

Analyse de la chaîne d'approvisionnement

Dubois Julien, Dufrane Melvin, Watiotienne Henry

7 Octobre 2023

Table des matières

1	Introduction et objectif de l'analyse	2
2	Situation initiale	2
2.1	Présentation du problème	2
2.2	Implémentation en langage AMPL	3
2.2.1	Les ensembles du problème	3
2.2.2	Les différents paramètres	3
2.2.3	Les variables	3
2.2.4	La fonction objectif	3
2.2.5	Les contraintes	3
2.3	Résultats et interprétation	4
3	Évolutions possibles des structures et de la distribution	6
3.1	Augmentation des capacités des usines	6
3.2	Augmentation des capacités des entrepôts	7
3.3	Adaptation aux préférences des clients	9
3.3.1	Première proposition: Extension de l'entrepôt de Birmingham	9
3.3.2	Deuxième proposition : On ignore la préférence du client C5	11
3.3.3	Troisième proposition : Privilégier la livraison depuis Birmingham jusqu'à sa capacité maximale	12
3.3.4	Synthèse des propositions pour la gestion des préférences clients	13
4	Projet d'investissement en infrastructures	14
4.1	Présentation du projet d'investissement	14
4.1.1	Agrandissement et ouverture d'entrepôts	14
4.1.2	Fermeture d'entrepôt	14
4.2	Implémentation en langage AMPL des modifications	15
4.2.1	Les modifications dans le fichier de données	15
4.2.2	Les nouveaux paramètres	15
4.2.3	Les nouvelles variables bivalentes	15
4.2.4	La fonction objectif	15
4.2.5	Les nouvelles contraintes	15
4.3	Résultats et interprétation	16
4.3.1	Agrandissement de l'entrepôt de Birmingham	16
4.3.2	Ouverture d'un nouvel entrepôt et fermeture d'un autre	16
4.4	Schéma de distribution	17
4.5	Préférences des clients avec les nouvelles infrastructures	18
4.6	Post-optimisation	20
5	Conclusion	22
6	Annexes	23

1 Introduction et objectif de l'analyse

La recherche opérationnelle est une approche incontournable dans la résolution de problèmes complexes pour les entreprises et les organisations. Elle repose sur l'application de techniques mathématiques et informatiques avancées pour parvenir à des décisions éclairées. Dans le cadre de cette étude, nous ferons appel au logiciel AMPL, un outil puissant dédié à la résolution de problèmes d'optimisation.

L'objectif fondamental de ce rapport est de présenter des recommandations stratégiques, visant à optimiser la chaîne d'approvisionnement de notre entreprise cliente. Notre but est de parvenir à une réduction significative des coûts de distribution. Nous explorerons en profondeur les opportunités d'amélioration, en utilisant AMPL comme un atout essentiel dans la résolution de ce problème. Grâce à cette approche, nous mettrons en lumière des solutions fondées sur des données concrètes, permettant ainsi une réduction durable des coûts de distribution.

2 Situation initiale

2.1 Présentation du problème

L'entreprise possède deux usines et quatre entrepôts, et elle doit assurer la livraison de produits à six clients différents. La manière dont elle décide de distribuer ses produits à partir de ses usines ou entrepôts engendre des coûts de distribution significatifs. Nous allons donc résoudre un problème de minimisation pour optimiser ces coûts et donc la rentabilité de la chaîne d'approvisionnement de l'entreprise.

Les coûts de distributions sont résumés dans le tableau suivant, un blanc dans cette table signifie qu'il n'y a pas de transport sur cette route :

fournit à	Usine Liverpool	Usine Brighton	dépôt Newcastle	dépôt Birmingham	dépôt Londres	dépôt Exeter
Newcastle	0.5					
Birmingham	0.5	0.3				
Londres	1.0	0.5				
Exeter	0.2	0.2				
C1	1.0	2.0		1.0		
C2			1.5	0.5	1.5	
C3	1.5		0.5	0.5	2.0	0.2
C4	2.0		1.5	1.0		1.5
C5				0.5	0.5	0.5
C6	1.0		1.0		1.5	1.5

Table 1: Tableau des coûts de distributions en livres par tonne

Le problème de minimisation présente également un nombre important de contraintes qui doivent être rigoureusement respectées.

La première contrainte majeure réside dans la capacité de production limitée de nos usines, qui impose des limites strictes sur la quantité totale de produits que nous pouvons fabriquer. À Liverpool, notre capacité de production mensuelle est de 150 000 tonnes, tandis qu'à Brighton, elle s'élève à 200 000 tonnes.

La deuxième contrainte découle de la capacité de stockage de nos entrepôts, ce qui signifie que nous ne pouvons stocker qu'un volume défini de produits chaque mois. Les capacités de stockage varient : Newcastle peut accueillir jusqu'à 70 000 tonnes, Londres jusqu'à 100 000 tonnes, Birmingham jusqu'à 50 000 tonnes, et Exeter jusqu'à 40 000 tonnes.

La troisième contrainte cruciale est la demande spécifique de chaque client. Chacun de nos six clients a des besoins mensuels incompressibles, chaque mois, en quantités précises de produits que nous résumons dans le tableau suivant:

Clients n°	1	2	3	4	5	6
Quantité en tonnes	50 000	10 000	40 000	35 000	60 000	20 000

Table 2: Besoins mensuels des clients

Enfin la dernière contrainte est triviale, mais nécessaire, la quantité de produit arrivant dans un entrepôt doit être égale à la quantité qui en sort.

Nous allons maintenant voir comment modéliser ce problème de minimisation grâce au langage AMPL.

2.2 Implémentation en langage AMPL

Nous allons expliquer comment implémenter notre problème dans le langage AMPL.

2.2.1 Les ensembles du problème

Nous créons au total 5 ensembles qui nous permettront de bien définir notre problème :

- Le premier : *USINES* contiendra les 2 usines du problème (Liverpool et Brighton abrégés *Liv* et *Bri* respectivement).
- Le second : *ENTREPOTS* contiendra les 4 entrepôts sous les abréviations suivantes (*New*, *Bir*, *Lon*, *Exe*)
- Le troisième : *CLIENTS* contiendra les 6 clients (C1, C2, C3, C4, C5 et C6)
- Le quatrième : *PARTENAIRES* est la réunion des trois premiers et servira à définir le cinquième ensemble.
- Le dernier est donc : *ROUTES* qui contiendra l'ensemble des couples (*usine/dépôt*, *dépôt/client*) c'est-à-dire tous les échanges possibles de produits. Par exemple ((*Exeter*, *C6*), (*Brighton*, *Birmingham*))

2.2.2 Les différents paramètres

Nous définissons ici 4 paramètres positifs ou nuls :

- La capacité de production (en tonnes) de nos 2 usines est limitée: *param cap_usines*{*USINES*};
- La capacité de stockage (en tonnes) des entrepôts est également limitée : *param cap_entre*{*ENTREPOTS*};
- Les clients ont des besoins à satisfaire (en tonnes) : *param dem_clients*{*CLIENTS*};
- La distribution des produits a un coût unitaire (livres/tonnes) : *param cout_unitaire*{*ROUTES*};

2.2.3 Les variables

Dans cette première partie du problème, il n'y a qu'une seule variable positive ou nulle: *var quantite_transportee*{*ROUTES*} ≥ 0 ; Cette dernière sera à 2 dimensions et contiendra les quantités de produit (en tonnes) transportées entre 2 lieux.

2.2.4 La fonction objectif

L'objectif pour l'entreprise est ici de minimiser les coûts liés au transport de ses produits entre les usines ou les dépôts vers les clients ou d'autres dépôts. L'ensemble de ces coûts est calculé en multipliant le coût unitaire de chaque route avec la quantité de produit transportée sur cette route. On le modélise comme ceci :

*minimize cout_total : sum {(i,j) in ROUTES} cout_unitaire[i,j]*quantite_transportee[i,j];*

2.2.5 Les contraintes

L'entreprise est soumise à différentes contraintes pour son plan de transport.

- Tout d'abord la production des 2 usines est limitée, il faut donc que la quantité transportée depuis ces usines soit inférieure ou égale à la quantité maximale qu'elles peuvent produire :

subject to Production_limitee {u in USINES} : sum {(u,p) in ROUTES} quantite_transportee[u,p] \leq cap_usines[u];

- Ensuite ce sont les capacités de stockage des entrepôts qui sont limitées, donc la quantité transportée vers ces derniers doit être inférieure ou égale à leur capacité maximale :

subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS} : sum {(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e] \leq cap_entre[e];

- Une autre contrainte est celle liée aux demandes des clients, ces derniers ont des attentes et souhaitent recevoir la quantité qu'ils demandent :

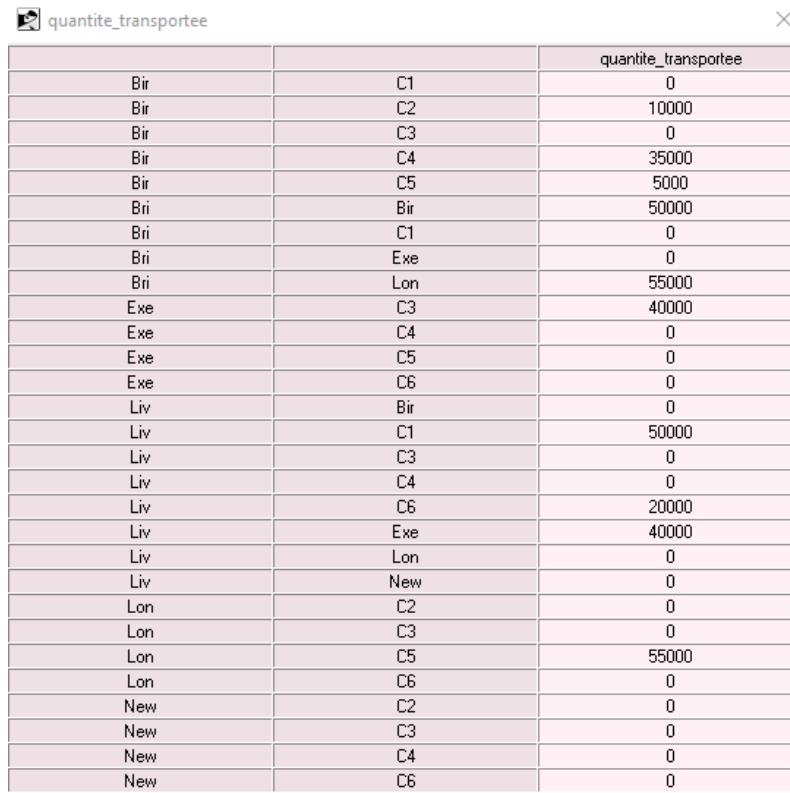
subject to Satisfaction_client {c in CLIENTS} : sum {(p,c) in ROUTES} quantite_transportee[p,c] = dem_clients[c];

- Enfin les entrepôts par lesquels transitent les produits sont contraints d'envoyer autant de produits qu'ils n'en reçoivent, c'est-à-dire être à l'équilibre :

subject to equilibre {e in ENTREPOTS} : sum {(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e] = sum {(e,j) in ROUTES} quantite_transportee[e,j];

2.3 Résultats et interprétation

En utilisant le solveur cplex présent dans AMPL on obtient les résultats suivants :



		quantite_transportee
Bir	C1	0
Bir	C2	10000
Bir	C3	0
Bir	C4	35000
Bir	C5	5000
Bri	Bir	50000
Bri	C1	0
Bri	Exe	0
Bri	Lon	55000
Exe	C3	40000
Exe	C4	0
Exe	C5	0
Exe	C6	0
Liv	Bir	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	C6	20000
Liv	Exe	40000
Liv	Lon	0
Liv	New	0
Lon	C2	0
Lon	C3	0
Lon	C5	55000
Lon	C6	0
New	C2	0
New	C3	0
New	C4	0
New	C6	0

Figure 2.3.1: Quantités transportées en tonnes

Ce tableau se lit comme suit "Le dépôt de Birmingham livre 10000 tonnes de produit au client C2" ou encore "Le dépôt de Liverpool livre 50000 tonnes de produit au client C1".

