滑轨迹的期望值突变更小，降低了对系统动态特性的要求
- 重力作用
- PD控制器仅依靠偏差产生输出，必须有位置偏差，控制信号才不为零，才能克服重力矩
- 积分环节对过程误差进行累计，即便稳态位置误差为零，输出的控制信号也不为零，能够克服重力矩
- 无前馈PID控制器本质上是单纯的反馈控制器，只有位置环存在偏差时，速度环才有有效输入，导致系统跟踪动态信号时存在滞后

● 关于积分项

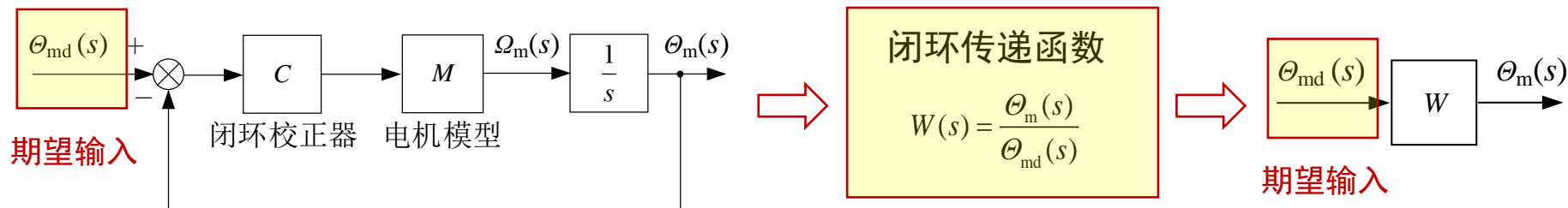
- 积分项可以有效减小稳态误差
- 真实机器人中存在摩擦力、离心力、哥氏力等动态干扰，将使积分增益的整定变得困难
- 积分项可能导致过大的超调
- 积分还可能存在积分饱和现象——控制器输出信号达到驱动器上限

● 减小跟随误差的思路

1. 速度环和位置环均采用完整PID控制器，加入微分项和积分项
 - 问题1：需要整定的参数多，调试难度大
 - 问题2：位置环中的积分环节不利于系统稳定
2. 速度和加速度前馈 ——分散前馈
 - 利用期望速度和加速度，直接估算控制量，强化跟踪能力

● 问题

- 考察一个通用电机位置闭环系统——如何确保无偏跟踪任意输入轨迹

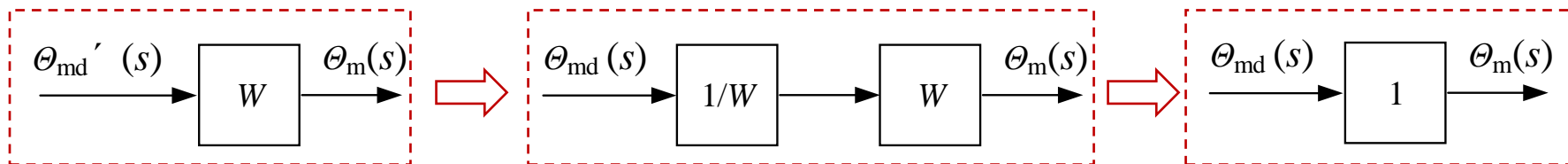


● 思路

- 根据期望输入 Θ_{md} 设计一个参考输入 Θ_{md}'

$$\Theta_{md}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{md}(s) \quad \text{期望输入}$$

- 如果用参考输入 Θ_{md}' 替换期望输入 Θ_{md} ，则

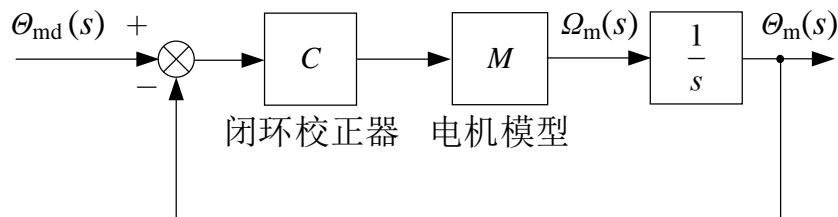


- 即 $\Theta_m(s) = W(s)\Theta_{md}'(s) = W(s)\frac{1}{W(s)}\Theta_{md}(s) = \Theta_{md}(s)$

按输入补偿的前馈校正

系统无偏跟踪任意输入

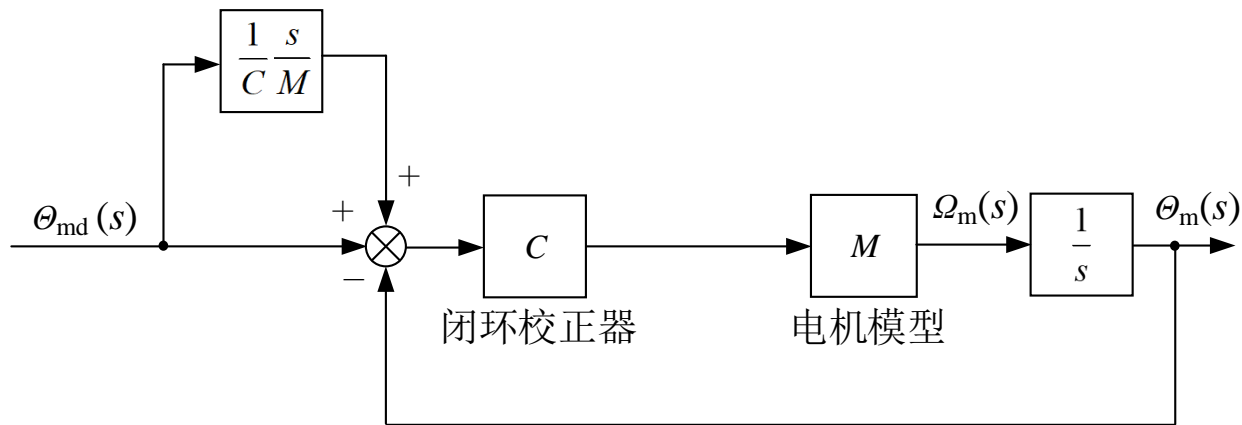
● 按输入补偿的前馈项设计方法



- 首先计算原闭环系统的传递函数 $W(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\Theta_{md}(s)} = \frac{\frac{CM}{s}}{1 + \frac{CM}{s}}$
- 然后计算参考输入

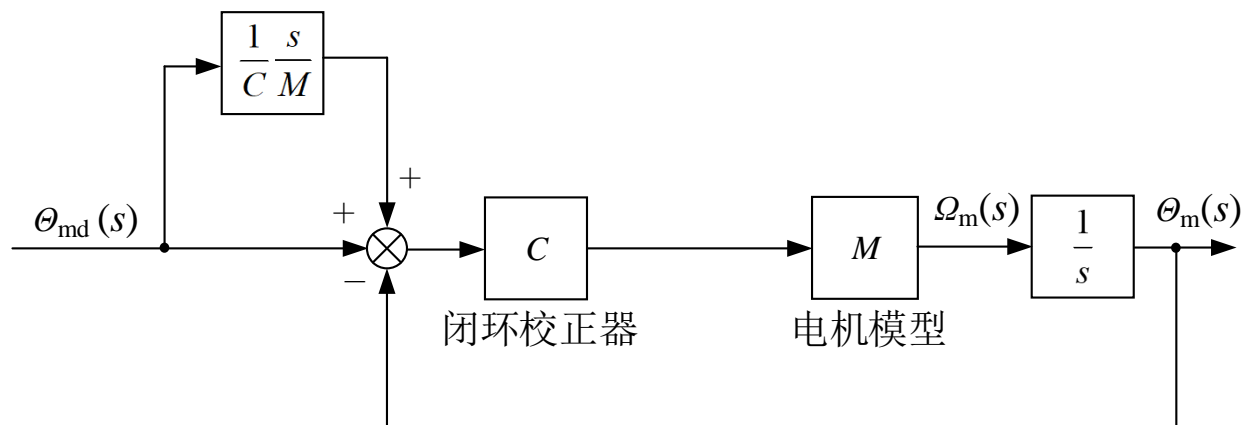
$$\Theta_{md}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{md}(s) = \left(1 + \frac{s}{CM}\right) \Theta_{md}(s) = \Theta_{md}(s) + \boxed{\frac{1}{C} \frac{s}{M} \Theta_{md}(s)} \quad \text{新增项}$$

