



# 高性能计算技术

## 第七讲 并行程序设计基础

[kjhe@scut.edu.cn](mailto:kjhe@scut.edu.cn)

华南理工大学计算机学院

# 内容概要

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
  - **Canons**
  - **DNS**
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型

# 矩阵的划分

---

- 划分方法

- 带状划分(striped partitioning):  
one dimensional, row or column,  
block or cyclic
  - 棋盘划分(checkerboard partitioning):  
two dimensional, block or cyclic

# 带状划分

- $16 \times 16$  阶矩阵,  $p=4$

$P_0$				$P_1$				$P_2$				$P_3$			
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

( a )

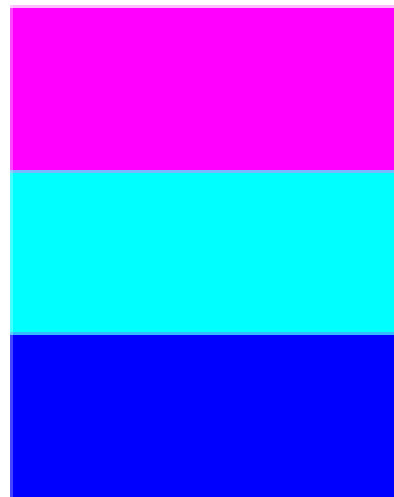
列块 ( **block** ) 带状划分

0	$P_0$
4	
8	
12	
1	$P_1$
5	
9	
13	
2	$P_2$
6	
10	
14	
3	$P_3$
7	
11	
15	

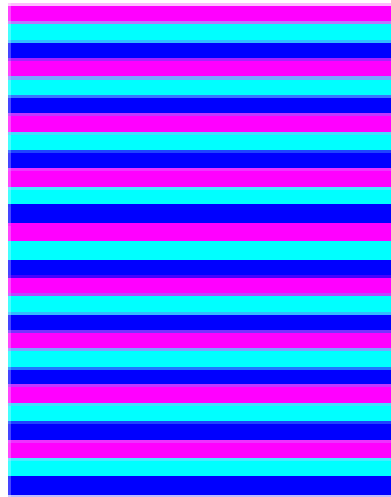
( b )

行循环 ( **cyclic** ) 带状划分

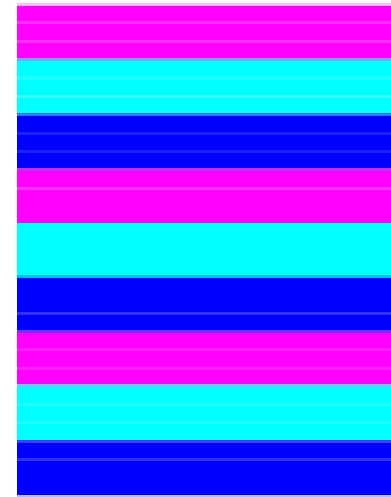
## 带状划分 (2)



(a) block



(b) cyclic



(c) block-cyclic

■  $P_1$

■  $P_2$

■  $P_3$

Striped row-major mapping of a  $27 \times 27$  matrix on  $p = 3$  processors.

# 棋盘划分

- 8×8阶矩阵，p=16

(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(0, 4)	(0, 5)	(0, 6)	(0, 7)
$P_0$		$P_1$		$P_2$		$P_3$	
(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 7)
(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	(2, 7)
$P_4$		$P_5$		$P_6$		$P_7$	
(3, 0)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	(3, 7)
(4, 0)	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	(4, 7)
$P_8$		$P_9$		$P_{10}$		$P_{11}$	
(5, 0)	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	(5, 7)
(6, 0)	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 7)
$P_{12}$		$P_{13}$		$P_{14}$		$P_{15}$	
(7, 0)	(7, 1)	(7, 2)	(7, 3)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 7)

( a )

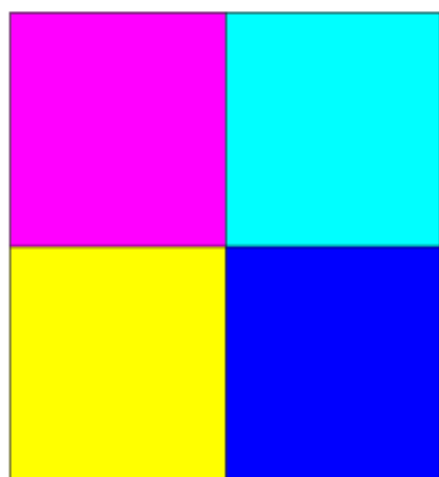
棋盘划分

(0, 0)	(0, 4)	(0, 1)	(0, 5)	(0, 2)	(0, 6)	(0, 3)	(0, 7)
$P_0$		$P_1$		$P_2$		$P_3$	
(4, 0)	(4, 4)	(4, 1)	(4, 5)	(4, 2)	(4, 6)	(4, 3)	(4, 7)
(1, 0)	(1, 4)	(1, 1)	(1, 5)	(1, 2)	(1, 6)	(1, 3)	(1, 7)
$P_4$		$P_5$		$P_6$		$P_7$	
(5, 0)	(5, 4)	(5, 1)	(5, 5)	(5, 2)	(5, 6)	(5, 3)	(5, 7)
(2, 0)	(2, 4)	(2, 1)	(2, 5)	(2, 2)	(2, 6)	(2, 3)	(2, 7)
$P_8$		$P_9$		$P_{10}$		$P_{11}$	
(6, 0)	(6, 4)	(6, 1)	(6, 5)	(6, 2)	(6, 6)	(6, 3)	(6, 7)
(3, 0)	(3, 4)	(3, 1)	(3, 5)	(3, 2)	(3, 6)	(3, 3)	(3, 7)
$P_{12}$		$P_{13}$		$P_{14}$		$P_{15}$	
(7, 0)	(7, 4)	(7, 1)	(7, 5)	(7, 2)	(7, 6)	(7, 3)	(7, 7)

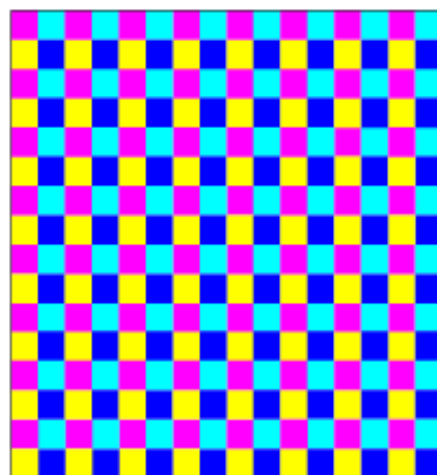
( b )

循环棋盘划分

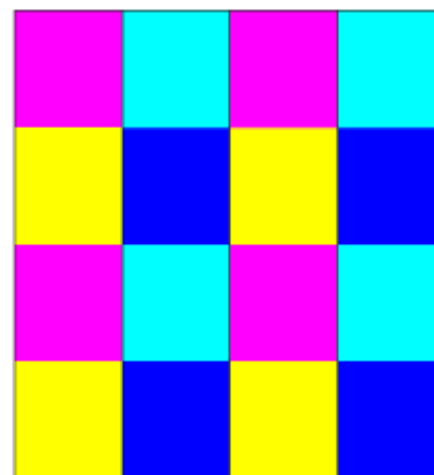
## 棋盘划分 (2)



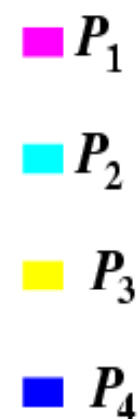
(a) block



(b) cyclic



(c) block cyclic

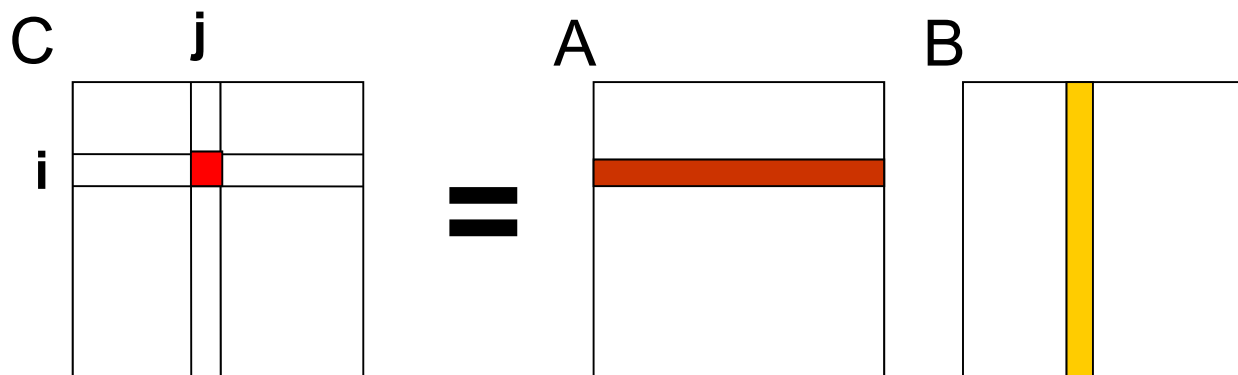


Checkerboard mapping of a  $16 \times 16$  matrix on  $p = 2 \times 2$  processors.

# 矩阵乘法定义

设  $A = (a_{ij})_{n \times n}$   $B = (b_{ij})_{n \times n}$   $C = (c_{ij})_{n \times n}$ ,  $C = A \times B$

$$\begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \cdots & c_{0,n-1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & & c_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n-1,0} & c_{n-1,1} & \cdots & c_{n-1,n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,n-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & & a_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n-1,0} & a_{n-1,1} & \cdots & a_{n-1,n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,n-1} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & & b_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n-1,0} & b_{n-1,1} & \cdots & b_{n-1,n-1} \end{pmatrix}$$



$$c_{ij} = \sum_{k=0}^{n-1} a_{ik} b_{kj}$$

**A**中元素的第**2**下标与**B**中元素的第**1**下标相一致（对准）



# 矩阵乘法

---

- 普通串行算法（算法9.3）的运行时间为 $O(n^3)$
- 已知串行算法时间复杂度为 $O(n^x)$ ,  $2 < x \leq 3$

Matrix multiplication is the most studied parallel algorithm.

It is a good algorithm to learn because it shows many ideas about parallelism.

# 并行矩阵乘法

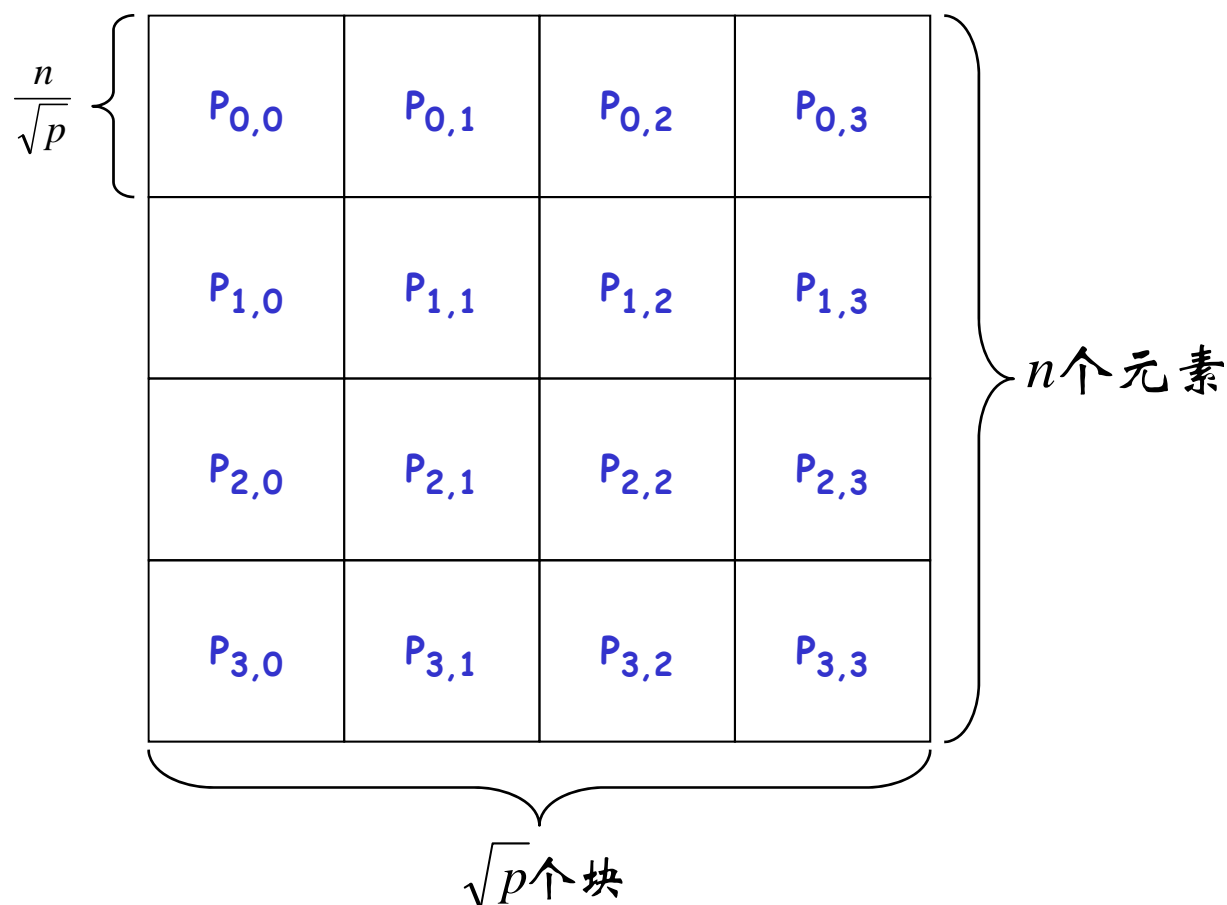
- 实现方法

- 计算结构：二维阵列
- 简单分块并行算法
- Cannon (1969年)
- DNS (1981年)
- 其他：Fox, Systolic (时间对准)

