第四章 经典分散运动控制

4.5 PID控制器的离散化

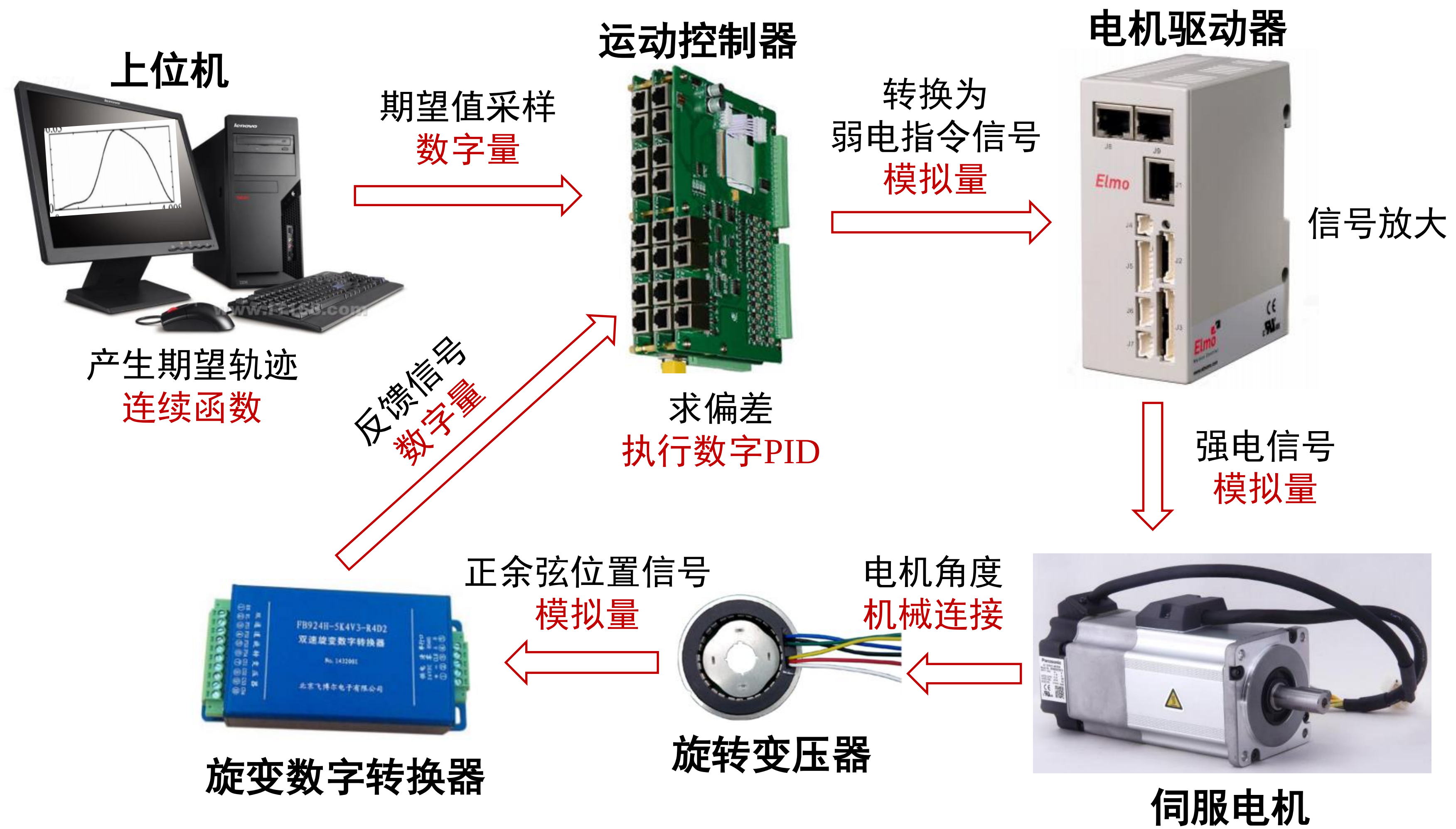
华东理工大学信息科学与工程学院

卿湘运

2024年1月

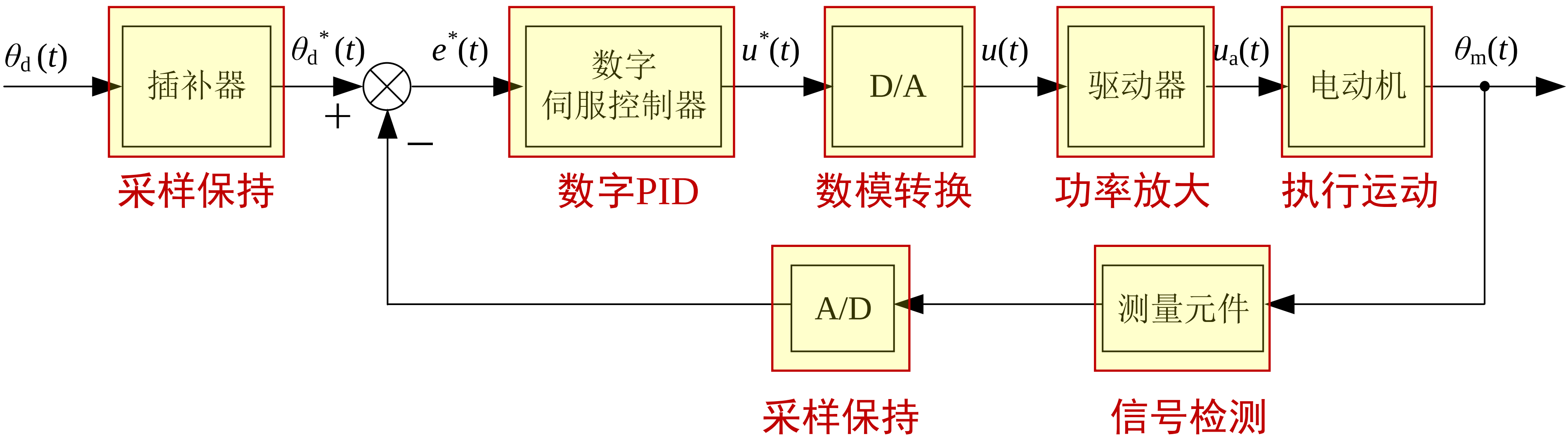