- 在原闭环系统中加入新增项

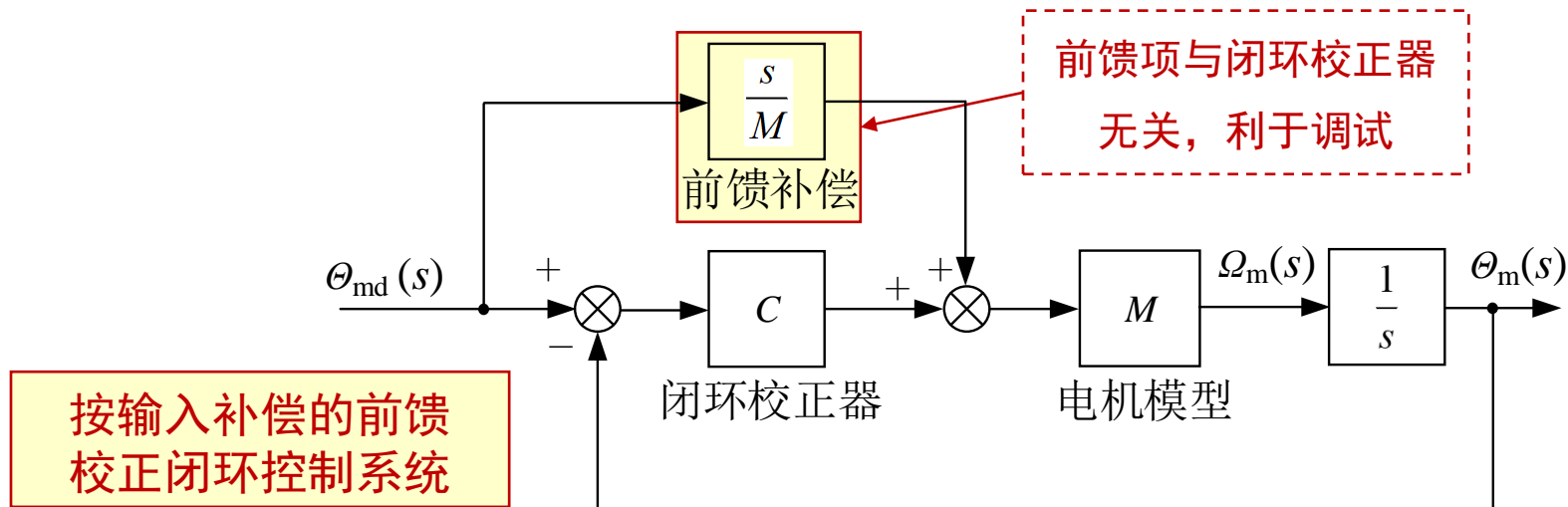


● 按输入补偿的前馈项设计方法

➤ 含新增项的系统框图



➤ 把新增项作用点移到闭环校正器之后



● 机器人关节电机闭环控制系统的分散前馈补偿

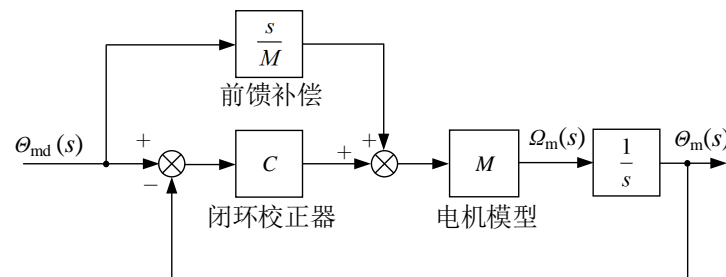
➤ 参考输入计算公式

$$\Theta_{\text{md}}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{\text{md}}(s) = \Theta_{\text{md}}(s) + \frac{1}{C} \frac{s}{M} \Theta_{\text{md}}(s)$$

代入

$$M(s) = \frac{K_m}{1 + T_m s}$$

➤ 关节电机通用模型



➤ 得

$$\begin{aligned} \Theta_{\text{md}}'(s) &= \Theta_{\text{md}}(s) + \frac{1}{C} \frac{1}{K_m} \boxed{s \Theta_{\text{md}}(s)} + \frac{1}{C} \frac{T_m}{K_m} \boxed{s^2 \Theta_{\text{md}}(s)} \\ &= \Theta_{\text{md}}(s) + \boxed{\frac{1}{C} \frac{1}{K_m} \Omega_{\text{md}}(s)} + \boxed{\frac{1}{C} \frac{T_m}{K_m} \varepsilon_{\text{md}}(s)} \end{aligned}$$

等价

等价

速度前馈增益 加速前馈增益

根据关节期望轨迹可得

$\Omega_{\text{md}}(s)$ — 期望速度

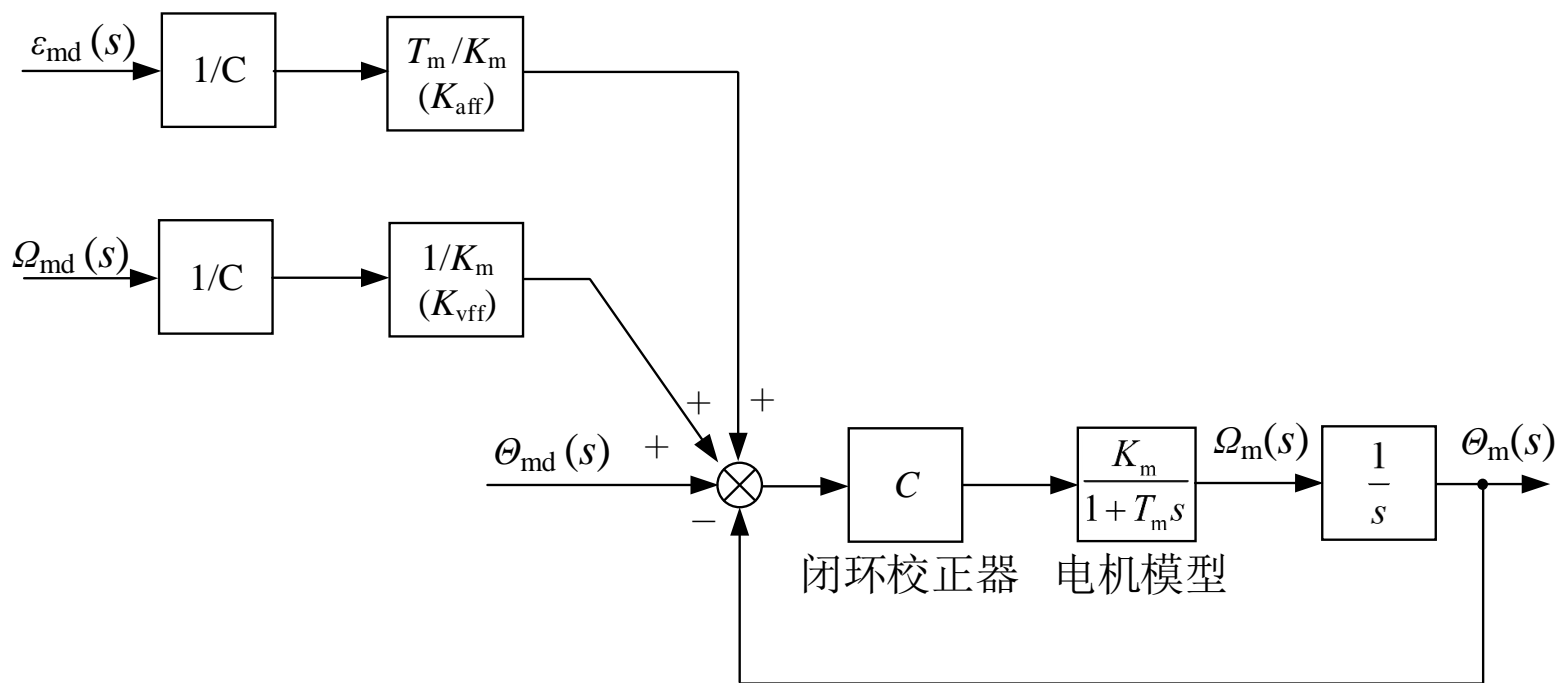
$\varepsilon_{\text{md}}(s)$ — 期望加速度

● 机器人关节电机闭环控制系统的分散前馈补偿

➤ 参考输入

$$\Theta_{\text{md}}'(s) = \Theta_{\text{md}}(s) + \overset{\text{新增项}}{\frac{1}{C} \frac{1}{K_m} \Omega_{\text{md}}(s)} + \overset{\text{新增项}}{\frac{1}{C} \frac{T_m}{K_m} \varepsilon_{\text{md}}(s)}$$