$A_{0,0}$ $B_{0,0}$	$A_{0,1}$ $B_{0,1}$	$A_{0,2}$ $B_{0,2}$	$A_{0,3}$ $B_{0,3}$
$A_{1,0}$ $B_{1,0}$	$A_{1,1}$ $B_{1,1}$	$A_{1,2}$ $B_{1,2}$	$A_{1,3}$ $B_{1,3}$
$A_{2,0}$ $B_{2,0}$	$A_{2,1}$ $B_{2,1}$	$A_{2,2}$ $B_{2,2}$	$A_{2,3}$ $B_{2,3}$
$A_{3,0}$ $B_{3,0}$	$A_{3,1}$ $B_{3,1}$	$A_{3,2}$ $B_{3,2}$	$A_{3,3}$ $B_{3,3}$

# 矩阵分块

- 分块: **A**、**B**和**C**分成  $p = \sqrt{p} \times \sqrt{p}$  的方块阵  $A_{i,j}$ 、 $B_{i,j}$ 和 $C_{i,j}$ , 大小均为  $\frac{n}{\sqrt{p}} \times \frac{n}{\sqrt{p}}$
- $p$ 个处理器编号为  $(P_{0,0}, \dots, P_{0,\sqrt{p}-1}, \dots, P_{\sqrt{p}-1,\sqrt{p}-1})$ ,  $P_{i,j}$  存放  $A_{i,j}$ 、 $B_{i,j}$ 和 $C_{i,j}$  ( $n \gg p$ )



# 简单并行分块算法

- 分块: A、B和C分成  $p=p^{1/2} \times p^{1/2}$  块大小为  $(n/p^{1/2}) \times (n/p^{1/2})$  的方块阵  $A_{i,j}$ 、 $B_{i,j}$  和  $C_{i,j}$ ,  $p$  个处理器编号为:  
 $(P_{0,0}, \dots, P_{0,\sqrt{p}-1}, \dots, P_{\sqrt{p}-1,\sqrt{p}-1})$

$P_{i,j}$  存放  $A_{i,j}$ 、 $B_{i,j}$  和  $C_{i,j}$

- 算法:

## ①通信:

每行处理器进行A矩阵块的多到多播送 (得到  $A_{i,k}$ ,  $k=0 \sim p^{1/2}-1$ )

每列处理器进行B矩阵块的多到多播送 (得到  $B_{k,j}$ ,  $k=0 \sim p^{1/2}-1$ )

②乘-加运算:  $P_{i,j}$  做 
$$C_{ij} = \sum_{k=0}^{\sqrt{p}-1} A_{ik} \cdot B_{kj}$$

- 计算时间?
- 存在的问题?

# 内容概要

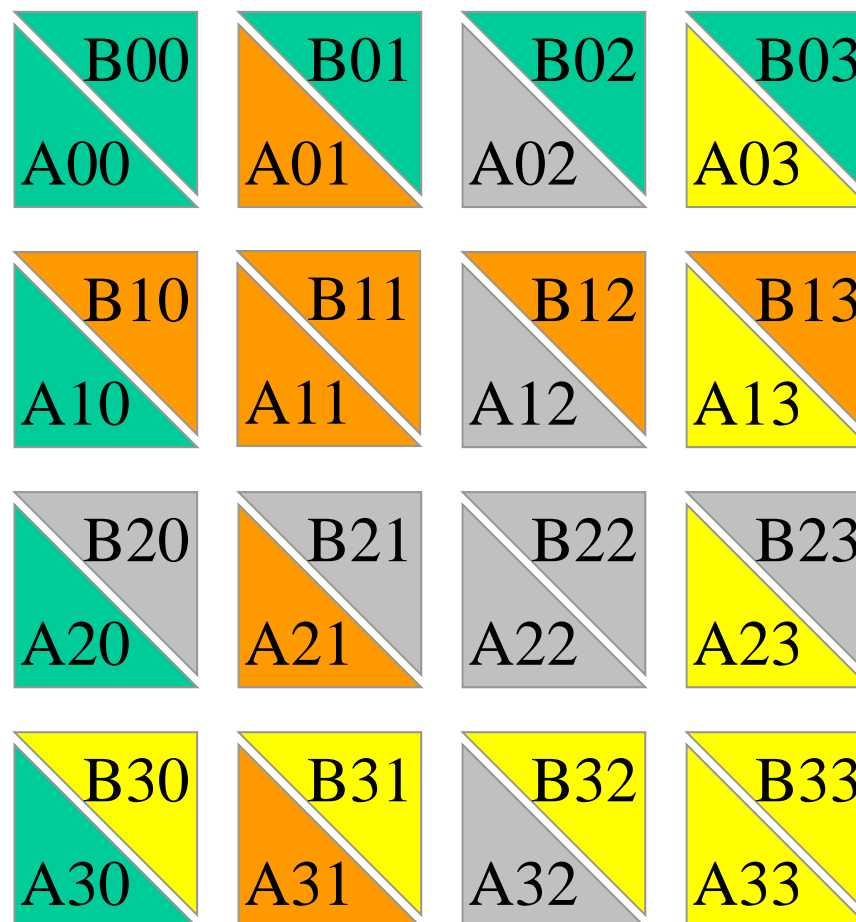
---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
  - **Canons**
  - **DNS**
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型

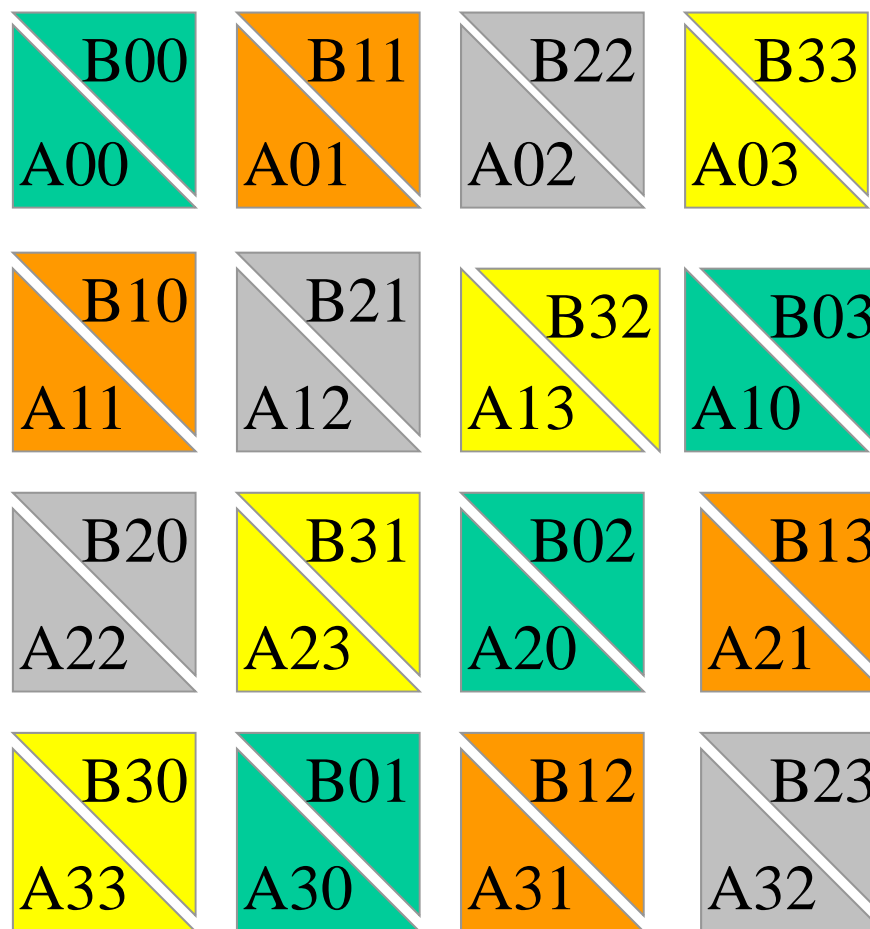
# 矩阵分块的颜色表示

每个三角代表一个矩阵块

只有相同颜色的三角可以相乘



# 块的重排



块  $A_{ij}$  向左循环  
移动  $i$  步

块  $B_{ij}$  向上循环  
移动  $j$  步

# Cannon算法描述

---

- 算法:

- ① 对准:

- 所有块 $A_{i,j}$  ( $0 \leq i, j \leq \sqrt{p}-1$ ) 向左循环移动 $i$ 步;

- 所有块 $B_{i,j}$  ( $0 \leq i, j \leq \sqrt{p}-1$ ) 向上循环移动 $j$ 步;

- ② 所有处理器 $P_{i,j}$ 做执行 $A_{i,j}$ 和 $B_{i,j}$ 的乘-加运算;

- ③ 移位:

- A的每个块向左循环移动一步;

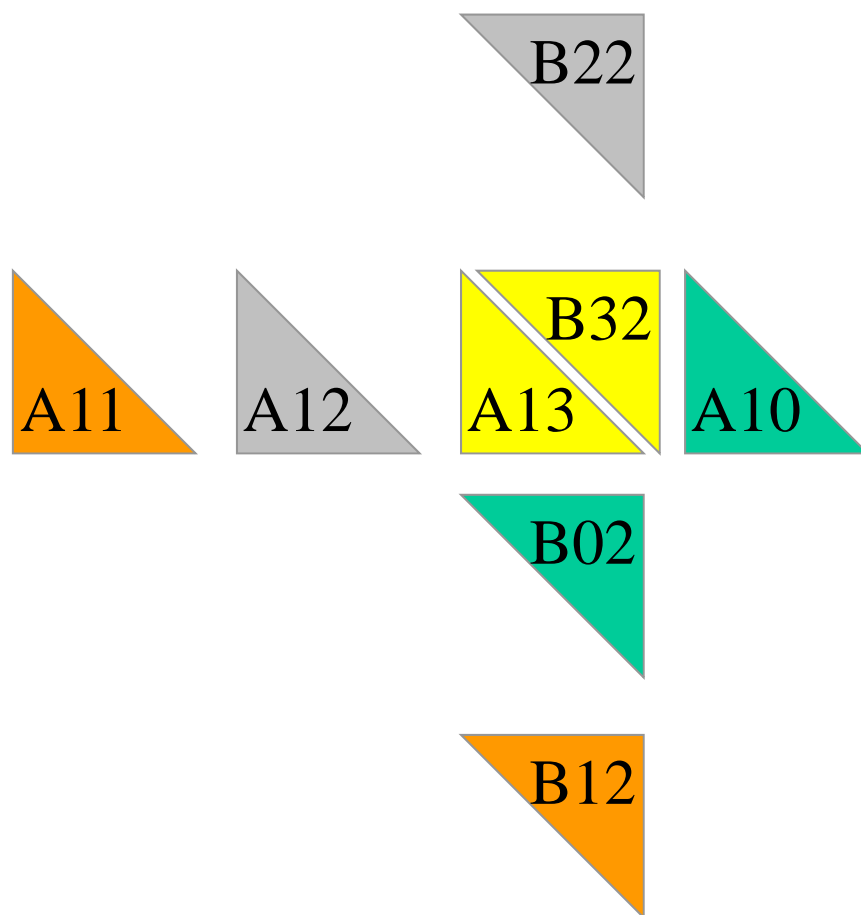
- B的每个块向上循环移动一步;

