

Analiza 3 (IŠRM): 1. kolokvij

6.12.2017

Vse odgovore je potrebno dobro utemeljiti. Veliko uspeha!

Ime in priimek

	1
	2
	3
	4
	5
Vpisna številka	Σ

1. naloga (25 točk)Določi odvod funkcije $F(t) = \int_{t^2}^{2t^2} \frac{\sin(tx)}{x} dx$ za $t \neq 0$.**Rešitev:** Za $I(a, b, t) = \int_a^b \frac{\sin(tx)}{x} dx$ velja $I_a = -\frac{\sin(ta)}{a}$, $I_b = \frac{\sin(tb)}{b}$, $I_t = \int_a^b \sin(tx) dx = \frac{\sin(tx)}{t} \Big|_a^b = \frac{\sin(tb) - \sin(ta)}{t}$, zato reje

$$\begin{aligned} F'(t) &= I(t^2, 2t^2, t)' = I_a(\dots) \cdot 2t + I_b(\dots) \cdot 4t + I_c(\dots) \cdot 1 \\ &= -\frac{\sin(tt^2)}{t^2} 2t + \frac{\sin(t2t^2)}{2t^2} 4t + \frac{\sin(t2t^2) - \sin(tt^2)}{t} = \frac{3\sin(2t^3) - 3\sin(t^3)}{t}. \end{aligned}$$

2. naloga (25 točk)Izračunaj $\int_0^1 (\ln x)^4 \sqrt{-\ln x} dx$. Namig: Γ **Rešitev:** $\Gamma(\frac{11}{2}) = \frac{945}{32} \sqrt{\pi}$

3. naloga (25 točk)

Zamenjaj vrstni red integracije: **(a)** $\int_{-6}^2 dx \int_{x^2/4-1}^{2-x} f(x, y) dy$; **(b)** $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

4. naloga (25 točk)

Preslikava $F(s, t) = (s\sqrt{t/(1+s^2)}, \sqrt{t/(1+s^2)})$ pošlje pravokotnik $[-1, 1] \times [1, 2]$ v območje D . Nariši D in izračunaj $\int_D xy \, dx dy$.

Rešitev: $\int_{-1}^1 ds \int_1^2 s \sqrt{\frac{t}{1+s^2}} \sqrt{\frac{t}{1+s^2}} \frac{1}{2(1+s^2)} dt = 0$

5. naloga (25 točk)

Izračunaj volumen telesa, omejenega z $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ in $(x^2 + y^2)^3 = 16a^2x^2y^2$, za $x, y \geq 0$.

Rešitev: $2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2a \sin(2\varphi)} dr \int_0^{\sqrt{4a^2 - r^2}} rdz = 8a^3(\frac{\pi}{3} - \frac{4}{9})$