➤ 在原闭环系统中加入新增项



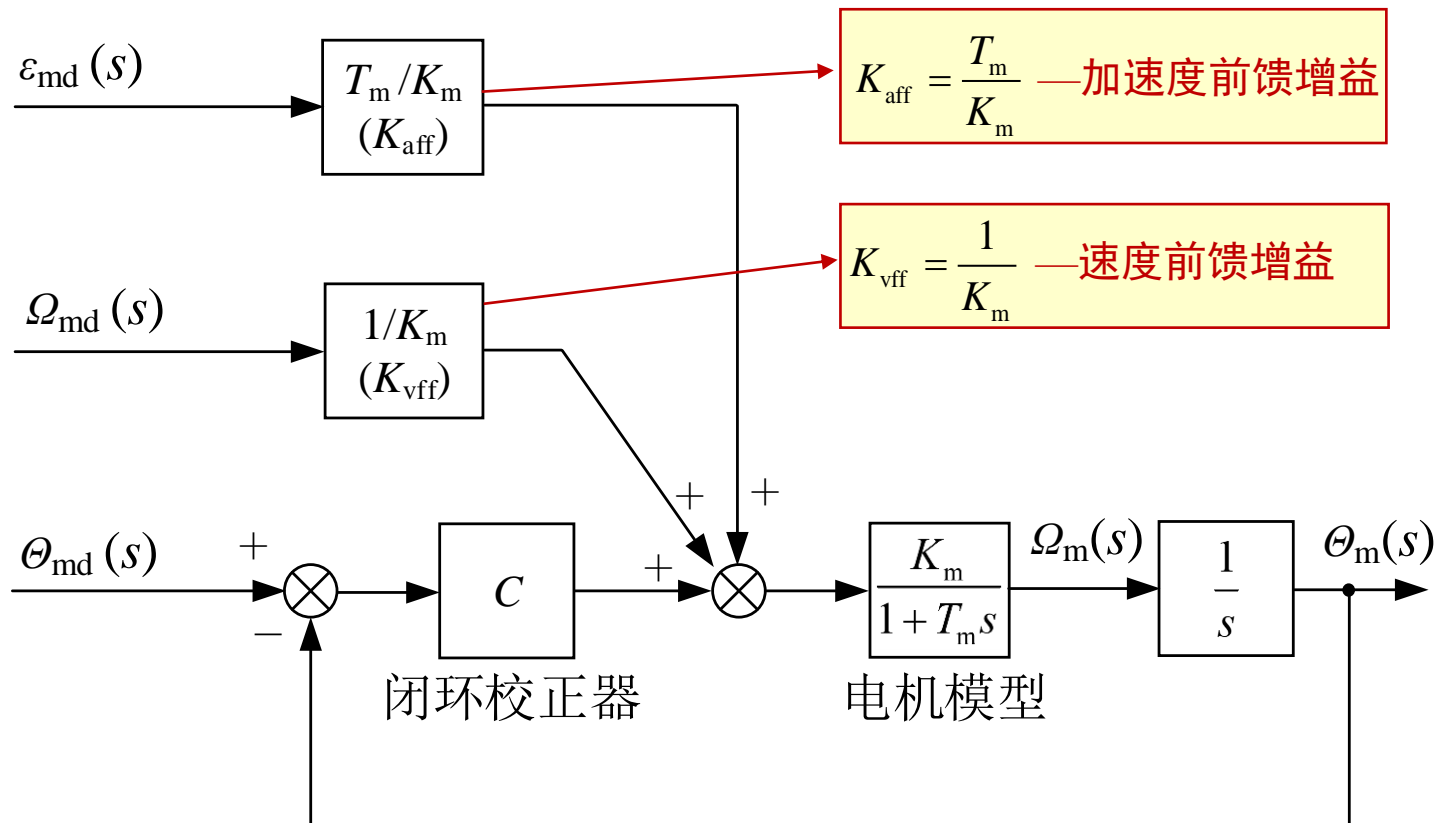
➤ 把新增项作用点移到校正环节之后



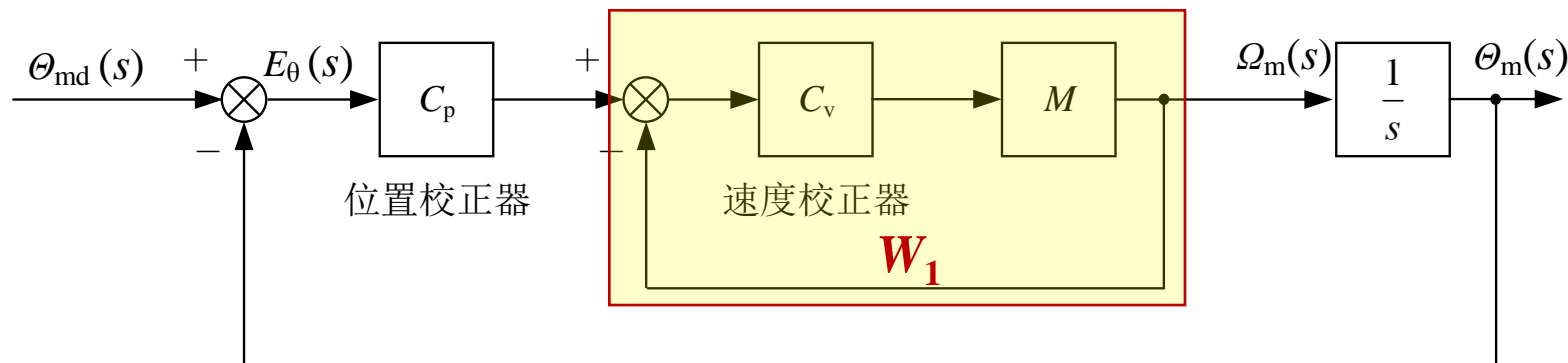
分散前馈补偿

● 机器人关节电机闭环控制系统的分散前馈补偿

➤ 含速度和加速度前馈补偿的电机位置闭环控制系统



● 双闭环位置控制系统的分散前馈补偿



➤ 如何在两个校正器之间施加前馈补偿？——先计算参考输入，再画系统框图

➤ 技巧：先把速度闭环传递函数 W_1 作为整体代入系统闭环传递函数 $W = \frac{C_p W_1 \frac{1}{s}}{1 + C_p W_1 \frac{1}{s}}$

➤ 计算参考输入 $\Theta_{md}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{md}(s)$ ← 代入 $W_1 = \frac{C_v M}{1 + C_v M} \quad M = \frac{K_m}{1 + T_m s}$

➤ 得

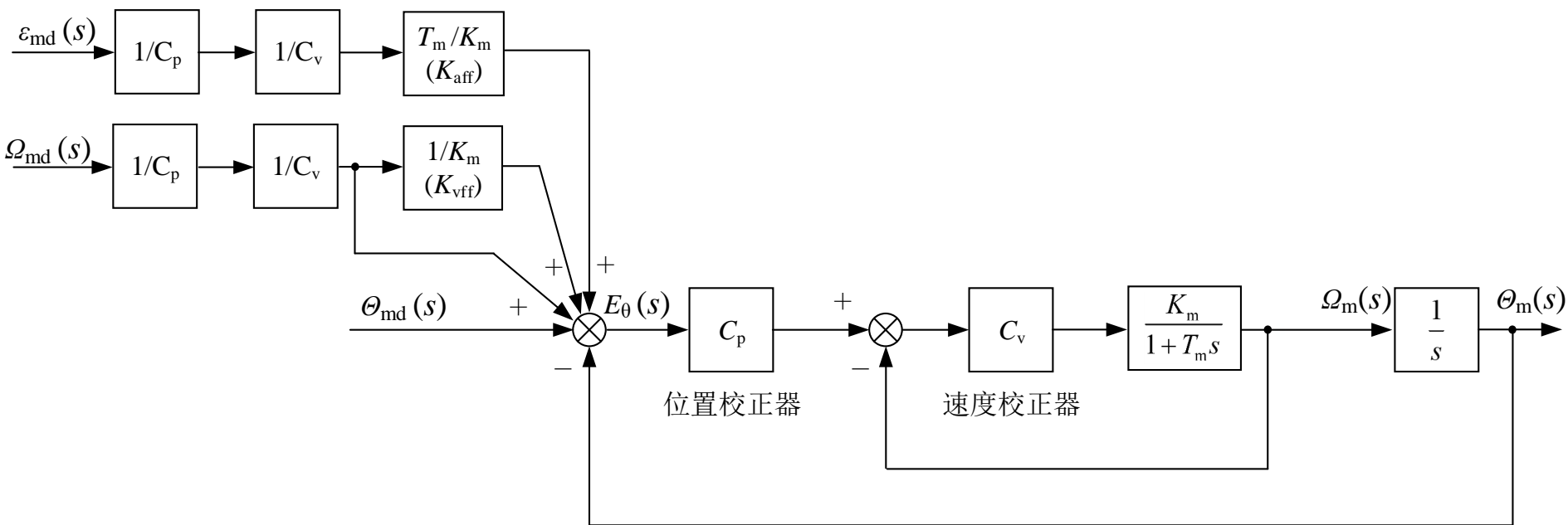
$$\Theta_{md}'(s) = \Theta_{md}(s) + \underbrace{\frac{1}{C_p} \Omega_{md}(s)}_{\text{新增项}} + \underbrace{\frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{1}{K_m} \Omega_{md}(s)}_{\text{新增项}} + \underbrace{\frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{T_m}{K_m} \varepsilon_{md}(s)}_{\text{新增项}}$$

● 双闭环位置控制系统的分散前馈补偿

➤ 参考输入

$$\Theta_{\text{md}}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{\text{md}}(s) = \Theta_{\text{md}}(s) + \underbrace{\frac{1}{C_p} \Omega_{\text{md}}(s)}_{\text{新增项}} + \underbrace{\frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{1}{K_m} \Omega_{\text{md}}(s)}_{\text{新增项}} + \underbrace{\frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{T_m}{K_m} \varepsilon_{\text{md}}(s)}_{\text{新增项}}$$