Une première remarque sur l'utilité des entrepôts : L'utilisation de ces derniers se révèle avantageuse pour notre entreprise. En effet, le coût associé à la livraison directe aux clients peut souvent être élevé. Même s'il y a des contre-exemples comme avec l'usine de Liverpool vers le client C6, où une livraison directe peut s'avérer plus économique. Cependant, dans l'ensemble, les trajets directs vers les clients sont généralement plus coûteux. C'est pourquoi la voie de l'entreposage est souvent privilégiée, cela permet d'optimiser les coûts en regroupant les expéditions vers les clients depuis les entrepôts, ce qui s'avère plus rentable pour l'entreprise.

Ce tableau correspond au schéma de distribution optimal, on peut facilement vérifier que toutes les contraintes sont respectées, les clients reçoivent leurs quantités demandées, les deux usines sont en dessous de leurs capacités de production maximale, et on ne dépasse pas la quantité de stockage maximale des entrepôts.

On remarque également que les 2 usines produisent des quantités similaires (105 000 tonnes pour Brighton et 110 000 tonnes pour Liverpool) mais que les livraisons de ces dernières sont réparties totalement différemment. Brighton ne livre que 2 entrepôts (que Liverpool ne livre pas) et Liverpool livre 2 clients directement ainsi qu'un troisième entrepôt. Enfin, on constate que le dépôt de Newcastle est totalement inutilisé que ce soit pour recevoir ou envoyer (nous verrons par la suite qu'il y aurait un certain intérêt à le fermer sous certaines conditions).

Pour visualiser les quantités transportées, on peut se référer au graphique suivant :

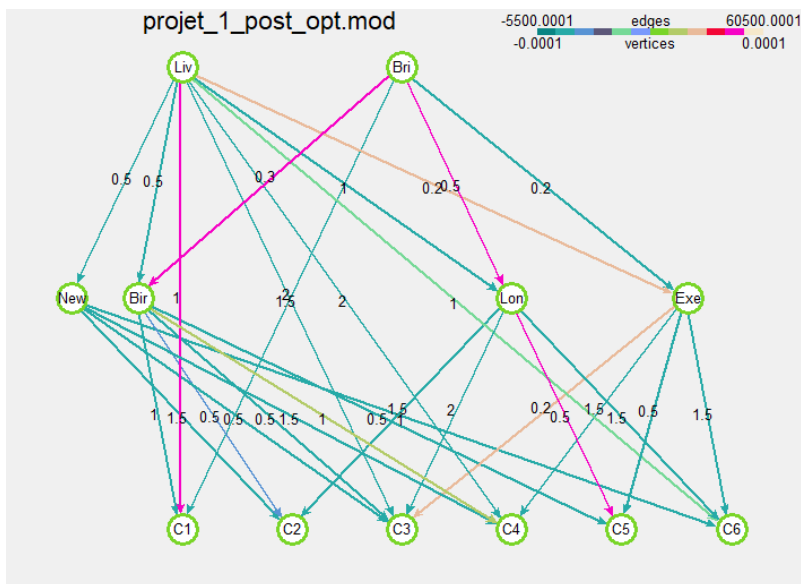


Figure 2.3.2: Distribution des quantités

Dans celui-ci, chaque branche correspond à une route sur laquelle on peut lire le coût unitaire ainsi que la quantité de produit transporté en se référant à l'échelle de couleur. On remarque que les routes pour lesquelles les quantités sont les plus importantes sont les routes les moins coûteuses. On peut prendre pour exemple la route de l'usine de Brighton vers l'entrepôt de Birmingham à 0.3 livre/tonne ou encore Exeter vers C3 à 0.2 livre/tonnes. Cela donne une cartographie assez cohérente du plan de distribution optimal.

Ce schéma de distribution donne un coût total de **198 500 £**.

Dans le prochain paragraphe, nous allons explorer les différentes possibilités dans le but de réduire les coûts de distribution. Nous allons nous intéresser notamment à la capacité des usines et à la capacité de stockage des entrepôts.

3 Évolutions possibles des structures et de la distribution

Dans la continuité de notre analyse, nous allons aborder la phase de post-optimisation, où nous allons faire de petites variations, par exemple sur les capacités de stockage des usines ou des entrepôts dans le but de proposer des solutions visant à réduire les coûts de distribution.

3.1 Augmentation des capacités des usines

Le graphique ci-dessous montre que les usines utilisent seulement une partie de leur capacité de production. Intuitivement, envisager d'augmenter la production n'est pas nécessaire, on ne diminuera pas les coûts de distributions puisqu'on pourrait encore produire sans avoir à le faire.

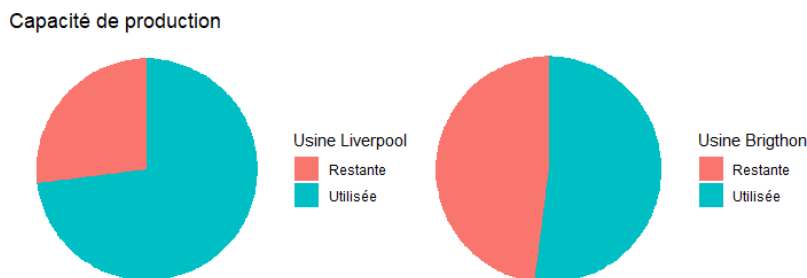


Figure 3.1.1: Production des usines

Pour le vérifier, on résout plusieurs fois le problème en augmentant légèrement la capacité des usines. On déclare pour cela un nouveau paramètre γ : *param gamma* que l'on ajoute à la capacité des usines, la contrainte de production des usines devient : *subject to Production_limitee* $\{u \text{ in } USINES\} : \sum \{(u,p) \text{ in } ROUTES\} \text{ quantite_transportee}[u,p] \leq \text{cap_usines}[u] + \gamma$;

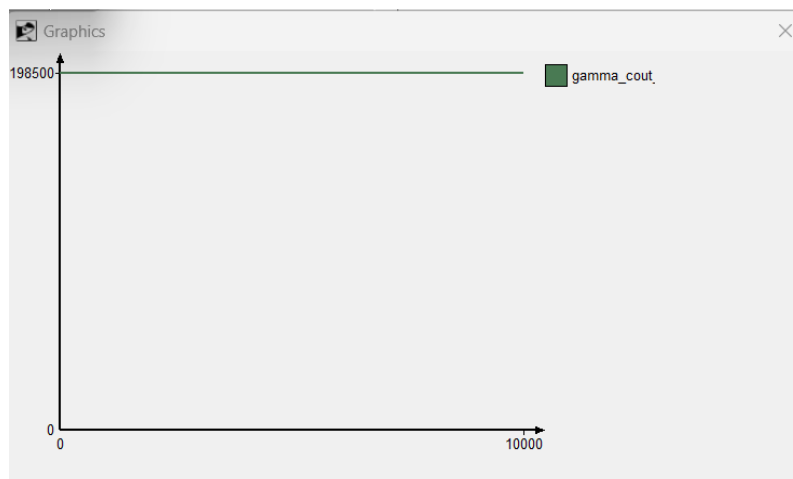


Figure 3.1.2: Évolution des coûts en fonction de l'augmentation de la capacité des usines

Comme attendu, l'augmentation des capacités de production des usines ne réduit pas les coûts de distributions.



Recommandation : Si réduire les capacités de productions maximales des usines permet à l'entreprise d'économiser de l'argent, nous préconisons de réduire les capacités maximales de production de Liverpool de 26% et celles de Brighton de 47% (la partie "Restante" des diagrammes circulaires).

On peut maintenant envisager l'augmentation des capacités de stockage des entrepôts.

3.2 Augmentation des capacités des entrepôts

Le graphique ci-dessous met en évidence que l'utilisation des entrepôts n'est pas uniforme. L'entrepôt de Newcastle n'est pas du tout utilisé, alors que ceux de Birmingham et Exeter atteignent une utilisation maximale de 100%. Celui de Londres quant à lui n'est pas à son maximum, mais utilise tout de même une bonne partie.

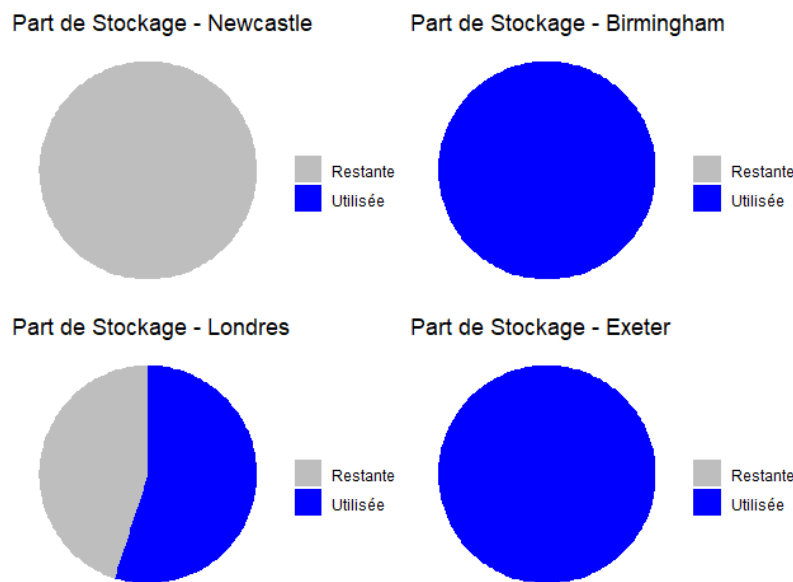


Figure 3.2.1: Capacité des entrepôts



Recommandation: L'entrepôt de Newcastle étant inutilisé, si la fermeture de ce dernier permet de réduire les coûts (électricité, loyer ou autre), alors il est préférable de le faire.

On peut alors se demander comment évolueront les coûts totaux si l'on augmente légèrement la capacité de stockage de Birmingham et d'Exeter, c'est-à-dire ceux qui sont au maximum de leur capacité. En effet augmenter la capacité de stockage de l'un des 2 autres n'aura aucun effet puisqu'ils ne sont pas (ou pas totalement) utilisés.

A l'aide de AMPL on réalise une boucle pour résoudre le problème en augmentant pas à pas la capacité de stockage des entrepôts (On augmente tout de même les quatre pour vérifier notre hypothèse précédente).