数字控制系统简介

- 数字伺服控制系统
  - 以计算机为核心控制器的伺服控制系统



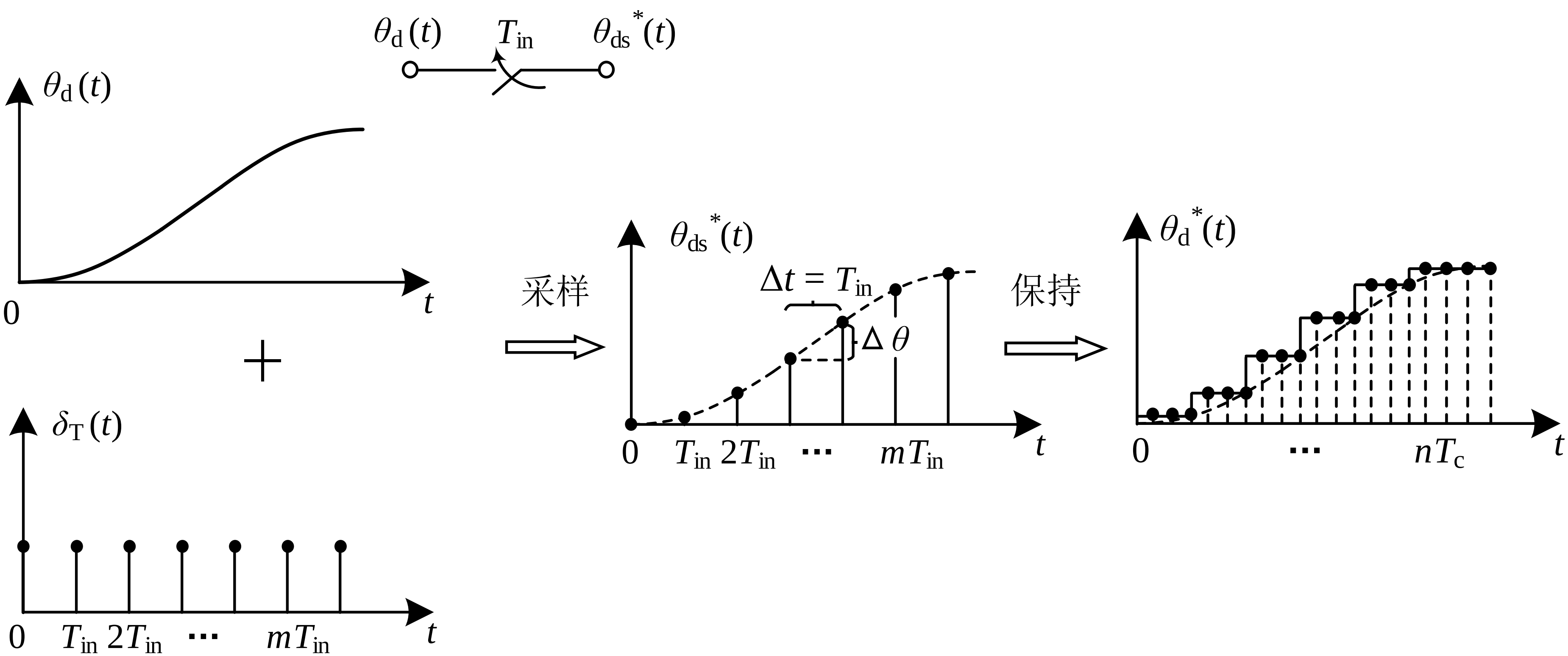
数字控制系统简介

- 数字伺服控制系统的工作过程



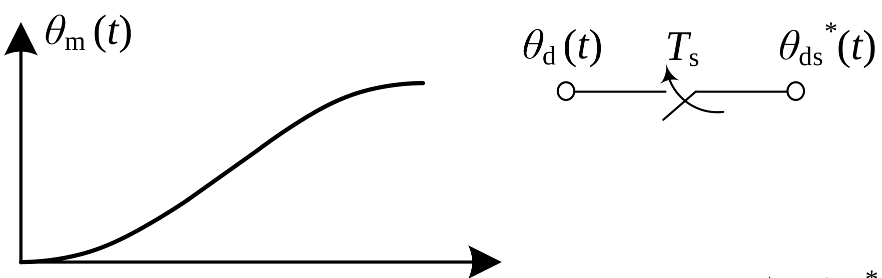
数字控制系统简介

- 插补过程 —— 控制器生成离散指令
  - 输入——连续的期望轨迹函数
  - 采样——按插补周期，将连续的期望信号采样为离散数据
  - 保持——将离散数据保存为指令，持续一个指令周期（3~5个伺服周期）