➤ 得到附加了新增前馈项的系统框图



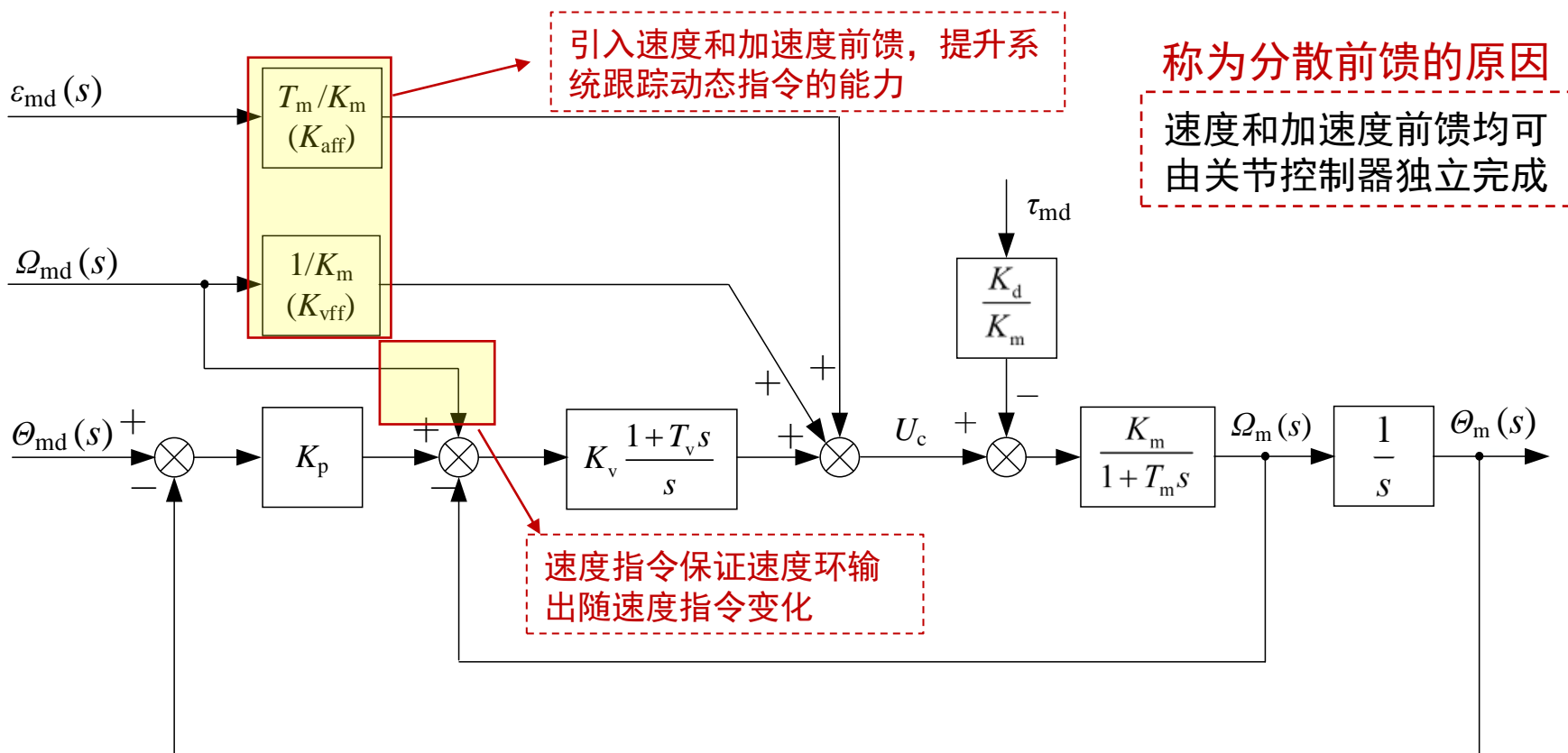
➤ 把新增项作用点移动到校正器之后

● 双闭环位置控制系统的分散前馈补偿

➤ 参考输入

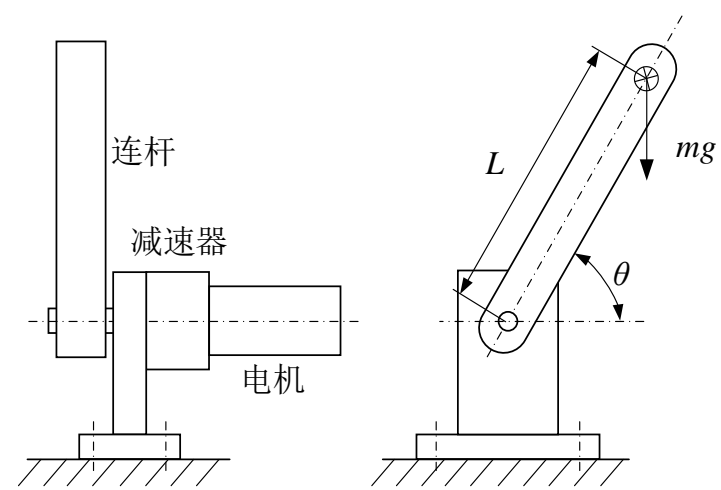
$$\Theta_{\text{md}}'(s) = \frac{1}{W(s)} \Theta_{\text{md}}(s) = \Theta_{\text{md}}(s) + \frac{1}{C_p} \Omega_{\text{md}}(s) + \frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{1}{K_m} \Omega_{\text{md}}(s) + \frac{1}{C_p} \frac{1}{C_v} \frac{T_m}{K_m} \varepsilon_{\text{md}}(s)$$

➤ 把新增项作用点移动到校正器之后，得



● 实例 — 工作于竖直平面的单关节机器人

➤ 由**电流型**放大器驱动电机，
连杆质量和杆长的理论值与实际值之间均存在**5%的负偏差**。设初始关节角度为 0° ，
减速器传动比为 $N=50$ 。



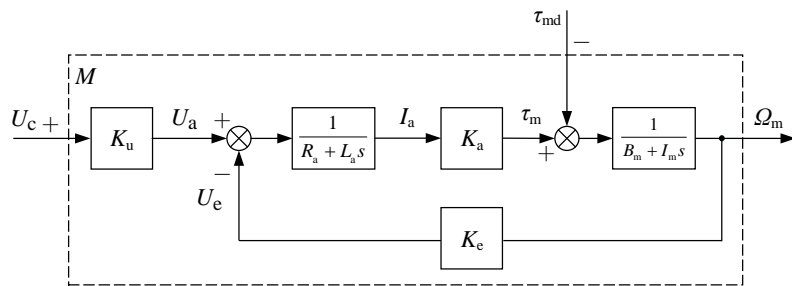
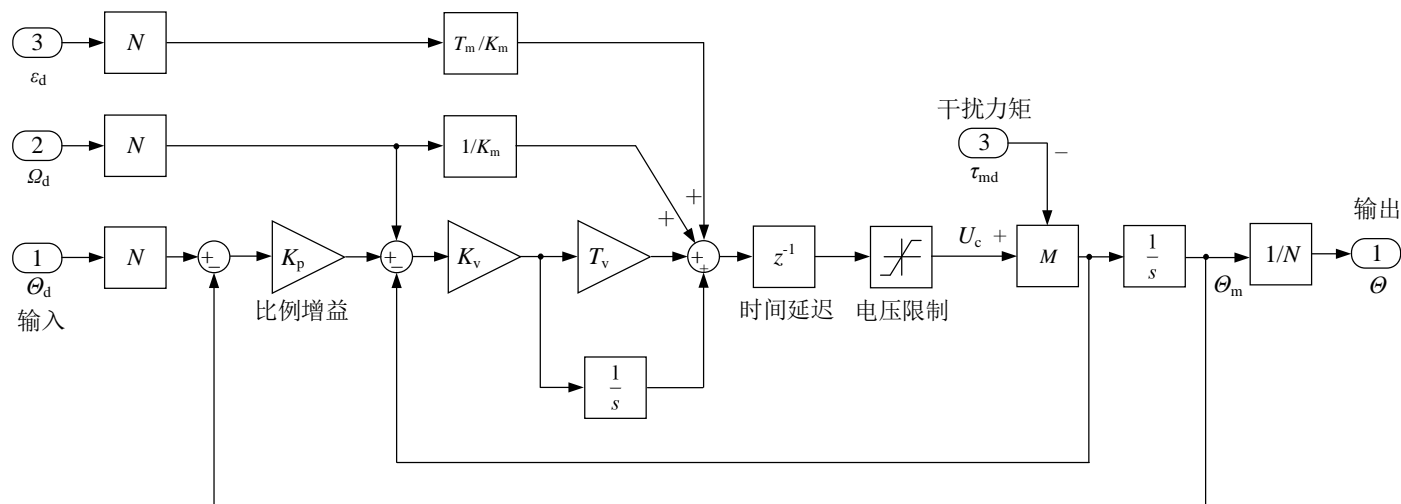
	项目	符号	取值	单位
电机参数	额定电压	u_r	24	V
	额定转速	ω_r	258	rad/s
	额定转矩	τ_r	8.82×10^{-2}	N·m
	额定电流	i_r	1.09	A
	电枢电阻	R_a	2.49	Ω
	电枢电感	L_a	6.10×10^{-4}	H
	转矩常数	K_a	8.22×10^{-2}	(N·m)/A
	感应电动势常数	K_e	8.24×10^{-2}	V/(rad/s)
	转子惯量	I_r	1.19×10^{-5}	Kg·m ²
	转子阻尼	B_r	4.10×10^{-4}	(N·m)/(rad/s)
系统参数	连杆质量	m	0.5	Kg
	连杆质心距转轴距离	l	0.1	m
	负载惯量	I_l	5.0×10^{-3}	Kg·m ²
	关节阻尼	B_l	2.0×10^{-2}	(N·m)/(rad/s)
	跨导增益	K_g	1	A/V
	重力加速度	g	9.8	m/s ²



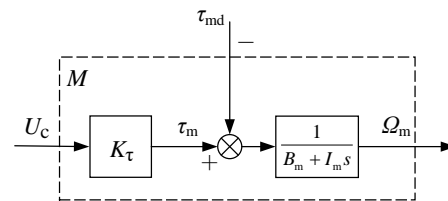
● 实例 — 考察前馈补偿的效果

- 设计分散前馈补偿双闭环位置PID控制系统，针对上例中的斜坡轨迹、位置S轨迹和速度S轨迹，再次进行仿真验证

(1) 利用SIMULINK搭建仿真系统



(a) 速度模式电机仿真模型



(b) 力矩模式电机仿真模型

单关节机器人分散前馈补偿双闭环位置控制仿真系统

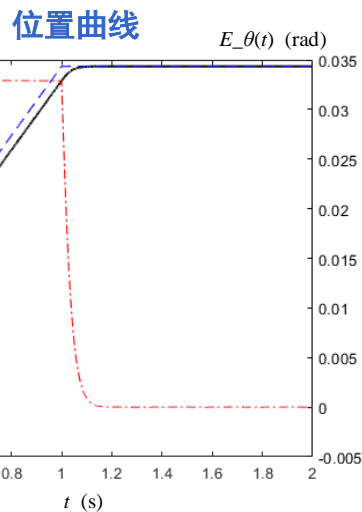
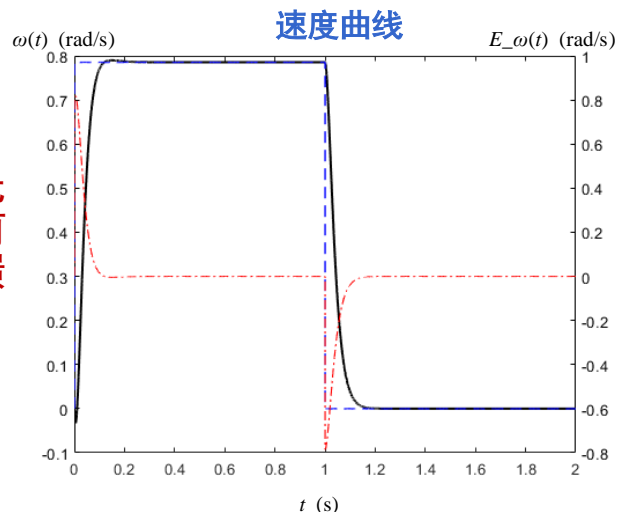