- ④ 转②执行 $\sqrt{p}-1$ 次;



## 考虑处理器 $P_{1,2}$

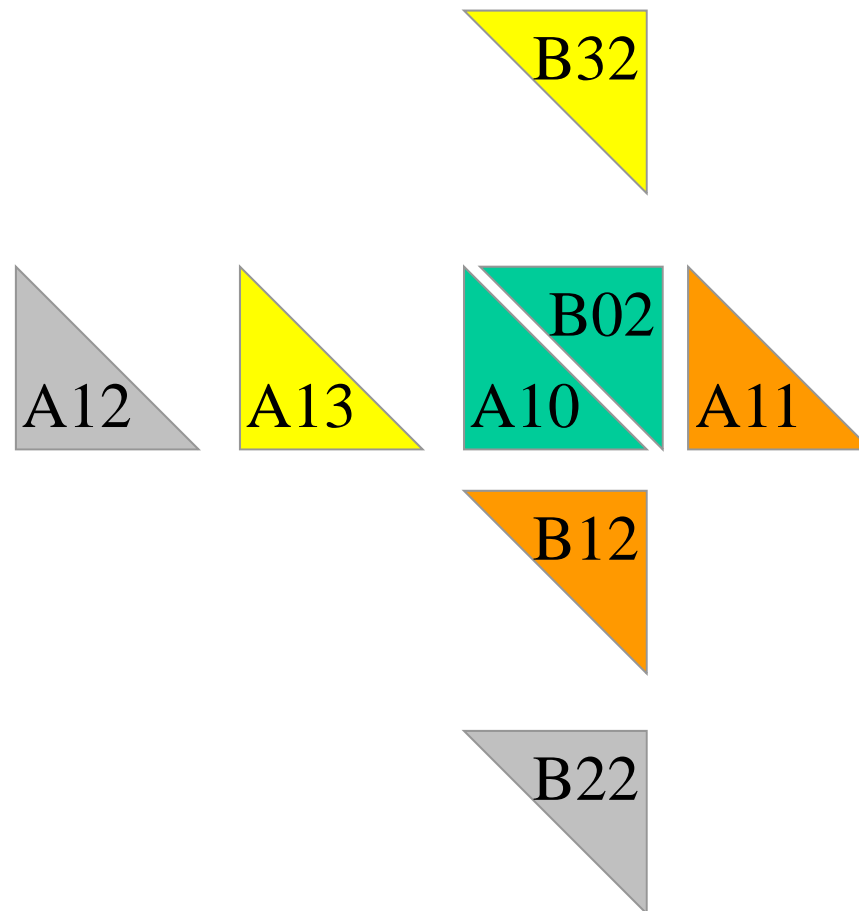
---



**Step 1:** 起始后对准

## 考虑处理器 $P_{1,2}$

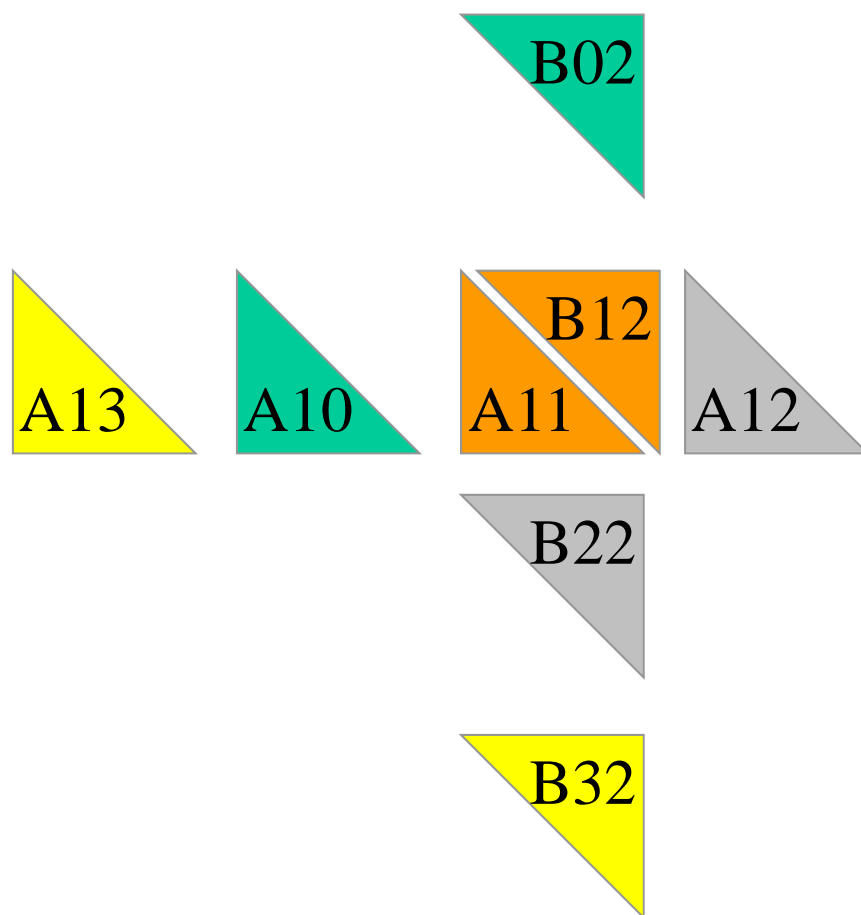
---



**Step 2:** 第一次移位后

## 考虑处理器 $P_{1,2}$

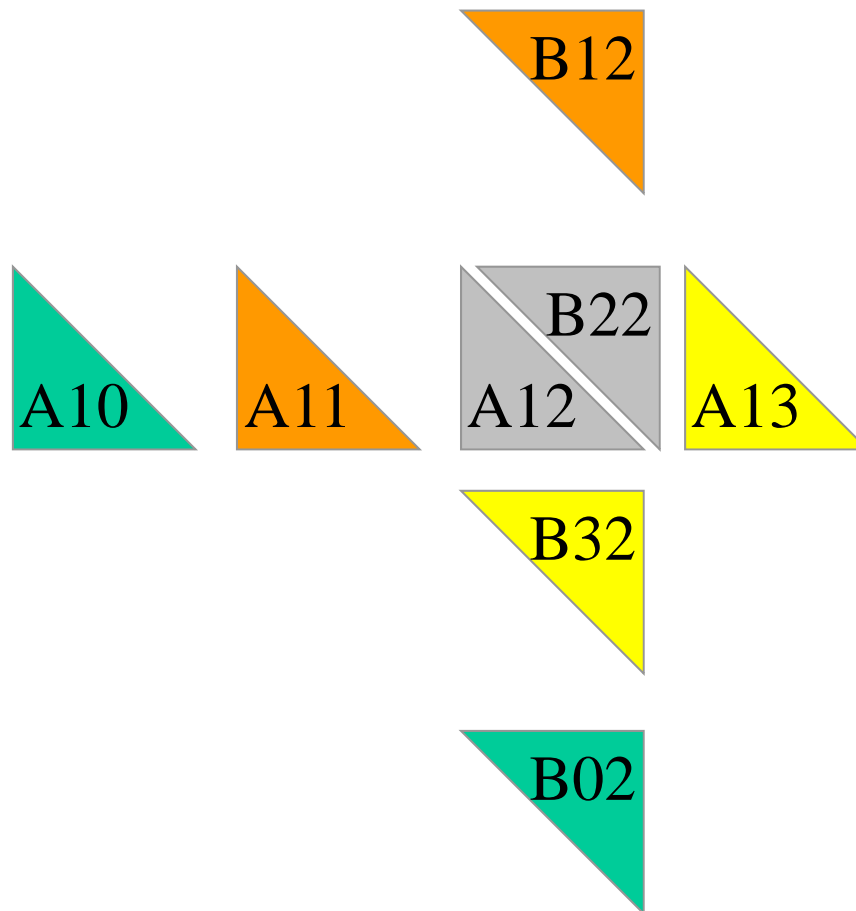
---



**Step 3:** 第二次移位后

## 考虑处理器 $P_{1,2}$

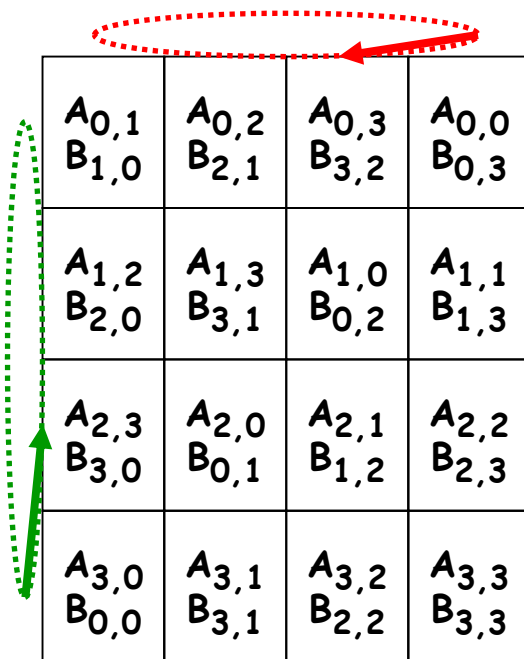
---



**Step 4:** 第三次移位后

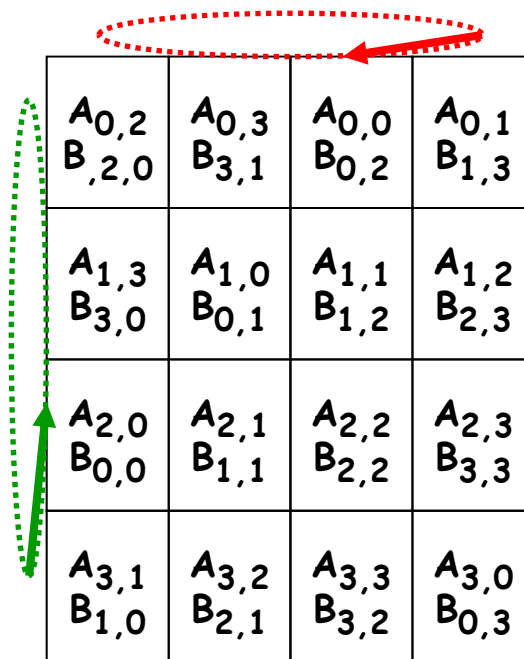
# 移位的结果

第一次移位后



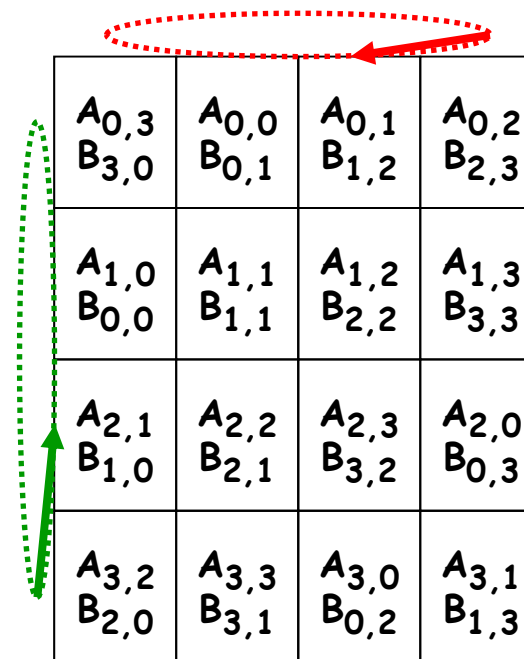
$A_{0,1}$ $B_{1,0}$	$A_{0,2}$ $B_{2,1}$	$A_{0,3}$ $B_{3,2}$	$A_{0,0}$ $B_{0,3}$
$A_{1,2}$ $B_{2,0}$	$A_{1,3}$ $B_{3,1}$	$A_{1,0}$ $B_{0,2}$	$A_{1,1}$ $B_{1,3}$
$A_{2,3}$ $B_{3,0}$	$A_{2,0}$ $B_{0,1}$	$A_{2,1}$ $B_{1,2}$	$A_{2,2}$ $B_{2,3}$
$A_{3,0}$ $B_{0,0}$	$A_{3,1}$ $B_{3,1}$	$A_{3,2}$ $B_{2,2}$	$A_{3,3}$ $B_{3,3}$

第二次移位后



$A_{0,2}$ $B_{2,0}$	$A_{0,3}$ $B_{3,1}$	$A_{0,0}$ $B_{0,2}$	$A_{0,1}$ $B_{1,3}$
$A_{1,3}$ $B_{3,0}$	$A_{1,0}$ $B_{0,1}$	$A_{1,1}$ $B_{1,2}$	$A_{1,2}$ $B_{2,3}$
$A_{2,0}$ $B_{0,0}$	$A_{2,1}$ $B_{1,1}$	$A_{2,2}$ $B_{2,2}$	$A_{2,3}$ $B_{3,3}$
$A_{3,1}$ $B_{1,0}$	$A_{3,2}$ $B_{2,1}$	$A_{3,3}$ $B_{3,2}$	$A_{3,0}$ $B_{0,3}$