On déclare pour cela un nouveau paramètre lambda: *param lambda* que l'on ajoute à la capacité des entrepôts, la contrainte de débit maximal des entrepôts devient : *subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS}: sum {(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e] ≤ cap_entre[e] + lambda;*

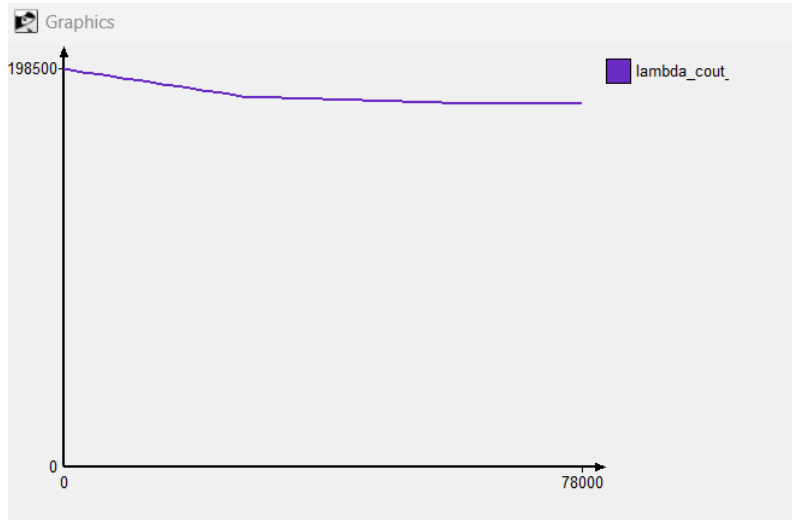


Figure 3.2.2: Évolution des coûts de distribution en fonction de l'augmentation du stockage

On observe que les coûts de distribution diminuent de manière significative en fonction de lambda jusqu'à une certaine valeur de celui-ci, mais qu'une fois ce seuil atteint la réduction des coûts est très faible.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution du stockage utilisé par les entrepôts lorsque l'on augmente leur capacité maximale d'une valeur égale à lambda.

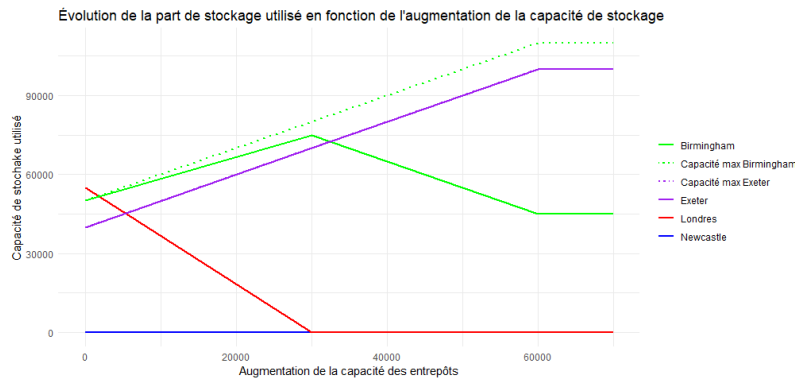


Figure 3.2.3: Evolution du stockage utilisé par les entrepôts en fonction de lambda

Le graphique ci-dessus nous révèle deux phases distinctes, caractérisées par des pentes différentes avant une dernière phase stationnaire pour tous les entrepôts à partir d'une certaine valeur de lambda (60 000). Tout d'abord on constate comme prévu que l'augmentation de stockage n'a aucun effet sur l'entrepôt de Newcastle, en revanche pour une augmentation de 0 à 30 000 tonnes, cela augmente de plus en plus le débit à Exeter et Birmingham, ces entrepôts sont privilégiés, et à contrario on observe une réduction de la quantité stockée à Londres, jusqu'à atteindre zéro. Dès lors, si une augmentation des capacités de stockage est envisageable, il est préférable d'investir dans les entrepôts d'Exeter et Birmingham.

Avec une augmentation de 30 000 tonnes de la capacité de stockage à Exeter et Birmingham, les coûts de distribution diminuent et sont de 184 500 £ ce qui correspond à un gain de 14000 £. Attention ce chiffre ne

prends pas en compte l'investissement nécessaire pour augmenter la capacité de stockage. De plus dans ce scénario l'entrepôt de Londres deviendrait inutile et on ne prend pas en compte les économies dues aux fermetures de certains entrepôts.

Au delà de l'augmentation de la capacité de stockage de 30 000 tonnes, Newcastle et Londres restent inutilisés, en revanche jusqu'à 60 000 tonnes le débit d'Exeter augmente de plus en plus (plus de 95 000 tonnes), mais cela entraîne une réduction du débit de Birmingham de 75 000 jusqu'à 45 000 tonnes. Une telle augmentation de stockage, bien qu'elle permette une légère baisse du coût total de 3000 £ et donc une baisse totale de 17 000 £ par rapport à notre situation initiale, est peu réaliste si l'on considère que de telles augmentations ont un coût non négligeable (nous verrons d'ailleurs en section 4 une situation où ces coûts sont pris en compte).



Résumons les recommandations : Si on a la possibilité d'augmenter faiblement (inférieur à 30 000 tonnes) la capacité de stockage des entrepôts alors il faudrait investir dans Exeter et Birmingham. Si l'on peut augmenter fortement (plus de 30 000 tonnes) la capacité de stockage d'un entrepôt alors il vaut mieux choisir Exeter. Au delà de 60 000 tonnes l'augmentation du stockage ne réduit plus les coûts de distribution. Nous avons alors un coût total de 181 500 £.



Cette stratégie d'optimisation ne prend pas en compte les éventuels coûts des extensions ni les économies liées aux fermetures des entrepôts. Selon la situation, augmenter la capacité de stockage pourrait coûter plus cher que le gain procuré.

3.3 Adaptation aux préférences des clients

Dans cette partie, nous allons nous pencher sur les préférences des clients. Certains d'entre eux ont exprimé leur préférence pour la livraison depuis un entrepôt ou une usine spécifique. Voici leurs préférences :

- C1 : L'usine de Liverpool
- C2 : Le dépôt de Newcastle
- C3 : Pas de préférence
- C4 : pas de préférence
- C5 : Le dépôt de Birmingham
- C6 : Les dépôts d'Exeter et de Londres

Pour modéliser ce nouveau problème, il suffit d'exclure de l'ensemble *ROUTES* celles qui ne sont pas souhaitées par nos clients et on retire également les routes non souhaitées dans les variables.

Malheureusement, si nous prenons en compte ces préférences, le problème devient insoluble. En effet, le client C5 demande 60 000 tonnes au dépôt de Birmingham, qui ne peut stocker que 50 000 tonnes. Par conséquent, il nous est impossible de satisfaire la demande de ce client.

Nous allons proposer des solutions afin de satisfaire au mieux les préférences de nos clients.

3.3.1 Première proposition: Extension de l'entrepôt de Birmingham

Une première proposition consisterait à envisager une extension de l'entrepôt de Birmingham. En effet, l'entrepôt actuel est trop petit pour satisfaire la préférence du client C5. Si nous augmentons sa capacité de 10 000 tonnes, le problème devient réalisable.

En modifiant simplement la capacité de stockage dans le fichier de données on obtient la solution suivante :

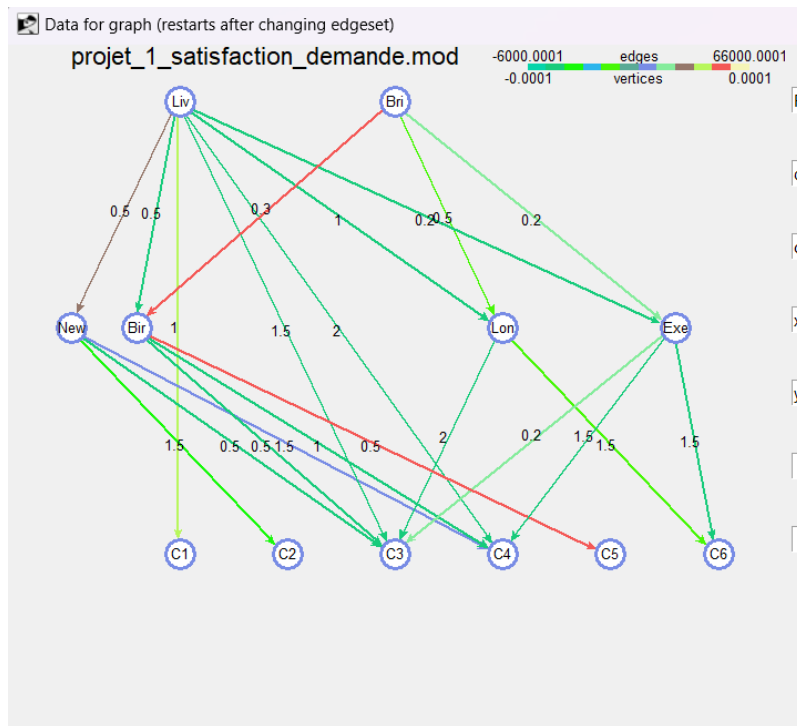


Figure 3.3.1: Distribution des quantités selon les préférences des clients

Ce graphique permet de visualiser les routes empruntées en se basant sur l'échelle de couleur. On remarque visuellement la diminution du nombre de routes disponibles et que celles principalement utilisées sont plus chères.

Pour plus de détails sur les quantités transportées, On peut se référer au tableau suivant :

		quantite_transportee
Bir	C3	0
Bir	C4	0
Bir	C5	60000
Bri	Bir	60000
Bri	Exe	40000
Bri	Lon	20000
Exe	C3	40000
Exe	C4	0
Exe	C6	0
Liv	Bir	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	Exe	0
Liv	Lon	0
Liv	New	45000
Lon	C3	0
Lon	C6	20000
New	C2	10000
New	C3	0
New	C4	35000

Figure 3.3.2: Quantités transportées selon les préférences des clients

On peut vérifier que le client C1 est livré par l'usine de Liverpool, C2 par le dépôt de Newcastle, C5 par le dépôt de Birmingham et C6 par le dépôt de Londres. Toutes les préférences sont donc respectées. Par rapport à la situation initiale, c'est l'usine de Brighton qui produit plus de quantités (120 000 tonnes) que l'usine de Liverpool (95 000 tonnes). Autre différence, le dépôt de Newcastle est cette fois utilisé, à la fois pour satisfaire les préférences du client C2 mais aussi pour le client C4. A l'inverse l'entrepôt de Londres est encore moins utilisé.

Ce schéma de distribution donne un coût total de **244 000 £**, auquel il faut éventuellement ajouter les coûts de l'extension du dépôt de Birmingham.

Respecter les préférences des clients en augmentant légèrement le débit de Birmingham coûterait au moins **45 500 £** de plus que la situation optimale déterminée dans le problème de départ. On cherche donc une autre solution à moindre coût.

3.3.2 Deuxième proposition : On ignore la préférence du client C5

Si l'on ne souhaite pas modifier nos infrastructures pour satisfaire les préférences des clients, alors le problème devient insoluble. Nous choisissons dans cette partie d'ignorer la préférence de C5. Pour résoudre ce problème il suffit de compléter le fichier de données en rajoutant les routes qui mènent à C5 que nous avons retirées.