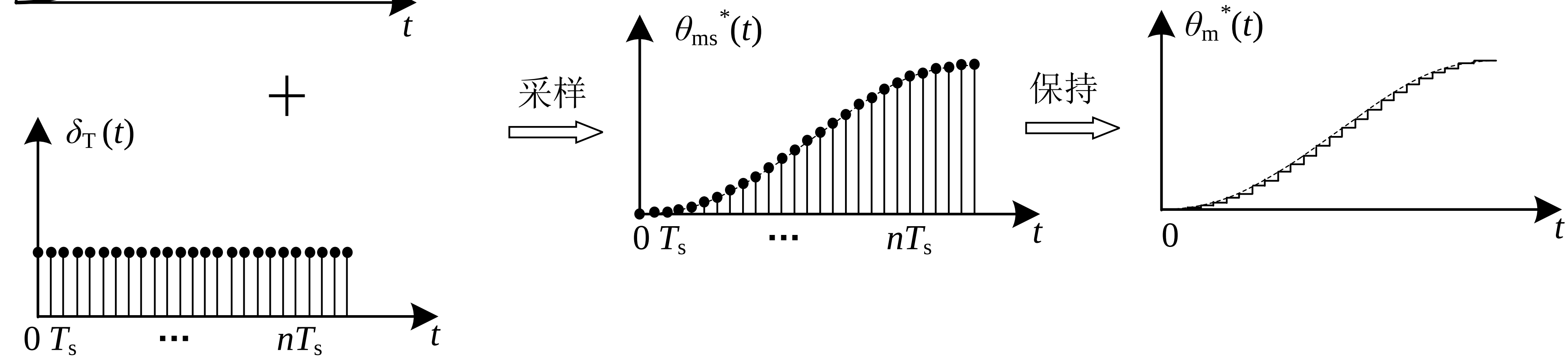
数字控制系统简介

- A/D转换过程 —— 控制器获得数字反馈信号
  - 输入——把被控对象状态转换为模拟信号，例如转角、转速
  - 采样——按检测周期，将传感器模拟信号采样为离散数据点
  - 保持——保存离散数据，直到新数据到来



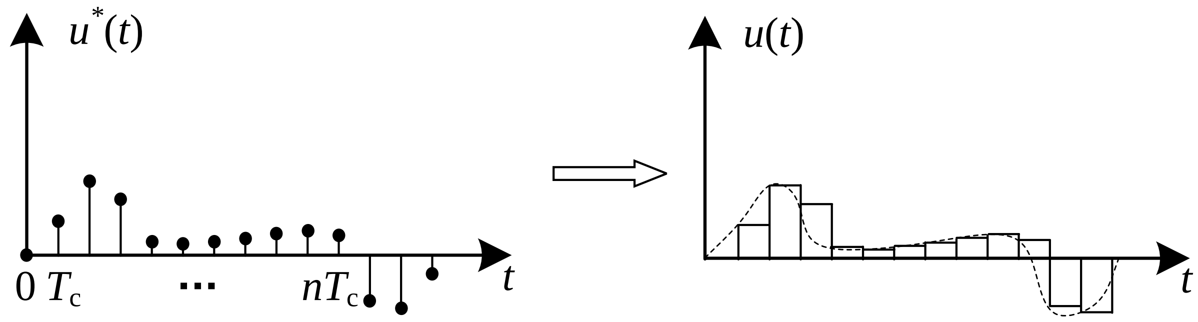
奈奎斯特采样定理

不失真采样频率应为
原信号最高频率的2倍以上
实际使用中，一般取2.5~4倍



数字控制系统简介

- D/A转换过程—— 控制器生成给驱动器的模拟控制信号
  - 输入——数字PID计算得到的离散控制量
  - 保持——保存当前控制量，维持与控制量相当的控制信号幅值
  - 更新——接收到新的离散控制值，更新输出控制信号幅值



数字PID控制器的别称

控制滤波器
保持过程确保了采样点之间的信号值不变，导数为零，具有低通滤波特性

连续PID算法

- 形式

➢ 时域表达式

$$u(t)=\underbrace{\boxed{K_p[e(t)}}_{\text{比例项}}+\underbrace{\boxed{\frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)\mathrm{d}t}}_{\text{积分项}}+\underbrace{\boxed{T_d\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}}}_{\text{微分项}}]$$

➢ 传递函数

$$G_c(s)=\frac{U(s)}{E(s)}=\overbrace{\boxed{K_p(1}}^{\text{比例项}}+\underbrace{\boxed{\frac{1}{T_i s}}}_{\text{积分项}}+\overbrace{\boxed{T_d s}}^{\text{微分项}})$$

➢ 其中：

- e ——误差
- K_p——比例增益
- T_i ——积分时间常数
- T_d——微分时间常数
- K_i ——积分增益 $K_i = K_p / T_i$
- K_d ——微分增益 $K_d = K_p \cdot T_d$

➢ 各环节作用

- 比例项——把系统偏差e(t)成比例地变换成控制信号，减少偏差
- 积分项——累积误差，用于消除静差、提高系统稳态精度
- 微分项——预测误差趋势，加快响应速度、减小调节时间