分散前馈补偿

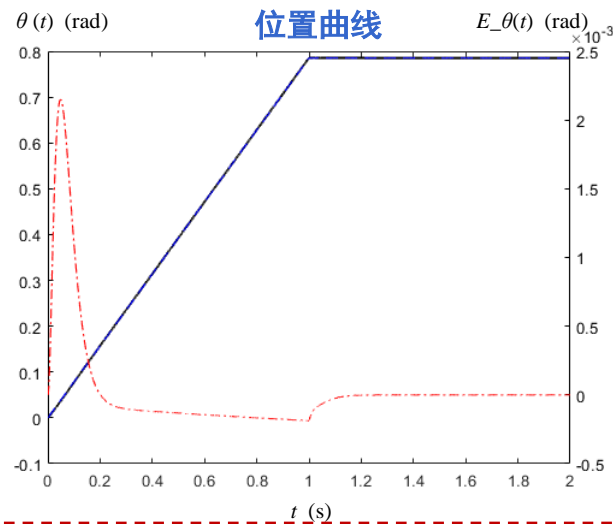
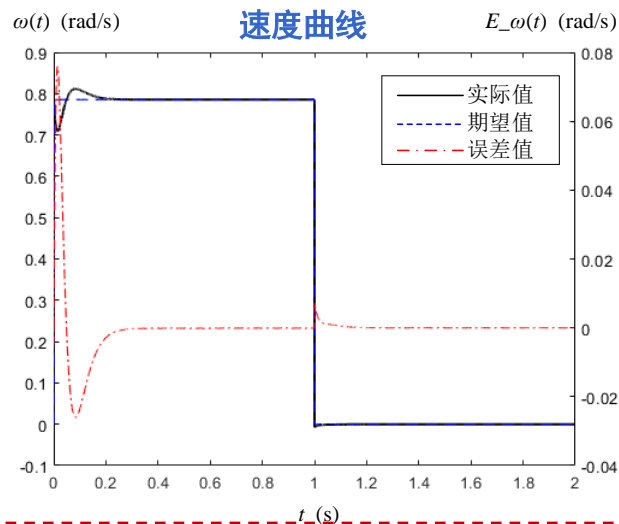
● 实例 — 考察前馈补偿的效果

➤ 跟踪斜坡轨迹

无前馈



有前馈



分析

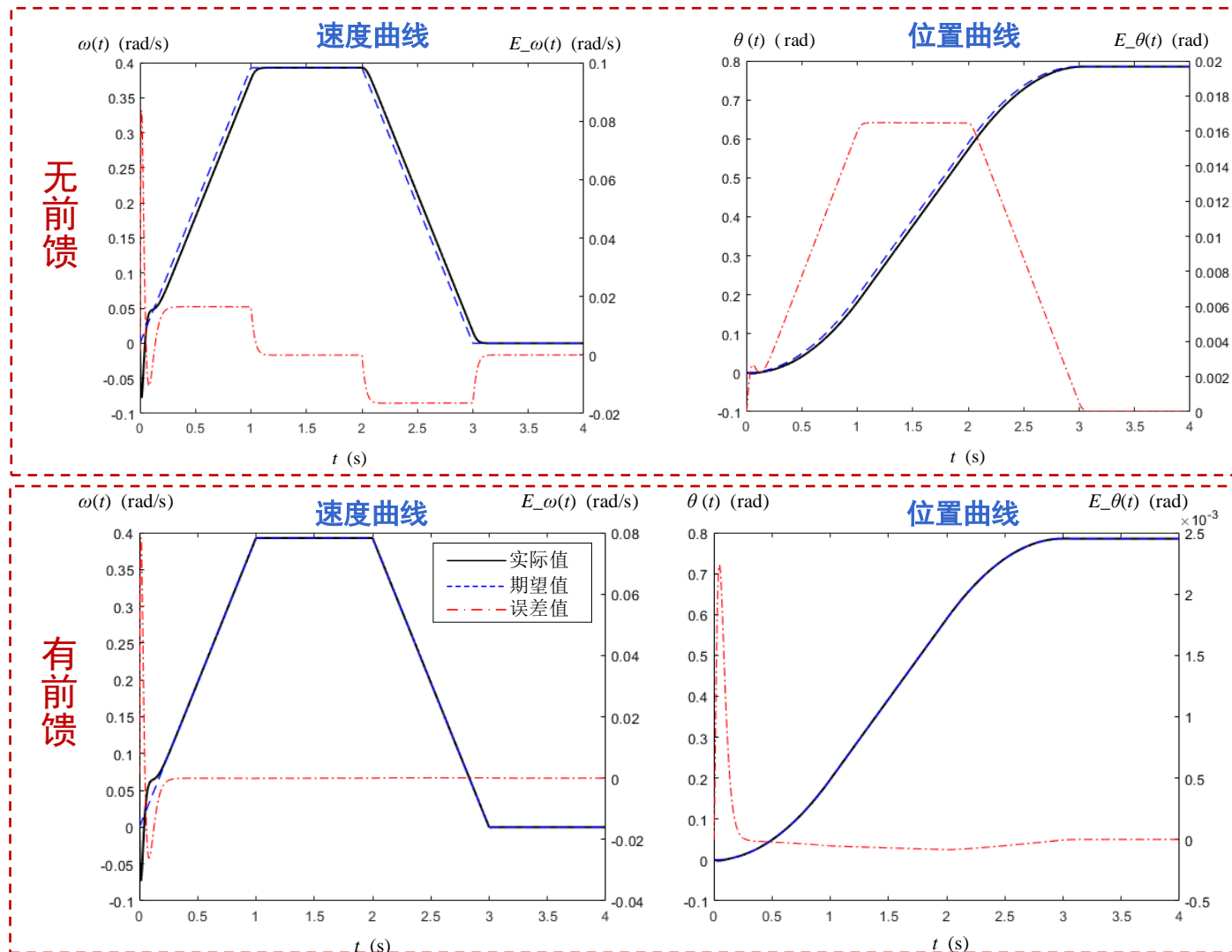
1. 引入速度和加速度前馈后，位置响应曲线基本无滞后，速度响应曲线只在速度突变处有明显偏差
2. 斜坡轨迹的期望加速度在零和两个极大值之间切换，因此，加速度前馈的补偿作用不明显