On obtient le schéma de distribution suivant :

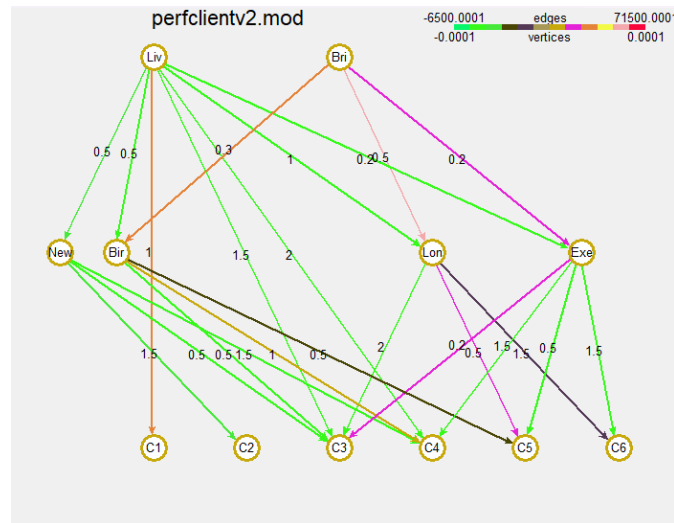


Figure 3.3.3: Distribution des quantités selon les préférences (sauf C5)

		quantite_transportee
Bir	C3	0
Bir	C4	35000
Bir	C5	15000
Bri	Bir	50000
Bri	Exe	40000
Bri	Lon	65000
Exe	C3	40000
Exe	C4	0
Exe	C5	0
Exe	C6	0
Liv	Bir	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	Exe	0
Liv	Lon	0
Liv	New	10000
Lon	C3	0
Lon	C5	45000
Lon	C6	20000
New	C2	10000
New	C3	0
New	C4	0

Figure 3.3.4: Quantités transportées selon les préférences (sauf C5)

Ainsi, les préférences de C1, C2 et C6 ont été respectées, tandis que le client C5, dont nous avons ignoré la préférence, se retrouve livré par les entrepôts de Birmingham (15 000 tonnes) et de Londres (45 000 tonnes). Le client C5 avait initialement exprimé une préférence pour le dépôt de Birmingham, et dans cette situation, il est partiellement livré par celui-ci et la route provenant de Londres est au même coût unitaire que celle de Birmingham. Ses préférences ne sont donc pas totalement ignorées. De plus, le client C4 n'ayant pas de préférence et la route de Birmingham à C4 étant moins chers que la route de Newcastle à C4, avoir libéré la contrainte de préférence du client C5 permet à Birmingham de livrer le client C4 à moindre coût.

Ce schéma de distribution donne un coût total de **228 500 £**. Soit une augmentation de **30 000 £** par rapport au problème initial (sans préférences).

Cette solution semble plus avantageuse que la première envisagée (on économise **15 000 £**), mais ne respecte plus intégralement les préférences des clients, c'est pourquoi nous envisageons une troisième possibilité.

3.3.3 Troisième proposition : Privilégier la livraison depuis Birmingham jusqu'à sa capacité maximale

Cette dernière proposition consiste à privilégier la livraison du client C5 depuis le dépôt de Birmingham comme il le souhaite jusqu'à hauteur de sa capacité maximale de 50 000 tonnes. Pour les 10 000 tonnes restantes, nous utiliserons l'un des chemins possibles qui minimiseront les coûts pour compléter la livraison.

Pour modéliser cette variante du problème, nous introduisons un nouvel ensemble appelé *OBLIGATION*. Cet ensemble regroupe tous les couples (*usine/dépôt*, *dépôt/client*) correspondant aux préférences des clients pour lesquels nous souhaitons imposer la quantité qui sera livrée par ce chemin. Dans notre cas, l'ensemble *OBLIGATION* ne contient qu'un seul couple, (*Bri*, *C5*). Nous définissons également un nouveau paramètre, *param quantite_obligation*, indexé par *OBLIGATION*, qui contient les quantités que nous souhaitons imposer.

Il reste maintenant à ajouter la contrainte suivante :

```
1 subject to Contrainte_obligation {(i, j) in ROUTES: (i, j) in OBLIGATION}:
2   quantite_transportee[i, j]=quantite_obligation[i, j];
```

Après résolution du problème on obtient les résultats suivants :

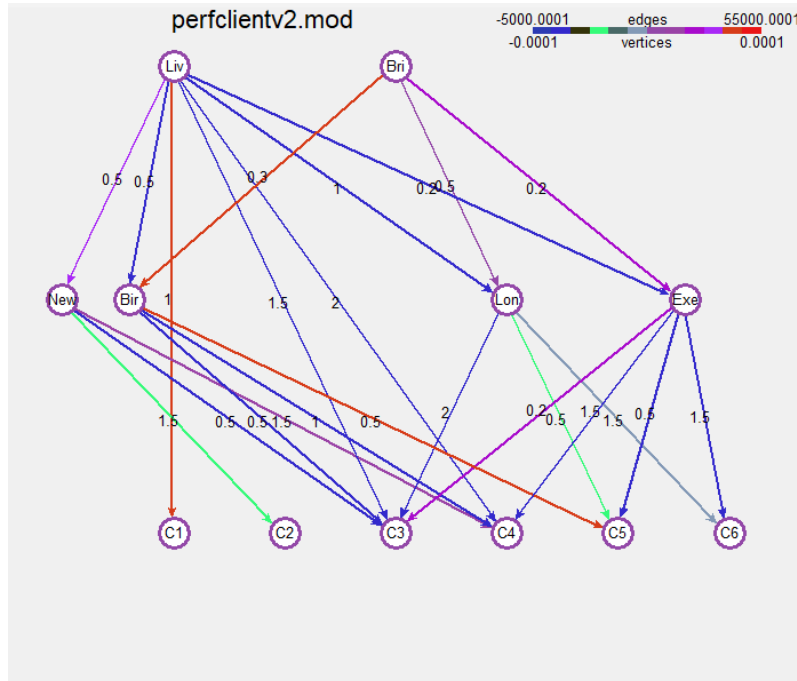


Figure 3.3.5: Distribution des quantités (saturation de Birmingham)

quantite_transportee		
		quantite_transportee
Bir	C3	0
Bir	C4	0
Bir	C5	50000
Bri	Bir	50000
Bri	Exe	40000
Bri	Lon	30000
Exe	C3	40000
Exe	C4	0
Exe	C5	0
Exe	C6	0
Liv	Bir	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	Exe	0
Liv	Lon	0
Liv	New	45000
Lon	C3	0
Lon	C5	10000
Lon	C6	20000
New	C2	10000
New	C3	0
New	C4	35000

Figure 3.3.6: Quantités transportées (saturation de Birmingham)

Dans cette situation, nous cherchons à satisfaire au mieux les préférences des clients en fonction de la capacité de nos infrastructures. Le client C5 souhaitait initialement recevoir 60 000 tonnes en provenance du dépôt de Birmingham, mais il ne peut en recevoir que 50 000, car c'est la capacité maximale de Birmingham. Les 10 000 tonnes restantes sont donc livrées depuis le dépôt de Londres qui est au même coût unitaire (C'est d'ailleurs le résultat qui était espéré au vu des constatations lors de la situation précédente). Cela représente la solution optimale compte tenu de nos contraintes logistiques. Pour les autres clients, nous respectons leurs préférences et les livrons conformément à leurs demandes.

Ce schéma de distribution donne un coût total de **246 000 £**. Soit une augmentation de **47 500 £** par rapport au problème initial (sans préférences).

3.3.4 Synthèse des propositions pour la gestion des préférences clients

Les trois propositions examinées visent à satisfaire au mieux les préférences des clients en matière de livraison. Chacune de ces propositions présente des avantages et des inconvénients :

1. **Extension de Birmingham (Première Proposition)** : Cette approche permet de respecter toutes les préférences des clients en augmentant simplement la capacité de stockage du dépôt de Birmingham. Cependant, elle nécessite des investissements en infrastructures, ce qui peut entraîner des coûts supplémentaires.
2. **Ignorer la préférence de C5 (Deuxième Proposition)** : Cette solution évite toute modification des infrastructures existantes, mais elle ne satisfait pas complètement les préférences de C5. Cela peut être une option viable si le client est prêt à faire preuve de souplesse sur ses préférences. De plus, cette proposition est la moins coûteuse parmi les trois options envisagées.
3. **Privilégier la livraison depuis Birmingham jusqu'à sa capacité maximale (Troisième Proposition)** : Cette approche évite également toute modification des infrastructures existantes tout en cherchant à maximiser la satisfaction des préférences clients dans la limite des capacités des infrastructures. Il s'agit de la proposition la plus coûteuse mais la seule réalisable sans risquer de perdre un client et sans investissement supplémentaire. L'entreprise aurait alors tout intérêt à convaincre le client C5 d'opter pour la deuxième option car elle lui coûterait la même somme mais permettrait à cette dernière de faire **17 500 £** d'économies.

4 Projet d'investissement en infrastructures

4.1 Présentation du projet d'investissement

Dans la continuité de notre problème, l'entreprise a la possibilité d'ouvrir de nouveaux entrepôts ou d'agrandir ceux déjà existants (nous avons déjà envisagé cette possibilité). Elle peut aussi choisir d'en fermer. Bien évidemment, ces possibilités sont soumises à des conditions et tous les entrepôts ne sont pas concernés. Les candidats sont :

Ouverture

- Bristol
- Northampton

Agrandissement

- Birmingham

Fermeture

- Newcastle
- Exeter

Pour représenter l'ouverture ou la fermeture des entrepôts, on utilise des variables bivalentes. On crée 5 variables bivalentes, qui valent 1 si l'entrepôt est ouvert (nouvellement construit ou maintenu) et 0 si l'entrepôt est fermé (projet non retenu ou entrepôt déjà existant mais revendu).

4.1.1 Agrandissement et ouverture d'entrepôts

Les coûts d'investissement sont les suivants :

Bristol	12 000
Northampton	4 000
Birmingham	3 000

Table 3: Coût des investissements en Livres

Ceux-ci viendront s'ajouter au coût total de l'entreprise, c'est-à-dire que l'on ajoutera à la fonction objectif les coûts des investissements en cas d'ouverture ou d'agrandissement (variable bivalente à 1).

Le stockage supplémentaire apporté par les investissements est :

Bristol	30 000
Northampton	25 000
Birmingham	20 000

Table 4: Débit des entrepôts après investissement en tonnes

Les entrepôts de Bristol et de Northampton viendront s'ajouter aux entrepôts possibles dans l'ensemble *ENTREPOTS* ce qui modifie également les ensembles *PARTENAIRES* et *ROUTES*. Leur capacité de stockage respective est ajoutée au paramètre *cap_entrepot* et on ajoute également au paramètre *cout_unitaire* les nouvelles données liées à ces entrepôts.