第三次移位后



$A_{0,3}$ $B_{3,0}$	$A_{0,0}$ $B_{0,1}$	$A_{0,1}$ $B_{1,2}$	$A_{0,2}$ $B_{2,3}$
$A_{1,0}$ $B_{0,0}$	$A_{1,1}$ $B_{1,1}$	$A_{1,2}$ $B_{2,2}$	$A_{1,3}$ $B_{3,3}$
$A_{2,1}$ $B_{1,0}$	$A_{2,2}$ $B_{2,1}$	$A_{2,3}$ $B_{3,2}$	$A_{2,0}$ $B_{0,3}$
$A_{3,2}$ $B_{2,0}$	$A_{3,3}$ $B_{3,1}$	$A_{3,0}$ $B_{0,2}$	$A_{3,1}$ $B_{1,3}$

# Cannon分块乘法

//输入:  $A_{n \times n}$ ,  $B_{n \times n}$ ; 输出:  $C_{n \times n}$

**Begin**

(1) for  $k=0$  to  $p^{1/2}-1$  do

for all  $P_{i,j}$  par-do

(i) if  $i > k$  then

$A_{i,j} \leftarrow A_{i,(j+1) \bmod \sqrt{p}}$

endif

(ii) if  $j > k$  then

$B_{i,j} \leftarrow B_{(i+1) \bmod \sqrt{p}, j}$

endif

endfor

endfor

(2) for all  $P_{i,j}$  par-do  $C_{i,j}=0$  endfor

算法9.5

(3) for  $k=0$  to  $p^{1/2}-1$  do

for all  $P_{i,j}$  par-do

(i)  $C_{i,j} = C_{i,j} + A_{i,j} B_{i,j}$

(ii)  $A_{i,j} \leftarrow A_{i,(j+1) \bmod \sqrt{p}}$

(iii)  $B_{i,j} \leftarrow B_{(i+1) \bmod \sqrt{p}, j}$

endfor

endfor

**End**

# 复杂度分析

---

- 算法有  $p^{1/2}$  次循环
- 在每次循环，有  $(n / p^{1/2}) \times (n / p^{1/2})$  的矩阵乘法：  $\Theta(n^3 / p^{3/2})$
- 计算复杂度：  $\Theta(n^3 / p)$
- 在每个循环，每个处理器发送和接收两个大小为  $(n / p^{1/2}) \times (n / p^{1/2})$  的数据块
  - 每个处理器的通信复杂度：  $\Theta(n^2 / p^{1/2})$
- 串行算法：  $\Theta(n^3)$
- 并行开销：  $\Theta(p^{1/2} n^2)$

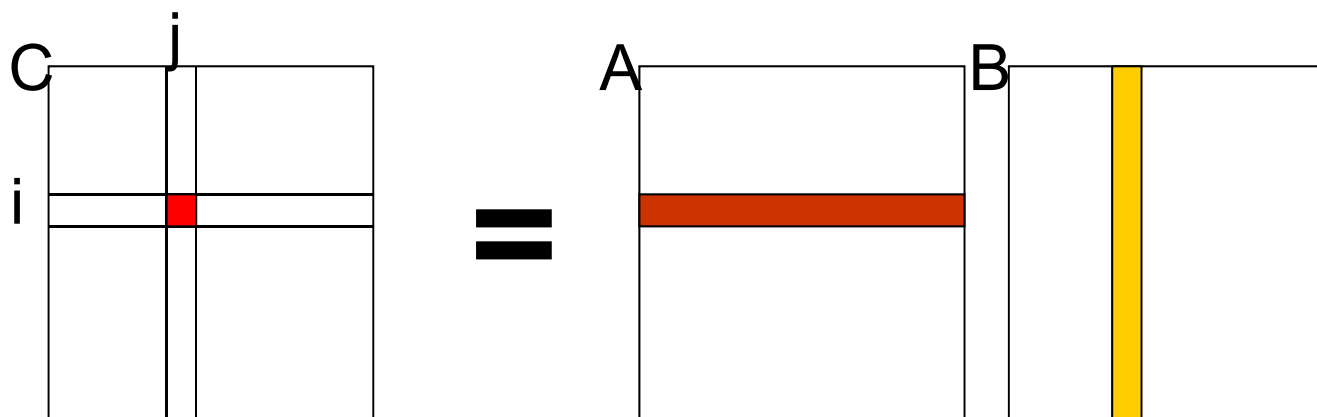
# 内容概要

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
  - **Canons**
  - **DNS**
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型



# 棋盘划分的矩阵乘法

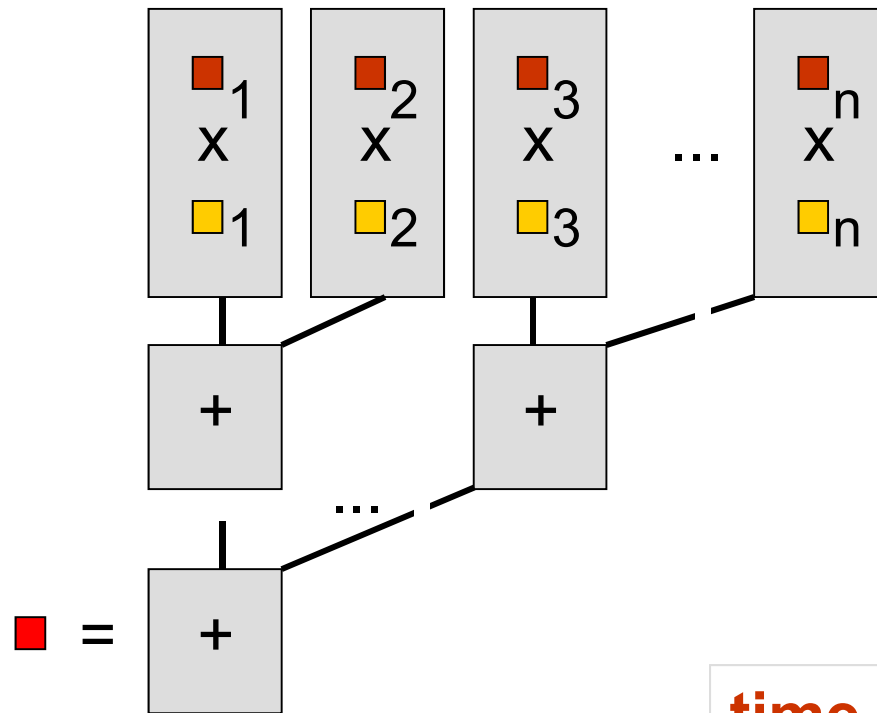


$$\text{Red Square} = \begin{matrix} \text{Brown Square} & 1 \\ \times & \\ \text{Yellow Square} & 1 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Brown Square} & 2 \\ \times & \\ \text{Yellow Square} & 2 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Brown Square} & 3 \\ \times & \\ \text{Yellow Square} & 3 \end{matrix} + \dots + \begin{matrix} \text{Brown Square} & n \\ \times & \\ \text{Yellow Square} & n \end{matrix}$$

是否可利用更多的处理器达到更高的加速比？

# DNS矩阵乘法的思路

- **Motivation: From a good and common idea**



time is  $\log_2 n$

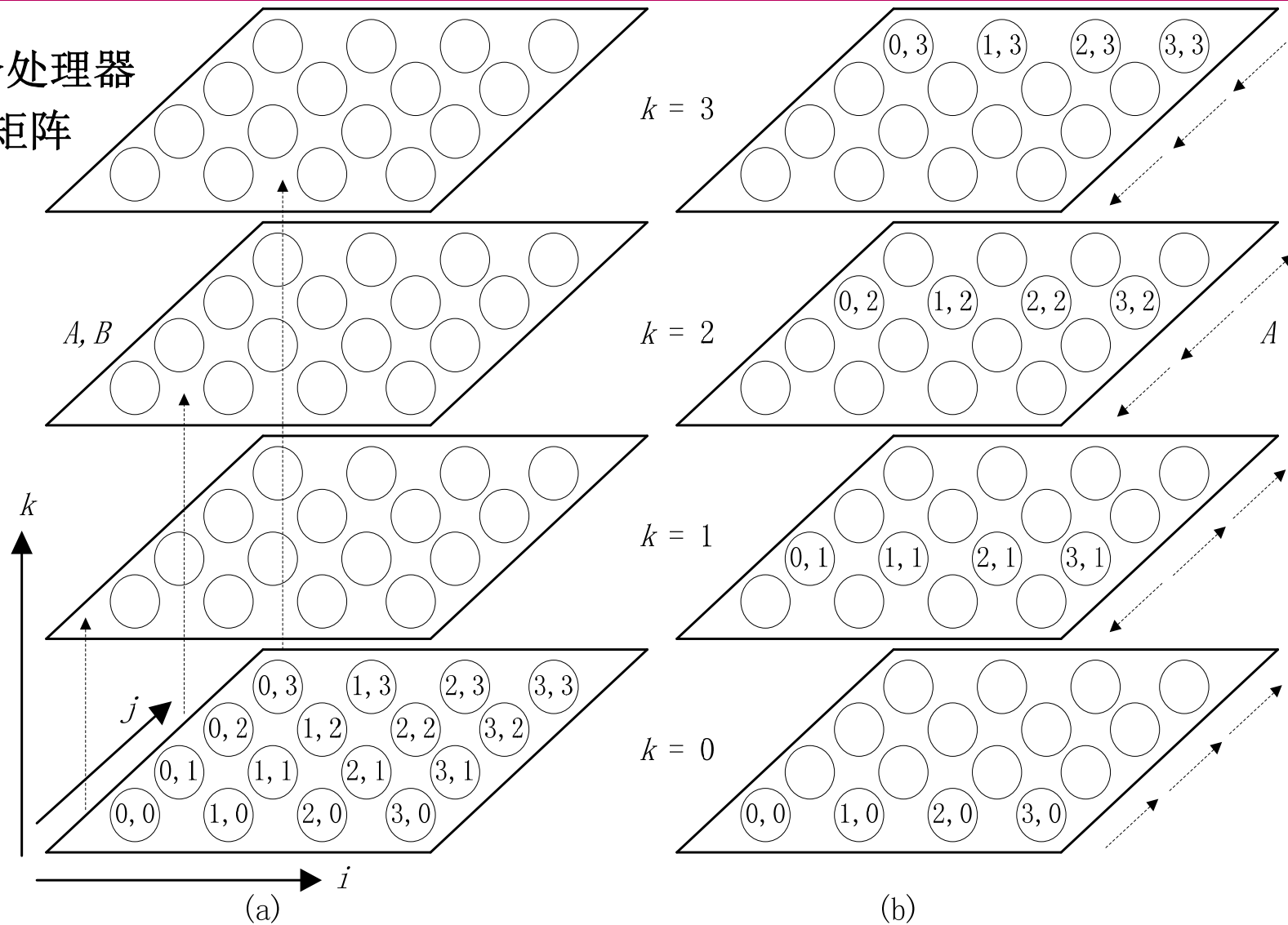
# DNS矩阵分块

---

- 背景: 由Dekel、Nassimi和Sahni (1981) 提出的SIMD-CC上的矩阵乘法, 处理器数目为 $n^3$ , 运行时间为 $O(\log n)$ , 是一种速度很快的算法
- 基本思想: 通过一到一和一到多的播送办法, 使得处理器 $(k,i,j)$ 拥有 $a_{i,k}$ 和 $b_{k,j}$ , 进行本地相乘, 再沿 $k$ 方向进行单点积累求和, 结果存储在处理器 $(0,i,j)$ 中
- 处理器编号: 处理器数 $p=n^3=(2^q)^3=2^{3q}$ , 处理器 $P_r$ 位于位置 $(k,i,j)$ , 这里 $r=kn^2+in+j$ , ( $0 \leq i, j, k \leq n-1$ )。位于 $(k,i,j)$ 的处理器 $P_r$ 的三个寄存器 $A_r, B_r, C_r$ 分别表示为 $A[k,i,j]$ ,  $B[k,i,j]$ 和 $C[k,i,j]$ , 初始时均为0