数字PID算法的实现

- 为什么要把PID算法离散化
  - 在数字控制器中，由伺服中断服务程序实现的PID算法
  - PID算法以伺服周期T_c为间隔断续运行
  - 需要把PID算法从连续空间转换到离散空间
- 绝对式PID算法
  - 伺服周期T_c通常很小，数百微秒
  - 可用求和和差分分别代替积分和微分

$$\int_0^t e(t)\mathrm{d}t=\sum_{i=1}^{n} e(i)T_c \qquad \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{e(n)-e(n-1)}{T_c}$$

  - 得到以差分方程形式表达的绝对式数字PID算法

$$u(n)=K_p\underbrace{\boxed{e(n)}}_{\text{当前偏差}}+\frac{K_pT_c}{T_i}\underbrace{\boxed{\sum_{i=1}^{n}e(i)}}_{\text{历史偏差}}+\frac{K_pT_d}{T_c}[e(n)-\underbrace{\boxed{e(n-1)}}_{\text{前一个时刻偏差}}]+u_0$$

• 绝对式 ——输出控制量的全量值

数字PID算法的实现

- 几种绝对式PID算法

$$u(n) = \boxed{K_p e(n)} + \boxed{\frac{K_p T_c}{T_i}\sum_{i=1}^{n} e(i)} + \boxed{\frac{K_p T_d}{T_c}[e(n)-e(n-1)]} + \boxed{u_0}$$

比例项P　　积分项I　　微分项D　　控制初值

可以理解为前馈

- 定义

$$u_p(n) = K_p e(n) \qquad u_i(n) = \frac{K_p T_c}{T_i}\sum_{i=1}^{n} e(i) \qquad u_d(n) = \frac{K_p T_d}{T_c}[e(n)-e(n-1)]$$

- 各项组合，可得4种常用控制器
  - P控制器： $u(n) = u_p(n) + u_0$
  - PI控制器： $u(n) = u_p(n) + u_i(n) + u_0$
  - PD控制器： $u(n) = u_p(n) + u_d(n) + u_0$
  - PID控制器： $u(n) = u_p(n) + u_i(n) + u_d(n) + u_0$

增量式PID算法

- 为简化编程、避免累计求和，考虑两次计算结果之间的增量

$$u(n)=K_{\mathrm{p}}e(n)+\frac{K_{\mathrm{p}}T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{i}}}\sum_{i=1}^{n}e(i)+\frac{K_{\mathrm{p}}T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}[e(n)-e(n-1)]+u_0$$

$$u(n-1)=K_{\mathrm{p}}e(n-1)+\frac{K_{\mathrm{p}}T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{i}}}\sum_{i=1}^{n-1}e(i)+\frac{K_{\mathrm{p}}T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}[e(n-1)-e(n-2)]+u_0$$

代入

$$\Delta u(n)=u(n)-u(n-1)$$

- 得

$$\Delta u(n)=K_{\mathrm{pc}}[e(n)-e(n-1)]+K_{\mathrm{ic}}e(n)+K_{\mathrm{dc}}[e(n)-2e(n-1)+e(n-2)]$$

数字PID算法的实现

- 增量式PID算法

  - 增量式

$$\Delta u(n) = K_{pc}[e(n) - e(n-1)] + K_{ic}e(n) + K_{dc}[e(n) - 2e(n-1) + e(n-2)]$$

其中

- 数字比例增益 $K_{pc} = K_p$
- 数字积分增益 $K_{ic} = K_p \dfrac{T_c}{T_i} = T_c K_i$
- 数字微分增益 $K_{dc} = K_p \dfrac{T_d}{T_c} = \dfrac{K_d}{T_c}$

