

Analiza 3 (IŠRM): 1. kolokvij

2. 12. 2019

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore dobro utemelji. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Funkcija $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$F(a) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{a \cos x} \cdot \operatorname{tg} x \, dx.$$

- a) Utemelji, da je F odvedljiva in izračunaj F' .
- b) Določi intervale naraščanja in padanja funkcije F .

2. naloga (25 točk)

Izračunaj posplošeni integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x \sqrt[3]{(e^x - 1)^2}}.$$

3. naloga (25 točk)

Omejeno območje D v ravnini je omejeno s parabolama $y = ax^2$ in $y = -ax^2$ ter premico $x = b$, kjer sta a in b pozitivni realni števili. Naj bo $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija.

a) Območje D najprej skiciraj, nato pa z obema dvakratnima integraloma zapiši dvojni integral

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy.$$

b) Izračunaj dvakratni integral

$$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} \, dx.$$

4. naloga (25 točk)

Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D (x^2 + y^2) \, dx dy,$$

kjer je $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 \leq 1\}$.

Nasvet: lahko si pomagaš z vpeljavo ustreznih novih koordinat.