4.1.2 Fermeture d'entrepôt

L'entreprise considère qu'elle n'a pas besoin de plus de 4 entrepôts, en cas d'ouverture d'un nouvel (ou de nouveaux) entrepôt(s), elle devra en fermer d'autres. Les deux entrepôts pouvant être fermés sont les suivants :

Newcastle	10 000
Exeter	5 000

Table 5: Gain apporté par la fermeture des entrepôts en Livres

En utilisant les variables bivalentes, on va représenter la fermeture d'un entrepôt en soustrayant au coût total les économies réalisées en cas de fermeture.

4.2 Implémentation en langage AMPL des modifications

Nous allons expliquer comment implémenter en langage AMPL les modifications nécessaires pour traduire les possibilités d'investissement. On reprend le problème initial auquel on apporte quelques modifications.

4.2.1 Les modifications dans le fichier de données

Le fichier de données est enrichi en incluant les nouvelles options d'entrepôts, ainsi que les nouvelles routes qu'elles entraînent, avec leurs coûts respectifs. Nous utiliserons également les abréviations suivantes : Brs pour Bristol et North pour Northampton.

4.2.2 Les nouveaux paramètres

On introduit 4 nouveaux paramètres positifs ou nuls :

- Les coûts d'investissement(en livres) en cas d'ouverture d'un entrepôt :
 $param\ cout_ouverture_entrepot\{ENTREPOTS\} \geq 0;$
- Les économies(en livres) réalisée en cas de fermeture de l'entrepôt :
 $param\ economie_fermeture_entrepot\{ENTREPOTS\} \geq 0;$
- Les coûts d'investissement(en livres) en cas de réalisation d'une extension :
 $param\ cout_extension_entrepot\{ENTREPOTS\} \geq 0;$
- La capacité des extensions(en tonnes) :
 $param\ cap_extension\{ENTREPOTS\} \geq 0;$

4.2.3 Les nouvelles variables bivalentes

Une variable binaire pour indiquer l'état des entrepôts : 1 pour ouvert et 0 pour fermé.

- $var\ entrepot_ouvert\{ENTREPOTS\} binary;$

Une variable binaire pour déterminer si l'extension est réalisée (1) ou non (0)

- $var\ extension_entrepot\{ENTREPOTS\} binary;$

4.2.4 La fonction objectif

On modifie la fonction objectif pour prendre en compte les nouveaux coûts dus aux fermetures/ouvertures et à l'extension possible.

```
1 minimize cout_total : sum {e in ENTREPOTS} -(economie_fermeture_entrepot[e] *(1-
   entrepot_ouvert[e]))
2   + sum {(d, a) in ROUTES} (cout_unitaire[d, a] * quantite_transportee[d, a])
3   + sum {e in ENTREPOTS} (cout_extension_entrepot[e] * extension_entrepot[e])
4   + sum {o in ENTREPOTS} (cout_ouverture_entrepot[o] * entrepot_ouvert[o]) ;
```

On constate tout l'intérêt des variables binaires par exemple pour les extensions. Si une extension est réalisée, alors $extension_entrepot[e]$ vaut 1, ce qui signifie que le prix de l'extension est ajouté au coût total. De même pour les autres variables bivalentes liées aux coûts des fermetures/ouvertures des entrepôts.

4.2.5 Les nouvelles contraintes

On doit également modifier légèrement quelques contraintes:

```
1 subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS}:
2   sum{(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e] <= cap_entrepot[e]*entrepot_ouvert[e] +
   cap_extension[e]*extension_entrepot[e];
3
4 subject to nombre_entrepots :
5   sum {e in ENTREPOTS} entrepot_ouvert[e] <= 4
```

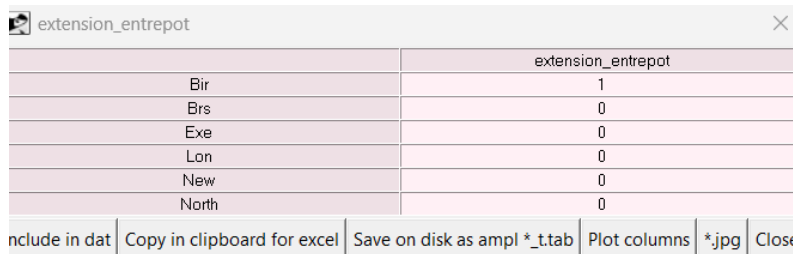
Dans la première contrainte liée aux débits mensuels, on doit modifier le second membre car nous devons tenir compte du fait que les entrepôts peuvent être fermés/ouverts ou agrandis.

Pour la seconde contrainte, cela signifie simplement que l'entreprise ne souhaite pas conserver plus de 4 entrepôts. Il ne reste plus qu'à compléter le fichier de données et nous obtenons les résultats présentés dans la partie suivante.

4.3 Résultats et interprétation

4.3.1 Agrandissement de l'entrepôt de Birmingham

On s'intéresse tout d'abord au cadre de l'extension de l'entrepôt de Birmingham. On constate que la variable *extension_entrepot*{*ENTREPOTS*} *binary*; vaut 1 pour Birmingham (donc l'extension est réalisée) et 0 pour tous les autres entrepôts, ce qui signifie que la solution optimale est atteinte lorsque l'on agrandit cet entrepôt. Dans les précédentes parties, nous avons soulevé le fait que cet entrepôt était utilisé à 100 %, une augmentation de ses capacités paraît donc évidente. De plus nous avons remarqué dans notre scénario de post-optimisation que pour une augmentation de 20 000 tonnes il était avantageux d'investir dans l'entrepôt de Birmingham, d'où la cohérence de ces résultats).



	extension_entrepot
Bir	1
Brs	0
Exe	0
Lon	0
New	0
North	0

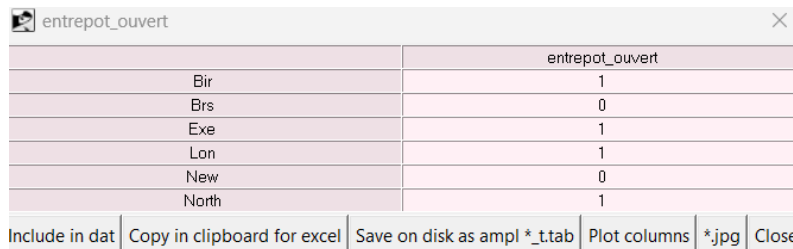
include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *.ttab | Plot columns | *.jpg | Close

Figure 4.3.1: Variables bivalentes dans le cadre d'un agrandissement

Il reste à voir si c'est le seul changement ou si l'on ouvre un autre entrepôt (et par conséquent on ferme un déjà existant).

4.3.2 Ouverture d'un nouvel entrepôt et fermeture d'un autre

On regarde désormais la variable *var entrepot_ouvert*{*ENTREPOTS*} *binary*; qui vaut 1 si l'entrepôt est ouvert et 0 sinon.



	entrepot_ouvert
Bir	1
Brs	0
Exe	1
Lon	1
New	0
North	1

Include in dat | Copy in clipboard for excel | Save on disk as ampl *.ttab | Plot columns | *.jpg | Close

Figure 4.3.2: Variable bivalentes dans le cadre des ouvertures des entrepôts

Comme attendu, l'entrepôt de Birmingham est ouvert puisque nous l'avons agrandi. Les dépôts d'Exeter et de Londres restent également ouverts, cependant nous constatons l'ouverture de Northampton (préféré à Bristol qui reste fermé) au dépens de Newcastle. Tous ces résultats étaient prévisibles de par notre analyse de post-optimisation, en effet nous avons déjà suggéré la fermeture de Newcastle qui était inutilisé, cette fermeture n'a que des avantages puisqu'elle permet de réaliser des économies (et donc d'investir dans l'ouverture d'un autre entrepôt). Nous pouvions également nous attendre à l'ouverture de Northampton puisqu'il coûte 3 fois moins cher que Bristol et a seulement 5 000 tonnes de capacité en moins.

4.4 Schéma de distribution

Intéressons nous maintenant au schéma de distribution.

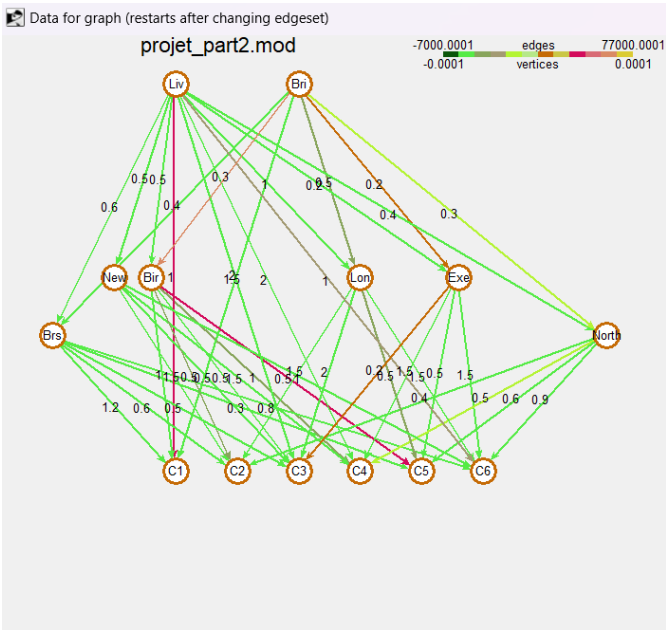


Figure 4.4.1: Distribution des quantités avec les nouvelles infrastructures

On représente ici l'ensemble des nouvelles possibilités offertes dans cette situation, on doit choisir 4 entrepôts parmi 6 (avec possibilité d'agrandir Birmingham). Regardons de plus près les résultats obtenus :

		quantite_transportee
Bir	C2	10000
Bir	C4	10000
Bir	C5	50000
Bri	Bir	70000
Bri	Brs	0
Bri	Exe	40000
Bri	Lon	10000
Bri	North	25000
Brs	C1	0
Brs	C3	0
Brs	C6	0
Exe	C3	40000
Exe	C4	0
Exe	C6	0
Liv	Brs	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	C6	20000
Liv	Exe	0
Liv	Lon	0
Liv	North	0
Lon	C3	0
Lon	C5	10000
Lon	C6	0
North	C4	25000
North	C5	0

Figure 4.4.2: Quantités transportées en tonnes avec les nouvelles infrastructures

On constate que l'usine de Liverpool est encore moins utilisée qu'auparavant (70 000 tonnes), alors que Brighton se retrouve en charge de 145 000 tonnes. L'entrepôt de Northampton (nouvellement ouvert face à Newcastle)

approvisionne le client C4 à hauteur de 25 000 tonnes. L'extension de Birmingham lui permet de livrer les clients C2, C4 et C5 à hauteur de 70 000 tonnes (provenant de Brighton).

Comme dans le problème initial, les deux usines fonctionnent en deçà de leur capacité maximale de production. En revanche, en ce qui concerne la capacité de stockage des entrepôts, elle est bien mieux utilisée. En effet, comme le montre le graphique suivant, trois des quatre entrepôts sont à leur capacité de stockage maximale (mais l'entrepôt de Londres n'est que très peu utilisé).