  - 增量式PID算法的全量输出 —— 绝对式PID算法的迭代形式

$$u(n) = u(n-1) + \Delta u(n)$$

● 应用数字PID算法的注意事项

➢ 绝对式的使用

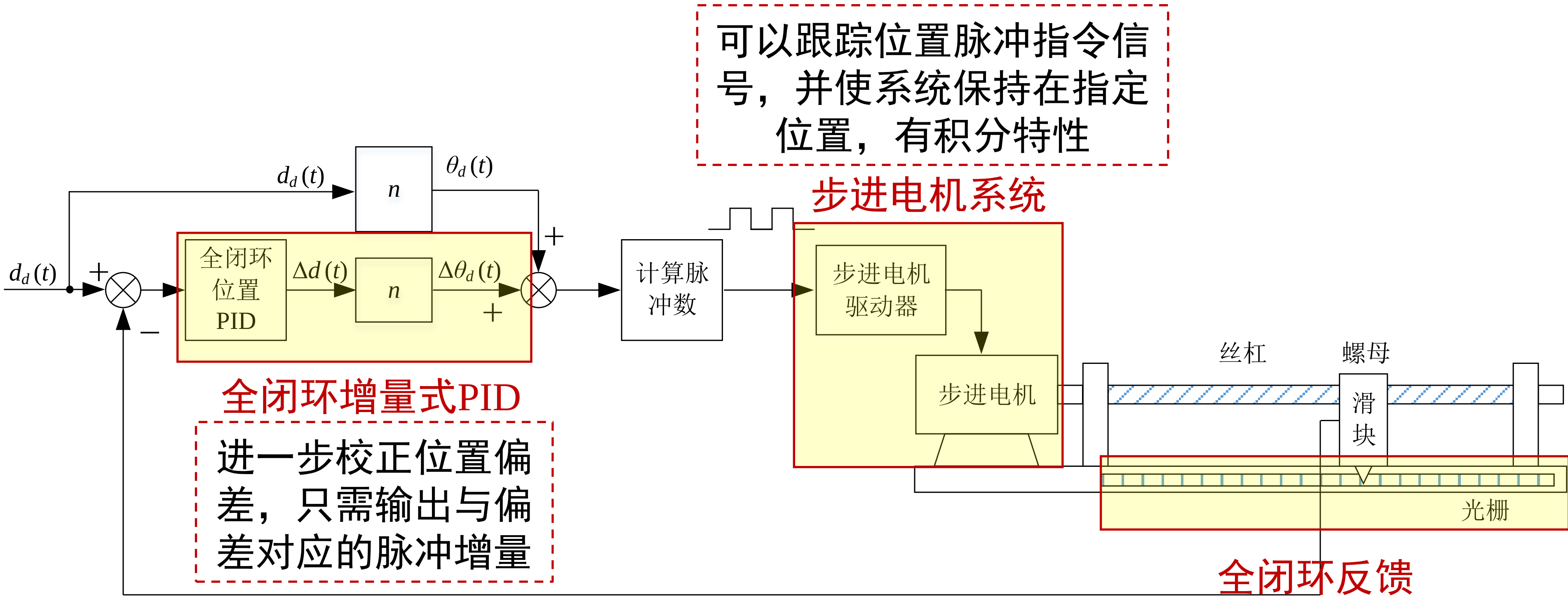
- 绝对式数字PID算法输出全量控制信号，物理意义明确
- 包含控制量初值u_0
- 一般都应采用绝对式数字PID算法计算控制量$u(n)$
- 可采用增量式及其累加形式代替绝对式，便于编程实现