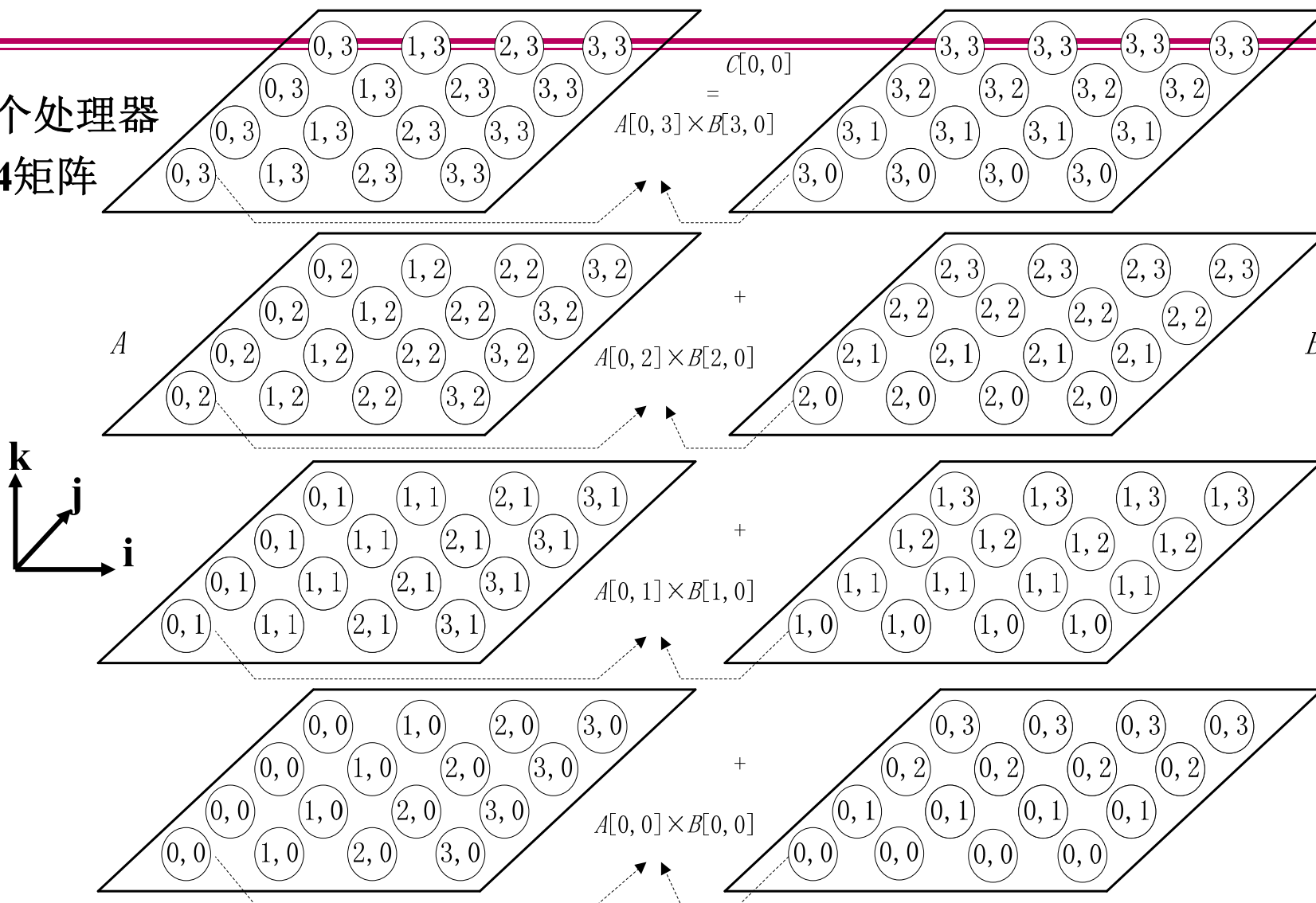
# DNS矩阵乘法示例（1）

64个处理器  
4×4矩阵



# DNS矩阵乘法示例（2）

64个处理器  
4×4矩阵



(c)

(d)

# DNS矩阵乘法算法描述

---

- 算法: 初始时 $a_{i,j}$ 和 $b_{i,j}$ 存储于寄存器 $A[0,i,j]$ 和 $B[0,i,j]$ ;
  - ①数据复制: $A, B$ 同时在 $k$ 维复制(一到一播送)  
 $A$ 在 $j$ 维复制(一到多播送)  
 $B$ 在 $i$ 维复制(一到多播送)
  - ②相乘运算:所有处理器的 $A$ 、 $B$ 寄存器两两相乘
  - ③求和运算:沿 $k$ 方向进行单点积累求和

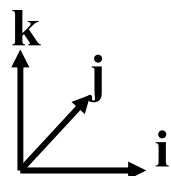
# DNS矩阵乘法示例

- 示例

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

求  $C = A \times B$

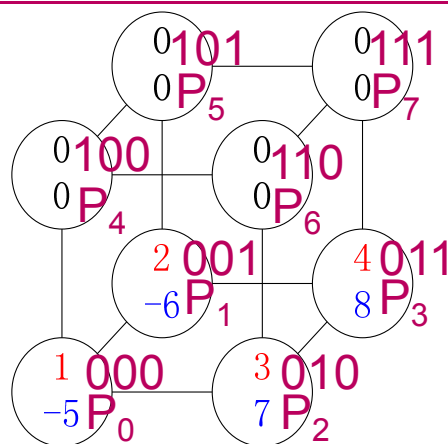


$$C_{00} = 1 \times (-5) + 2 \times 7 = 9$$

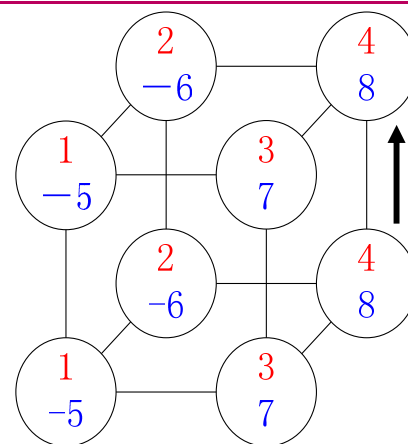
$$C_{01} = 1 \times (-6) + 2 \times 8 = 10$$

$$C_{10} = 3 \times (-5) + 4 \times 7 = 13$$

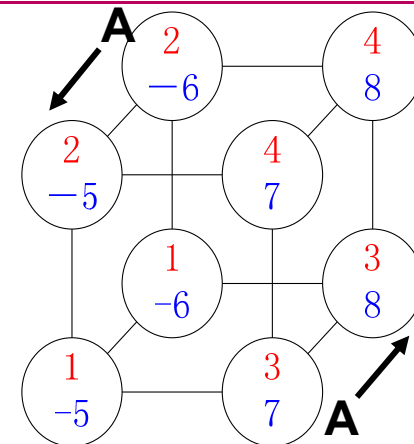
$$C_{11} = 3 \times (-6) + 4 \times 8 = 14$$



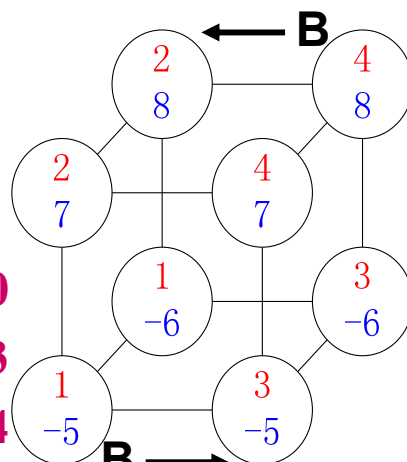
(a) 初始加载



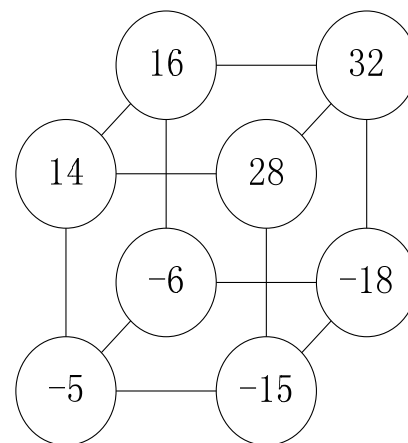
(b) A, B沿k维复制



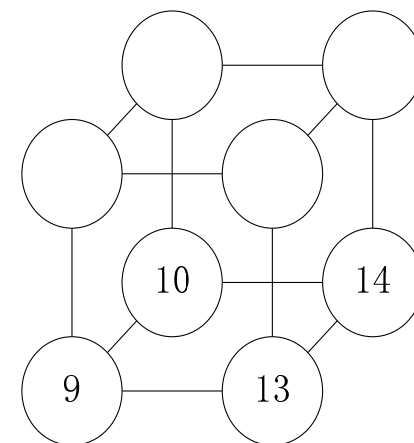
(c) A沿j维复制



(d) B沿i维复制



(e) 点积



(f) 沿k维求和

图9.12

# DNS矩阵乘法算法（1）

算法9.6

```
//令 $r^{(m)}$ 表示 $r$ 的第 $m$ 位取反;  
// $\{p, r_m=d\}$ 表示 $r(0 \leq r \leq p-1)$ 的集合, 这里 $r$ 的二  
//进制第 $m$ 位为 $d$ ;  
//输入:  $A_{n \times n}, B_{n \times n}$ ; 输出:  $C_{n \times n}$   
  
Begin //以 $n=2, p=8=2^3$ 举例,  $q=1, r=(r_2 r_1 r_0)_2$   
  (1)for  $m=3q-1$  to  $2q$  do //按 $k$ 维复制 $A, B, m=2$   
    for all  $r$  in  $\{p, r_m=0\}$  par-do //  $r_2=0$ 的 $r$   
      (1.1)  $A_{r^{(m)}} \leftarrow A_r$  //  $A(100) \leftarrow A(000)$ 等  
      (1.2)  $B_{r^{(m)}} \leftarrow B_r$  //  $B(100) \leftarrow B(000)$ 等  
    endfor  
  endfor  
  (2)for  $m=q-1$  to  $0$  do //按 $j$ 维复制 $A, m=0$   
    for all  $r$  in  $\{p, r_m=r_{2q+m}\}$  par-do //  $r_0=r_2$ 的 $r$   
       $A_{r^{(m)}} \leftarrow A_r$  //  $A(001) \leftarrow A(000), A(100) \leftarrow A(101)$   
    endfor //  $A(011) \leftarrow A(010), A(110) \leftarrow A(111)$   
  endfor
```



## DNS矩阵乘法算法（2）

算法9.6

```
(3) for m=2q-1 to q do //按i维复制B,m=1
    for all r in {p, rm=rq+m} par-do //r1=r2的r
        Br(m) ← Br //B(010)←B(000),B(100)←B(110)
    endfor //B(011)←B(001),B(101)←B(111)
endfor
(4) for r=0 to p-1 par-do //相乘, all Pr
    Cr = Ar × Br
endfor
(5) for m=2q to 3q-1 do //求和,m=2
    for r=0 to p-1 par-do
        Cr = Cr + Cr(m)
    endfor
endfor
End
```

非成本最优

# 内容概要

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型

# 并行程序设计难的原因

---

- 技术先行，缺乏理论指导
- 程序的语法/语义复杂，需要用户自己处理
  - 任务/数据的划分/分配
  - 数据交换
  - 同步和互斥
  - 性能平衡
- 并行语言缺乏代码可扩展和异构可扩展，程序移植困难，重写代码难度太大
- 环境和工具缺乏较长的生长期，缺乏代码可扩展和异构可扩展

# 并行程序构造方法（1）

## 串行代码段

```
for ( i= 0; i<N; i++ ) A[i]=b[i]*b[i+1];  
for (i= 0; i<N; i++) c[i]=A[i]+A[i+1];
```

## (a) 使用库例程构造并行程序

```
id=my_process_id();  
p=number_of_processes();  
for ( i= id; i<N; i=i+p) A[i]=b[i]*b[i+1];  
barrier();  
for (i= id; i<N; i=i+p) c[i]=A[i]+A[i+1];
```

例子: **MPI, PVM, Pthreads**

## (b) 扩展串行语言

my\_process\_id, number\_of\_processes(), and barrier()

A(0:N-1)=b(0:N-1)\*b(1:N)

c=A(0:N-1)+A(1:N)

例子: **Fortran 90**

## (c) 加编译注释构造并行程序的方法

```
#pragma parallel  
#pragma shared(A,b,c)  
#pragma local(i)  
{  
# pragma pfor iterate(i=0;N;1)  
for (i=0;i<N;i++) A[i]=b[i]*b[i+1];  
# pragma synchronize  
# pragma pfor iterate (i=0; N; 1)  
for (i=0;i<N;i++)c[i]=A[i]+A[i+1];  
}
```

例子: **SGI power C, OpenMP**

# 并行程序构造方法（2）

## 三种并行程序构造方法比较

方法	实例	优点	缺点
库例程	<b>MPI</b> , PVM	易于实现, 不需要新编译器	无编译器检查, 分析和优化
扩展	Fortran90	允许编译器检查、分析和优化	实现困难, 需要新编译器
编译器注释	<b>OpenMP</b> , HPF SGI powerC	介于库例程和扩展方法之间, 在串行平台上不起作用.	