分散前馈补偿

● 实例 — 考察前馈补偿的效果

➤ 跟踪位置S轨迹

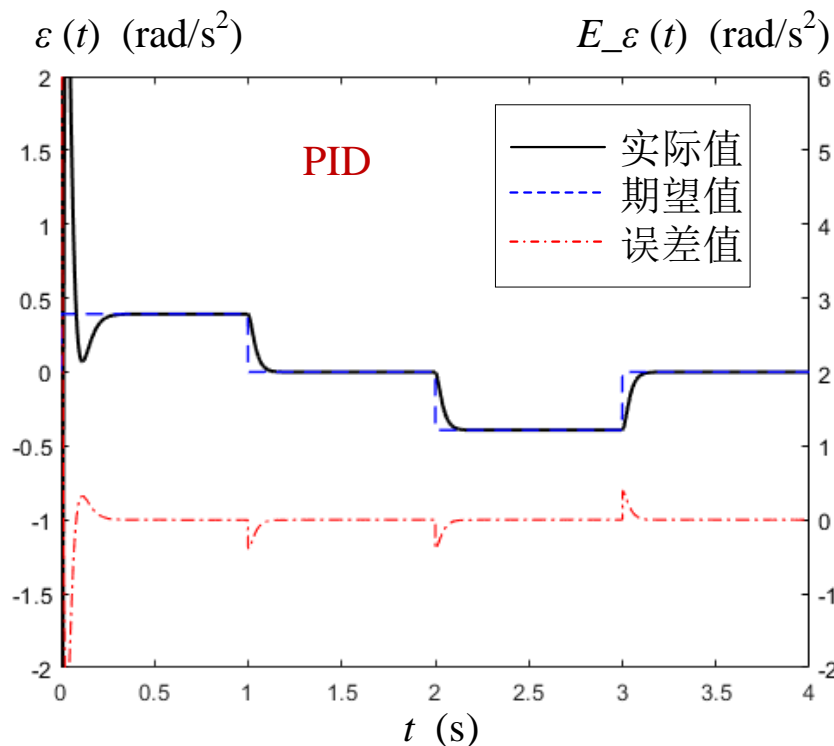


分析

引入速度和加速度前馈后，位置响应曲线基本无滞后，速度响应曲线只有在初始时刻有小偏差

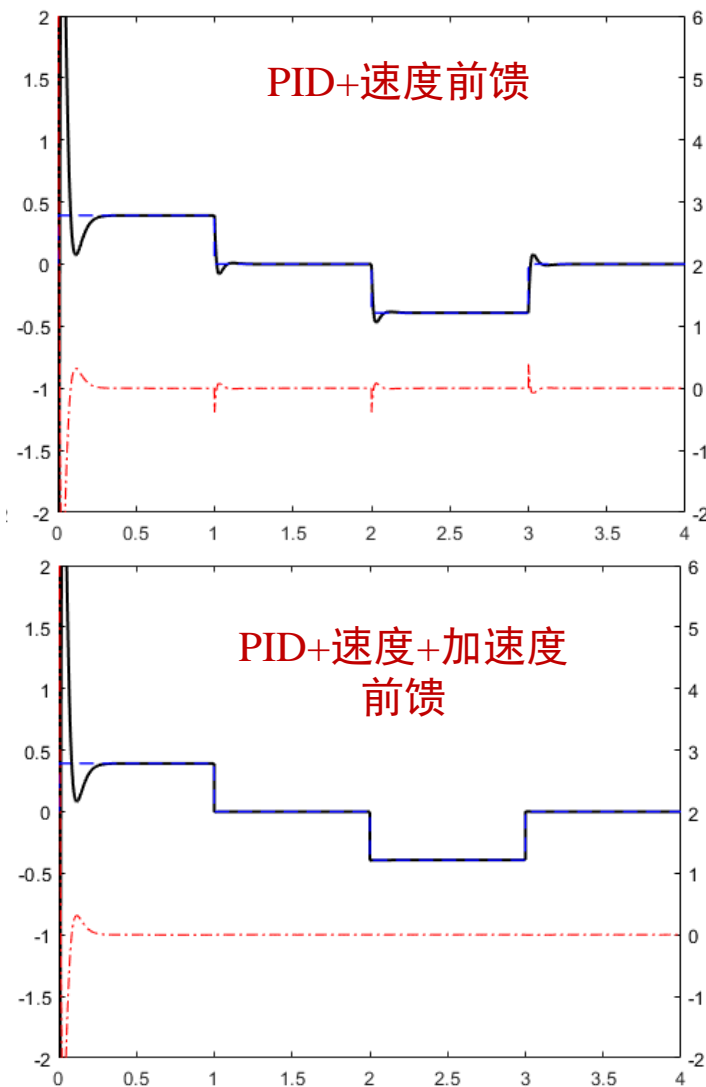
● 实例 — 考察前馈补偿的效果

➤ 跟踪位置S轨迹 —— 通过加速度曲线对比控制效果



分析

1. 引入速度前馈后，加速度响应曲线在突变处明显变小
2. 进一步引入加速度前馈后，加速度偏差基本消失
3. 初始时刻的偏差，由重力矩干扰引起

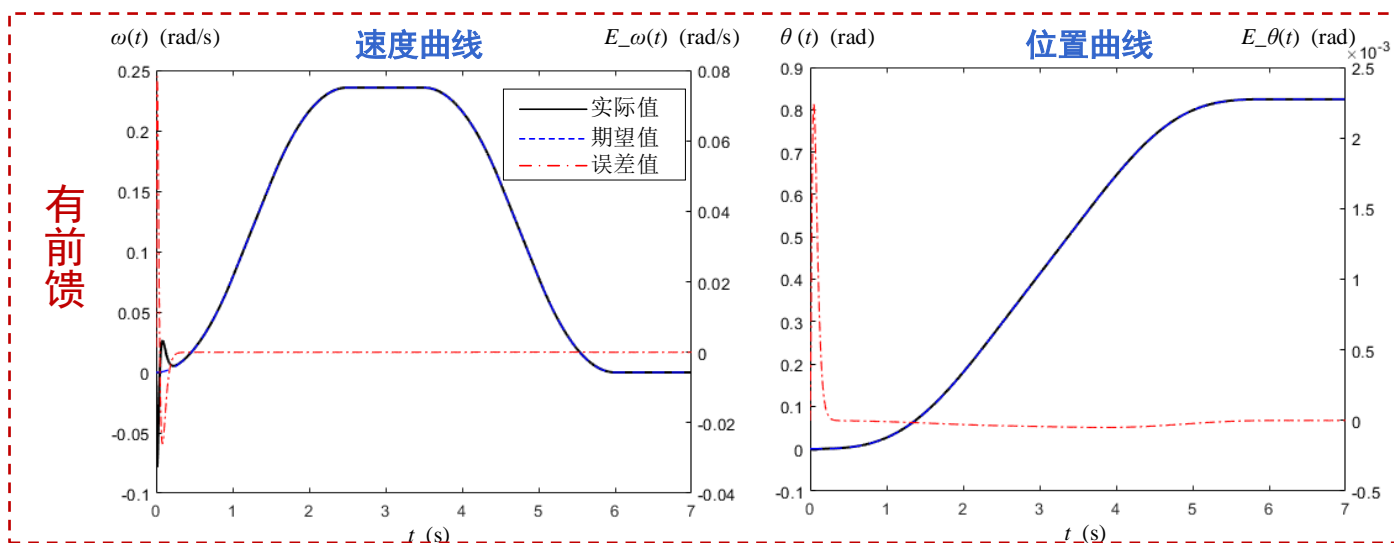
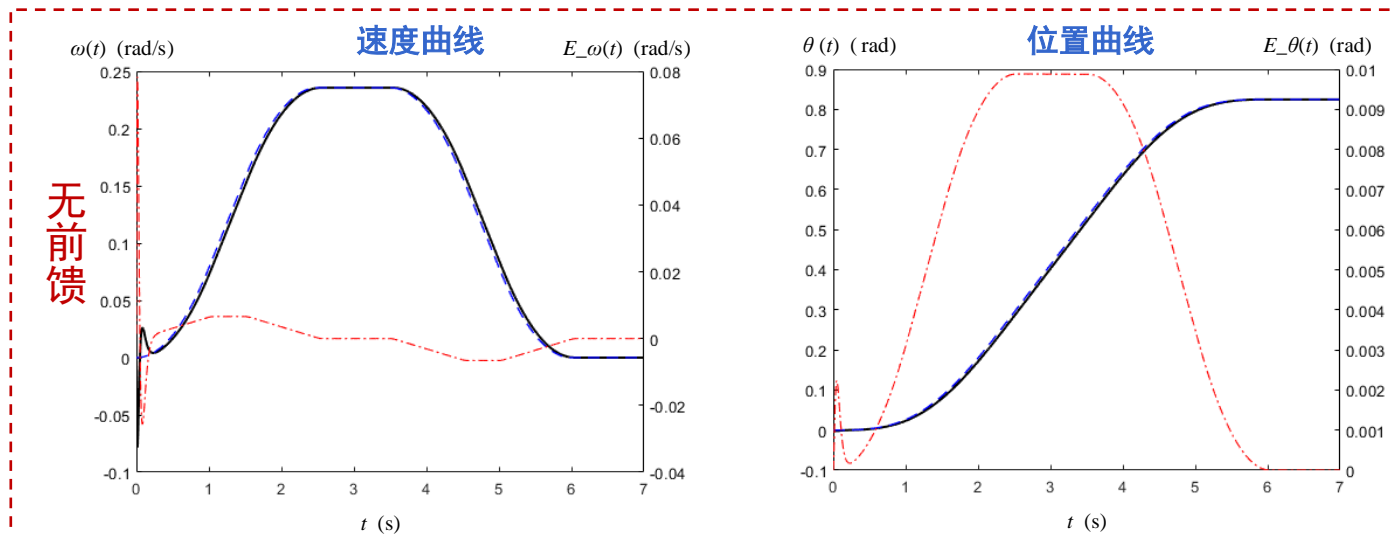