➢ 增量式的应用场合 —— 以位置随动控制系统为例

- 被控对象具有积分特性——步进电机
- 内环已经有位置闭环控制器——伺服驱动器+电机
- 增量式PID控制器仅输出位置增量，进一步校正内环偏差

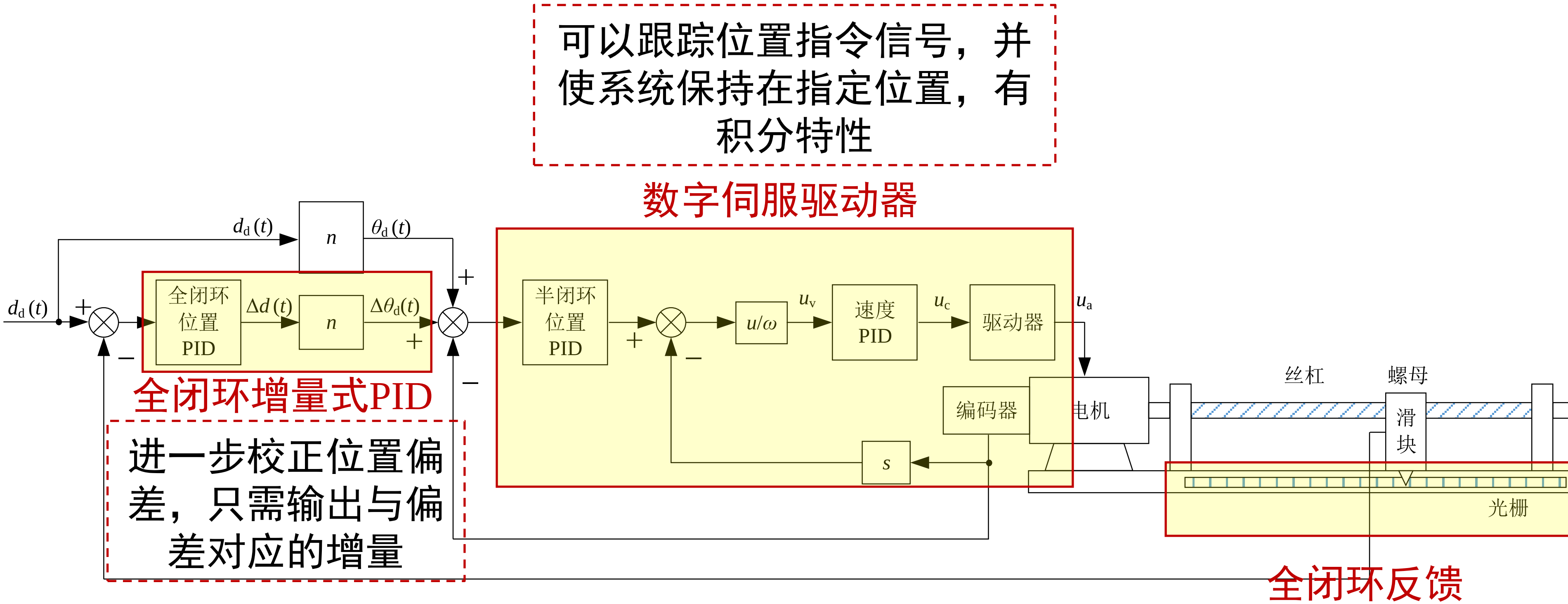
数字PID算法的实现

- 应用数字PID算法的注意事项
  - 增量式应用场合1



数字PID算法的实现

- 应用数字PID算法的注意事项
  - 增量式应用场合2



† 数字PID算法的实现

● 应用数字PID算法的注意事项

- 物理模型与过程量的量纲
  - 必须了解被控对象的物理模型
  - 过程量的量纲必须正确，例如求角度偏差时，轨迹指令的角度量纲与编码器的脉冲数间的转换关系
  - 利用物理模型初步估算控制器参数，才能保证系统安全，不飞车、不过载
- 控制量$u(n)$的范围
  - 必须了解驱动器的输入信号的物理意义和范围
  - 速度模式下， $u(n)$对应着电机电枢电压
  - 力矩模式下， $u(n)$对应着电机电枢电流
  - $u(n)$ 取值的影响因素——D/A转换分辨率、驱动器放大倍数、电流伺服驱动器的跨导、电机力矩常数或感应电动势常数
  - 知道了$u(n)$ 的取值范围，才能确定数字PID控制器的增益

数字PID算法的实现

- 应用数字PID算法的注意事项
  - 控制量初值u_0
    - 对应前馈补偿量 ——例如提升机系统中与重物重力对应的控制量
    - 增量迭代计算全量的公式中没有初值，隐含在第一次求和时的$u(0)$中