# 并行编程风范

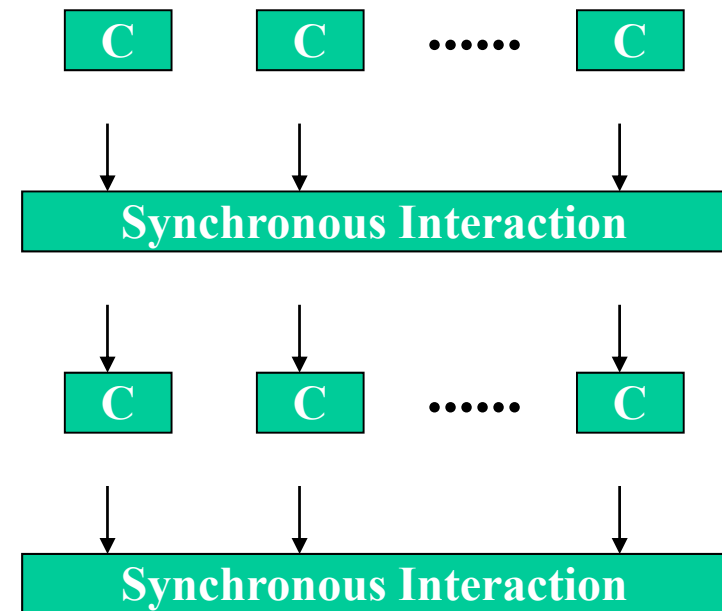
---

- 相并行 (**Phase Parallel**)
- 分治并行 (**Divide and Conquer Parallel**)
- 流水线并行 (**Pipeline Parallel**)
- 主从并行 (**Master-Slave Parallel**)
- 工作池并行 (**Work Pool Parallel**)

# 相并行 (Phase Parallel)

---

- 一组**超级步**（相）
- 步内各自计算
- 步间通信、同步
- **BSP**（4.2.3）
- 方便差错和性能分析
- 计算和通信不能重叠

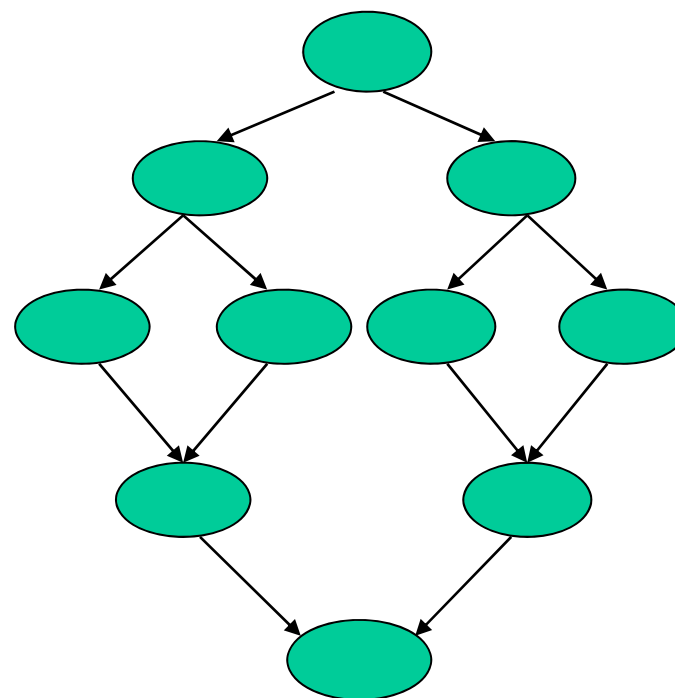


# 分治并行

## (Divide and Conquer Parallel)

---

- 父进程把负载分割并指派给子进程
- 递归
- 重点在于归并
- 分治设计技术 (6.2)
- 难以负载平衡



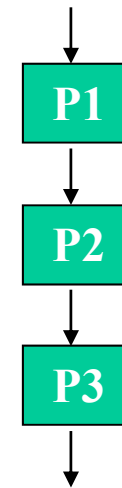


# 流水线并行

## (Pipeline Parallel)

---

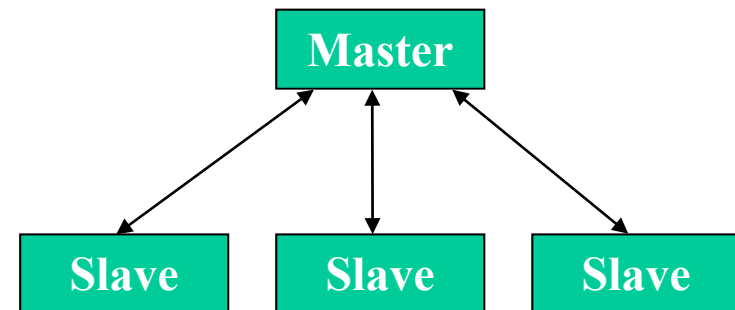
- 一组进程
- 流水线作业
- 流水线设计技术 (6.5)



# 主-从并行 (Master-Slave Parallel)

---

- 主进程：串行、协调任务
- 子进程：计算子任务
- 划分设计技术（ 6.1）
- 与相并行结合
- 主进程易成为瓶颈

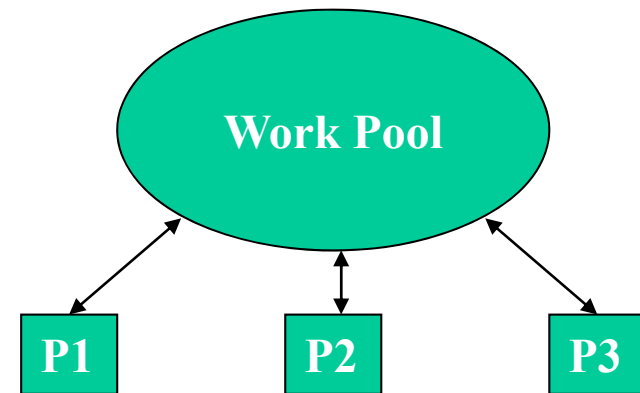


# 工作池并行

## (Work Pool Parallel)

---

- 初始状态：一件工作
- 进程从池中取任务执行
- 可产生新任务放回池中
- 直至任务池为空
- 易与负载平衡
- 临界区问题（尤其消息传递）



# 内容概要

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型

# 进程的同构性

- 进程：并行程序的基本计算单位
- **SIMD**：所有进程在同一时间执行相同的指令
- **MIMD**：各个进程在同一时间可以执行不同的指令
  - **SPMD (Single Program Multiple Data)**：各个进程是同构的，多个进程对不同的数据执行相同的代码（一般是数据并行的同义语）
    - 常对应并行循环，数据并行结构，单代码
  - **MPMD (Multiple Program Multiple Data)**：各个进程是异构的，多个进程执行不同的代码（一般是任务并行，或功能并行，或控制并行的同义语）
    - 常对应并行块，多代码

要为有1000个处理器的计算机编写一个完全异构的并行程序是很困难的

# SPMD例子

---

```
main(int argc, char **argv)
{
    if(process is to become Master)
    {
        MasterRoutine(/*arguments*/)
    }
    else /* it is worker process */
    {
        WorkerRoutine(/*arguments*/)
    }
}
```

# SPMD 对比MPMD

- **SPMD**

并行循环：当并行块中所有进程共享相同代码时

- `parbegin S1 S2 S3 .....Sn parend`

S1 S2 S3 .....Sn是相同代码

- 可以简化为：

`parfor (i=1; i<=n, i++) S(i)`

- **MPMD**

- `parbegin S1 S2 S3 .....Sn parend`

并行块

S1 S2 S3 .....Sn 可以是不同的代码

- 也可以用 SPMD来仿真：

`parfor (i=0; i<3, i++) {`

`if (i=0) S1`

`if (i=1) S2`

`if (i=2) S3`

`}`

因此，对于可扩展并行机来说，只要支持SPMD就足够了

# 静态和动态并行性

- **静态并行性**: 程序的结构以及进程的个数在运行之前（如编译时, 连接时或加载时）就可确定, 就认为该程序具有静态并行性.
- **动态并行性**: 否则就认为该程序具有动态并行性. 即意味着进程要在运行时创建和终止

静态并行性的例子:

```
parbegin P, Q, R parend
```

其中P,Q,R是静态的

动态并行性的例子:

```
while (C>0) begin  
    fork (foo(C));  
    C:=boo(C);  
end
```



# 动态并行性

- 开发生态并行性的一般方法: 分支/汇合 (**Fork/Join**)
  - **Fork**: 派生一个子进程
  - **Join**: 强制父进程等待子进程

```
Process A:  
begin  
    Z:=1  
    fork(B);  
    T:=foo(3);  
end
```

```
Process B:  
begin  
    fork(C);  
    X:=foo(Z);  
    join(C);  
    output(X+Y);  
end
```

```
Process C:  
begin  
    Y:=foo(Z);  
end
```

# 进程分配

---

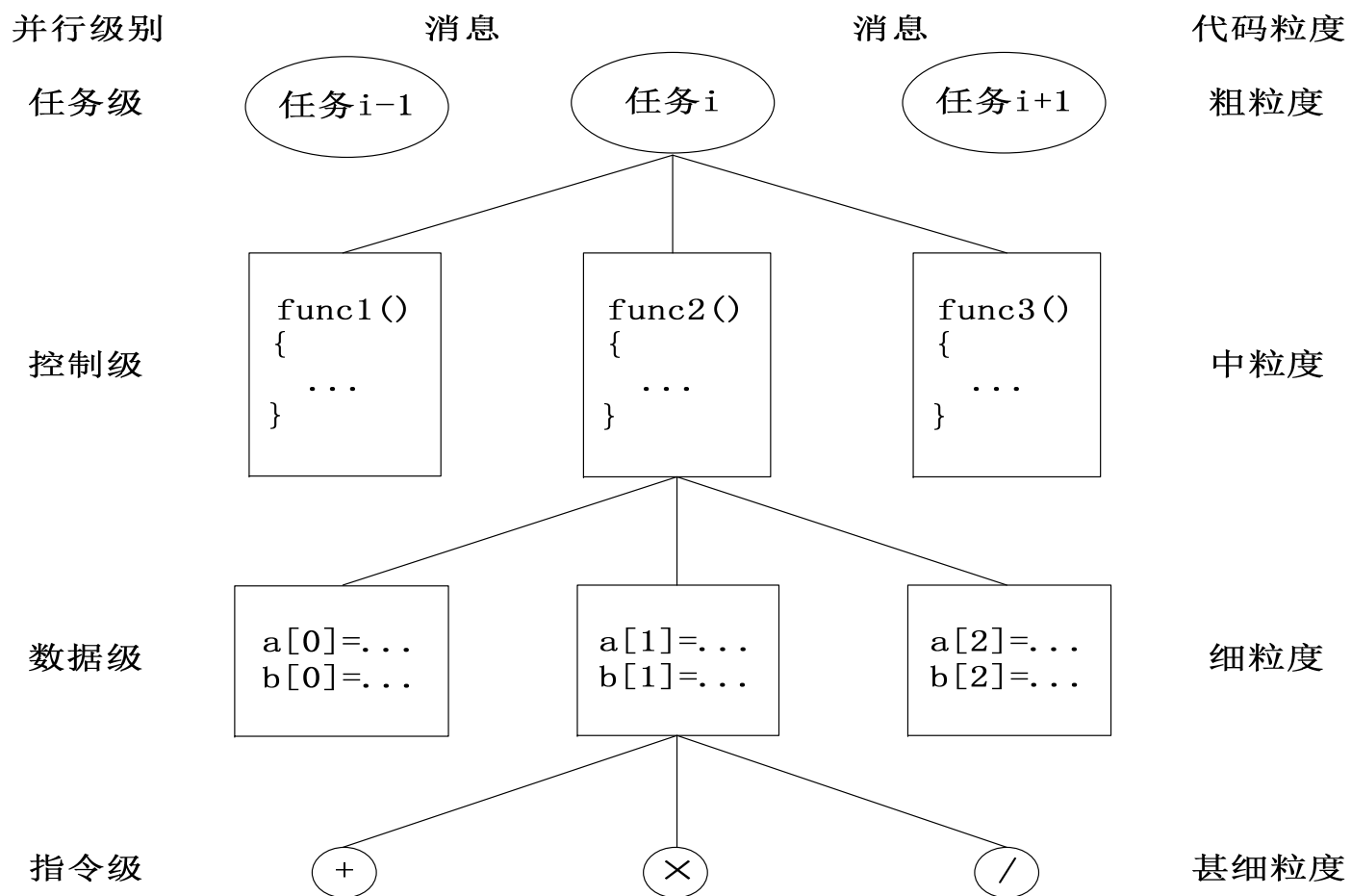
- 进程编组：支持进程间的交互,常把需要交互的进程调度在同一组中
- 一个进程组成员由：**组标识符+ 成员序号** 唯一确定
- 划分与分配：使系统大部分时间忙于计算,而不是闲置或忙于交互；同时不牺牲并行性（度）
- 划分：切割数据和工作负载
- 分配：将划分好的数据和工作负载映射到计算结点（处理器）上
- 分配方式
  - 显式分配：由用户指定数据和负载如何加载
  - 隐式分配：由编译器和运行时支持系统决定
- **就近分配原则**：进程所需的数据靠近使用它的进程代码