分散前馈补偿

● 实例 — 考察前馈补偿的效果

➤ 跟踪速度S轨迹

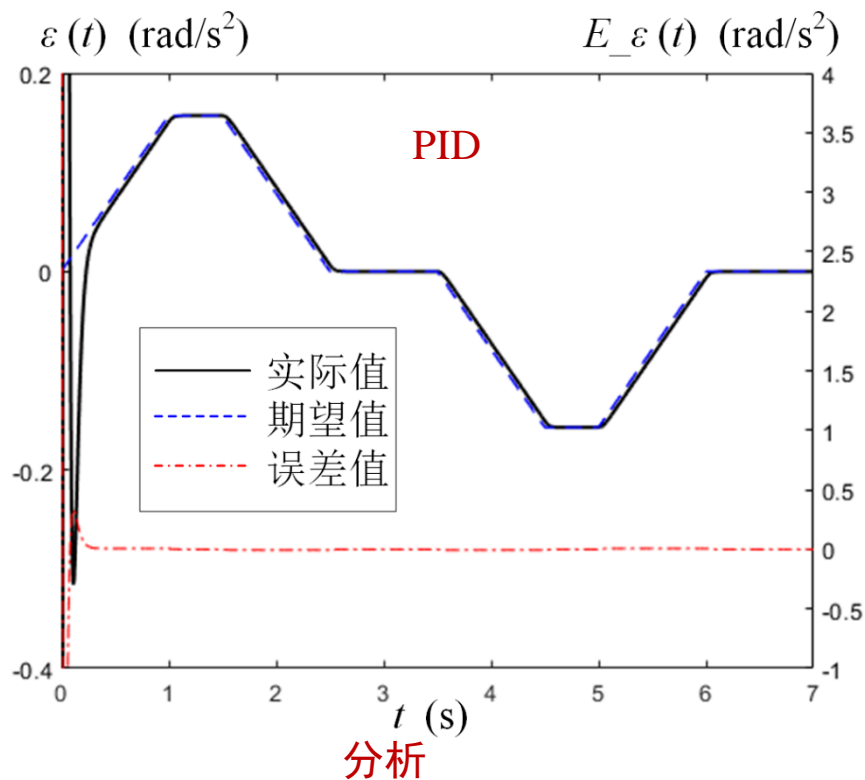


分析

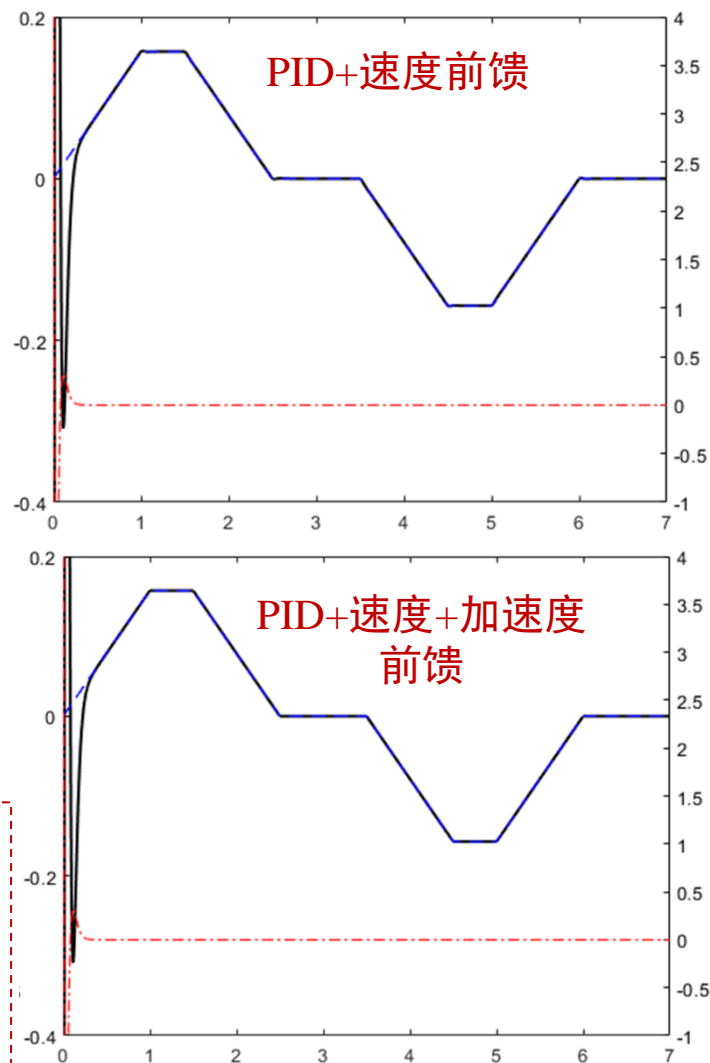
1. 引入速度和加速度前馈后，位置响应曲线基本无滞后
2. 速度响应曲线只有在初始时刻有小偏差，且偏差值小于跟踪位置S轨迹时的速度响应

● 实例 — 考察前馈补偿的效果

➤ 跟踪速度S轨迹 —— 通过加速度曲线对比控制效果



1. 引入速度前馈后，除开始时刻外，加速度响应曲线基本没有偏差
2. 进一步引入加速度前馈后，加速度偏差没有进一步减小，这是由于速度S轨迹的期望加速度没有突变，降低了对控制器的要求