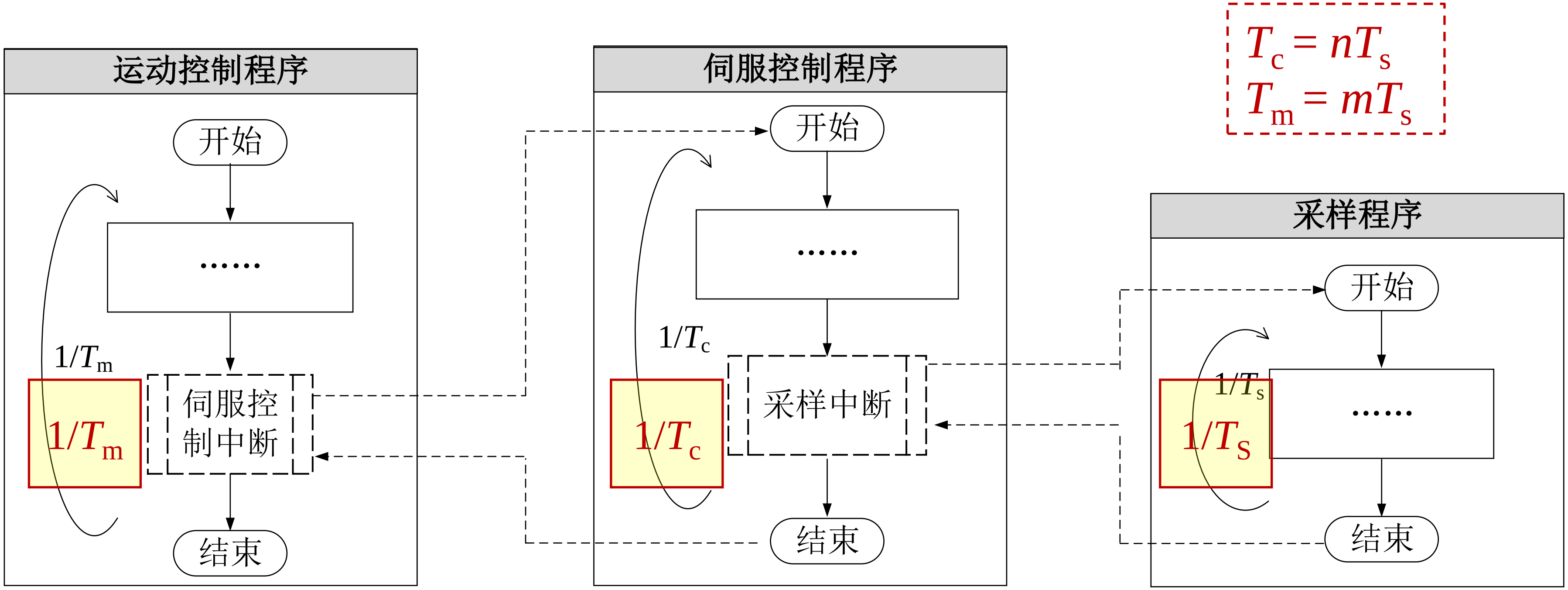
$$u(n)=u(n-1)+\Delta u(n)$$

  - 数字增益与模拟增益
    - 注意：数字增益不等于模拟增益，两者之间有转换关系

$$K_{\mathrm{pc}}=K_{\mathrm{p}} \qquad K_{\mathrm{ic}}=K_{\mathrm{p}}\frac{T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{i}}}=T_{\mathrm{c}}K_{\mathrm{i}} \qquad K_{\mathrm{dc}}=K_{\mathrm{p}}\frac{T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}=\frac{K_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}$$

数字PID算法的实现

- 应用数字PID算法的注意事项
  - 伺服周期 T_C 与采样周期 T_S
    - 采样频率应大于反馈信号最高频率的2倍
    - 伺服周期以采样周期为基准，是其倍数
    - 伺服频率应大于被控对象最高响应频率的2倍，在控制系统的计算能力范围内应尽量小



课后作业

作业

1、简述位置PID控制器中速度前馈的作用。

2、力矩模式电机的位置PID控制器中，速度前馈与力矩前馈的区别是什么?

3、机器人力矩前馈被分为线性力矩前馈和干扰力矩前馈两部分，这样做的意义是什么？能否直接根据动力学方程计算所需力矩作为前馈?

4、总结论述并举例说明绝对式和增量式PID控制器分别适用于什么情况？两者在限幅方面有什么区别?

5、当电机工作于力矩模式且采用位置P控制器和速度PI控制器时，推导系统对位置阶跃输入和斜坡输入的稳态误差。