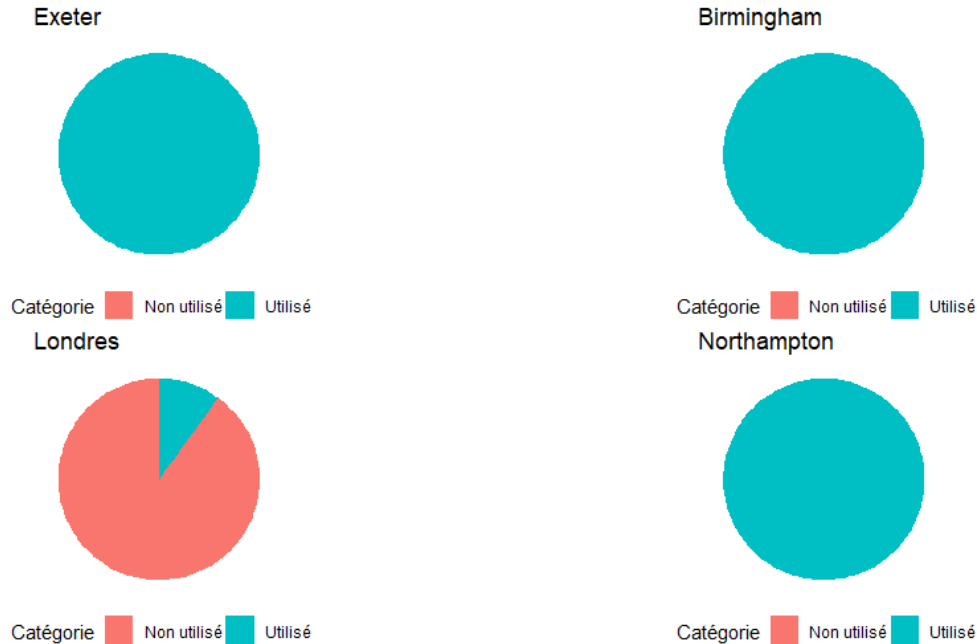


Figure 4.4.3: Part de stockage utilisée des nouvelles infrastructures

Cette meilleure utilisation des entrepôts entraîne une réduction des coûts de distributions, en effet :

Ce schéma de distribution donne un coût total de **174 000 £**. Il s'agit de la solution la plus avantageuse de toutes celles imaginées jusqu'à maintenant.

Il n'est pas surprenant de trouver un tel résultat au vu de tout ce que nous avons vu précédemment. En effet cette solution combine bien les meilleurs scénarios envisagés en post-optimisation, tout en prenant en compte les coûts d'ouverture/fermeture ainsi que les coûts de transports.

4.5 Préférences des clients avec les nouvelles infrastructures

Un dernier cas intéressant à étudier est celui où l'entreprise souhaite réaliser des investissements tout en satisfaisant les préférences des clients. Il s'agit donc de combiner les sections 3.3 et 4. En ajoutant la contrainte de la partie 3.3.3. En complétant le fichier de données, nous pouvons constater que les préférences sont respectées : Liverpool est en mesure de livrer 50 000 tonnes au client C1, le dépôt de Birmingham de livrer 60 000 tonnes au client C6, le dépôt de Newcastle de livrer 10 000 tonnes au client C2, et pour la préférence de C6, nous conservons uniquement les routes (Exe, C6) et (Lon, C6), en retirant les autres. De plus, grâce à la possibilité d'extension de l'entrepôt de Birmingham, la capacité de cet entrepôt ne pose plus de problème. Il est désormais suffisamment grand pour livrer le client C5.

Ainsi chaque préférence est satisfaite et on obtient les résultats suivant :

extension_entrepot	
	extension_entrepot
Bir	1
Brs	0
Exe	0
Lon	0
New	0
North	0

Figure 4.5.1: Extension des entrepôts

Comme mentionné précédemment, on réalise l'extension de Birmingham.

entrepot_ouvert	
	entrepot_ouvert
Bir	1
Brs	0
Exe	1
Lon	0
New	1
North	1

Figure 4.5.2: Entrepôts ouverts / entrepôts fermés

Par rapport au cas précédent, nous ne fermons pas l'entrepôt de Newcastle afin de satisfaire la préférence de C2. De plus, nous ouvrons toujours l'entrepôt de Northampton et non pas celui de Bristol. Nous fermons cette fois-ci l'entrepôt de Londres pour respecter la contrainte sur le nombre d'entrepôts. La fermeture de Londres n'est pas surprenante puisque l'on a vu dans la première partie du problème ainsi que dans la section 4, que cet entrepôt était le moins utilisé (après Newcastle). De plus, il n'intervient dans aucune préférence de nos clients contrairement à Newcastle.

Voici le schéma distribution:

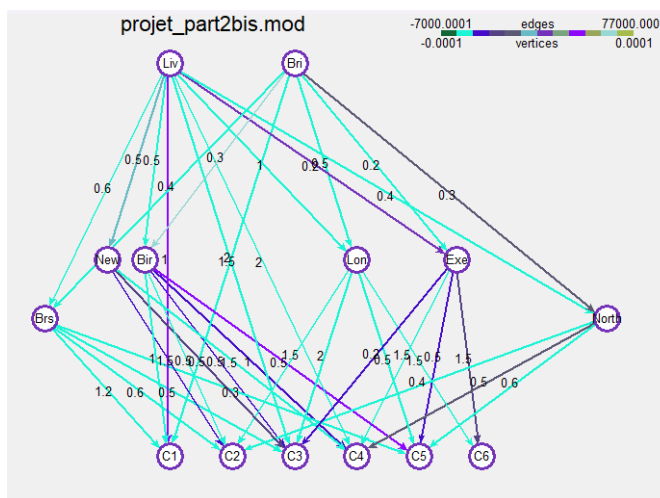


Figure 4.5.3: Schéma de distribution (infrastructures et préférences)

		quantite_transportee
Bir	C1	0
Bir	C3	10000
Bir	C4	10000
Bir	C5	50000
Bri	Bir	70000
Bri	Lon	0
Bri	North	25000
Brs	C5	0
Exe	C3	10000
Exe	C4	0
Exe	C5	10000
Exe	C6	20000
Liv	Bir	0
Liv	Brs	0
Liv	C1	50000
Liv	C3	0
Liv	C4	0
Liv	Exe	40000
Liv	Lon	0
Liv	New	30000
Lon	C2	0
Lon	C6	0
New	C2	10000
New	C3	20000
New	C4	0
North	C2	0
North	C4	25000
North	C5	0

Figure 4.5.4: Quantités transportées en tonnes (infrastructures et préférences)

L'usine de Liverpool redevient l'usine principale avec un total de 120 000 tonnes contre 95 000 tonnes pour Brighton. La répartition entre les clients est totalement différente afin de satisfaire les préférences.

Ce schéma de distribution donne un coût total de **223 000£**. Il s'agit de la solution la plus avantageuse qui satisfait pleinement les préférences des clients mais reste supérieure de **49 000£** par rapport à la solution avec investissement en infrastructures mais sans préférences.

4.6 Post-optimisation

Comme nous l'avons fait pour le problème initial, nous allons examiner l'impact de petites modifications apportées à la capacité de stockage des entrepôts sur les coûts de distribution.

Étant donné que les usines ne fonctionnent pas à leur capacité de production maximale, une augmentation potentielle de la production n'entraînera pas une réduction des coûts. Par conséquent, nous nous concentrerons exclusivement sur la capacité de stockage des entrepôts.

De la même manière que dans la partie 3.2 on résout plusieurs fois le problème en augmentant légèrement la capacité de stockage à chaque itération et on obtient le graphique suivant :

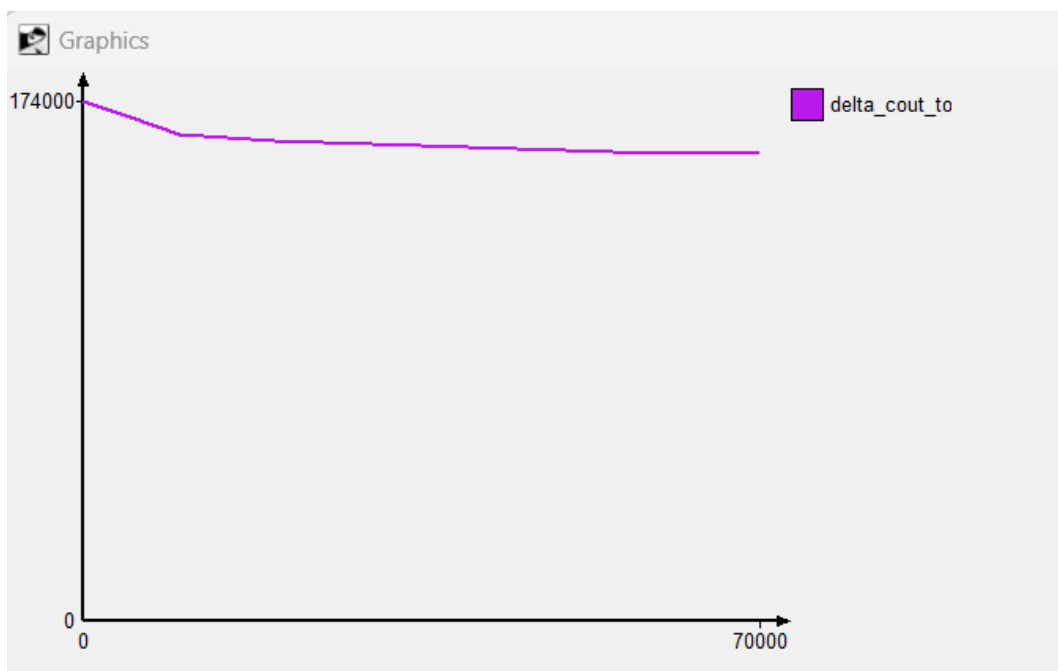


Figure 4.6.1: Évolution des coûts de distributions en fonction de l'augmentation des capacités de stockage

Le présente deux phases caractérisées par une pente différente, ainsi qu'une phase stationnaire. La deuxième phase (augmentation $\geq 10\,000$ tonnes) est dépourvue de pertinence pratique car elle impliquerait une augmentation considérable de la capacité de stockage (avec un certain coût) pour une réduction minime des coûts totaux. À titre indicatif, nous atteignons la phase stationnaire après une augmentation de 60 000 tonnes de capacité de stockage, et la valeur optimale s'établit à **157 700 £**.

La première phase (augmentation $\leq 10\,000$ tonnes) est bien plus pertinente car elle représente une situation envisageable en pratique. Si on augmente la capacité de stockage de 10 000 tonnes des entrepôts on ne réalise plus l'extension de Birmingham envisagée initialement car on bénéficie déjà de l'augmentation hypothétique de 10 000 tonnes et on préfère stocker dans les entrepôts de Northampton et Exeter.



Notre étude demeure vulnérable car elle ne prend pas en compte les coûts liés à l'extension des entrepôts de Birmingham, Northampton et Exeter, car on suppose que l'augmentation de leurs capacités de stockage se fait sans frais. Cette omission peut biaiser notre analyse en nous faisant économiser de l'argent de manière artificielle. Les coûts d'investissements pourraient être supérieurs aux gains engendrés.

Une augmentation de 10 000 tonnes des capacités de stockage des trois entrepôts (Exeter, Birmingham, Northampton) entraîne un coût total de **163 000 £**. Soit **11 000 £** d'économies.

