

### Analiza 3 (IŠRM): 1. kolokvij

9. 12. 2021 16<sup>00</sup> – 18<sup>00</sup>

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

#### 1. naloga (25 točk)

Dan je integral s parametrom

$$F(a) = \int_0^{\pi} x^a \sin x \, dx.$$

- a) Določi definicijsko območje  $A \subseteq \mathbb{R}$  funkcije  $F$ . (**Nasvet.** Primerno oceni funkcijo  $\sin$ .)
- b) Dokaži, da za vse  $a \in A$  velja zveza  $F(a+2) = \pi^{a+2} - (a+2)(a+1)F(a)$ .
- c) Izračunaj  $F(5)$ .

**2. naloga (25 točk)**

Izračunaj psplošeni integral

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{(\pi - 4 \arctan x)^3}{\arctan x}} \frac{dx}{1+x^2}.$$

Rezultat zapiši v poenostavljeni obliki.

### 3. naloga (25 točk)

Naj bo  $D$  območje znotraj pasu  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , ki ga omejujeta grafa funkcij  $y = \sin x$  in  $y = \sin^2 x$ .

- a) **Skiciraj** območje  $D$  in nato na **oba** možna načina prevedi dvojni integral

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$

na dvakratni integral.

- b) Dvojni integral tudi izračunaj v primeru, ko je  $f(x, y) = (y + \sin x) \cos x$ .

**4. naloga (25 točk)**

Dano je območje  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq z \leq 1\}$ . Nariši območje  $D$  in izračunaj trojni integral

$$\iiint_D \frac{dx \, dy \, dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}.$$

**Nasvet.** Pomagaš si lahko z vpeljavo novih koordinat.