

IRZ - 3. IZPIT (5. 9. 2025)

1. naloga

Operacijo $drop$ nad besedo $w = a_0 \dots a_{n-1}$, $a_i \in \Sigma$ definirajmo takole: $w^{drop} = b_0 \dots b_{m-1}$, kjer $b_i = a_{2i}$, $m = \lceil n/2 \rceil$.

To operacijo uporabimo za definicijo družine jezikov nad abecedo $\Sigma = \{a,b\}$:

$P_k = \{w \mid |w| \leq k, w^{drop} \text{ je palindrom}\}$.

- (a) Zapišite vse elemente jezika P_3 .
- (b) Za katere $k \geq 0$ jezik ni regularen? Dokažite!
- (c) Jezik $\bigcup_{k=1}^{\infty} P_k$ je kontekstno neodvisen. Podajte dokaz.

2. naloga

Naj bo dana abeceda $\Sigma = \{a,p\}$, kjer:

- a predstavlja prihod avtobusa,
- p predstavlja prihod enega potnika.

Vsak avtobus lahko pobere največ $k \geq 1$ potnikov. Beseda nad Σ je yeljavna, če si jo lahko razložimo kot, da "na koncu" (po izvedbi zaporedja) vsi potniki dobijo mesto na nekem avtobusu.

$P_k = \{w \mid w \in \Sigma^*, w \text{ veljaven pri } k \geq 1\}$

- (a) Zapiši jezik L_0 . Dokaži L_k regularen $\Leftrightarrow k=0$.
- (b) Zapiši gramatiko za $k=1$.
- (c) Zapiši funkcijo prehodov skladovnega avtomata za splošen jezik L_k , $k \geq 1$.

3. naloga

- (a) Naj bosta podana jezika $L_1 = \{0011, 101\}$ in $L_2 = \{11, 1, 0\}$. Izračunaj kvocient jezika L_1/L_2 .
- (b) V splošnem naj bosta dana jezika $L_1, L_2 \subseteq \{0,1\}^*$.

Pokaži, da je kvocient L_1/L_2 odločljiv, čim je L_1 odločljiv in L_2 rekurenčno števen (L_2 je števno neskončen).

- (c) Obravnavaj jezik $L_e = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$. Dokaži odločljivost/neodločljivost.