

1	
2	
3	
4	
Σ	

Analiza 3 (IŠRM): 1. kolokvij

9. 12. 2021 16⁰⁰ – 18⁰⁰

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Dan je integral s parametrom

$$F(a) = \int_0^\pi x^a \sin x \, dx.$$

- a) Določi definicijsko območje $A \subseteq \mathbb{R}$ funkcije F . (**Nasvet.** Primerno oceni funkcijo sin.)
- b) Dokaži, da za vse $a \in A$ velja zveza $F(a+2) = \pi^{a+2} - (a+2)(a+1)F(a)$.
- c) Izračunaj $F(5)$.

2. naloga (25 točk)

Izračunaj posplošeni integral

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{(\pi - 4 \arctan x)^3}{\arctan x}} \frac{dx}{1+x^2}.$$

Rezultat zapiši v poenostavljeni obliku.

3. naloga (25 točk)

Naj bo D območje znotraj pasu $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, ki ga omejujeta grafa funkcij $y = \sin x$ in $y = \sin^2 x$.

- a) **Skiciraj** območje D in nato na **oba** možna načina prevedi dvojni integral

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$

na dvakratni integral.

- b) Dvojni integral tudi izračunaj v primeru, ko je $f(x, y) = (y + \sin x) \cos x$.

4. naloga (25 točk)

Dano je območje $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq z \leq 1\}$. Nariši območje D in izračunaj trojni integral

$$\iiint_D \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}.$$

Nasvet. Pomagaš si lahko z vpeljavo novih koordinat.