● 结论

- 速度和加速度前馈能有效提升系统跟踪动态指令的能力
- 设计合理的期望指令，有利于降低对控制器的要求

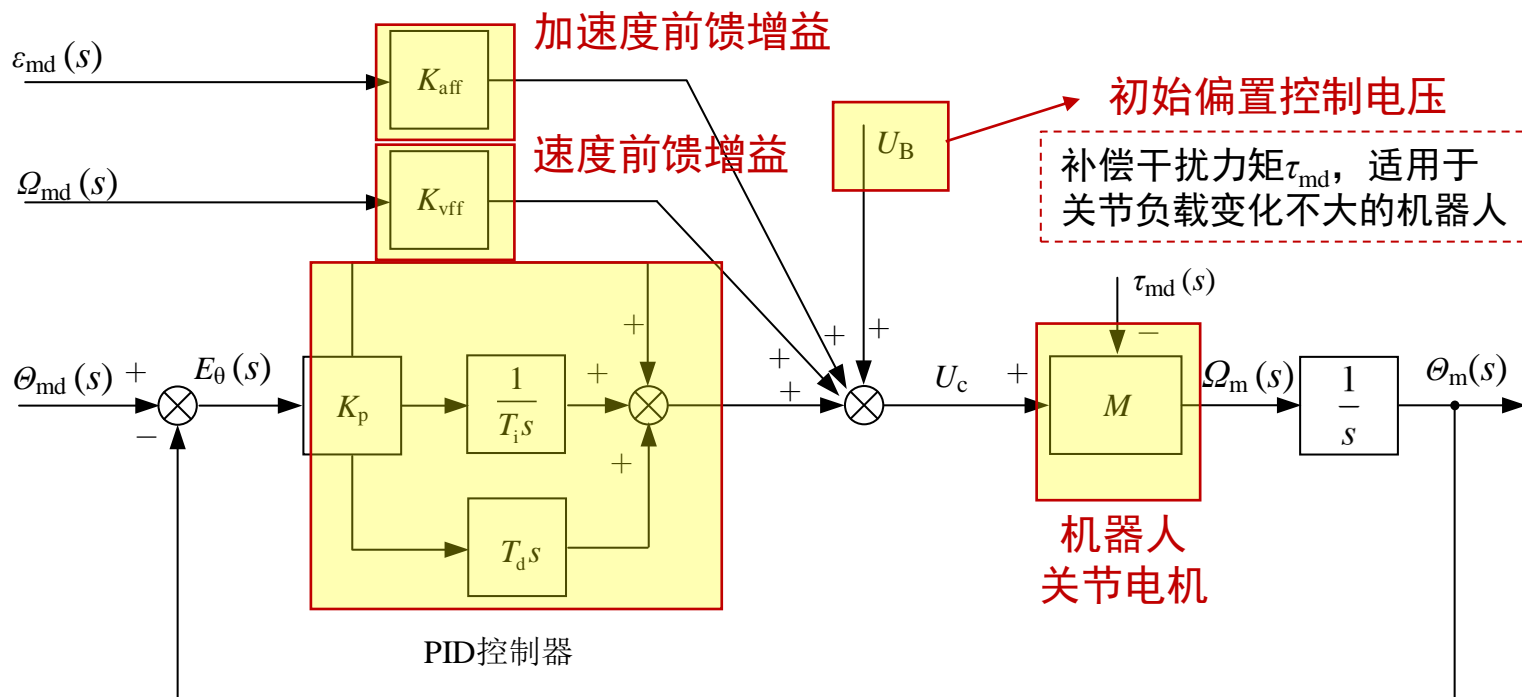
● 速度和加速度前馈设计过程总结

1. 计算系统闭环传递函数的倒数，得到前馈增益
2. 利用前馈增益把期望输入转换为参考输入
3. 将参考输入作用于原闭环系统校正器之后，实现对期望输入的无偏跟踪

分散前馈补偿

● 通用的前馈补偿位置PID控制器

➤ 商用运动控制器常采用的结构



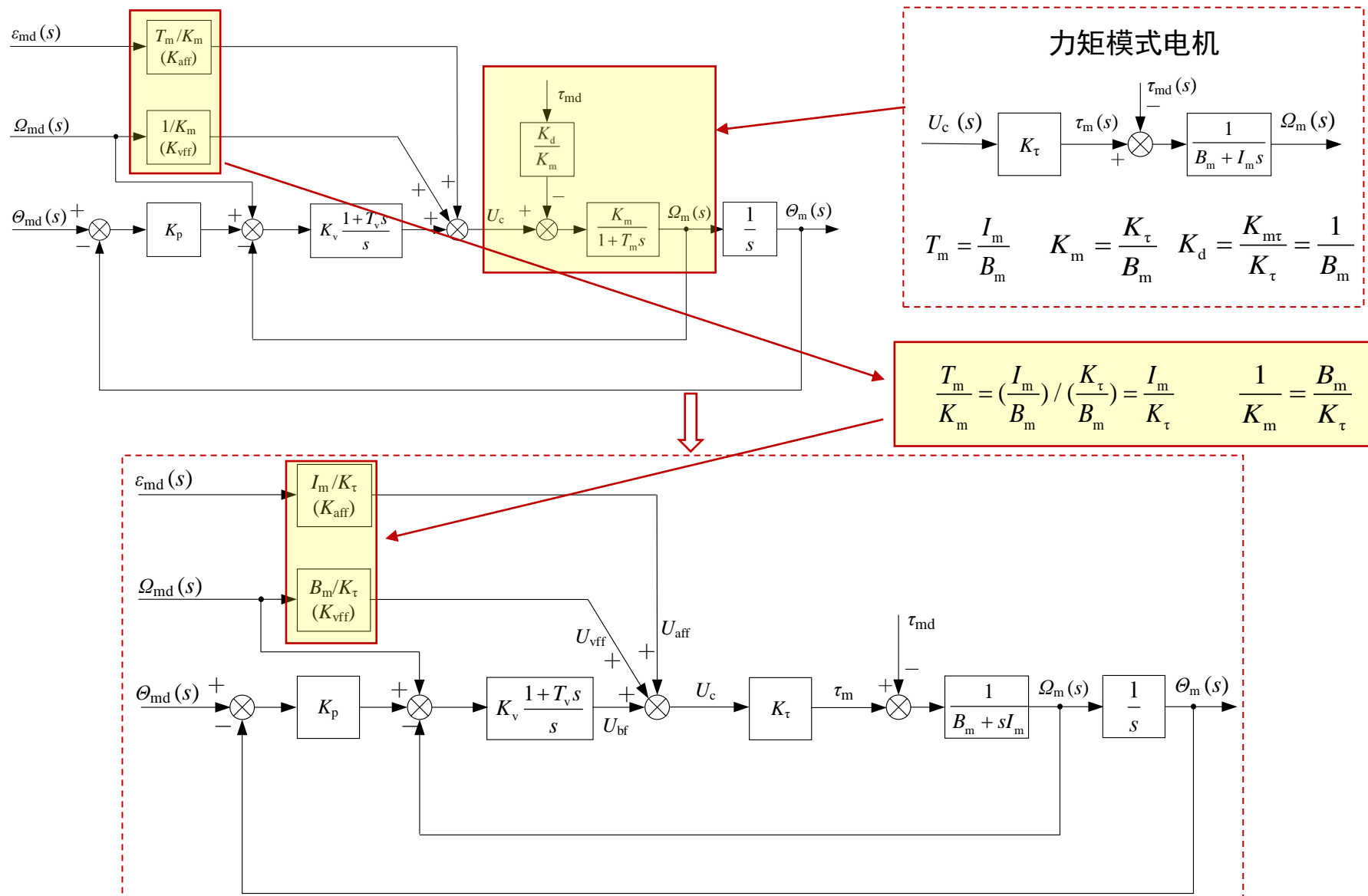
➤ 问题

- 对于多关节机器人，干扰力矩 τ_{md} 一般随机器人位置、速度和加速度变化，如何获得 U_B ？



分散前馈补偿

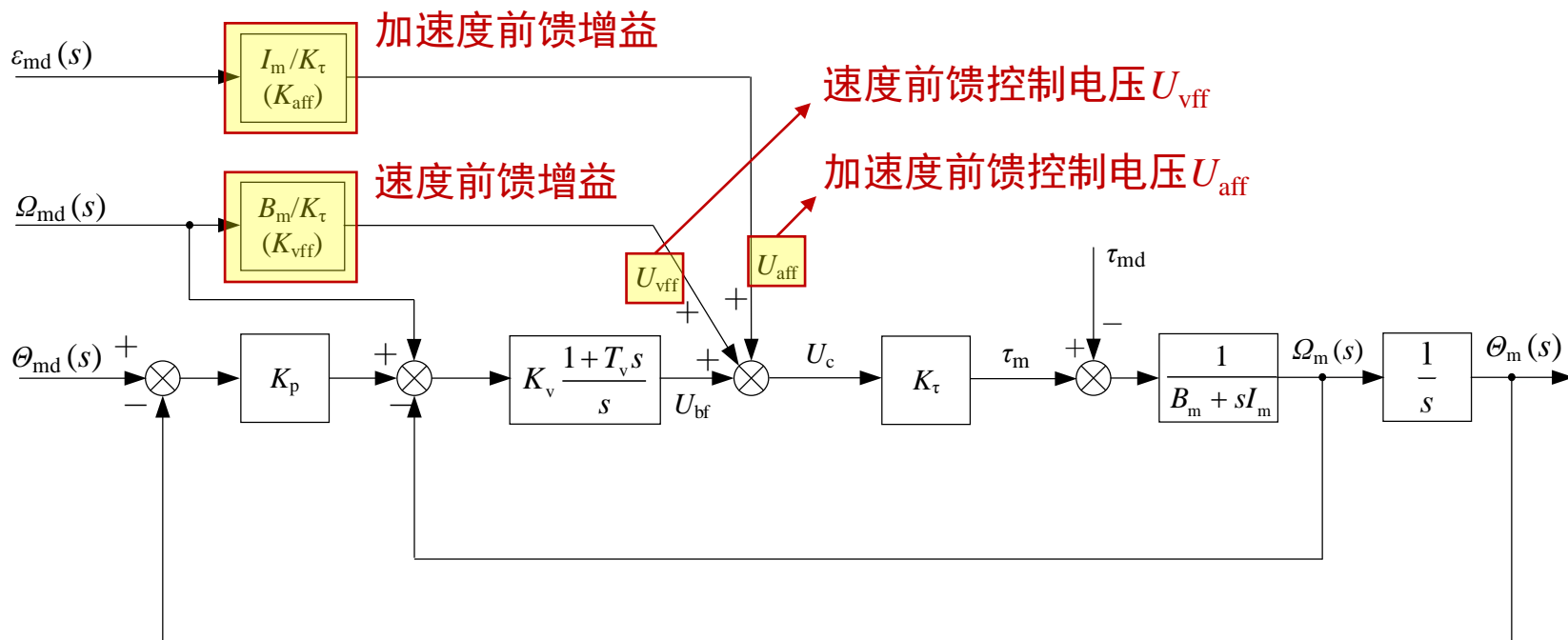
● 以力矩模式电机为对象再次考察分散前馈





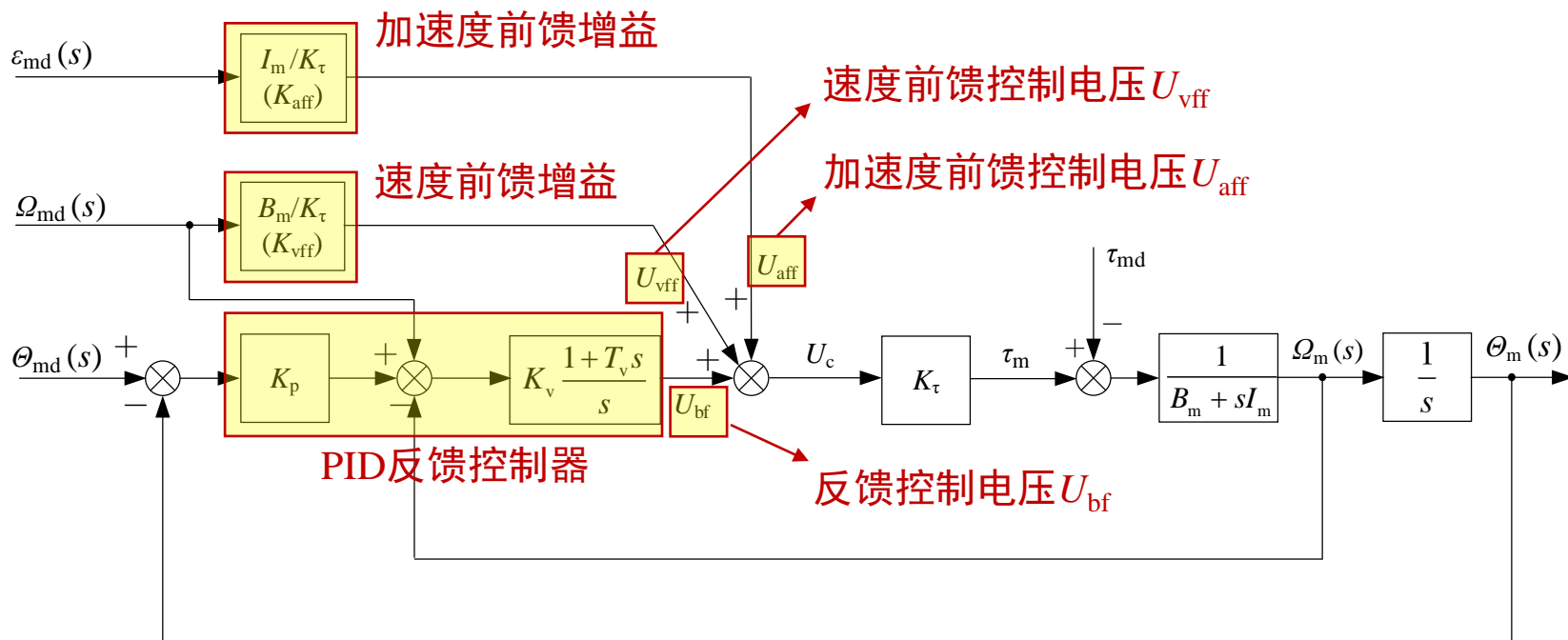
分散前馈补偿

● 以力矩模式电机为对象再次考察分散前馈



- 速度前馈控制电压 $U_{vff} = \Omega_{md}(s)K_{vff} = \Omega_{md}(s)B_m / K_\tau \Rightarrow K_\tau \Rightarrow \tau_{vff} = B_m \omega_{md}$
- 加速度前馈控制电压 $U_{aff} = \varepsilon_{md}(s)K_{aff} = \varepsilon_{md}(s)I_m / K_\tau \Rightarrow K_\tau \Rightarrow \tau_{aff} = I_m \varepsilon_{md}$
- 前馈控制力矩 $\tau_{vff} + \tau_{aff} = B_m \omega_{md} + I_m \varepsilon_{md} \rightarrow$ **关节电机动力学方程线性简化模型!**

● 以力矩模式电机为对象再次考察分散前馈



基于动力学模型的控制

- 速度前馈控制电压 U_{vff}
- 加速度前馈控制电压 U_{aff}

⇒ 前馈控制力矩 $\tau_{vff} + \tau_{aff}$

$$= B_m \omega_{md} + I_m \varepsilon_{md}$$

根据动力学模型精确生成理论驱动力矩

- 反馈控制电压 U_{bf} ⇒ 克服干扰力矩 τ_{md} 和模型误差引起的偏差

- 分散前馈补偿PID控制器的完整控制电压 $U_{vff} + U_{aff} + U_{bf}$

如果模型精确且干扰力矩 $\tau_{md}=0$, 系统将精确跟踪期望轨迹

● 总结

- 分散前馈补偿PID控制器基于假想的常系数电机模型，计算量小，可以在低成本控制硬件分别运行各电机的位置PID控制器
- 上位机以固定的时序给每个关节控制器下发期望位置、速度和加速度，即可控制本关节跟踪期望轨迹
- 非线性程度较低的机器人系统：如低速直角坐标机器人、轮式机器人等，可以采用速度模式电机，其固有的速度负反馈环节（感应电动势），有利于提高系统在未建模扰动下的稳定性
- 关节电机工作于力矩模式时，控制器中各环节的输出量具有清晰的物理意义，有利于设计更复杂的控制算法，后续讨论以力矩模式电机为基础展开
- 受力矩电机分散前馈项物理意义的启发，可以考虑利用驱动空间逆动力学方程，计算补偿干扰力矩的控制电压

$$U_{\text{vff}} + U_{\text{aff}} \Rightarrow \boxed{K_\tau} \Rightarrow \text{分散前馈控制力矩 } \tau_{\text{vff}} + \tau_{\text{aff}} = B_m \omega_{\text{md}} + I_m \varepsilon_{\text{md}}$$

$$\text{干扰力矩 } \tau_{\text{md}} = \Delta M_m(\theta) \varepsilon_m + V_m(\theta, \dot{\theta}) \omega_m + G_m(\theta) \quad \stackrel{?}{\Rightarrow} U_B \text{ 或 } U_{\text{tff}}$$