# 并行粒度

---

- **并行度**（Degree of Parallelism, DOP）：同时执行的分进程数
- **并行粒度**（Granularity）：两次并行或交互操作之间所执行的计算负载
  - **指令级**并行
  - **块级**（数据级）并行
  - **进程级**（控制级）并行
  - **任务级**并行
- **并行度与并行粒度大小常互为倒数**：增大粒度会减小并行度
- 增加并行度会增加系统（同步）开销

# 并行层次与代码粒度 (1)



## 并行层次与代码粒度（2）

并行层次	粒度（指令数）	并行实施	编程支持
甚细粒度指令级并行	几十条，如多指令发射、内存交叉存取	硬件处理器	
细粒度数据级并行	几百条，如循环指令块	编译器	共享变量
中粒度控制级并行	几千条，如过程、函数	程序员（编译器）	共享变量、消息传递
粗粒度任务级并行	数万条，如独立的作业任务	操作系统	消息传递

# 进程交互

---

- 交互：进程间的相互影响
- 交互的类型
  - **通信**（**communication**）：两个或多个进程间传送数的操作。通信方式：
    - 共享变量
    - 父进程传给子进程（参数传递方式）
    - 消息传递
  - **同步**（**synchronization**）：导致进程间相互等待或继续执行的操作
  - **聚集**（**aggregation**）：用一串超步将各分进程计算所得的部分结果合并为一个完整的结果, 每个超步包含一个短的计算和一个简单的通信或/和同步

# 交互的模式

---

- 按交互模式是否能在编译时确定分为:
  - 静态的
  - 动态的
- 按有多少发送者和接收者参与通信分为
  - 一对一：点到点（point to point）
  - 一对多：广播（broadcast），散播(scatter)
  - 多对一：收集（gather），归约（reduce）
  - 多对多：全交换（total exchange），扫描（scan），置换/移位（permutation/shift）

# 同步

- 同步方式:
  - **原子同步**：不可分的操作
  - **控制同步**（路障,临界区）：进程的所有操作均必须等待到达某一控制状态
  - **数据同步**（锁, 条件临界区, 监控程序, 事件）：使程序执行必须等待到某一数据状态
- 例子：多进程的计数器操作

## 原子同步

```
parfor (i:=1; i<n; i++) {  
    atomic{x:=x+1; y:=y-1}  
}
```

## 路障同步

```
parfor(i:=1; i<n; i++){  
    Pi  
    barrier  
    Qi  
}
```

## 临界区

```
parfor(i:=1; i<n; i++){  
    critical{x:=x+1; y:=y+1}  
}
```

## 数据同步（信号量同步）

```
parfor(i:=1; i<n; i++){  
    lock(S);  
    x:=x+1;  
    y:=y-1;  
    unlock(S)  
}
```



# 聚集

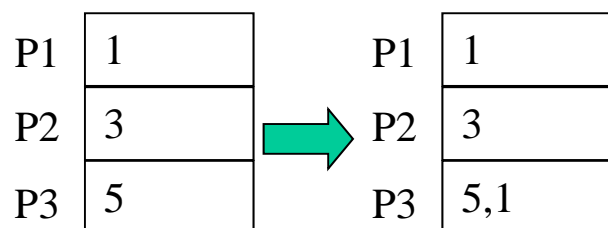
---

- 聚集方式:
  - 归约 (**reduction**)
  - 扫描 (**scan**)

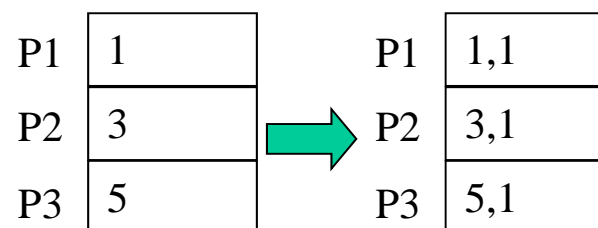
**例子：** 计算两个向量的内积

```
parfor(i:=1; i<n; i++){  
    X[i]:=A[i]*B[i]  
    inner_product:=aggregate_sum(X[i]);  
}
```

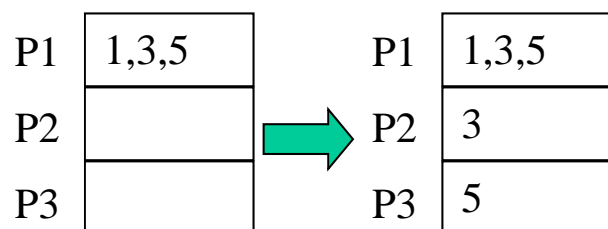
# 通信模式 (1)



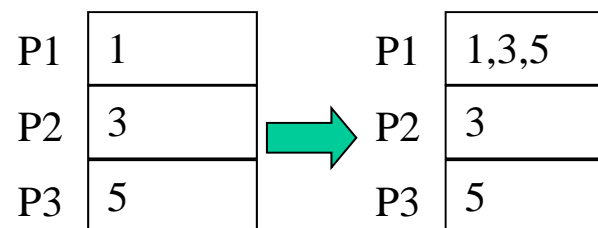
(a) 点对点（一对一）：P1发送一个值给P3



(b) 广播（一对多）：P1发送一个值给全体

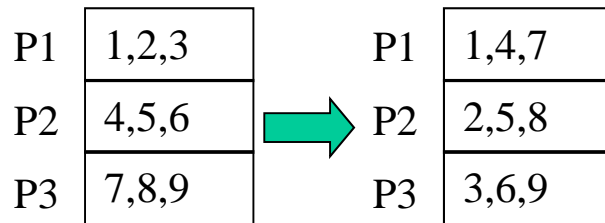


(c) 散播（一对多）：P1向每个节点发送一个值

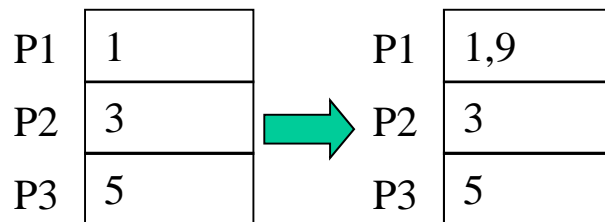


(d) 收集（多对一）：P1从每个节点接收一个值

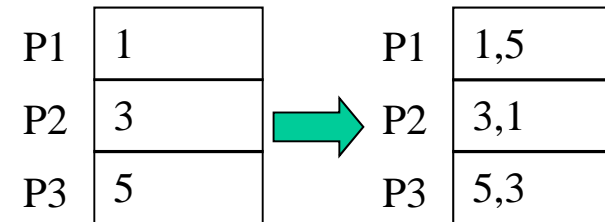
## 通信模式（2）



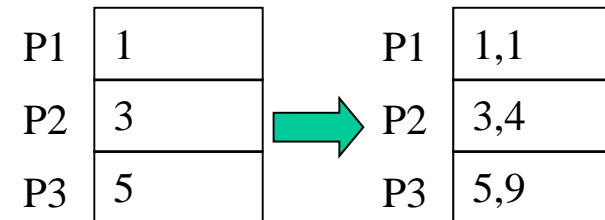
(e) 全交换（多对多）：每个节点向每个节点发送一个不同的消息



(g) 归约（多对一）：P1得到和 $1+3+5=9$



(f) 移位（置换, 多对多）：每个节点向下一个节点发送一个值并接收来自上一个节点的一个值。



(h) 扫描（多对多）：P1得到1, P2得到 $1+3=4$ , P3得到 $1+3+5=9$

# 内容概要

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
- 并行程序设计概述
- 并行程序设计的基本问题
- 并行程序设计模型

# 并行程序设计模型

---

- 隐式并行 (**Implicit Parallel**) 模型
- 数据并行 (**Data Parallel**) 模型
- 共享存储 (**Shared Memory**) /共享变量 (**Shared Variable**) 模型
- 消息传递 (**Message Passing**) 模型

# 隐式并行和显式并行

---

- 隐式并行

- 程序员用熟悉的串行语言编程，编译器或运行支持系统自动转化为并行代码，并实施计算的调度和数据和安排
- 特点：语义简单，可移植性好，单线程，易于调试和验证正确性，效率很低

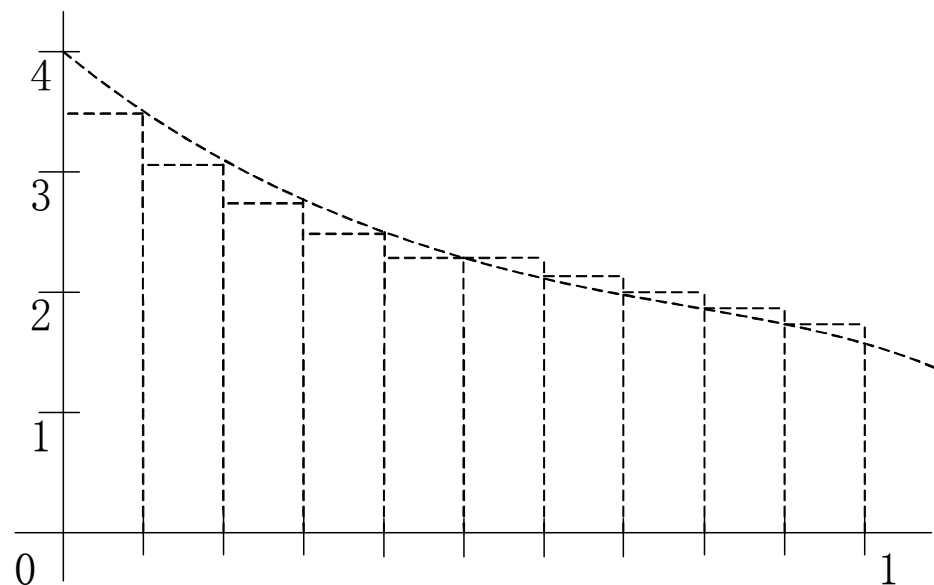
- 显式并行

- 由程序员复杂并行化的主要工作，包括任务分解、映射任务到处理器，通信结构等
- 类型：数据并行，共享存储，消息传递

# 计算圆周率的样本程序

---

$$\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx \approx \sum_{0 \leq i < N} \frac{4}{1 + \left(\frac{i+0.5}{N}\right)^2} \cdot \frac{1}{N}$$



# 计算圆周率的c语言代码段

---

```
#define N 1000000

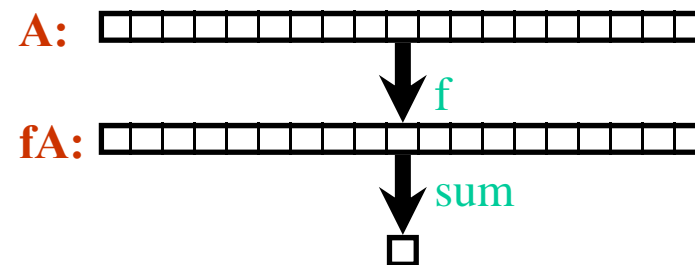
main() {
    double local, pi = 0.0, w;
    long i;
    w=1.0/N;
    for (i = 0; i<N; i++) {
        local = (i + 0.5)*w;
        pi = pi + 4.0/(1.0+local * local);
    }
    printf("pi is %f \n", pi *w);
}
```



# 编程模型：数据并行

- 包含并行操作的单系列线程控制，并行操作应用到全部的数据或其中的子集
- 并行操作的通信是**隐含**的
- 简单，容易理解
- 缺点：不是所有问题都可以用这种模型解决