5 Conclusion

Notre étude se concentrait sur une entreprise dotée de plusieurs usines approvisionnant des entrepôts qui, à leur tour, distribuent des produits à des clients. (Certains clients peuvent être directement servis depuis l'usine). Les usines et les entrepôts étaient soumis à des débits maximums fixes, avec des transports autorisés uniquement entre certains sites, engendrant des coûts fixes. De surcroît, les clients avaient des préférences quant à la provenance des produits, en plus de leurs exigences minimales de livraison.

Afin de résoudre les problèmes opérationnels de cette entreprise, notre approche a consisté à optimiser sa chaîne d'approvisionnement et à perfectionner ses projets d'amélioration en utilisant le logiciel AMPL. Dans une première phase, nous avons cherché à minimiser les coûts totaux en prenant en compte les coûts associés au transport et au stockage, ce qui a abouti à un plan directement applicable pour un coût total de **198 500 £**.

Dans notre quête d'amélioration de la performance de l'entreprise, nous avons examiné diverses variations envisageables pour l'entreprise. Par exemple, nous avons évalué l'impact de l'augmentation des capacités des entrepôts et des usines, en mettant de côté les coûts d'investissement. Cette approche a permis d'identifier les sites spécifiques sur lesquels une analyse détaillée des coûts serait la plus efficace en vue d'une amélioration.

Notre engagement envers la satisfaction des clients nous a conduits à tenter de répondre au mieux aux préférences de ces derniers en matière de livraison depuis leur entrepôt de prédilection. Cependant, pour que le problème soit réalisable, des hypothèses ont dû être formulées, étant donné l'impossibilité de satisfaire toutes les demandes.

Nous avons élaboré un plan optimal qui inclut l'ouverture de nouvelles usines ou l'agrandissement d'installations existantes, en mettant l'accent sur celles qui auraient le plus grand impact. De même, la fermeture de sites a été intégrée dans le but d'atteindre des moindres coûts tout en respectant les différentes contraintes établies avec cette fois ci des valeurs chiffrées d'investissement. Nous avons d'ailleurs montré que les résultats obtenus dans cette dernière analyse étaient cohérents avec ceux obtenus sous hypothèses en post-optimisation, cela montre que ces dernières n'étaient pas dénuées de sens. C'est cette solution qui est la plus avantageuse pour l'entreprise, ce plan de distribution entraîne un coût total de **174 000 £**.

Enfin nous avons envisagé la possibilité de réaliser un investissement en infrastructures dans le but cette fois ci de minimiser les coûts tout en satisfaisant les préférences des clients. Bien que cela revienne beaucoup plus cher pour l'entreprise, il est toujours intéressant pour elle de connaître l'impact des préférences de ses clients sur ses propres coûts. Cela peut aiguiller la direction de l'entreprise quant aux décisions à prendre. Favoriser les clients ou minimiser à tout prix les coûts au risque de décevoir ses clients et de les perdre. Dans ce dernier cas les conséquences pourraient être graves et impacter grandement les bénéfices, d'où l'intérêt d'étudier différents aspects et stratégies avant de prendre une décision radicale.

6 Annexes

6.1 Listes des figures

2.3.1 Quantités transportées en tonnes	4
2.3.2 Distribution des quantités	5
3.1.1 Production des usines	6
3.1.2 Évolution des coûts en fonction de l'augmentation de la capacité des usines	6
3.2.1 Capacité des entrepôts	7
3.2.2 Évolution des coûts de distribution en fonction de l'augmentation du stockage	8
3.2.3 Evolution du stockage utilisé par les entrepôts en fonction de lambda	8
3.3.1 Distribution des quantités selon les préférences des clients	10
3.3.2 Quantités transportées selon les préférences des clients	10
3.3.3 Distribution des quantités selon les préférences (sauf C5)	11
3.3.4 Quantités transportées selon les préférences (sauf C5)	11
3.3.5 Distribution des quantités (saturation de Birmingham)	12
3.3.6 Quantités transportées (saturation de Birmingham)	13
4.3.1 Variables bivalentes dans le cadre d'un agrandissement	16
4.3.2 Variable bivalentes dans le cadre des ouvertures des entrepôts	16
4.4.1 Distribution des quantités avec les nouvelles infrastructures	17
4.4.2 Quantités transportées en tonnes avec les nouvelles infrastructures	17
4.4.3 Part de stockage utilisée des nouvelles infrastructures	18
4.5.1 Extension des entrepôts	19
4.5.2 Entrepôts ouverts / entrepôts fermés	19
4.5.3 Schéma de distribution (infrastructures et préférences)	19
4.5.4 Quantités transportées en tonnes (infrastructures et préférences)	20
4.6.1 Évolution des coûts de distributions en fonction de l'augmentation des capacités de stockage	21

6.2 Listes des tables

1	Tableau des coûts de distributions en livres par tonne	2
2	Besoins mensuels des clients	2
3	Coût des investissements en Livres	14
4	Débit des entrepôts après investissement en tonnes	14
5	Gain apporté par la fermeture des entrepôts en Livres	14

6.3 Code des parties 2, 3.1 et 3.2

```
1 set USINES; #les differentes usines
2 set ENTREPOTS; #les differents entrepots
3 set PARTENAIRES;#la reunion des ensembles USINES ENTREPOTS et CLIENTS
4 set CLIENTS ; # les differents clients a fournir
5 set ROUTES within PARTENAIRES cross PARTENAIRES ; #les differentes routes que l'on peut
   empreinter pour livrer les clients
6 param lambda; #scalaire qui permet d'augmenter la capacite des usines dans notre post-
   op
7 param gamma;#scalaire qui permet d'augmenter la capacite des entrepots dans notre post-
   op
8 param cap_usines{USINES} >=0; #la capacite de production des usines
9 param cap_entre{ENTREPOTS} >=0; #la capacite de stockage des entrepots
10 param dem_clients{CLIENTS} >=0; #la quantite demande par les clients
11 param cout_unitaire{ROUTES}>=0; #le prix de transport des marchandises de chaque routes
12 param xpos {PARTENAIRES};#Pour une meilleur visibilite des graphs on fixe la position
13 param ypos{PARTENAIRES};
14
15 var quantite_transportee {ROUTES} >= 0; #la quantite de produit transportee
16
17
```

```

18 minimize cout_total : sum {(i,j) in ROUTES} cout_unitaire[i,j]*quantite_transportee[i,j
    ];#l'objectif est de minimiser les couts de transports
19
20 subject to Production_limitee {u in USINES} :
21     sum {(u,p) in ROUTES} quantite_transportee[u,p] <= cap_usines[u]+gamma;# les
        quantitees transportees des usines sont inferieur ou egal a leurs production
        maximale
22
23
24 subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS}:
25     sum {(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e]<=cap_entre[e]+lambda;#les quantitees
        transportees vers les entrepots sont inferieur ou egal a leurs capacite maximale
26
27
28 subject to Satisfaction_client {c in CLIENTS}:
29     sum {(p,c) in ROUTES} quantite_transportee[p,c]=dem_clients[c];#les clients recoivent
        la quantitee demandee
30
31 subject to equilibre{e in ENTREPOTS}:
32     sum{(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e]=sum{(e,j) in ROUTES}
        quantite_transportee[e,j]; #la quantite qui arrive dans les entrepots est egale
        a la quantite qui en sort

```

fichier .mod

```

1 set USINES := Liv Bri ;
2 set ENTREPOTS := New Bir Lon Exe;
3 set CLIENTS := C1 C2 C3 C4 C5 C6;
4 set PARTENAIRES := Liv Bri Bir Lon Exe,New C1 C2 C3 C4 C5 C6; ;
5 set ROUTES := (Liv,New) (Liv,Bir) (Liv,Lon) (Liv,Exe)
6             (Liv,C1) (Liv,C3) (Liv,C4) (Liv,C6)
7             (Bri,Bir) (Bri,Lon) (Bri,Exe) (Bri,C1)
8             (New,C2) (New,C3) (New,C4) (New,C6)
9             (Bir,C1) (Bir,C2) (Bir,C3) (Bir,C4) (Bir,C5)
10            (Lon,C2) (Lon,C3) (Lon,C5) (Lon,C6)
11            (Exe,C3) (Exe,C4) (Exe,C5) (Exe,C6) ;
12 param lambda :=0;
13 param gamma :=0;
14 param cap_usines := Liv 150000 Bri 200000;
15 param cap_entre := New 70000 Bir 50000 Lon 100000 Exe 40000;
16 param dem_clients := C1 50000 C2 10000 C3 40000 C4 35000 C5 60000 C6 20000;
17 param:      xpos      ypos      :=
18 Liv          10          1
19 Bri           20          1
20 New           5           2
21 Bir           8           2
22 Lon          25           2
23 Exe          33           2
24 C1           10           3
25 C2           15           3
26 C3           20           3
27 C4           25           3
28 C5           30           3
29 C6           35           3 ;
30 param      cout_unitaire      :=
31 Liv New  0.5
32 Liv Bir  0.5
33 Liv Lon  1.0
34 Liv Exe  0.2
35 Liv C1   1.0
36 Liv C3   1.5
37 Liv C4   2.0

```



```

38 Liv C6 1.0
39 Bri Bir 0.3
40 Bri Lon 0.5
41 Bri Exe 0.2
42 Bri C1 2.0
43 New C2 1.5
44 New C3 0.5
45 New C4 1.5
46 New C6 1.0
47 Bir C1 1.0
48 Bir C2 0.5
49 Bir C3 0.5
50 Bir C4 1.0
51 Bir C5 0.5
52 Lon C2 1.5
53 Lon C3 2.0
54 Lon C5 0.5
55 Lon C6 1.5
56 Exe C3 0.2
57 Exe C4 1.5
58 Exe C5 0.5
59 Exe C6 1.5 ;

```

fichier .data

6.4 Code de la partie 3.3

```

1 set CLIENTS ; # les differents clients a fournir
2 set ROUTES within PARTENAIREs cross PARTENAIREs ; #les differentes routes que l'on peut
   empreinter pour livrer les clients
3 #set OBLIGATION within PARTENAIREs cross PARTENAIREs; voir partie 3.3.3
4 param cap_usines{USINES} >=0; #la capacite de production des usines
5 param cap_entre{ENTREPOTS} >=0; #la capacite de stockage des entrepots
6 param dem_clients{CLIENTS} >=0; #la quantite demande par les clients
7 param cout_unitaire{ROUTES}>=0; #le prix de transport des marchandises de chaque
   routes
8 #param quantite_obligation{OBLIGATION}>=0; voir partie 3.3.3
9 param xpos{PARTENAIREs}; #Pour une meilleure visibilite des graphs on fixe la position
10 param ypos{PARTENAIREs};
11 var quantite_transportee {ROUTES} >= 0; #la quantite de produit transportee
12
13
14 minimize cout_total : sum {(i,j) in ROUTES} cout_unitaire[i,j]*quantite_transportee[i,j]
   ]; #l'objectif est de minimiser les couts de transports
15
16
17 subject to Production_limitee {u in USINES} :
18     sum {(u,p) in ROUTES} quantite_transportee[u,p] <= cap_usines[u]; # les quantitees
   transportees des usines sont inferieur ou egal a leurs production maximale
19
20
21 subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS}:
22     sum {(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e]<=cap_entre[e]; #les quantitees
   transportees vers les entrepots sont inferieur ou egal a leurs capacite maximale
23
24
25 subject to Satisfaction_client {c in CLIENTS}:
26     sum {(p,c) in ROUTES} quantite_transportee[p,c]=dem_clients[c]; #les clients
   recoivent la quantitee damandee
27
28 subject to equilibre{e in ENTREPOTS}:

```

```

29  sum{(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e]=sum{(e,j) in ROUTES}
    quantite_transportee[e,j];    #la quantite qui arrive dans les entrepots est egale
    a la quantite qui en sort
30
31  #subject to Contrainte_obligation {(i, j) in ROUTES: (i, j) in OBLIGATION}:
32  #quantite_transportee[i, j] =quantite_obligation[i,j];    #contrainte pour la partie
    3.3.3

```

fichier .mod

Il convient de noter que des ajustements mineurs peuvent être apportés entre les différentes sous-parties de la partie 3.3.3. Notamment pour la définition des routes et des coûts unitaires.

```

1  set USINES := Liv Bri ;
2  set ENTREPOTS := New Bir Lon Exe;
3  set CLIENTS := C1 C2 C3 C4 C5 C6;
4  #set OBLIGATION := (Bir,C5);
5  set PARTENAIRES := Liv Bri Bir Lon Exe,New C1 C2 C3 C4 C5 C6;
6  set ROUTES := (Liv,New) (Liv,Bir) (Liv,Lon) (Liv,Exe)
7              (Liv,C1) (Liv,C3) (Liv,C4)
8              (Bri,Bir) (Bri,Lon) (Bri,Exe)
9              (New,C2) (New,C3) (New,C4)
10             (Bir,C3) (Bir,C4) (Bir,C5)
11             (Lon,C3) (Lon,C6)
12             (Exe,C3) (Exe,C4) (Exe,C6)
13             (Lon,C5) (Exe,C5);
14  #param quantite_obligation := Bir C5 50000;
15  param cap_usines := Liv 150000 Bri 200000;
16  param cap_entre := New 70000 Bir 50000 Lon 100000 Exe 40000;
17  param dem_clients := C1 50000 C2 10000 C3 40000 C4 35000 C5 60000 C6 20000;
18  param:      xpos      ypos      :=
19  Liv         10        1
20  Bri         20        1
21  New         5         2
22  Bir         8         2
23  Lon        25         2
24  Exe        33         2
25  C1         10         3
26  C2         15         3
27  C3         20         3
28  C4         25         3
29  C5         30         3
30  C6         35         3 ;
31  param      cout_unitaire :=
32  Liv  New  0.5
33  Liv  Bir  0.5
34  Liv  Lon  1.0
35  Liv  Exe  0.2
36  Liv  C1  1.0
37  Liv  C3  1.5
38  Liv  C4  2.0
39  Bri  Bir  0.3
40  Bri  Lon  0.5
41  Bri  Exe  0.2
42  New  C2  1.5
43  New  C3  0.5
44  New  C4  1.5
45  Bir  C3  0.5
46  Bir  C4  1.0
47  Bir  C5  0.5
48  Lon  C3  2.0
49  Lon  C6  1.5
50  Exe  C3  0.2

```

```

51 Exe C4 1.5
52 Exe C6 1.5
53 Lon C5 0.5
54 Exe C5 0.5;

```

fichier .data

6.5 Code de la partie 4

```

1 set USINES;          #les differentes usines
2 set ENTREPOTS;        #les differents entrepots
3 set PARTENAIRES;      #la reunion des ensembles USINES ENTREPOTS et CLIENTS
4 set CLIENTS;          # les differents clients a fournir
5 set ROUTES within PARTENAIRES cross PARTENAIRES;      #les differentes routes que l'on
   peut empreinter pour livrer les clients
6 #set OBLIGATION within PARTENAIRES cross PARTENAIRES;
7 param cap_entrepot{ENTREPOTS};#la capacite de stockage des entrepots
8 param dem_clients{CLIENTS};#la quantite demande par les clients
9 param cout_unitaire{ROUTES};#le prix de transport des marchandises de chaque routes
10 param cap_usine{USINES};#la capacite de production des usines
11 param economie_fermeture_entrepot{ENTREPOTS} >= 0; # economies de fermeture
12 param cout_ouverture_entrepot{ENTREPOTS} >= 0; # Coûts d'ouverture d'usine
13 param cout_extension_entrepot{ENTREPOTS} >= 0; # Coûts d'extension d'usine
14 param cap_extension{ENTREPOTS} >= 0; # Capacite ajoutee par l'extension
15 param xpos{PARTENAIRES};      #Pour une meilleure visibilite des graphs on
   fixe la postion
16 param ypos{PARTENAIRES};
17 #param quantite_obligation{OBLIGATION}>=0;
18
19 var entrepot_ouvert{ENTREPOTS} binary; # vaut 1 si ouvert 0 sinon
20
21 var extension_entrepot{ENTREPOTS} binary;#vaut 1 si on realise l'extension
22 var quantite_transportee{ROUTES}>=0;#la quantite de produit transportee
23
24 minimize cout_total : sum {e in ENTREPOTS} -(economie_fermeture_entrepot[e] *(1-
   entrepot_ouvert[e])) #l'objectif est de minimiser les couts de transport plus
   minimiser les couts liee aux entrepots
25 + sum {(d, a) in ROUTES} (cout_unitaire[d, a] * quantite_transportee[d, a])
26 + sum {e in ENTREPOTS} (cout_extension_entrepot[e] * extension_entrepot[e])
27 + sum {o in ENTREPOTS} (cout_ouverture_entrepot[o] * entrepot_ouvert[o]) ;
28
29 subject to Production_limitee{u in USINES}:
30     sum{(u,p) in ROUTES} quantite_transportee[u,p]<=cap_usine[u];# les quantites
   transportees des usines sont inferieur ou egal a leurs production maximale
31
32 subject to Debit_mensuel_limitee {e in ENTREPOTS}:
33     sum{(q,e) in ROUTES}
34     quantite_transportee[q,e]<=cap_entrepot[e]*entrepot_ouvert[e]+ cap_extension[e]*
   extension_entrepot[e];#les quantites transportees vers les entrepots sont inferieur
   ou egal a leurs capacite maximale plus eventuellement leur extension
35
36 subject to Satisfaction_client {c in CLIENTS} :
37     sum{(p,c) in ROUTES} quantite_transportee[p,c]=dem_clients[c]; #les clients
   recoivent la quantite damandee
38
39 subject to equilibre{e in ENTREPOTS}:
40     sum{(q,e) in ROUTES} quantite_transportee[q,e]=sum{(e,j) in ROUTES}
   quantite_transportee[e,j]; #la quantite qui arrive dans les entrepots est egale
   a la quantite qui en sort
41
42 subject to nombre_entrepots :

```

```

43      sum {e in ENTREPOTS} entrepot_ouvert[e]<=4; # Limite le nombre d'entrepots ouverts
44      a 4
45 #subject to Contrainte_obligation {(i, j) in ROUTES: (i, j) in OBLIGATION}:
46      #quantite_transportee[i, j] =quantite_obligation[i,j];

```

fichier .mod

Il convient de noter que des ajustements mineurs peuvent être apportés entre les différentes sous-parties de la partie 4 Notamment pour la définition des routes et des coûts unitaires.

```

1 set ENTREPOTS := New Bir Lon Exe Brs North;
2 set USINES := Liv Bri;
3 set CLIENTS := C1 C2 C3 C4 C5 C6;
4 set PARTENAIRES := Liv Bri New Bir Lon Exe Brs North C1 C2 C3 C4 C5 C6; ;
5 #set OBLIGATION := (Liv,C1) (New,C2) (Bir,C5) ;
6 set ROUTES := (Liv,New) (Liv,Bir) (Liv,Lon) (Liv,Exe)
7              (Liv,C1) (Liv,C3) (Liv,C4)
8              (Bri,Bir) (Bri,Lon) (Bri,Exe) (Bri,C1)
9              (New,C2) (New,C3) (New,C4)
10             (Bir,C1) (Bir,C2) (Bir,C3) (Bir,C4) (Bir,C5)
11             (Lon,C2) (Lon,C3) (Lon,C5) (Lon,C6)
12             (Exe,C3) (Exe,C4) (Exe,C5) (Exe,C6)
13             (Liv,Brs) (Bri,Brs) (Liv,North) (Bri,North)
14             (Brs, C1) (Brs, C2) (Brs, C3) (Brs, C5)
15             (North,C2) (North,C4) (North,C5) ;
16
17 param cap_usine := Liv 150000 Bri 200000;
18 param cap_entrepot := New 70000 Bir 50000 Lon 100000 Exe 40000 Brs 30000 North 25000;
19 param dem_clients := C1 50000 C2 10000 C3 40000 C4 35000 C5 60000 C6 20000;
20 param economie_fermeture_entrepot := New 10000 Bir 0 Lon 0 Exe 5000 Brs 0 North 0;
21 param cout_ouverture_entrepot:= New 0 Bir 0 Lon 0 Exe 0 Brs 12000 North 4000;
22 param cout_extension_entrepot := New 0 Bir 3000 Lon 0 Exe 0 Brs 0 North 0;
23 param cap_extension := New 0 Bir 20000 Lon 0 Exe 0 Brs 0 North 0;
24 param: xpos ypos :=
25 Liv      10      1
26 Bri      20      1
27 New       5      2
28 Bir       8      2
29 Lon      25      2
30 Exe      33      2
31 Brs       0      2.3
32 North    45      2.3
33 C1       10      3
34 C2       15      3
35 C3       20      3
36 C4       25      3
37 C5       30      3
38 C6       35      3 ;
39 param cout_unitaire :=
40 Liv New 0.5
41 Liv Bri 0.5
42 Liv Lon 1.0
43 Liv Exe 0.2
44 Liv C1 1.0
45 Liv C3 1.5
46 Liv C4 2.0
47 Bri Bri 0.3
48 Bri Lon 0.5
49 Bri Exe 0.2
50 Bri C1 2.0
51 New C2 1.5
52 New C3 0.5

```

```

53 New C4 1.5
54 Bir C1 1.0
55 Bir C2 0.5
56 Bir C3 0.5
57 Bir C4 1.0
58 Bir C5 0.5
59 Lon C2 1.5
60 Lon C3 2.0
61 Lon C5 0.5
62 Lon C6 1.5
63 Exe C3 0.2
64 Exe C4 1.5
65 Exe C5 0.5
66 Exe C6 1.5
67 Liv Brs 0.6
68 Bri Brs 0.4
69 Liv North 0.4
70 Bri North 0.3
71 Brs C1 1.2
72 Brs C2 0.6
73 Brs C3 0.5
74 Brs C5 0.3
75 North C2 0.4
76 North C4 0.5
77 North C5 0.6;
78 #param quantite_obligation :=
79 #Liv C1 50000
80 #New C2 10000
81 #Bir C5 50000;

```

fichier .data