**A** = array of all data  
**fA** = f(A)  
**s** = sum(fA)



# 数据并行模型概述

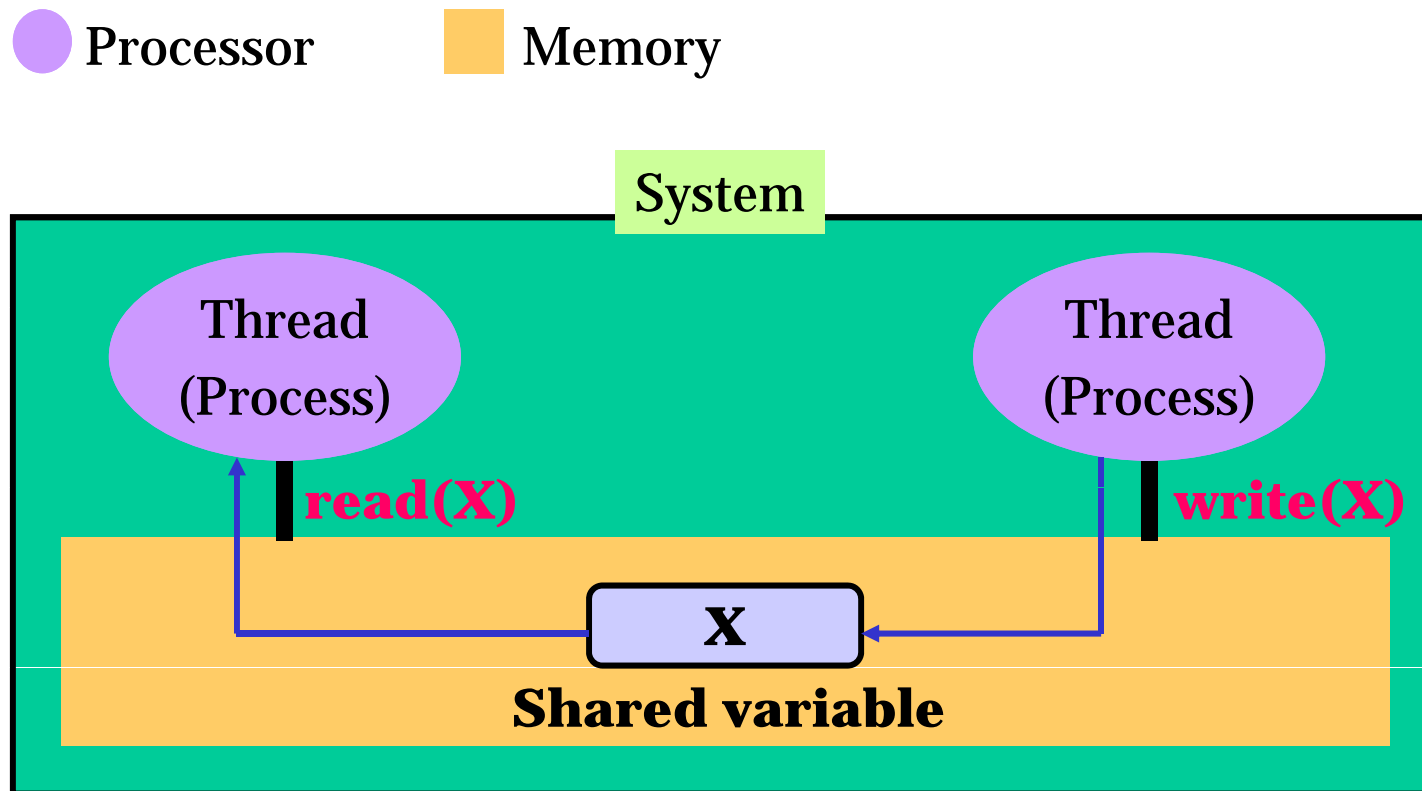
---

- 概况：
  - SIMD的自然模型，也可运行于SPMD、MIMD机器上
  - 局部计算和数据选路操作
  - 适合于使用规则网络，模板和多维信号及图像数据集来求解细粒度的应用问题
  - 数据并行操作的同步是在编译时而不是在运行时完成的
- 特点：
  - 单线程
  - 并行操作于聚合数据结构（数组）
  - 松散同步
  - 单一地址空间
  - 隐式交互作用，显式数据分布

## 计算 $\pi$ 的数据并行程序代码

```
main( ){  
    long i, j, t, N=100000;  
    double local [N], temp [N], pi, w;  
    A:  w=1.0/N;  
    B:  forall (i=0; i<N ; i++){  
        P:  local[i]=(i+0.5)*w;  
        Q:  temp[i]=4.0/(1.0+local[i]*local[i]);  
    }  
    C:   pi = sum (temp);  
    D:   printf ("pi is %f \ n", pi * w );  
} / *main( ) * /
```

# 编程模型：共享存储



# 共享存储代码

---

- 计算和

## Thread 1

```
[s = 0 initially]
local_s1 = 0
for i = 0, n/2-1
    local_s1 = local_s1 + f(A[i])
s = s + local_s1
```

## Thread 2

```
[s = 0 initially]
local_s2 = 0
for i = n/2, n-1
    local_s2 = local_s2 + f(A[i])
s = s + local_s2
```

What could go wrong?

# 共享存储模型概述

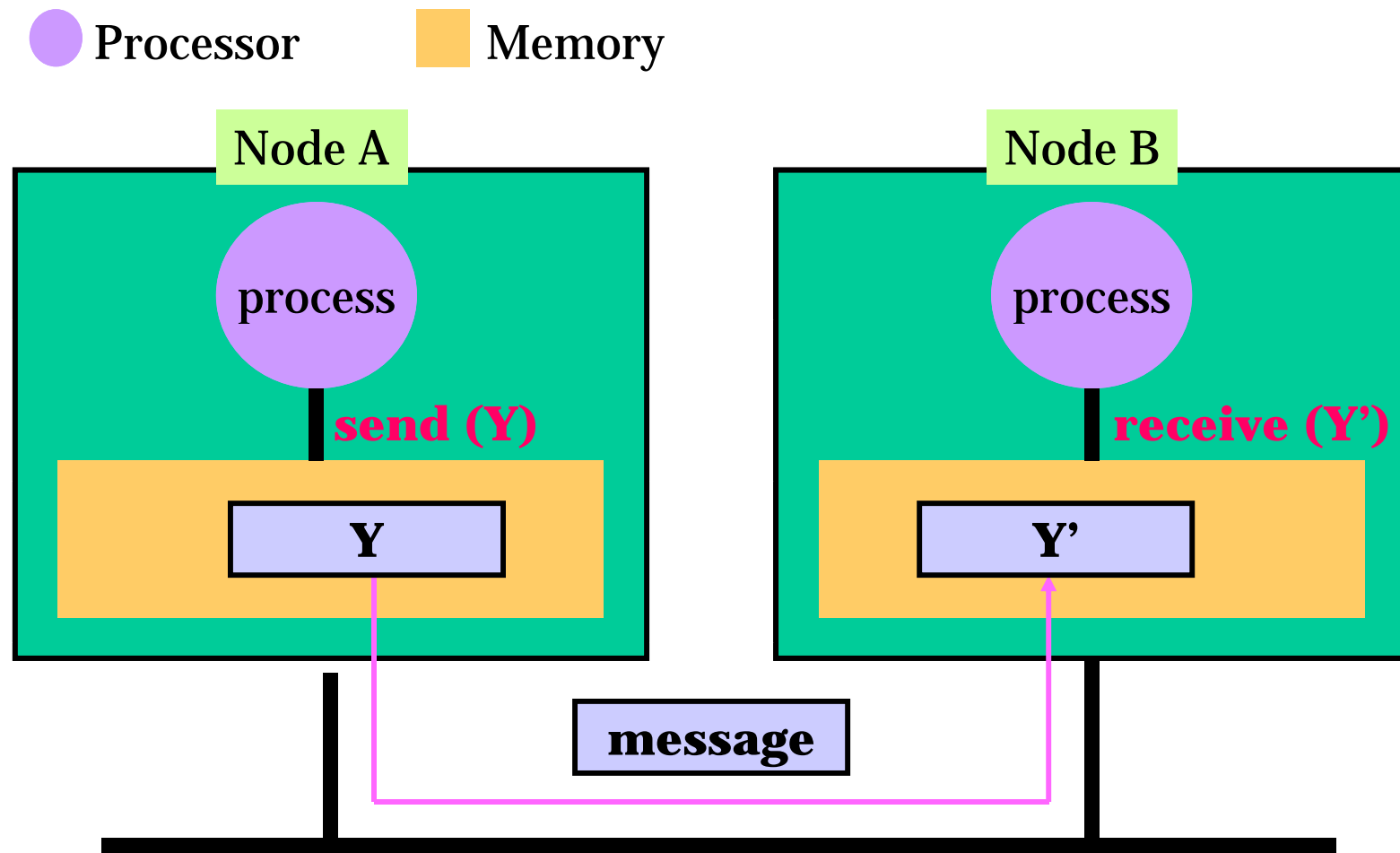
---

- 概况：
  - PVP, SMP, DSM的自然模型
- 特点：
  - 多线程：SPMD, MPMD
  - 异步
  - 单一地址空间
  - 显式同步
  - 隐式数据分布
  - 隐式通信（共享变量的读/写）

# 计算 $\pi$ 的共享存储程序代码

```
# define N 100000
main ( ){
    double local, pi=0.0 , w;
    long i ;
    A : w=1. 0/N;
    B : # Pragma Parallel
        # Pragma Shared (pi, w)
        # Pragma Local (i, local)
        {
            # Pragma pfor iterate(i=0; N; 1)
            for (i=0; i<N, i++){
                P: local = (i+0.5)*w;
                Q: local=4.0/(1.0+local*local);
            }
        C : # Pragma Critical
            pi =pi +local ;
        }
    D: printf ("pi is %f \ n", pi *w);
    }/ *main( ) */
```

# 编程模型：消息传递





# 消息传递编程例子

---

- 在每个处理器上计算  $s = x(1) + x(2)$

## Processor 1

```
send xlocal, proc2  
[xlocal = x(1)]  
receive xremote, proc2  
s = xlocal + xremote
```

## Processor 2

```
receive xremote, proc1  
send xlocal, proc1  
[xlocal = x(2)]  
s = xlocal + xremote
```

# 消息传递模型概述

---

- 概况：
  - **MPP, COW**的自然模型，也可应用于共享变量多机系统，适合开发大粒度的并行性
  - 广泛使用的标准消息传递库**MPI**和**PVM**
- 特点：
  - 多线程
  - 异步并行性
  - 分开的地址空间
  - 显式相互作用
  - 显式数据映射和负载分配
  - 常采用**SPMD**形式编码

# 计算 $\pi$ 的消息传递程序代码

```
# define N 100000
main ( ){
    double local=0.0, pi, w, temp=0.0;
    long i, taskid, numtask;
A:   w=1.0/N;
    MPI_Init(&argc, & argv);
    MPI_Comm_rank (MPI_COMM_WORLD, &taskid);
    MPI_Comm_Size (MPI_COMM_WORLD, &numtask);
B:   for (i= taskid; i< N; i=i + numtask){
        P:   temp = (i+0.5)*w;
        Q:   local=4.0/(1.0+temp*temp)+local;
    }
C:   MPI_Reduce (&local,&pi,1,MPI_Double,MPI_MAX,0,
                MPI_COMM_WORLD);
D:   if (taskid ==0) printf("pi is %f \n", pi* w);
    MPI_Finalize ( ) ;
} / * main ( )*/
```

# 三种显式并行程序设计模型主要特性

特 性	数据并行	消息传递	共享存储
控制流（线）	单线程	多线程	多线程
进程间操作	松散同步	异步	异步
地址空间	单一地址	多地址空间	单地址空间
相互作用	隐式	显式	显式
数据分配	隐式或半隐式	显式	隐式或半隐式

# 课程小结

---

- 并行算法的设计例子：矩阵乘法
- 并行编程风范
  - 相并行，分治并行，流水线并行，主从并行，工作池并行
- 并行化问题
  - 进程同构：SPMD
  - 静态、动态：fork/join
  - 进程编组和并行粒度
  - 进程交互：通信、同步、聚集
- 并行编程模型
  - 隐式并行，数据并行，消息传递，共享存储

# 推荐阅读

---

- 《并行计算》
  - 第9章：稠密矩阵运算
  - 第12章：并行程序设计基础
- **P.-Z. Lee. Parallel matrix multiplication algorithms on hypercube multicomputers. International Journal of High Speed Computing, 7(3):391-406, Sep. 1995.**
- 十个利用矩阵乘法解决的经典题目  
<http://www.matrix67.com/blog/article.asp?id=324>

# 下一讲

---

- 共享存储编程
  - 《并行计算—结构、算法、编程》第13章